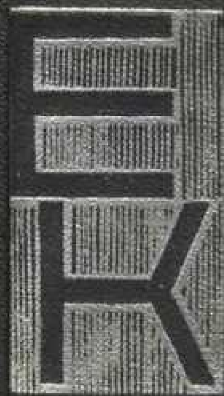
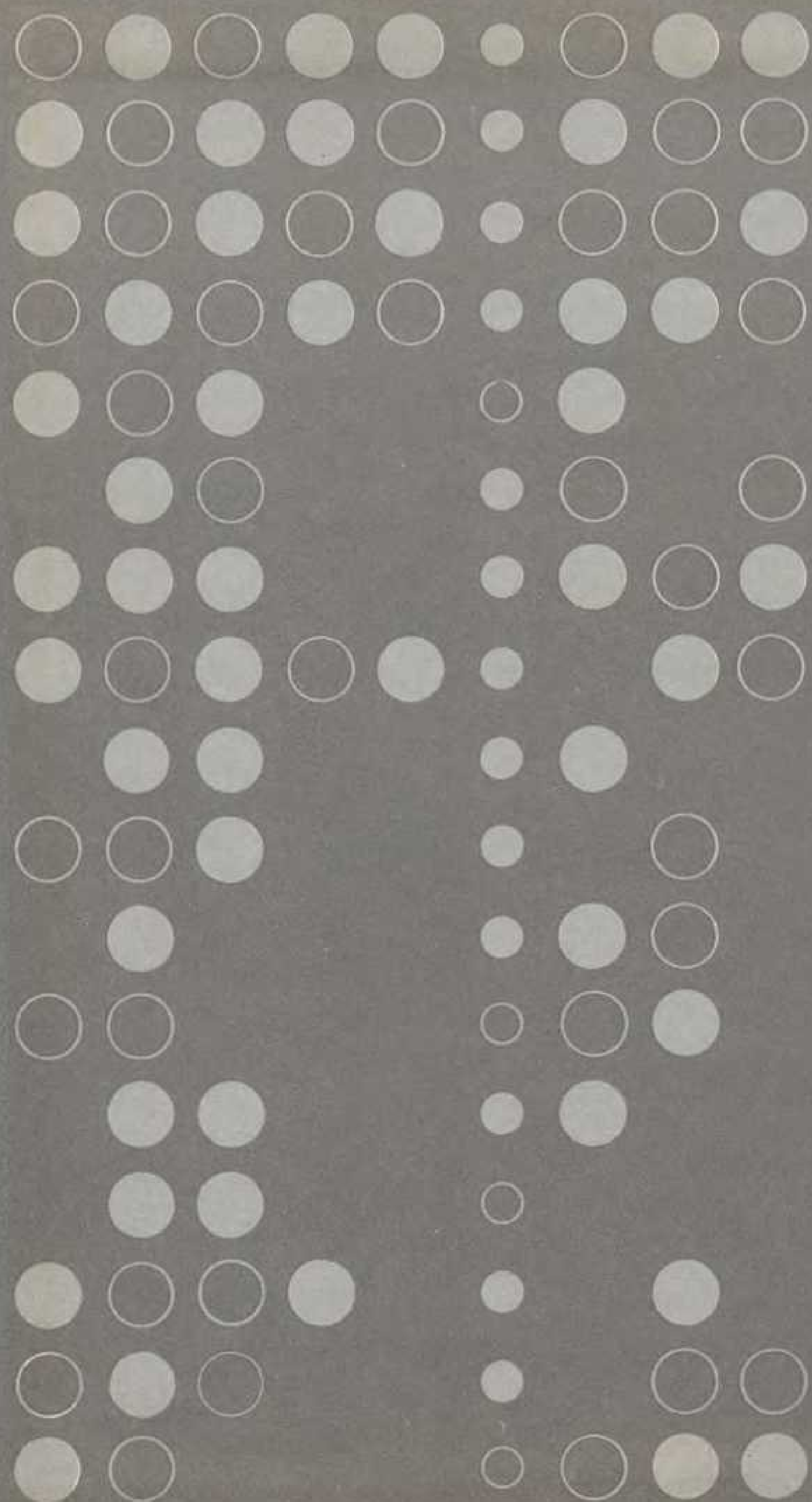


ЕНЦИКЛОПЕДІЯ КІБЕРНЕТИКИ

М · Я

2



ЕНЦИКЛОПЕДІЯ КІБЕРНЕТИКИ

АКАДЕМІЯ НАУК
УКРАЇНСЬКОЇ РАДЯНСЬКОЇ СОЦІАЛІСТИЧНОЇ РЕСПУБЛІКИ



ЕНЦИКЛОПЕДІЯ КІБЕРНЕТИКИ

ТОМ ДРУГИЙ

М — Я

ГОЛОВНА РЕДАКЦІЯ
УКРАЇНСЬКОЇ РАДЯНСЬКОЇ ЕНЦИКЛОПЕДІЇ
КИЇВ 1973

6П2. 154. 1(03)

Том підписано до друку 16 серпня 1973 р.
КИЇВСЬКА КНИЖКОВА ФАБРИКА

Е $\frac{03-3-006}{М\ 222\ (04)-73}$

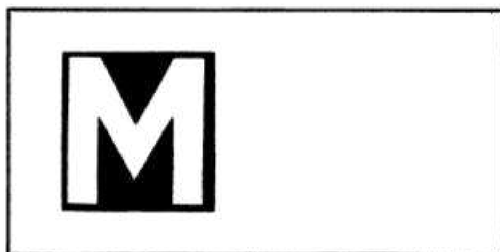
«М-20» — цифрова електронна обчислювальна машина загального призначення, орієнтована на розв'язування складних математичних задач. Розроблено її 1958 в Ін-ті точної механіки і обчисл. техніки АН СРСР. «М-20» була початковою моделлю сім'ї сумісних обчисл. машин *«М-220»* та «М-222». Середня швидкодія — 20 тис. трьохадресних операцій за 1 *сек*. Система числення—двійкова. Спосіб представлення чисел — з плаваючою комою. Розрядність — 45 двійкових розрядів (мантиса — 36 розрядів, знак числа — 1 розряд, порядок — 7 розрядів, ознака числа — 1 розряд). Діапазон чисел, з якими оперує машина — в межах від 2^{-64} до 2^{+63}.

Структура команд—трьохадресна, з автомат. заміною адрес. Кожна адреса складається з 12 двійкових розрядів, завдяки цьому в *оперативному запам'ятовувальному пристрої* (цикл звертання 6 *мксек*, виконаний на феритових осердях) можна зберігати 4096 слів. У машині передбачено зовнішні ЗП на магн. барабанах і стрічках. Три магн. барабани дають можливість запам'ятати до 12 288 слів, а чотири блоки нагромаджувачів на магн. стрічці забезпечують зберігання понад 300 тис. чисел або команд. Швидкість обміну інформацією з ОЗП, без урахування часу чекання, становить для магн. барабанів 12 тис., а для магн. стрічок — 2800 слів за 1 *сек*. Введення інформації в машину провадиться з перфокарт зі швидкістю 100 карт/*хв*. Подавання карт — широкою стороною з мех. зчитуванням пробивок. Пристрої виведення — швидкодіючий друкувальний пристрій (швидкість 15 рядків/*сек*) і вихідний перфоратор (швидкість 50 карт/*хв*). Проміжний буферний ЗП на магн. барабані дає змогу одночасно виводити результати і робити обчислювання.

Машину побудовано за дрібноблоковим принципом. Стандартні блоки виконано на імпульсній системі елементів. У машині використано 4500 електронних ламп і 35 тис. напівпровідникових діодів.

Літ.: Лященко В. Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4, М-220. М., 1967 [бібліогр. с. 419].

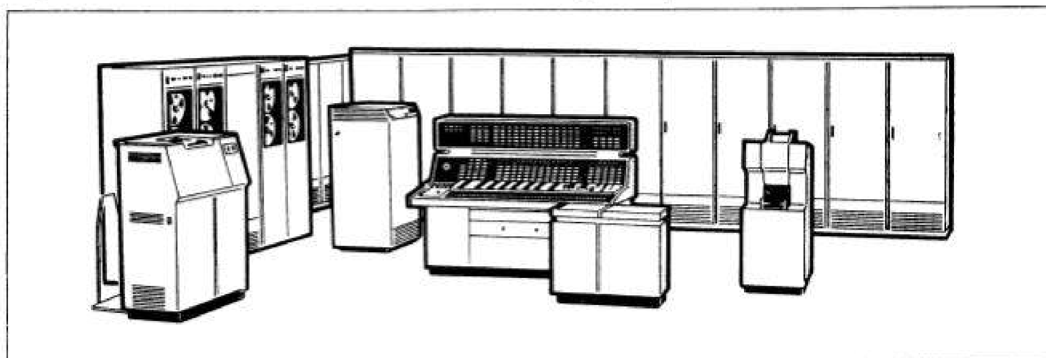
Ю. В. Старченко.



«М-220» — цифрова електронна обчислювальна машина загального призначення. Призначена для розв'язування науково-технічних та окремих класів економ задач. За структурою й системою команд «М-220» подібна до *«М-20»*, але побудована на напівпровідникових приладах. Швидкодія — близько 27 тис. трьохадресних операцій за 1 *сек*.

Центр. обчислювач складається з блока керування й арифм. пристрою, призначений для виконання операцій над числами й командами. Ємність оперативного ЗП (ОЗП) на феритових осердях з часом обертання 6 *мксек* — від 4096 до 16 384 47-розрядних слів.

Зовнішній ЗП (ЗЗП) на магн. стрічці складається з 4 стрічкопротяжних механізмів і одного блока керування, заг. ємність його 4 млн. слів. Швидкість читання чи записування інформації становить 5 тис. слів за 1 *сек* (передбачено можливість збільшення ємності нагромаджувача на магн. стрічках до 16 млн. слів). Ємність ЗЗП на магн. барабані становить 24 576 слів. Крім того, є буферний ЗП на 1024 слова, який використовують для виведення інформації. Макс. час звертання до магн. барабана не перевищує 60 *мсек*, а швидкість обміну становить 17 тис. слів за 1 *сек*. Передбачено можливість додатково підключати магн. барабани, збільшуючи заг. ємність нагромаджувача до 65 536 слів.



Цифрова обчислювальна машина «М-220».

Пристрій керування виведенням забезпечує виведення інформації на *алфавітно-цифровий друкувальний пристрій* (АЦДП) типу «АЦПУ-128» або на перфоратор результатів. Швидкість роботи перфоратора — 100 карт/*хв*, АЦДП — 400 рядків/*хв*. АЦДП забезпечує

друкування інформації у вісімковій, десятковій або алфавітно-цифровій формі. Довжина рядка — 128 знаків. За допомогою АЦДП можна виводити таблиці й графіки.

За допомогою пристрою введення з перфокарт можна вводити інформацію зі швидкістю 700 карт за 1 *хв*. Наявність комутації в ньому дозволяє обробляти картки, перфоровані на будь-якому пристрої. В машині є керуючий канал (входом — виходом) на 45 двійкових розрядів для обміну інформацією з ін. пристроями (напр., пристрій з'єднання з лініями зв'язку) або з обчисл. машинами, де є режим переривання програм. Керуючий канал на 18 двійкових розрядів дає змогу підключати аналогові системи або реальні об'єкти через спец. перетворювачі, а також графопобудовники. Завдяки сигналам переривання й каналам обміну можна провадити обмін інформацією між машинами й виконувати одну й ту саму програму паралельно на кількох ЦОМ. Можливості машини значно зростають, коли підмикають довгочасний ЗП (ДЗП) ємністю 16 384 слова. Для побудови схем в «М-220» використано імпульсно-потенціальну систему елементів, яка працює на частоті 660 *кгц*.

Щоб підвищити надійність, полегшити контроль за виконанням обчисл. процесу й усувати несправності, в машині здійснюється контроль за модулем 2 передавання інформації між магнітним ОЗП, центр. обчислювачем, зовнішніми магн. ЗП, зовн. вихідними й вхідними пристроями і контроль над вибиранням числа або команди за адресою.

Для збільшення швидкості виконання операцій застосовано ряд логічних прийомів: приймання наступної команди поєднано з виконанням поточної, множення здійснюється одночасно на два розряди із запам'ятовуванням переносів, додавання й віднімання під час операцій множення й ділення суміщено в часі зі зсувами.

Літ.: Ляшенко В. Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4, М-220. М., 1967 [бібліогр. с. 419].

Ю. В. Старченко.

МАЖОРИТА́РНИЙ ЕЛЕМЕ́НТ — пристрій, що реалізує мажоритарну операцію (див. *Логіка мажоритарна*). Становить окремий випадок порогового елемента. На основі М. е. може бути реалізований функціонально повний набір *логічних елементів ЦОМ*. Найприродніше М. е. реалізується на основі параметронів і «твінів» — пар Гото на тунельних діодах. У практиці набули поширення двозначні тривходові, зрідка п'ятивходові М. е. Застосовують як відновний орган у схемах з багаторазовим резервуванням, а також як функціональний елемент в обчислювальних і керуючих пристроях дискретної дії.

Б. Л. Овсієвич.

МА́ЙЄРА ЗАДА́ЧА — варіаційна задача з рухомими кінцями і диференційними зв'язками. Формулюється так: серед кривих $y(x)$, що задовольняють дифер. рівняння

$$\Phi_i(x, y, y') = 0, \quad x_1 \leqslant x \leqslant x_2, \qquad (1)$$

$$y = (y_1, \ldots, y_n), \quad i = 1, \ldots, m, \; m < n$$

і граничні умови

$$\varphi_i(x_1, y(x_1)) = 0, \; i = 1, \ldots, k, \; k \leqslant n + 1, \quad (2)$$

$$\eta_j(x_2, y(x_2)) = 0, \; j = 1, \ldots, p, \; p \leqslant n + 1, \quad (3)$$

відшукати таку криву, яка надає мінімуму функціоналові

$$I = g(x_1, y(x_1), x_2, y(x_2)).$$

При цьому ф-ції y, Φ_i, φ_i, η_j, g мають задовольняти певні вимоги гладкості.

Рівняння (2) і (3) визначають у $(n+1)$-вимірному просторі деякі поверхні S_1 і S_2. Одна з них, напр., S_1, може вироджуватися в точку. В такому разі М. з. є задачею з одним фіксованим і одним рухомим кінцями.

М. з. збігається з *Больца задачею*, якщо в останній у функціоналі I ф-ція $f \equiv 0$. Тоді й уся теорія Больцової задачі цілком переноситься на М. з. Зокрема, для М. з. справджується правило множників і наслідки, що випливають з нього,— *умови трансверсальності*, Ейлерові рівняння та умови Вейєрштрасса — Ердмана для кутових точок.

Якщо розглядати криві $(y_1(x), \ldots, y_n(x), y_{n+1}(x))$, які задовольняють умови (1 — 3) і, крім того, умови $y'_{n+1}(x) = 0$, $y_{n+1}(x_1)(x_2 - x_1) = g$, і записати I у вигляді $I = \int_{x_1}^{x_2} y_{n+1}(x)\,dx$, то в такому вигляді М. з. еквівалентна *Лагранжа задачі*.

Літ. див. до ст. *Варіаційне числення.*

Ю. М. Данилін.

МАК-КЛА́СКІ АЛГОРИ́ТМ — алгоритм побудови скороченої *диз'юнктивної нормальної форми* (ДНФ) представлення *булевої функції* з її досконалої диз'юнктивної нормальної форми. М.-К. а. основано на використанні певного спец. способу представлення конституент та імплікант, а також задавання досконалої ДНФ булевих функцій. Відповідно до цього способу конституенти одиниці зображують за допомогою умовних чисел, які називають номерами відповідних конституент. Номер конституенти визначається числом, запис якого в двійковій *системі числення* збігається з набором значень змінних, на якому конституента набуває одиничного значення. Досконалу ДНФ ф-ції задає множина номерів конституент одиниці цієї ф-ції.

Якщо номери конституент записують у двійковій системі числення, то елементарні добутки за заздалегідь фіксованої нумерації змінних зображаються за допомогою послідовних нулів, одиниць і міток. Змінній без заперечення відповідає «1», змінній із запереченням — «0», а відсутності змінної — мітка (напр., при $n = 4$, $x_1\bar{x}_3x_4$ позначається $1 - 01$, $x_1 - 1 - - -$ і т. п.). М.-К. а. за такого запису полягає ось у чому. Номери конституент заданої булевої ф-ції поділяються за числом одиниць у їхньому двійковому запису на неперетинні групи, і кожній групі присвоюється такий індекс, що до групи з індексом i ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$) входять усі кон-

ституенти, які в двійковому запису номерів мають *i* одиниць. Між номерами конституент, які входять у групи, індекси яких різняться на одиницю, робляться попарні порівняння. Якщо порівнювані номери різняться значенням певного розряду (напр., 0001 і 0101), на його місці ставлять мітку (0—01), а номери, над якими виконано порівняння, позначаються. Порівняння номерів конституент і одержання внаслідок цього деяких нових номерів з мітками, які являють собою елементарні добутки, відповідає виконанню операції склеювання порівнюваних конституент. До одержаних номерів знову застосовують операцію попарного порівнювання, яка в цьому випадку вже відповідає склеюванню елементарних добутків. Номери з мітками, над якими виконано порівняння, знову позначаються. Скорочену ДНФ заданої ф-ції одержують внаслідок виконання всіх можливих операцій попарного порівнювання, й вона має лише ті елементарні добутки, номери яких після всіх порівнянь залишаться непозначеними. Вибір лише непозначених елементарних добутків відповідає виконанню всіх можливих операцій поглинання.

Окрім двійкової системи числення для записування номерів конституент іноді використовують десяткову систему (т. з. досконалий М.-К. а.). За такого записування не потрібні спец. мітки в представленні номерів елементарних добутків. Однак для відображення результатів порівняння номерів конституент і представлень елементарних добутків у цьому випадку доводиться формувати додаткові ознаки, які є певною впорядкованою множиною номерів та їхніх різниць. Це призводить до ускладнення процедури порівнювання. Складнішим при використанні десяткової системи числення виявляється й перехід від одержуваного в результаті роботи М.-К. а. представлення імплікант до записування їх у явному вигляді.

М.-К. а. є модернізацією першого етапу *Квайна методу мінімізації* булевих функцій. Метод мінімізації, оснований на використанні М.-К. а., звичайно називають методом Квайна — Мак-Класкі. Цей метод дуже зручний на практиці, бо дає змогу замінити громіздке записування конституент та імплікант простішим та істотно зменшує число порівнянь конституент і елементарних добутків при побудові скороченої ДНФ.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; McCluskey E. I. Minimization of boolean functions. «The bell system technical journal», 1956, № 35, № 6.

Ю. Л. Іваськів.

МАКРОКОМА́НДА — оператор у машинно-орієнтованих мовах програмування, який реалізується кількома машинними командами. За допомогою М. можна замовити для задачі деякі ресурси, збудити процес введення — виведення, викликати для розв'язування підпорядковану задачу та ін. *Підпрограмам* операційної системи, які відпрацьовують М., властиві, як правило, високий *пріоритет*, особливо, коли вони пов'язані з *обробкою інформації в реальному масштабі часу*. Близьким до М. поняттям у *мовах машинних* є екстракод — команда зі спец. *кодом* операції, яка викликає звернення до *операційної системи*.

А. І. Нікітін.

МАКРОМОДЕ́ЛІ ЕКОНОМІ́ЧНІ — математичне представлення найістотніших зв'язків інтегрально описуваного економічного процесу, яке дає змогу простежити його розвиток на основі ідей планування або прогнозування. М. е. є засобом об'єднання окремих моделей для недопускання суперечностей між окремими компонентами економіки, який сприяє одержанню об'єктивної оцінки розвитку різних економ. підсистем. Спочатку під М. е. розуміли моделі, які оперують синтетичними показниками (суспільний продукт, національний доход, інвестиції тощо). Першою спробою макроеконом. аналізу є «Економічна таблиця» франц. економіста Ф. Кене (1758), в якій у ще не розгорнутому вигляді сформульовано ідею простого відтворення й запроваджено поняття сукупного суспільного продукту, основних та оборотних фондів, «економ. надлишку» (додаткова вартість у розумінні фізіократів) тощо. Виникнення теорії відтворення пов'язане з працями К. Маркса, чиї числові двосекторні моделі є основою для теорії відтворення (в т. ч., макромоделювання) і для практики планування. Схеми К. Маркса й В. І. Леніна, призначені для цілей заг. політекономічного аналізу, абстрагуються від багатьох сторін реального економ. процесу. В працях рад. економістів і економістів соціалістич. країн вони розвиваються в таких напрямах: 1) дослідження процесу відтворення при змінних параметрах і з урахуванням якомога більшої кількості факторів; 2) узгодження різних стадій ітераційного процесу планування; 3) оптимізація управління нар. г-вом.

Поділ на макро- й *мікромоделі економічні* є подвійним. По-перше, моделі класифікують з позицій розгляданого об'єкта: М. е. описують нар. г-во в цілому, а мікромоделі характеризують «найнижчі» економ. одиниці. Така класифікація є наслідком відображення структури економ. системи. По-друге, поділ моделей пов'язують з кількістю позицій, представлених у моделі для характеристики вже фіксованого розгляданого об'єкта, тобто з номенклатурою позицій моделі. Обидва напрями класифікації пов'язані з аспектом укрупненості описування економ. процесів. Іноді виключають з класу М. е. моделі з векторною ф-цією стану системи, напр., моделі, які характеризують нар. г-во вектором випуску продуктів — агрегатів (як агрегати можна розглядати галузі, сектори або підрозділи). Тоді вже й двосекторні моделі не належать до класу М. е. В іншому випадку М. е. ототожнюють з *моделями зростання* або розвитку економіки, а оскільки до моделей зростання зараховують і багатогалузеві моделі, то й їх розглядають як М. е. Усе ж таки визначальною ознакою в понятті М. е., очевидно, є макрорівень, бо макропідхід з позиції укрупнення краще відображувати, вказуючи на сту-

пінь агрегатування. При такому розумінні є рація вживати терміни «макроагрегатована» й «макродезагрегатована» модель (напр., міжпродуктовий баланс нар. г-ва). М. е., як моделі загальноеконом. системи, повинні охоплювати подвійний аспект макро, тобто і за об'єктом дослідження, і за ступенем агрегатування змінних.

Залежно від наявної інформації та прийнятої при моделюванні гіпотези відносно поведінки системи М. е. поділяють: за призначенням — на оптимізаційні та неоптимізаційні (серед останніх виділяють, напр., *балансові моделі*, *моделі рівноваги*, багатофакторні кореляційні); за виглядом функціональних співвідношень — на лінійні та нелінійні; за врахуванням фактора часу — на статичні й динамічні (в т. ч. зі скінченним і нескінченним інтервалом планування неперервного й дискретного характеру); за ступенем відображення невизначеності випадкового характеру — на детерміновані та ймовірнісні; за використовуваним рівнем агрегатування показників, які характеризують об'єкт. Ці останні своєю чергою поділяються на такі види: гранично укрупнені або однопродуктові моделі (зокрема, моделі зростання у вигляді макровиробничих функцій); дуже агреговані моделі з кількістю секторів до кількох десятків; мало агреговані моделі (до кількох сотень секторів); макродезагреговані (тобто практично деталізовані моделі).

В часовому аспекті М. е. можуть теоретично охоплювати будь-який проміжок часу $0 \leqslant T \leqslant \infty$, практично $t_{\min} \leqslant T \leqslant t_{\max}$, де $t_{\max}$ визначається надійністю інформації, $t_{\min}$ — доцільністю й необхідністю поновлення деяких елементів моделі. М. е. однаковою мірою базуються на якісному й кількісному аналізі, причому тільки моделі, які відображують виробничо-тех. фактори й соціально-економ. природу модельованого процесу, можуть претендувати на адекватність.

Осн. керуючим параметром у гранично й дуже агрегованих М. е. є співвідношення між споживанням і нагромадженням (числові моделі С. Г. Струмиліна, моделі В. С. Немчинова, О. Ланге та ін.). Напр., за схемою Струмиліна працездатне населення країни створює в базисний рік Y_0 одиниць національного доходу, який зростає лише за рахунок фондоозброєності праці. тобто $\Delta Y_t = EF_t$, де E — ефект вкладень, аналог фондовіддачі, F_t — осн. та оборотні фонди на початок періоду t. Приріст фондів ΔF_t здійснюється внаслідок скерування на розширення їх частини x національного доходу, тобто $\Delta F_t = x\Delta Y_t$. На споживання витрачається $C_t = C_0 + \Delta Y_t - \Delta F_t$. Необхідно визначити долю x національного доходу, при якій протягом 40 років (термін працездатності покоління) максимізується сумарний фонд споживання

$$\sum_{t=1}^{40} C_t = 40C_0 + F_1 \frac{1-x}{x} [(1 + Ex)^{40} - 1].$$

У багатьох випадках до схеми Струмиліна додають умову монотонного зростання споживання, а в критерій уводять зважувальну функцію $g(t) = e^{-ht}$, тобто розглядають функцію споживання $\sum_{t=1}^{n} C_t e^{-ht}$. В процесі її аналізу встановлюють залежність глобального максимуму від вибору ф-ції зважування, визначають межі області, якій повинна належати норма нагромадження x. Результати розрахунків по поєднуванню нагромадження і споживання залучають при побудові моделі співвідношення між зростанням продуктивності праці й заробітної плати.

Серед питань, розглядених на основі дуже укрупнених М. е., слід вказати на співвідношення темпів зростання I і II підрозділів. З менше агрегованих М. е. необхідно виділити модель Л. В. Канторовича, засновану на задачі *програмування лінійного*. Інгредієнти моделі розбито на 4 групи: 1) первинні ресурси (населення, природні запаси корисних копалин тощо); 2) виробничі фактори (категорії праці, виробничі потужності, освоєні природні ресурси); 3) проміжні продукти (сировина, матеріали тощо); 4) кінцеві продукти (предмети народного споживання й невиробничі послуги). Виробничі способи, стосовні одного періоду (виробництво, транспорт) і багатьох періодів (створення й використання фондів, освоєння природних ресурсів), записують у вигляді матриці (a^s_{it}), де i — вид продукту, ресурсу тощо; t — рік; s — технологічний спосіб: $a^s_{it} < 0$ відповідає витратам, $a^s_{it} > 0$ — випускові продукції. План визначається заданням інтенсивностей r_s технологічних способів, і цим фіксуються баланси за різними інгредієнтами $x_{it} = \sum_s r_s a^s_{it}$.

За допомогою цих балансів записують обмеження, які визначають допустимий план: обмеження на первинні ресурси для всіх періодів $x_{i,t} \geqslant - L_{i,t}$; завдання виробничих потужностей, освоєних природних ресурсів тощо в початковий період $x_{i,1} \geqslant - L_{i,1}$; баланси за проміжними продуктами $x_{i,t} \geqslant 0$; обмеження на кінцеві продукти, напр., вимога випускати їх у певному асортименті: $x_{i,t} = C_{it} D_t$. Тут $L_{i,t}$ — наявність різних видів ресурсів, $C_{i,t}$ — характеристика i-ї компоненти набору D_t.

За критерій оптимізації беруть максимум темпу зростання α кінцевих продуктів, при якому задача $D_t = (1 + \alpha) D_{t-1}$ може бути розв'язною. Можливі ще й інші критерії ефективності. Значну увагу макромоделюванню приділяють у капіталістичних країнах, де М. е., в яких оперують синтетичними показниками, з'явилися на початку 30-х років 20 ст. Ці М. е. відображують взаємозв'язок *економетрії* та буржуазної політекономії. Хоч вони й не розв'язують кардинальних проблем

політекономії та розвитку капіталістичної економіки, нагромаджений економетрією досвід становить великий інтерес і для моделювання виробничо-тех. аспекту відтворення, і для аналізу її помилок і перспективних ліній розвитку. Важливим кроком у дослідженні проблеми оптимізації економіки стала запропонована амер. математиком Дж. фон Нейманом (1903—1957) концепція розширення й рівноваги для замкненої моделі у передбаченні розвитку з постійними темпами. Останнім часом велику увагу приділяють і узагальненням моделі Неймана, і деяким її окремим випадкам, напр., простій моделі Леонтьєва (див. *Баланс міжгалузевий*), стосовно якої теорія «розширеної рівноваги» стає простішою. Для дослідження розширеного відтворення в заг. випадку, тобто не тільки в Неймановому розумінні, застосовують різні модифікації моделі Леонтьєва. Осн. функціональним співвідношенням у моделі Купманса є $x_t + \dot{z}_t = f(z_t) - \lambda z_t$, де z_t — капітал у розрахунку на одного робітника в момент t, $f(z)$ — випуск продукції залежно від капіталу, x_t — споживання в розрахунку на одного робітника, λz_t — зростання інвестицій пропорційно зростанню робочої сили, яке своєю чергою пропорційне зростанню населення $L_t = L_0 e^{\lambda t}$ $(\lambda > 0)$, L_t — населення в момент t $(L_0 = \text{const})$, $\dot{z}_t$ — чистий приріст капіталу на одного робітника. За критерій беруть: $\max \int_0^\infty e^{-\rho t} u(x_t)\,dt$ — інтегр. корисність на душу населення, $\max \int_0^\infty e^{-\rho^* t} u(x_t)\,dt$ — сумарна корисність для всіх людей $\rho^* = \rho - \lambda$ або складніші варіанти побудови *цільової функції*, напр., за допомогою рекурентних співвідношень, які зв'язують значення цільової функції двох нескінченних часових інтервалів, один з яких є частиною другого.

Літ.: Маркс К. Капітал, т. 2. К., 1954; Ленін В. І. З приводу так званого питання про ринки. Повне зібрання творів, т. 1; Струмилин С. Г. К проблеме оптимальных пропорций. «Плановое хозяйство», 1962, № 6; Немчинов В. С. Экономико-математические методы и модели. М., 1965; Канторович Л. В. Математические проблемы расчета и анализа оптимальных динамических моделей. Новосибирск, 1965; Аллен Р. Математическая экономия. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 647—655]; Макроэкономические модели планирования и прогнозирования. Пер. с англ. и франц. М., 1970.

В. В. Дем'яненко, В. А. Конопльницький.

МАКСИМІНУ ПРИНЦИП — принцип оптимальної поведінки гравців в *ігор теорії*. Полягає в прагненні максимізувати мінім. виграш, має особливо велике значення в *іграх антагоністичних*, у яких приводить до одержання 1-им гравцем *гри значення*. Додержуючись М. п., гравці часто змушені застосовувати *стратегії мішані*.

МАКСИМУМУ ПРАВДОПОДІБНОСТІ МЕТОД — метод визначення оцінок невідомих параметрів у випадку, коли розподіл *випадкової величини* належить до класу розподілів, що залежить від скінченного числа параметрів. Див. *Статистичні оцінки*.

МАНІПУЛЯТОР — механізм, що під керуванням оператора здійснює маніпуляції, еквівалентні діям людської руки. М. застосовують для виконання робіт, під час яких треба брати предмети, переміщувати їх у будь-яку зону робочого простору в недоступному для людини середовищі (висока т-ра, радіоактивність тощо) або виконувати подібні дії з прикладанням великих сил (напр., маніпуляції великою поковкою під молотом). Провадяться роботи щодо створення систем керування М. з використанням електронних обчисл. машин.

І. Т. Пархоменко.

«MARK-1» — перша в світі автоматична електромеханічна цифрова обчислювальна машина з послідовним керуванням. Створила її фірма *«Інтернейшенал бізнес машінз корпорейшен»* 1944 у співпраці з Гарвардським університетом (США).

Машина являла собою синхронний обчисл. пристрій паралельної дії, оперувала вона з числами, що мали 23 десяткові цифрові розряди й один знаковий розряд; у ній було передбачено можливість провадити обчислювання з 46 розрядами. «М.-1» виконувала п'ять осн. операцій (додавання, віднімання, множення, ділення та відшукування в таблицях величин, попередньо обчислених машиною). У ній було 60 регістрів для записування констант, 72 нагромаджувальні регістри, центр. блок множення і ділення, пристрої для обчислювання елементарних трансцендентних ф-цій $\log_{10} x$, 10^x та $\sin x$ та 3 механізми для зчитування кодів програми з перфострічок. Введення даних — з перфокарт та позиційних перемикачів (використовували згодом і електрифіковані друкарські машинки).

Кожен з 60 регістрів констант складався з 24 десятипозиційних перемикачів. Кожен з 72 нагромаджувальних регістрів складався з 24 цифрових коліс, за допомогою яких можна було складати і запам'ятовувати числа. Цифрове колесо являло собою, по суті, десятипозиційний перемикач, який перемикається за допомогою магнітної муфти. Операція віднімання (як обернена операції додавання) виконувалась представленням чисел у додатковому коді. Блок множення і ділення провадив множення так: спочатку утворювались і запам'ятовувались 9 цілих чисел, кратних множеному, потім з-поміж них вибирались числа, що відповідали всім цифрам множника. Відібрані числа зсовувались і додавалися стовпчиком. Положення коми — фіксоване і встановлювалось на комутаційній панелі. Ділення виконував аналогічно той самий блок. Логарифми, антилогарифми та синуси величин обчислювали методом розвинення в ряд цих ф-цій з використанням спец. регістрів. Кожний з трьох механізмів зчитування з перфострічки мав кільцеву стрічку з проперфорованими на ній через однакові проміжки кодами ф-цій та інтерполяційними коефіцієнтами. Спочатку стрічка автоматично

перемотувалась у напрямі до найближчого значення аргументу, потім машина зчитувала значення ф-ції і провадила інтерполювання. Пристрій керування складався з зубчастого колеса, яке перемотувало «керуючу» перфострічку. У стрічці були поперечні ряди отворів. У кожному з рядів було по 24 рівновіддалені отвори, поділені на 3 групи A, B і C по 8 отворів. Кожний ряд отворів містив команду: «Взяти число з комірки A, послати його у B, здійснити операцію C». Пристрій керування, інтерполятори та цифрові колеса працювали синхронно, бо їх приводила в дію мех. система зубчастих передач від одного електромотора. Осн. цикл тривав 300 *мсек*. Середній час виконання операції множення становив бл. 3 *сек*.

«М.-1» було передано Гарвардському ун-тові, працювала вона понад 15 років. На ній було виконано розрахунки для багатьох обчисл. лабораторій США.

Літ.: Aiken H. H., Hopper G. M. The automatic sequence controlled calculator. «Electrical engineering», 1946, v. 65, august — september — october — november; Уилкс М. В. Автоматические цифровые вычислительные машины. Пер. с англ. Л., 1960 [бібліогр. с. 316—329]. *П. В. Походзіло.*

МА́РКЕР — спеціальний знак, який наносять на *носій запису інформації* (магнітну стрічку, барабан, перфострічку, перфокарту тощо) разом з основними запам'ятовуваними даними. М. призначено виконувати деякі службові функції, пов'язані з переоблянням інформації (пошук початку або кінця потрібної зони та стирання), розпізнаванням характеру записаної інформації (М. адресний, числовий), визначанням розміщення інформації на носії (напр., М. відділяє одну зону на магн. стрічці або барабані від іншої) тощо. Синхронізуючі М. служать для керування записуванням і зчитуванням інформації. Для представлення значень М. використовують просторові (окрема доріжка на магн. стрічці), часові (порядок проходження) чи фізичні (перфорація, кольорові помітки на магн. стрічці) ознаки. *Ю. Л. Іваськів.*

МА́РКОВА ЛАНЦЮ́Г — *марковський процес* з дискретним часом і скінченною або лічбовою множиною станів. Нехай $\{x_1, x_2, \ldots\}$ — стани М. л.; звичайно вважають, що часовий параметр t пробігає невід'ємні цілі числа. М. л. визначається набором *імовірностей* переходу $p_{ij}(n)$, тобто ймовірностями на n-му кроці перейти зі стану i в стан j. Якщо ці ймовірності не залежать від n, то М. л. наз. о д н о р і д н и м. За допомогою М. л. описують еволюцію будь-якої системи, що має скінченну або зліченну множину станів і змінює свої стани від діяння незалежних випадкових імпульсів. Нехай X_n — стан системи в момент n, а $g(n, x, y)$ — стан, у який переходить система зі стану x, якщо в момент n на неї впливає імпульс y. Тоді, якщо Y_1, Y_2, ... — послідовність незалежних імпульсів, то послідовність $X_{n+1} = g(n, X_n, Y_n)$ буде М. л. з перехідною ймовірністю $p_{ij}(n) = p\{g(n, x_i, y_n) = x_j\}$ (величина $g(n, x_i, y_n)$ — *випадкова величина*, яка набуває значень $x_1, x_2, \ldots$; зліва вказано ймовірність того, що ця випадкова величина дорівнює x_j). Якщо $p_i(0)$ позначає ймовірність того, що ця система в початковий момент ($t = 0$) перебуває у стані x_i, то можна обчислити ймовірність будь-якого відрізка траєкторії системи, бо траєкторія на відрізку $[0, n]$ є послідовністю її значень $x(0), x(1), \ldots, x(n)$: $p\{x(0) = x_{i_0}, x(1) = x_{i_1}, \ldots, x(n) = x_{i_n}\} = p_{i_0}(0)\, p_{i_0 i_1}(1) \ldots p_{i_{n-1} i_n}(n)$. Знаючи ймовірності переходу $p_{ij}(n)$, які наз. імовірностями переходу за один крок, можна обчислити імовірності переходу за кілька кроків $p_{ij}(m, n)$, тобто імовірність системи в момент n потрапити у стан j, якщо вона в момент $m < n$ перебувала в стані i. Справджується формула

$$p_{ij}(m, n+1) = \sum_k p_{ik}(m, n)\, p_{kj}(n, n+1) \quad (1)$$

(підсумовування зліва здійснюється за всіма значеннями індекса, який зазначено під знаком суми). Визначаючи ймовірності переходу, зручно розташовувати їх у матриці

$$\Pi(m, n) = (p_{ij}(m, n)), \quad \Pi(n) = (p_{ij}(n))$$

(i вказує на номер рядка, а j — номер стовпчика, на перетині яких стоїть елемент, що його вказано в обох рівностях справа). Матриці такого вигляду наз. с т о х а с т и ч н и м и, вони являють собою матриці з невід'ємними елементами, причому сума елементів по рядку дорівнює 1. Стохастичною матрицею є й добуток стохастичних матриць. Співвідношення (1) за допомогою матриць записують так:

$$\Pi(m, n) = \Pi(m+1)\,\Pi(m+2)\ \ldots\ \Pi(m+n).$$

Однією з найважливіших задач М. л. є вивчення поведінки ймовірностей $p_{ij}(m, n)$ при $n \to \infty$. Цю задачу розглядають здебільшого для однорідних ланцюгів. У цьому разі $\Pi(n) = \Pi$ не залежить від n і, отже, $\Pi(m, n) = \Pi^{n-m}$ (справа стоїть $n-m$-ий степінь матриці Π). Отже, задача зводиться до вивчення поведінки n-го степеня стохастичної матриці при $n \to \infty$. Найцікавішим з практичної точки зору є той випадок, коли виконується ергодична теорема, тобто $p_{ij}(m, n)$ при $n \to \infty$ прямують до границі p_j, яка не залежить від первісного стану i. Для М. л. зі скінченною множиною станів для виконання ергодичної теореми необхідно й достатньо, щоб при певному n у матриці Π^n був хоч один стовпчик, складений з додатніх елементів; зокрема, якщо такою є матриця Π, то ергодична теорема виконується (див. *Ергодична теорія*). Імовірності $p_j = \lim\limits_{n\to\infty} p_{ij}(m, n)$ наз. е р г о д и ч н и м и й м о в і р н о с т я м и: вони є стаціонарними ймовірностями: якщо $p\{x(0) = x_j\} = p_j$, то $p\{x(n) = x_j\} = p_j$ при всіх $n > 0$. Стаціонарні ймовір-

ності задовольняють рівняння $\sum p_i p_{ij} = p_j$ (тут p_{ij} — імовірності переходу за один крок однорідного ланцюга). Це рівняння з умовою $\sum_j p_j = 1$ в ергодичному випадку (коли справджується ергодична теорема) однозначно визначає ергодичні ймовірності. Складнішим є випадок нескінченної множини станів. Осн. відмінність між М. л. зі скінченною і зліченною множинами станів полягає в тому, що в разі, коли множина зліченна, всі стани можуть бути неістотними, істотні стани не обов'язково зворотні, а якщо вони й зворотні, то не обов'язково додатні. В скінченному М. л. такого бути не може. Див. також *Випадкових процесів теорія*.

Літ.: Сарымсаков Т. А. Основы теории процессов Маркова. М., 1954 [бібліогр. с. 202—205]; Чжун К. Однородные цепи Маркова. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 406—415]. *А. В. Скороход.*

МАРКОВСЬКИЙ ПРОЦЕС — *випадковий процес*, який має ту властивість, що його поведінка після моменту t залежить тільки від його значення в цей момент і не залежить від поведінки процесу до моменту t. Поняття М. п. як узагальнення поняття динамічної системи ввів рад. математик А. М. Колмогоров (н. 1903). Кажуть, що в певному фазовому просторі X динамічну систему визначено, якщо задано ф-цію $p(t, x, s)$ для $t < s$, $x \in X$, зі значенням в X, яка визначає положення системи (це положення визначається точкою фазового простору) в момент s, якщо в момент t її положення було x. Ця ф-ція задовольняє еволюційне співвідношення $p(t, x, u) = p(s, p(t, x, s), u)$, якщо тільки $t < s < u$. Це співвідношення означає, що, перебуваючи в момент t у точці x і потрапляючи в певний момент у стан $p(t, x, u)$, система попутно до моменту s потрапляє в стан $p(t, x, s)$. У певному фазовому просторі X задано М. п., якщо визначено ф-цію $p(t, x, s, E)$ — *імовірність* того, що система, перебуваючи в момент t у стані x, у момент $s > t$ потрапить в один із станів множини E. При цьому необхідно, щоб: 1) функцію $p(t, x, s, E)$ було визначено для всіх $t < s$, які належать певній множині моментів T (ця множина наз. областю визначення процесу), $x \in X$ і E належить певній σ-алгебрі $\mathfrak{x}$ підмножин із X; 2) функція $p(t, x, s, E)$ була мірою за E (так має бути, бо $p(t, x, s, E)$ є імовірність); 3) при $t < s < u$ виконувалося співвідношення

$$p(t, x, u, E) = \int p(s, y, u, E)\, p(t, x, s, dy). \quad (1)$$

Щоб це співвідношення мало смисл, необхідно також, щоб $p(t, x, s, E)$ для всіх $t < s$ і $E \subset \mathfrak{x}$ було вимірним за x. Рівняння (1) наз. рівнянням Чепмена — Колмогорова, воно є аналогом еволюційного співвідношення: при переході з x в E за час від t до u, система попутно з імовірністю $p(t, x, s, dy)$ потрапляє в окіл точки y, а потім з імовірністю $p(s, y, u, E)$ переходить із y в E. При цьому, оскільки y може бути будь-яким, то по y треба провести інтегрування (підсумувати всі можливості). Область визначення T М. п. може бути або певною послідовністю моментів часу, тоді М. п. наз. процесом з дискретним часом (за T в цьому разі беруть здебільшого послідовність натуральних чисел), або T є скінченним чи нескінченним інтервалом. Розрізняють М. п. і залежно від фазового простору. Найпоширенішими є такі випадки: а) X — скінченна множина, тоді М. п. наз. процесом зі скінченною множиною станів; б) X — зчисленна множина, тоді М. п. є процесом зі зчисленною множиною станів; в) X — скінченновимірний евклідів простір, тоді М. п. наз. процесом з неперервною множиною станів. М. п. з дискретним часом і скінченною зчисленною множиною станів наз. *Марковa ланцюгами.*

Функція $p(t, x, s, E)$, за допомогою якої визначають М. п., наз. перехідною імовірністю, або перехідною імовірнісною функцією М. п. Визначення можливих перехідних імовірностей є однією з осн. задач теорії М. п. Це визначення зводиться в основному до того, що для ймовірності переходу нелінійне рівняння (1) замінюють лінійними (рівняннями Колмогорова), що мають різний вигляд для різних класів М. п. Найпростіший випадок, якщо X — скінченний або зліченний фазовий простір, а час неперервний; тоді перехідна ймовірність визначається ф-ціями $p_{ij}(t, s)$, які дорівнюють умовній імовірності того, що система перебуває в j-му стані в момент s, якщо в момент t вона перебувала в i-му стані. Функції $p_{ij}(t, s)$ задовольняють дві системи рівнянь:

$$\frac{\partial}{\partial s} p_{ij}(t, s) = \sum_k p_{ik}(t, s)\, a_{kj}(s);$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} p_{ij}(t, s) = \sum_k a_{ik}(t)\, p_{kj}(t, s),$$

які в цьому випадку і є рівняннями Колмогорова. Ці рівняння істотно спрощуються в разі, якщо М. п. однорідні. М. п. наз. **однорідними**, якщо $p(t, x, s, E) = p(t + h, x, s + h, E)$. Подібного вигляду з однорідними М. п. одержуємо результати для М. п. з неперервною множиною станів. М. п. наз. суто розривним, якщо існують границі $\lim\limits_{h \downarrow 0, h_1 \downarrow 0} \frac{1}{h+h_1} p(t - h_1, x, t + h, E) = \lambda(t, x, E)$ для всіх E, які не містять x, і $\lim\limits_{h \downarrow 0, h_1 \downarrow 0} \frac{1}{h+h_1} [p(t - h_1, x, t + h, \{x\}) - 1] = -\lambda(t, x)$, де $\{x\}$ — множина, що складається з однієї точки x. Характерно, що за допомогою суто розривних процесів можна описувати більшість систем, стан яких змінюється від випадкових збурень, що виникають у випадкові моменти часу (до таких випадкових збурень належать, напр., надходження нового виклику на телефонну станцію, розладнання одного з приладів автомат. системи тощо).

Дуже важливий клас М. п. з неперервною множиною станів становлять *дифузійні про-*

цеси. Їх можна інтерпретувати як імовірнісне описування явища дифузії. Крім зазначених М. п., розглядають ще й М. п. мішаного типу, в яких на неперервний (дифузійний) рух накладаються стрибки. Тоді рівняння Колмогорова мають вигляд інтегро-диференціальних рівнянь.

Крім визначення перехідної ймовірності М. п., важливою задачею є визначення розподілу різних функціоналів від М. п. При цьому М. п. розглядають як випадковий процес (або, точніше, як певну сукупність марковських випадкових процесів з однією й тією самою ймовірністю переходу). Теорія М. п. вивчає також поведінку ймовірності переходу $p(t, x, s, E)$ при $s \to \infty$, особливо в разі, коли процес однорідний. Ця задача є основною для процесів з дискретним часом і відповідає одній із форм ергодичного принципу (див. *Ергодична теорія*).

Літ.: Сарымсаков Т. А. Основы теории процессов Маркова. М., 1954 [бібліогр. с. 202—205]; Дынкин Е. Б. Основания теории марковских процессов. М., 1959 [бібліогр. с. 219—220]; Дынкин Е. Б. Марковские процессы. М., 1963 [бібліогр. с. 840—850]; Гихман И. И., Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения. К., 1968 [бібліогр. с. 353—354]. *А. В. Скороход.*

МАСИ́В — 1) У задачах *автоматичної обробки даних* — сукупність однотипних щодо структури й способу використання *записів*, яка належить до певного етапу управлінських робіт і розглядається як єдине ціле. Іноді М. називають файлом (від англ. file). Прикладом М. може бути сукупність облікових анкет (карток) працівників підприємства. Як правило, М. містить великий обсяг інформації і розміщується на зовн. носіях пам'яті ЦОМ. Під час обробки М. його записи по черзі переносяться в оперативну пам'ять. Крім записів, М. звичайно містить деякі відомості (*мітки* М.), які дають змогу відрізнити один М. від іншого, визначити останній запис М. тощо. 2) В мовах типу *АЛГОЛ-60* — n-вимірна впорядкована сукупність однотипних елементів. *Л. П. Бабенко.*

МАСИ́В ІНФОРМАЦІ́ЙНИЙ — набір пошукових образів документів чи записів фактів (даних) в *інформаційно-пошуковій системі*. Первісні документи, що їхні пошукові образи зберігаються в інформаційно-пошуковій системі, становлять інформаційний масив документів. Є прямий та інверсійний способи організації М. і. За п р я м о ї організації осн. структурним елементом масиву є *запис*, до якого входять *адреса* зберігання документа та його пошуковий образ. Елементи масиву в цьому разі розміщують і нумерують переважно в порядку надходження їх у систему. За і н в е р с і й н о ї організації елементом масиву є запис, який включає в себе слово *мови інформаційної* (дескриптор), і адреси зберігання всіх документів, у пошукових образах яких є це слово. *Е. Ф. Скороходько.*

МА́СОВОГО ОБСЛУГО́ВУВАННЯ СИСТЕ́МА — одна з можливих математичних формалізацій реальних систем технічного, виробничого, економічного чи біологічного характеру, яку здійснюють з метою дослідження роботи системи та знаходження найраціональнішого режиму її функціонування. М. о. с. — основний об'єкт вивчення *масового обслуговування теорії*. Найбільший інтерес з практичного й теор. погляду становить вивчення т. з. імовірнісних М. о. с., у функціонуванні яких беруть участь різні ймовірнісні фактори: *випадкові величини*, системи взаємно залежних випадкових величин, *випадкові процеси* різноманітної природи. Дослідження ймовірнісних М. о. с. є специфічним розділом *випадкових процесів теорії*. Реальною системою, що допускає формалізацію у вигляді М. о. с., є, напр., виробнича верстатна лінія. Кожен верстат такої лінії можна розглядати як обслуговуючий прилад, що виконує ту чи іншу операцію обслуговування. Надходження матеріалів, заготовок, напівфабрикатів на лінію ззовні становить сукупність вхідних потоків системи. Час обробки деталі на верстаті інтерпретують як час обслуговування. Запас заготовок, які підлягають обробці, створює чергу. Вихідними потоками М. о. с. є потоки готових деталей, що пройшли обробку, бракованих виробів, виробничі відходи. Група верстатів, які виконують одну й ту саму виробничу операцію над різними деталями, становить б а г а т о л і н і й н у М. о. с. Б а г а т о ф а з н а М. о. с. — це група верстатів, що послідовно виконують різні операції обробки тих самих деталей. Вимушені перерви у виробничому процесі й постачанні розглядають як блокування (див. *Блокування обслуговування*). Досліджувати цю систему можуть, напр., для того, щоб визначити такі значення параметрів системи, при яких за фіксований час випускають максимум продукції або домагаються мінімуму очікуваних затрат, випускаючи задану кількість продукції.

Функціонування М. о. с. пов'язане з надходженням ззовні чи виникненням усередині системи певних вимог викликів, повідомлень (абонентів), проходженням їх через систему з поділом однієї вимоги на кілька нових вимог чи рекомбінацією кількох вимог в одну або з виходом вимог з системи. Процес надходження чи виникнення вимог має характер *потоку випадкового*. М. о. с. може мати один або кілька однорідних чи неоднорідних, взаємно незалежних чи залежних, рівноправних чи нерівноправних вхідних випадкових потоків. Осн. елементом кожної М. о. с. є т. з. обслуговуючий механізм (прилад, лінія, канал) — функціональний елемент, що здійснює безпосередньо операцію обслуговування вимог (затримки в часі). В різних ситуаціях М. о. с. може містити тільки один обслуговуючий механізм чи множину їх (скінченну або нескінченну). Тривалість обслуговування вимог (час обслуговування) — одна з істотних характеристик процесу обслуговування, що відбувається в системі. Тривалості обслуговування різних вимог можуть бути постійними (однаковими або різними для різних обслуговуючих механізмів), ви-

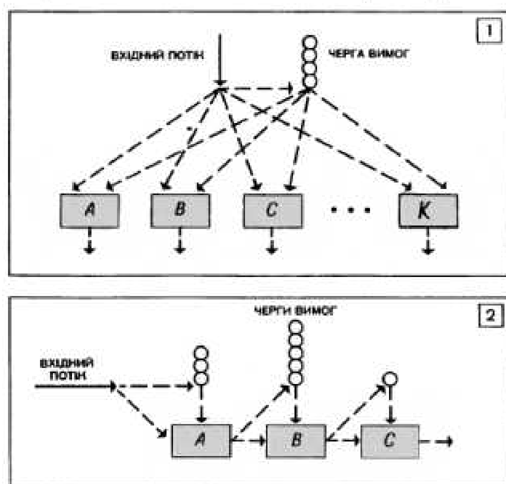
падковими (взаємно незалежними чи залежними, розподіленими за тим самим законом або за різними законами), керованими (можуть залежати від того стану, в якому в даний момент перебувають деякі з елементів системи). Переміщення (перетікання) вимог усередині системи від одних обслуговуючих механізмів до інших відбувається за спец. правилами функціонування системи, що входять у її опис. У багатьох М. о. с. відбувається чекання вимог, що надійшли до обслуговуючого механізму в той момент, коли він був зайнятий обслуговуванням вимоги, яка надійшла раніше. При цьому утворюється черга вимог. Черга може бути одна загальна для всіх обслуговуючих механізмів системи або перед окремими механізмами чи групами їх може формуватися окрема черга. Вимога, що залишає систему в процесі її функціонування, становить вихідний потік. У різних випадках системи можуть мати вихідні потоки повністю обслугованих вимог, потоки частково обслугованих чи зовсім не обслугованих вимог (потоки втрат). З потреб практики часто доводиться вивчати М. о. с., в яких обслуговуючі прилади час від часу можуть вибувати з ладу. Трапляються й ситуації, коли окремі вхідні потоки системи періодично на якийсь час перестають діяти, тобто відбувається блокування входів системи.

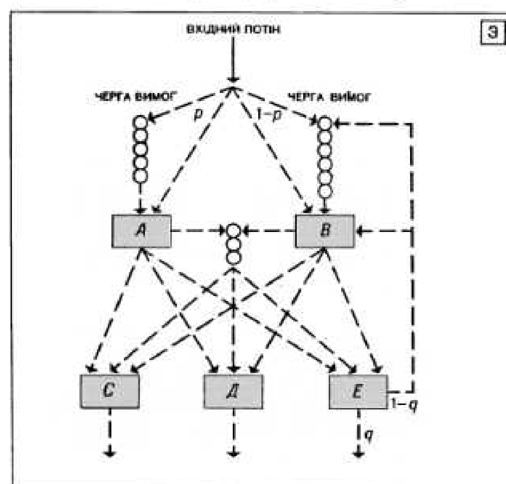
Для М. о. с. досить істотне значення має її структура. В поняття структури М. о. с. включають інформацію про те, скільки в системі обслуговуючих механізмів кожного типу, про наявність вхідних та вихідних потоків, про їхню взаємну пріоритетність, про можливість формування черг перед певними обслуговуючими механізмами чи групами їх, про шляхи переміщування вимог усередині системи. Розрізняють М. о. с. однолінійні й багатолінійні, однофазні й багатофазні (багатоетапні). Багатолінійна система на відміну від однолінійної має кілька (скінченну, або лічбову, множину) обслуговуючих механізмів, що виконують однорідні операції обслуговування, тобто здійснюють паралельне обслуговування. Вважають, що система обслужила вимогу, якщо цю вимогу обслужив один з обслуговуючих механізмів системи. На мал. 1 схематично зображено багатолінійну систему обслуговування з одним заг. вхідним потоком і однією заг. для усіх обслуговуючих механізмів чергою вимог, що чекають на обслуговування. Прямокутниками A, B, C, ..., K показано обслуговуючі прилади, колами — чекаючі вимоги, суцільною стрілкою — вхідний потік, штриховими стрілками — можливі шляхи посування вимог. У багатофазній М. о. с. обслуговуючі механізми виконують різнорідні операції обслуговування і здійснюють послідовний процес обслуговування. Вважають, що певна система повністю обслужила вимогу, якщо цю вимогу було повністю обслужено на кожній з фаз (етапів) системи. Схематичне уявлення про таку систему дає мал. 2 (позначення такі самі, як і на мал. 1). Перед кожною фазою формується самостійна черга. М. о. с. мішаного типу, тобто таку, що має водночас властивості і багатолінійних, і багатофазних систем, а іноді й таку, що характеризується ускладненими зв'язками інших типів (напр., у ній частина вимог може проходити повторне обслуговування на деяких фазах), наз. **мережею масового обслуговування**. Схему однієї з таких мереж подано на мал. 3 (буквені символи біля деяких стрілок означають імовірності посування вимоги цим шляхом). А для деяких М. о. с. характерними є, напр., обмеження часу чекання або часу перебування в системі, блокування обслуговування та вхідного потоку, резервування запасних елементів і відновлення тих, що вибули з ладу. За цими властивостями будь-яку М. о. с. можна зарахувати, в принципі, до того чи іншого класу систем. Розглянемо докладніше деякі найважливіші класи таких систем.

М. о. с. **з чеканням** — система, в якій передбачено можливість формування черги вимог, що чекають на обслуговування. Це найпоширеніший і найзагальніший тип М. о. с. Найпростіший окремий випадок такої системи має місце, коли при функціонуванні системи утворюється т. з. проста черга, коли всі вимоги, що надходять, однорідні, допускаються нагромадження їх у черзі в будь-якій кількості, вимоги надходять з черги на обслуговування в тому порядку, в якому вони надійшли в чергу. Трохи складнішим є принцип формування черги з *пріоритетами*. При цьому кожній вимозі, що надійшла, ставлять у відповідність певну характеристику — показник пріоритетності. Вимога претендує на право постановки в певне місце в черзі відповідно до значення показника пріоритетності. Іноді треба, щоб вимоги, які чекають у черзі, було охарактеризовано багатьма числовими показниками. Така ситуація є найтиповішою для задач керування, при розв'язуванні яких вимогу з черги вибирають, враховуючи багато її характеристик. Реальними М. о. с. з чеканням є, напр., склад, що відпускає продукцію за заявками, система автоматизованої обробки на електронних або перфораційних машинах інформації, яка надходить, морський порт, що обробляє прибулі судна.

М. о. с. **з обмеженнями** — система, функціонування якої обумовлено певними обмеженнями, що стосуються різних її характеристик та показників вимог, які проходять через систему. Найчастіше обмеження накладають на довжину черги, час чекання вимоги та на час перебування її в системі. Якщо обмежують довжину черги з допомогою постійної чи випадкової величини, вимоги, що надійшли в систему, коли вже там була черга гранично допустимої довжини, втрачаються і не проходять обслуговування. При обмеженні часу чекання відбуваються втрати вимог, які, пробувши в черзі гранично допустимий час, так і не дочекались, щоб їх обслужили. Якщо в *алгоритмі* функціонування М. о. с. передбачено обмеження часу перебування вимоги в системі, то вимога виходить із системи, коли

час з моменту, коли вона надійшла в систему, досягне максимально можливої величини. Це може відбутися або тоді, коли вимогу обслуговують (відбуваються втрати частково обслугованих вимог), або коли вона чекає в черзі (втрати зовсім не обслугованих вимог). На практиці М. о. с. з обмеженнями трапляються досить часто. Це, напр., пристрої для обробки інформації, що мають пам'ять скінченного обсягу, склади обмеженої місткості, лічильники для реєстрації елементарних частток, що викликають світіння екрана протягом





1. Схема багатолінійної системи масового обслуговування.
2. Схема багатофазної системи масового обслуговування.
3. Схема мережі масового обслуговування.

певного часу після попадання їх тощо. Дослідження М. о. с. з обмеженнями мають для практики досить важливе значення, бо вони дають можливість робити висновки про здатність системи працювати без втрати інформації або допускати таку втрату в заданих межах.

М. о. с. з втратами — системи, в яких не допускається утворення черги перед обслуговуючими механізмами. Системи такого типу є окремими випадками систем з обмеженням, коли довжина черги вимоги обмежена величиною нуль. На практиці — це системи обробки інформації без асоціативної пам'яті, зокрема, системи автомат. телефонних станцій. Осн. інтерес при вивченні М. о. с. з втратами становить визначення частки всіх вимог, що надійшли і яким вдалося пройти обслуговування.

М. о. с. з резервуванням — системи, в яких допускається можливість виходу з ладу обслуговуючих механізмів і заміна несправних механізмів резервними. Для цих систем характерні такі поняття (у заг. випадку — це випадкові величини): час безвідмовної роботи (тривалість життя) обслуговуючого механізму, час відновлення несправного елемента, наявний запас резервних елементів, довжина черги несправних елементів, що чекають на відновлення. Розрізняють навантажений та ненавантажений резерви. Елементи навантаженого резерву готові до того, що в будь-який момент їх буде використано для обслуговування вимог. Щоб елемент, який вибув з ладу, замінити елементом з ненавантаженого резерву, цей резерв необхідно спочатку перевести з ненавантаженого стану в навантажений. Витрати утримування елемента в навантаженому стані, як правило, більші за витрати утримання його в ненавантаженому стані. М. о. с. з резервуванням широко застосовують у теорії надійності. Формалізація реальних систем у вигляді М. о. с. з резервуванням дає змогу найдокладніше відобразити суть функціонування систем з ненадійними елементами. Зокрема, це стосується різних електронних схем. Коло М. о. с. з резервуванням досить широке й різноманітне. Для деяких найпоширеніших М. о. с. введено систему скорочених позначень. Кожне з позначень складається з трьох символів. Перше характеризує вхідний потік, друге — час обслуговування, третє — число обслуговуючих приладів. Позначення стандартне: M — *Пуассона потік*, або показниковий час обслуговування; E_h — потік Ерланга, або час обслуговування; G — рекурентний потік; GI — незалежні однаково розподілені тривалості обслуговування. Так, $M|E_k|S$ означає багатолінійну М. о. с. з S приладами, пуассонівським вхідним потоком та ерлангівським часом обслуговування.

В більшості випадків ніяка вказівка на належність М. о. с. до того або іншого класу систем або про наявність у системі тих або інших особливостей не визначає повністю структуру системи й алгоритм її функціонування. Для цього необхідно, щоб систему було досить докладно описано словесно чи мате-

матично. Треба, щоб в описі системи незалежно від форми його задавання, були відомості про ймовірнісні фактори, що впливають на систему. Одним з найуніверсальніших і найпоширеніших методів матем. описування М. о. с., що є одночасно й методом матем. дослідження таких систем, є апарат імовірнісних *марковських процесів*. При цьому в кожний момент часу систему можна охарактеризувати за допомогою якогось вектора, за компоненти якого правлять часові характеристики системи. Зміну значень цього вектора в часі визначають за допомогою або стохастичної матриці ймовірностей переходу, або певною системою рівнянь: різницевих, дифер., інтегр., інтегро-дифер., стохастичних тощо. Для розв'язання таких рівнянь і одержання остаточних результатів дослідження М. о. с. вдаються до методів операційного обчислення, особливо методу виробляльних ф-цій та інтегр. перетворень. При дослідженні досить складних М. о. с., для яких марковський вектор станів має велику розмірність, застосовувати апарат марковських процесів у чистому вигляді стає важко. У цих випадках доводиться вдаватися до інших, тонших методів описування й дослідження систем. Одним з таких методів є метод вкладених ланцюгів Маркова, що полягає в розгляді станів системи не в усі моменти часу її функціонування, а лише в певні моменти, коли компоненти марковського вектора станів, які цікавлять дослідника, утворюють *Маркова ланцюг*. При описуванні й дослідженні М. о. с. успішно застосовують такий досконалий сучасний метод, як метод напівмарковських процесів. У багатьох випадках виникає необхідність, описуючи систему, враховувати зміну розмірності марковського вектора станів у процесі функціонування М. о. с. При цьому буває зручно користуватись апаратом марковських процесів. Такий процес задають здебільшого за допомогою вектора, одна з компонент якого є цілочисловою і вказує на розмірність стану системи в певний момент часу. З інших методів описування й дослідження систем, які застосовують, вивчаючи М. о. с., слід вказати на процеси з дискретним втручанням випадку, на процеси, якими керують марковські ланцюги, на керовані напівмарковські процеси і т. ін. Якщо досліджувана система така складна за своєю структурою й алгоритмом функціонування, що вивчати її всіма зазначеними аналітичними методами важко, вдаються до методів статистичного моделювання (див. *Монте-Карло метод*) з використанням ЕОМ.

При дослідженні М. о. с., особливо систем з чеканням, досить істотним є питання про існування для системи стаціонарного режиму функціонування, тобто питання про можливість встановлення для системи з часом такої стійкої рівноваги станів, при якій кожному станові системи з певної множини станів відповідає певна частота появи, яка не змінюється й надалі. Для одних і тих самих М. о. с. залежно від значень параметрів системи стаціонарний режим може або існувати або не існувати. Умови існування стаціонарного режиму М. о. с., як правило, можна записати як системи нерівностей і рівностей відносно параметрів системи та моментів випадкових величин, що впливають на її роботу. Визначення умов існування стаціонарного режиму — один з важливих етапів дослідження М. о. с. Для встановлення існування стаціонарного режиму застосовують здебільшого різні ергодичні теореми *імовірностей теорії*. Залежно від завдань, що стоять перед дослідником, метою дослідження може бути обчислення того або іншого невипадкового функціоналу від характеристик системи. Найчастіше виявляється, що таким функціоналом є показники розподілів імовірностей певних характеристик системи (напр. довжини черги, часу чекання, періоду зайнятості тощо). Якщо дослідження має оптимізаційний характер, обчислюваний функціонал є *цільовою функцією*, яка відповідає вибраному критерію ефективності системи. Оптимізація М. о. с. полягає у визначенні значень параметрів системи, її структури або таких алгоритмів функціонування, при яких цільова функція набуває мінімального чи максимального значення. Це завдання іноді вдається розв'язати, застосовуючи методи лінійного, нелінійного, динамічного чи евристичного програмування.

Літ.: Климов Г. П., Алиев Г. А. Решение на вычислительных машинах одной задачи теории массового обслуживания методом Монте-Карло. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1961, т. 1, № 5; Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М., 1963; Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [бібліогр. с. 421—428]; Ежов И. И., Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения. «Кибернетика», 1967, № 5; Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и приложения. Пер. с франц. М., 1965 [бібліогр. с. 284—299]; Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 450—509].

М. В. Яровицький.

МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТЕОРІЯ, теорія черг — розділ прикладної математики, який вивчає процеси, пов'язані з задоволенням масового попиту на обслуговування будь-якого виду, з урахуванням випадкового характеру попиту й обслуговування. М. о. т. виникла на початку 20 ст. на базі задач телефонії: потрібно було знайти спосіб визначати число телефонних ліній, яке забезпечує задовільне обслуговування абонентів. Специфіка цієї задачі полягає у випадковому характері моментів часу, коли абоненти викликають один одного, та тривалості розмови. Спочатку задачі розв'язували емпірично, потім почали будувати теорію розрахування телефонних систем, засновану на *імовірностей теорії*. Задачі, аналогічні за матем. формою телефонним задачам, виникали при розраховуванні даних щодо підприємств масового обслуговування, аеродромів та автомобільних шляхів, при плануванні залізничних перевезень, запасів продуктів різного роду і т. п. У 2-й половині 60-х років 20 ст. М. о. т. почали застосовувати до багатьох задач *кібернетики:* організації взаємодії *обчислювальних*

машин, теорії надійності, *операцій дослідження*, до багатьох задач радіотехніки, радіолокації та ін. Головним завданням М. о. т. є вивчати процес створювання попиту на обслуговування в часі. У М. о. т. такі процеси розглядають як потоки однорідних подій, тобто сукупності випадкових моментів часу (див. *Потік випадковий*). Основним у теор. і практичних роботах є *Пуассона потік*. Спочатку висновки про пуассонівський характер потоку робили тільки на основі спостережень; у наступному розвитку М. о. т. до подібних висновків стали приходити на основі різного роду граничних теорем: про суперпозицію незалежних малоінтенсивних потоків, про розрідження випадкового потоку і т. п. Так, якщо припустити, що кожний з n абонентів телефонної станції надсилає виклик у випадковий момент часу ξ зі щільністю $p_n(t)$, причому n необмежено зростає, а $np_n(t)$ прямує до інтегровної ф-ції $\lambda(t)$, то потік викликів наближатиметься до потоку Пуассона зі змінним параметром $\lambda(t)$. Подібні висновки особливо істотні при розв'язуванні задач планування, коли спостерігати випадковий потік раніше, аніж створено саму систему, не можна. Якщо ж задано випадковий потік, який керує процесом створення попиту на обслуговування, то цей потік розглядають як вхідний потік якоїсь системи. Ця система являє собою пристрій, який виконує однорідні елементарні операції обслуговування вимог, що надходять. Так, у телефонній системі елементарна операція полягає в наданні абонентові телефонної лінії для необхідної розмови. Звичайно можливість здійснити операцію обслуговування пов'язують з наявністю вільного оператора або обслуговуючого приладу, каналу або лінії обслуговування. Час обслуговування однієї вимоги вважають за випадкову величину з якимсь законом розподілу (див. *Розподіл імовірностей*). Звичайно припускають, що тривалості обслуговування різних вимог — незалежні, однаково розподілені *випадкові величини*. Якщо ці величини позначити через $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n, \ldots$, а моменти надходження в систему вимог — через $z_1, z_2, \ldots, z_n, \ldots$, то можна визначити якийсь *випадковий процес* $\xi(t)$, значення якого в будь-який момент часу характеризує стан *масового обслуговування системи*; траєкторію процесу $\xi(t)$ повністю визначають послідовності $\{z_n\}$ та $\{\eta_n\}$. В М. о. т., як правило, вивчають лише такі випадкові процеси $\xi(t)$, які або є марковськими, або якимсь чином пов'язані з *марковськими процесами*. Це відповідає реальним системам масового обслуговування, для яких звичайно можна вказати один або кілька параметрів, що характеризують стан системи в момент t і зосереджують у собі всю істотну інформацію про функціонування її до моменту t. Найпростіша ситуація буває, коли вхідний потік вимог є пуассонівським потоком, а розподіл тривалості обслуговування вимоги підпорядковується експоненціальному розподілові. Функціонування системи масового обслуговування у цьому випадку можна описувати марковським процесом $\nu(t)$ зі скінченною або зліченною множиною станів. Так, для масового обслуговування системи з чеканням таким процесом буде число вимог у системі в момент t, для масового обслуговування системи зі втратами — число зайнятих у цей момент приладів. Системи масового обслуговування, поведінку яких описують марковськими процесами зі скінченною або зліченною множиною станів, було досліджено раніше за інші. Але у випадку структурно складних систем типу багатокаскадних телефонних мереж при цьому через велику розмірність задачі потрібні спец. методи розраховування. Було створено спец. методи аналізу структурно складних систем масового обслуговування, заснованих на укрупненні станів марковського процесу й використанні властивостей специфічних для М. о. т. стохастичних матриць.

Складніші, напівмарковські процеси, можуть служити *моделлю математичною* процесів дії систем масового обслуговування за умови, коли серед випадкових величин, які характеризують стан системи в момент t, одна може бути з довільним законом розподілу, а всі інші можуть бути розподілені за експоненціальним законом (можливо, при деякому розширенні простору станів процесу). Так, у системі масового обслуговування з експоненціально розподіленим часом обслуговування при вхідному *потоці з обмеженою післядією* число вимог у системі в момент t являє собою напівмарковський процес $\nu(t)$. Метод, який в аналітичному відношенні еквівалентний методові напівмарковських процесів і називається методом вкладених ланцюгів Маркова, розробив англ. математик Д. Кендал (по суті цей самий метод при розв'язуванні конкретних задач М. о. т. рад. математик О. Я. Хінчин використовував раніше за Д. Кендала). Цей метод полягає у виборі такої послідовності моментів часу $\{t_n\}$, при якій послідовність значень процесу $\{\xi(t_n)\}$ утворює *Маркова ланцюг* зі скінченною або зліченною множиною станів. Найчастіше послідовність $\{t_n\}$ утворюють моменти надходження в систему вимог або моменти закінчення операцій обслуговування. За допомогою такого методу одержано осн. ф-ли М. о. т. (див. *Довжина черги*, *Хінчина — Полачека формула*, *Період зайнятості* в системах масового обслуговування). Одержано й теорему про загальний аналітичний вигляд стаціонарних характеристик широкого класу однолінійних систем масового обслуговування й узагальнено її на нестаціонарний випадок.

Системи масового обслуговування, до яких метод напівмарковських процесів не можна застосувати, вивчають за допомогою багатовимірних марковських процесів вигляду $\xi(t) = (\nu(t); \xi_1(t), \xi_2(t), \ldots)$, де $\nu(t)$ — дискретна компонента зі скінченною або зліченною множиною можливих значень; вона позначає такі величини, як число зайнятих приладів, величину черги і т. п.; $\xi_i(t)$ — числові змінні, ін-

терпретовувані або як час, який минув з моменту початку якої-небудь операції, або як час до закінчення її. Методом процесів такого роду досліджено широкий клас систем масового обслуговування із втратами. В 60-х роках 20 ст., коли виявили, що багато ф-л М. о. т., доведених з припущенням про незалежність тривалостей обслуговування вимог, придатні для обчислювань і при залежних тривалостях обслуговування, було побудовано теорію для широкого класу систем. Значною мірою в М. о. т. застосовують і методи теорії підсумовування незалежних випадкових величин та теорії випадкових блукань. У 60-х роках інтенсивно розвивались асимптотичні методи М. о. т. Помічено, що в багатьох випадках, коли вивчення системи обслуговування, що характеризується деякими розподілами $F_i(x)$ (інтервалу між надходженням вимог, часу обслуговування і т. п.), робити аналіз осн. характеристик системи при загальному виді $F_i(x)$ важко; разом з тим у певних граничних умовах, пов'язаних з поведінкою параметрів розподілів $F_i(x)$, виконуються прості асимптотичні ф-ли. Напр., вивчено поведінку систем обслуговування з чеканням у випадку завантаження, яке прямує до критичного (тобто до такого завантаження, при якому відношення числа вимог, яке надходить у систему, до числа вимог, яке можна обслужити, близьке до одиниці). При відповідному нормуванні розподіл часу чекання й довжини черги збігається до експоненційного розподілу. Паралельно розвивається теорія систем з малим завантаженням (інтенсивність вхідного потоку розглядають як малий параметр), це має істотне значення для теорії високонадійних систем (див. *Полегшене резервування*). У більшості задач М. о. т. знаходять розподіли різних величин, пов'язаних з процесом функціонування системи $\xi(t)$ (довжини черги, часу чекання та ймовірності повного обслуговування). Дальший ступінь розвитку теорії полягає в тому, щоб розв'язувати задачі оптимізації структури системи й процесу обслуговування. Для широкого класу випадків розв'язано задачу про встановлення оптим. режиму обслуговування в схемі обслуговування з пріоритетом, коли є кілька типів вимог, кожний з яких характеризується певним середнім часом обслуговування та якою-небудь функцією втрат (напр., вартістю одиниці часу чекання). Для дослідження складних систем масового обслуговування широко застосовують *Монте-Карло метод*, пов'язаний з моделюванням процесу поведінки системи. Для алгоритмізації розв'язування задач М. о. т. на ЕОМ створено деякі алгоритмічні мови (напр., «СЛЕНГ»).

Першими дослідниками М. о. т. є датський вчений А. Ерланг і рад. математик О. Я. Хінчин. У своїх роботах А. Ерланг у 1909—22 роках досліджував М. о. т. у зв'язку з організацією телефонних мереж. О. Я. Хінчин у 1932—33 роках розв'язав ряд задач з галузі багатоверстатного виробництва, а згодом розробив матем. теорію дослідження систем масового обслуговування. Розвиток виробництва, техніки й економічних зв'язків привів у 50-і роки 20 ст. до необхідності досліджувати нові системи масового обслуговування. Тепер М. о. т. успішно застосовують у різних галузях нар. г-ва, економіки, техніки й науки, розробляють нові методи досліджень, розширюється коло методів вивчення й оптимізації систем масового обслуговування, які піддаються розв'язуванню, вишукують нові шляхи практичного застосовування наявних теоретичних результатів. Дослідження М. о. т. має велике значення при проектуванні й побудові різних систем автоматизованого керування виробництвом і транспортом, для раціональної організації виробництва й зменшення собівартості продукції.

Літ.: Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М., 1963; Бусленко Н. П. Математическое моделирование производственных процессов на цифровых вычислительных машинах. М., 1964 [бібліогр. с. 361—362]; Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [бібліогр. с. 421—428]; Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания. М., 1966 [бібліогр. с. 242—243]; Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и её приложения. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 450—509].

І. М. Коваленко.

МАТЕМА́ТИКА ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА — див. *Обчислювальна математика.*

МАТЕМАТИ́ЧНА ЕКОНО́МІКА — напрям у теоретичній економіці, що склався внаслідок використання математичних моделей і методів для виявлення різних закономірностей і ефектів в економічних системах. На відміну від *економетрії*, що вивчає в реальних економ. системах переважно закономірності статистичного характеру й питання адекватності реальних явищ теор. уявленням, М. е. вивчає динаміку розвитку й характер функціонування абстрактних матем. моделей економ. систем. Щодо практики М. е. й економетрія відіграють роль аналогічну, напр., теорії ймовірностей і статистиці. Формулюючи матем. моделі економ. систем, роблять спроби максимально наблизити теор. уявлення до реальних фактів. Але внаслідок виняткової складності соціально-економ. явищ, моделі, що їх вивчають тепер у М. е., досить грубо відображають реальні економ. процеси, більше того, набір моделей М. е. має розрізнений характер і не є цілісною системою, спроможною пояснити всі економ. явища практики. Матем. символіку для зображення закономірностей розвитку економіки й зв'язків між економічними факторами застосовують порівняно давно, математичним способом часто навіть одержували висновки, що характеризують динаміку й особливості цих закономірностей і зв'язків. Ще К. Маркс, а пізніше В. І. Ленін з матем. підходом вивчали умови простого й розширеного відтворення. Модель К. Маркса була, по суті, першою в ряді *макромоделей економічних*. Від моделі К. Маркса ведуть початок і лінійні *моделі економіки*. У вигляді лінійних закономірностей зображують міжгалузеві зв'язки в моделях *балансу міжгалузевого*. *Тех-*

промфінплан підприємства матричний також можна зобразити як лінійну модель, тобто модель, виражену системою лінійних рівнянь. Запровадження ідеї оптимізації в такі моделі та лінійної або нелінійної функції-критерію перетворює балансові лінійні моделі на моделі *програмування математичного*. Пошук оптим. розв'язків у таких моделях провадять за допомогою методів матем. програмування. В основу деяких із цих методів покладено ідеї моделювання відповідних систем (див. *Диференціальних рент метод*).

Одним з найважливіших результатів М. е. при дослідженні лінійних моделей стало з'ясування природи й регулюючого характеру цін у цих моделях з точки зору теорії двоїстості в матем. програмуванні. Дослідження навіть найпростіших функціональних залежностей між економ. факторами (див. *Виробнича функція*) може дати багато для прогнозування розвитку економ. систем, і результати цих досліджень госп. керівники можуть використати, щоб запобігти небажаним тенденціям. Розвинення таких ф-цій у ряд Тейлора приводить до простих моделей лінійного, динамічного й квадратичного програмування. Навіть графічні зображення таких залежностей (напр., павутиноподібна модель динаміки попиту й пропозиції) дають змогу робити нетривіальні висновки й рекомендації (відомий «свинячий цикл»). До найпростіших моделей такого типу належить і відома макроекономічна модель Кейнса, який кількісно показав (якісно це довів К. Маркс), що в капіталістичній економіці немає гармонійного саморегулювання. Висновки Кейнса мали велике значення для розвитку ідей програмування в бурж. економіці. Апарат диф. та інтегр. числень, теорії диф. рівнянь і теорії стійкості використано в пізніших економ. макромоделях. За рубежем ці напрями продовжують інтенсивно розвиватися. За останні роки розвинулися мікроеконом. моделі, спрямовані в основному на те, щоб дійти висновків, які мають значення для програмування й планування розвитку економ. систем. Дослідити такі моделі й розв'язати екстремальні задачі, що виникають, здебільшого вдається за допомогою методів імітаційного моделювання систем на ЕОМ. Такі методи й моделі М. е. почали особливо бурхливо розвиватися, коли в практику було впроваджено *алгоритмічні мови* й мови моделювання: методи імітаційного моделювання стали осн. апаратом дослідження економ. моделей. Запровадження до такої моделі ідеї керування (керуючих параметрів) дало змогу розглядати за допомогою ЕОМ поводження економ. систем при різних зовн. ефектах. Тепер особливо інтенсивно розвиваються розділи М. е. стосовно до теорій фірм і виробництва, теорії ринку й запасів (див. *Запасів теорія*) та питань рівноваги й зростання в моделях національної економіки. Широкого практичного застосування набули модифікації моделі міжгалузевого балансу в програмуванні економіки різних країн. Стосовно до конфліктних ситуацій в економіці (відвертої та прихованої конкуренції) розвинулися моделі, основані на використанні апарату *ігор теорії*. Практичне використання моделей М. е. висунуло ряд нових проблем ідентифікації моделей, агрегації змінних і побудови людино-машинних систем експертно-процедурного характеру, що їх розв'язують у межах *кібернетики економічної*.

Літ.: Применение математики в экономических исследованиях, т. 1—3. М., 1959—65 [бібліогр. т. 1, с. 461—473]; Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960; Моисеев Н. Н. Математика — управление — экономика. М., 1970; Аллен Р. Математическая экономия. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 647—655]; Баумоль У. Экономическая теория и исследование операций. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с. 480—485].

В. В. Шкурба.

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА — розділ математики, який вивчає методи обробки й класифікації статистичних даних, щоб одержувати на їхній основі обгрунтовані висновки. Найпростішим прикладом статистичних даних є послідовність скінченного числа спостережень якоїсь *випадкової величини*, напр., послідовність результатів зважування якогось тіла на аналітичних вагах, послідовність числа розпадів радіоактивної речовини за кожен із 100 однакових проміжків часу тощо. Такі статистичні дані є результатом підрахунків або вимірювань і становлять набори чисел. Ці дані наз. дискретними. Іншим типом статистичних даних є неперервні дані, напр., записи коливань напруги на виході приймача за якийсь проміжок часу, записи коливань земної кори тощо. За визначенням одного з засновників М. с., англ. вченого Р.-А. Фішера, М. с. можна розглядати як учення про методи зведення даних до компактної форми. Це означає, що М. с. дає методи заміни мало придатного для одержування відомостей про випадкову величину набору спостережених значень невеликою кількістю чисел, які містять якомога більше потрібних відомостей про цю випадкову величину. М. с. широко використовують у дослідженнях з демографії, в економ. науках, с. г., біології, медицині, геології, фіз. науках, лінгвістиці, психології тощо. Основою М. с. є *ймовірностей теорія*. Проте, якщо завданням теорії ймовірностей є розробка методів визначення ймовірностей деяких подій за заданими ймовірностями інших подій, то завданням М. с. є побудова методів оцінювання ймовірностей подій або прийняття рішень щодо характеру подій на основі статистичних даних. При теор. аналізі припускають, що статистичні дані є випадковими величинами. Це припущення дає змогу використовувати методи теорії ймовірностей і зумовлює ймовірнісний характер висновків. Необхідність вдаватися до М. с. виникає тоді, коли треба одержати відомості про характеристики якоїсь випадкової величини на основі n її значень, спостережених в експерименті: $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Нехай $F(x)$ — ф-ція розподілу ймовірностей (ф. р. й.) дійсної випадкової величини ξ. Множину значень випадкової величини ξ з ф-цією $F(x)$ наз. генеральною сукупністю

(часто — просто сукупністю) з ф-цією розподілу $F(x)$. Спостережені значення $x_1, x_2, \ldots, x_n$ величини ξ наз. **вибірковими** значеннями або **вибіркою** із сукупності з ф-цією розподілу $F(x)$. Число вибіркових значень n наз. **обсягом вибірки**. Звичайно припускають і те, що спостереження $x_1, x_2, \ldots, x_n$ є незалежними, тобто, що величина x_i не впливає на решту спостережень. У сучасній М. с. вихідним пунктом теор. аналізу є таке припущення: вибірка обсягу n із сукупності з ф-цією розподілу $F(x)$ є n-вимірна випадкова величина $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ із сумісною ф. р. й. $P\{x_1 < t_1, x_2 < t_2, \ldots, x_n < t_n\} = \prod_{i=1}^{n} F(t_i)$. Вибірку обсягу n наз. ще вибіркою обсягу n незалежних спостережень, на відміну від випадку зв'язаних спостережень, з якими має справу статистика *випадкових процесів*.

Однією з осн. задач М. с. є наближена побудова розподілів параметрів положення й мір розсіювання випадкової величини. Повний опис випадкової величини ξ дає її ф. р. й. $F(x)$. Тому природно спробувати на основі вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ зробити висновок про те, якою є ф. р. й. ξ. Якщо розглядувана випадкова величина є дискретною, тобто набуває тільки значень $a_1, a_2, \ldots, a_m, \ldots$, то перше уявлення про невідомий розподіл одержують, побудувавши емпіричний розподіл і порівнявши його з якимсь із відомих дискретних розподілів. Емпіричний розподіл у цьому разі — це набір точок площини з координатами $\left(a_i, \frac{n_i}{n}\right)$, де n_i — кількість спостережень у вибірці $x_1, x_2, \ldots, x_n$, рівних a_i (не дорівнюють 0 не більше як n значень n_i). Найчастіше з дискретних розподілів застосовують біноміальний розподіл, *Пуассона розподіл* і гіпергеометричний розподіл. У деяких випадках прості припущення про розглядуваний експеримент дозволяють зробити певний висновок про розподіл. Напр., якщо $x_1, x_2, \ldots, x_n$ є числа викликів, які надійшли на телефонну станцію за n рівних проміжків часу, то інколи можна припускати, що інтенсивність надходження викликів залишається незмінною, що число викликів, які надійшли за певний час, не впливає на число викликів, що надійшли за проміжок часу, який не перекривається з першим, і що за скінчений проміжок часу може надійти скінчене число викликів. Якщо ці припущення правильні, то невідомий розподіл випадкової величини є розподілом Пуассона. Цей розподіл використовують у деяких фіз. задачах, таких, як описування числа частинок, зареєстрованих лічильником Гейгера за одиницю часу, описування числа бактерій якоїсь колонії, які перебувають у заданій області простору, числа подій за певний період часу тощо. Біноміальний розподіл використовують у задачах генетики, контролі виробництва і т. ін. Для неперервної випадкової величини добре уявлення про невідому густоту розподілу ймовірностей при досить великому обсязі вибірки дає *гістограма*. Порівнюючи гістограму з одним із відомих неперервних розподілів, роблять перший висновок про невідому густоту розподілу ймовірностей. Важливими прикладами неперервних розподілів є *нормальний розподіл* з густотою розподілу ймовірностей $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, де a — серед. значення, σ^2 — *дисперсія* розподілу, і зосереджений на додатній півосі показниковий розподіл із густотою розподілу ймовірностей $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$, $x > 0$ (θ — серед. значення розподілу, $\theta > 0$). У деяких випадках із загальних припущень щодо умов експерименту можна зробити певний висновок про невідомий розподіл. Напр., у теорії похибок вимірів виходять з того, що *похибки* вимірів є результатами додавання багатьох незначних незалежних «елементарних похибок». Якщо прийняти це припущення, то *центральна гранична теорема* теорії ймовірностей гарантує близькість розподілу похибок до нормального розподілу. Міркування, основані на центр. граничній теоремі, справджуються й у багатьох інших випадках; цим частково пояснюється важлива роль нормального розподілу в статистиці. Є ще такі причини дуже частого застосування нормального розподілу: за допомогою цього розподілу одержують добрі наближення до розподілів, які не є нормальними; деякі розподіли після перетворень або стають нормальними, або добре наближаються до нормальних; деякі розподіли добре наближаються до нормальних при великих або малих значеннях параметрів. Нормальний розподіл часто трапляється в багатьох областях використання М. с. Показниковий розподіл використовують у тих випадках, коли випадкову величину можна розглядати, як час життя, час чекання, час справної роботи тощо. Осн. припущенням, яке веде до показникового розподілу, є «відсутність післядії»: якщо ξ є часом життя, то це допущення рівносильне тому, що за будь-якого віку решта часу життя не залежить від минулого і має той самий розподіл, що й час життя в початковий момент. Важливі застосування має показниковий розподіл у теорії надійності.

Добирання розподілу, що відповідає емпіричному розподілові або гістограмі, становить перший етап статистичної обробки. Змістом другого етапу є відповідь на запитання: наскільки добре відповідає гаданий (гіпотетичний) розподіл вибірковим даним. Обгрунтовану відповідь на це та інші такі запитання дає розділ М. с. — теорія перевірки статистичних гіпотез (див. *Статистична перевірка гіпотез*, *Емпірична функція розподілу*).

Часто буває зручно описувати ф-цію розподілу ймовірностей за допомогою моментів. Для випадкової величини з густотою ймовір-

ностей $f(x)$ моменти й центр. моменти (якщо вони є) визначають, як $m_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)\, dx$ і $\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_1)^k f(x)\, dx$ відповідно. Роль оцінок m_k і μ_k за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ виконують вибіркові моменти: $\widehat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_i^k$, $\widehat{\mu}_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} (x_i - \widehat{m}_1)^k$ (щодо властивостей вибіркових моментів див. *Статистичні оцінки*).

Для багатьох практичних задач досить знати найпростіші характеристики випадкової величини ξ. Такими характеристиками є параметр положення й міра розсіювання. Параметром положення є середнє значення (або математичне сподівання) m_1 величини ξ. Оцінкою за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ для параметра m_1 є вибіркове середнє $\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$. Інший параметр положення — медіана величини ξ. Медіана m випадкової величини ξ — це таке число m, для якого $F(m) \leqslant \frac{1}{2} \leqslant F(m + 0)$ ($F(x)$ є ф. р. й. ξ). Оцінкою медіани є середній член *варіаційного ряду* при непарному n або півсума двох середніх членів варіаційного ряду при n парному. Якщо розподіл симетричний (тобто, коли $P\{\xi - u \leqslant x\} = P\{\xi - u \geqslant x\}$ при кожному x і певному u), то середнє й медіана збігаються. Слід відзначити, що, коли розподіли є симетричними, то оцінка середнього за допомогою вибіркової медіани має малу ефективність. Щоб одержати потрібну точність в оцінці середнього нормального розподілу за допомогою медіани, треба спостережень приблизно на 64% більше, ніж для одержання тієї самої точності за допомогою $\overline{x}$. Найпростішою мірою розсіювання випадкової величини є середнє квадратичне відхилення — кв. корінь з дисперсії випадкової величини. Оцінкою середнього квадратичного відхилення за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ є величина s, де $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$. На практиці часто використовують такі властивості $\overline{x}$ і s. Якщо n достатньо велике, то в інтервалі $(\overline{x} - s, \overline{x} + s)$ міститься близько 2/3 усіх спостережень, а в інтервалі $(\overline{x} - 2s, \overline{x} + 2s)$ — близько 95%, $\overline{x}$ і s^2 — випадкові величини, причому середнє величини $\overline{x}$ дорівнює невідомому середньому, дисперсія $\overline{x}$ дорівнює σ^2/n (σ^2 — дисперсія величини ξ), а середнє s^2 дорівнює $\frac{\sigma^2 (n-1)}{n}$.

Найважливішою задачею М. с. є побудова оцінок невідомих параметрів. У багатьох випадках можна обгрунтувати належність невідомого розподілу випадкової величини до якоїсь сукупності ф. р. й., що залежать від скінченного числа параметрів, напр., встановити, що розподіл є нормальним (у цьому разі невідомих параметрів два — середнє значення й дисперсія). Виникає задача — за вибірковими даними побудувати найкращі можливі оцінки для невідомих параметрів. Методам знаходження оцінок, вивченню їхніх властивостей і порівнюванню різних оцінок та описуванню сукупностей розподілу ймовірностей, які допускають добрі оцінки, присвячено важливий розділ М. с. — теорію оцінок. У цій теорії розрізняють точкові оцінки й інтервальні оцінки. Точкова оцінка — це ф-ція спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ випадкової величини, з якої судять про значення невідомого параметра. Інтервальна оцінка — інтервал з кінцями, що залежать від вибіркових значень, у якому міститься із заздалегідь визначеною ймовірністю значення невідомого параметра (див. *Довірчий інтервал*, *Довірча область*). Теорія оцінок невідомих параметрів пов'язана з теорією перевірки гіпотез. Мірою якості розглядуваних оцінок є звичайно середнє квадратичне відхилення. Тепер використовують і інші міри якості. Велике значення для одержування точних висновків щодо оцінок має відшукування точного розподілу оцінок або описування наближень до деяких добре відомих розподілів (напр., нормального) при великому обсязі вибірки. Точний розподіл оцінок у придатному для застосування вигляді вдається одержати рідко; в зручній формі одержано розподіл оцінок параметрів нормального розподілу.

Методи *регресії* й *кореляції* часто використовують у М. с. при розв'язуванні задач, у яких сумісно розглядають кілька випадкових величин. Якщо випадкові величини є пов'язаними, то виникає задача описати залежність, напр., для оцінки значень однієї величини за спостереженнями іншої. Під залежністю випадкових величин розуміють імовірнісну залежність — задання однієї величини впливає на значення іншої, але не визначає її повністю (тобто залишає випадковою величиною). Прикладами такої залежності є зв'язок зросту дитини та її віку, зросту батька й зросту сина, зросту й ваги людини тощо. Побудова методів описування такого типу залежностей і визначання цих залежностей за результатами експериментів становить зміст регресивного аналізу. Корисною мірою зв'язку між випадковими величинами ξ і η є коеф. кореляції $\rho = \frac{M(\xi - m_\xi)(\eta - m_\eta)}{\sigma_\xi \sigma_\eta}$, де m_ξ, m_η, σ_ξ^2, σ_η^2 — середні значення й дисперсії величин ξ і η. У тому разі, коли $|\rho| = 1$, величини ξ і η є лінійно залежними, тобто $\xi = a\eta + b$ (a і b — постійні числа); якщо $\rho = 0$,

то величини ξ і η наз. некорельованими (для сумісно нормально розподілених ξ і η некорельованість еквівалентна статистичній незалежності). Оцінкою невідомого коеф. кореляції ρ за n парами спостережень (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) величин ξ і η є вибірковий коеф. кореляції $\rho = \frac{1}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_1 \cdot s_2}$, де $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$, $s_1^2 = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$, $s_2^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$. У деяких задачах важливо з'ясувати, чи дорівнює 0 значення ρ. Щоб перевірити цю гіпотезу за вибірковими даними, побудовано спеціальні критерії. Із спец. методів М. с. відзначимо *дисперсійний аналіз*, методи планування експериментів і теорію *послідовного аналізу*.

Історично першими серйозними працями з М. с. є дослідження швейцарського математика Й. Бернуллі (1711, про застосування теоретикоймовірнісного підходу до питань економіки) і дослідження французького математика П. Лапласа (18 ст., перші застосування М. с. в астрономії). Теоретикоймовірнісні методи застосував у деяких випадках до демографії й страхової справи рос. математик В. Я. Буняковський (19 ст.). Нім. математик К. Гаусс (1777—1855) розробив теорію похибок і застосував її до астрономії, а крім того, запропонував метод найменших квадратів, широко вживаний у М. с. (19 ст.). Низку серйозних досліджень, що відносяться до методу найменших квадратів і до властивостей одержуваних при цьому оцінок, провів рос. математик А. А. Марков (1856—1922). Загальну техніку статистичних досліджень стосовно соціальних наук дали в 19 ст. англ. вчений Ф. Галтон і бельгійський математик і статистик А. Кетле. Важливий вклад в М. с. вніс англ. математик К. Пірсон (кінець 19 — початок 20 ст.). Йому належать розподіли Пірсона, метод моментів, критерій χ^2 і деякі інші методи й поняття М. с., статистичні таблиці й конкретні застосування М. с. в кількох галузях науки. Низку важливих сучас. понять і методів М. с. запропонував англ. математик і статистик Р.-А. Фішер (метод максимуму правдоподібності, дисперсійний аналіз і поняття слушності, достатності, ефективності тощо). Праці Р.-А. Фішера зробили великий вплив на розвиток сучас. методів М. с. Ряд плідних ідей М. с., інтенсивно розроблюваних і широко використовуваних тепер, висунули англ. математики Стьюдент (псевдонім В. Госсета) і Е. Пірсон та амер. математики Ю. Нейман і А. Вальд. В СРСР важливі результати в області М. с. одержали В. І. Романовський, Є. Є. Слуцький, А. М. Колмогоров, М. В. Смирнов, В. В. Гнеденко, Ю. В. Линник та Й. І. Гіхман. Повний огляд праць радянських учених у галузі М. с. є в книжках: «Математика в СССР за тридцать лет. 1917—1947» (М.— Л., 1948); «Математика в СССР за сорок лет. 1917—1957» (т. 1—2. М., 1959) і «Математика в СССР 1958—1967» (т. 2, в. 1—2. М., 1969—70). М. с. разом з теорією ймовірностей є осн. матем. апаратом кібернетики при описуванні недетермінованих (стохастичних) систем; її застосовують при оцінці й плануванні надійності складних систем, при побудові за допомогою емпіричних даних моделей різних процесів поведінки й керування, в теорії стохастичних автоматів тощо.

Літ.: Крамер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. М., 1948 [бібліогр. с. 612—620]; Уилкс С. Математическая статистика. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 601—619]. *А. Я. Дороговцев.*

МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЦОМ — комплекс програм, описів та інструкцій, які дають змогу автоматизувати програмування, організувати сумісну роботу всіх пристроїв цифрової обчислювальної машини в процесі підготовки і розв'язування задач. Поняття М. з. ЦОМ виникло в середині 50-х рр. 20 ст., в період становлення й розвитку ЦОМ 2-го покоління, коли стало очевидним, що для ефективного використовування їх необхідно виконати значні й досить трудомісткі роботи з *програмування ЦОМ*.

Розрізняють загальне й спеціальне М. з. ЦОМ. До загального М. з. ЦОМ входять *програми*, здебільшого обов'язкові для організації обчисл. процесу на певній ЦОМ. Досить розвинуте загальне М. з. ЦОМ також наз. *операційною системою*. Спеціальне М. з. ЦОМ складається з програм, орієнтованих на конкретну спеціалізацію *обчислювальної системи*. Ця класифікація відносна, бо в розвитку М. з. ЦОМ намічається тенденція поступово переводити програми спеціального М. з. ЦОМ до складу загального. Програми загального М. з. ЦОМ бувають керуючі й обробні. *Керуючі програми* забезпечують функціонування ЦОМ у процесі підготовки, наладжування й розв'язування задач у найзручніших для користувача режимах. Обробні програми загального М. з. ЦОМ реалізують власне загальні методи обробки інформації в процесі наладжування й розв'язування задач. Обробні програми загального М. з. ЦОМ ділять на програми, що входять у системи програмування й наладжування, і на програми найпоширеніших методів *обчислювальної математики*, обробки *масивів* даних тощо, об'єднувані в *бібліотеки стандартних підпрограм*.

Найтиповішими обробними програмами загального М. з. ЦОМ є *транслятори* (зокрема, з мов *ФОРТРАН*, АЛГОЛ і *КОБОЛ*), *асемблери*, програми обчислювання елементарних функцій, розв'язування систем алгебричних і дифер. рівнянь, сортування, зливання, вибірки тощо. В багатьох випадках до загального М. з. ЦОМ включають програми обробки графічної інформації, які функціонують на базі пристроїв відображення (див. *Екранний пульт*).

Спеціальне М. з. ЦОМ функціонує, як правило, в тісній взаємодії з програмами загального М. з. ЦОМ і реалізує специфічні методи розв'язування задач, які або зовсім не можна розв'язувати програмами загального М. з. ЦОМ або це розв'язування їх є недосить ефективним (за швидкодією або використанням обладнання). ЦОМ 3-го покоління (див. *Електронна обчислювальна машина*) оснащують загальним матем. забезпеченням обсягом у мільйони машинних команд, що дає змогу розв'язувати значну частину задач в *обчислювальних центрах* загального призначення.

Тепер створено великі бібліотеки спеціалізованих програм, описані, як правило, *мовами програмування* високого рівня. Використовування загального і спеціального М. з. ЦОМ в розроблюваних ЦОМ пов'язується з проблемою забезпечення програмної сумісності (спадкоємності) машин на рівні машинних команд. Створення М. з. для нових ЦОМ пов'язане з проблемою ефективної інтерпретації їх на старих машинах для наладжування матем. забезпечення в процесі проектування. Розробка *інтегральних схем* та *запам'ятовувальних пристроїв* і пов'язаний з цим розвиток логічних можливостей ЦОМ привели до виконання багатьох програм загального М. з. ЦОМ безпосередньо в пристроях ЦОМ. Прикладом ЦОМ зі вбудованим загальним М. з. є машини сімейства «МИР». Для поширення програм загального і спеціального М. з. ЦОМ серед користувачів в СРСР організовано асоціації користувачів певного типу ЦОМ і централізовані *фонди алгоритмів і програм*.

Літ.: Фишер Ф. П., Суиндл Дж. Ф. Системы программирования. Пер. с англ. М., 1971; Флорес А. Программное обеспечение. Пер. с англ. М., 1971. *А. І. Нікітін.*

МАТЕМАТИ́ЧНЕ ЗАБЕЗПЕ́ЧЕННЯ ЦОМ ВНУ́ТРІШНЄ — склад алгоритмів і даних, зафіксованих у *цифровій обчислювальній машині* структурним способом (див. *Керування структурне в ЦОМ*). У практиці обчисл. машинобудування склалися певні принципи побудови компонент внутр. МЗ. Константи, як правило, вміщують у запам'ятовувальний пристрій довгочасний (ДЗП). Для фіксації алгоритмів керування є два осн. способи — у вигляді схем *автоматів керуючих* і у вигляді керуючих *кодів* у ДЗП. Обидва ці способи, зрештою, забезпечують утворення необхідних послідовностей мікрокомандних сигналів, тобто мікропрограм (див. *Мова ЦОМ внутрішня*) — в цьому розумінні вони рівнозначні — проте конструктивні відмінності між ними зумовлюють різні галузі застосування їх. Перший спосіб, що його названо апаратним, застосовують, як правило, в усіх машинах і найефективніший він для керування операціями нескладними, але такими, що часто зустрічаються. Другий спосіб, що його наз. здебільшого мікропрограмним, особливо поширився останнім часом і ефективний він для керування складними операціями типу різних вбудованих процедур.

Відповідно до способу використання алгоритми М. з. ЦОМ в. поділяють на стандартні й службові, перші з яких включаються в робочі програми розв'язуваних задач, а другі мають допоміжний характер і викликаються автоматично, без вказівок програміста і *транслятора*.

За функціональним призначенням алгоритми внутр. МЗ можна поділити на два осн. класи — алгоритми системи інтерпретації та алгоритми *операційної системи*. Алгоритми 1-го класу, як правило, охоплюють усю систему інтерпретації програмного рівня внутр. мови, починаючи від аналізу програми й кінчаючи утворенням мікрокомандних сигналів, що зумовлюють виконання відповідних мікрооперацій. Алгоритми 2-го класу є складовою частиною операційної системи. Передусім за допомогою їх реалізуються алгоритми розподілу пам'яті, керування зовн. обладнанням та перериванням і т. п. Тепер спостерігається явна тенденція до просування компонент операційної системи з зовн. у бік внутр. МЗ, а це сприяє підвищенню їхньої ефективності.

Розширення сітки вбудованих стандартних і службових процедур, апаратної та мікропрограмної реалізації ряду компонент операційної системи, розвиток системи М. з. ЦОМ в. загалом можна вважати одним з гол. напрямів розвитку структур ЦОМ. Див. також *Математичне забезпечення ЦОМ*.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вопросы развития структур ЦВМ в связи с системами их математического обеспечения. «Кибернетика», 1967, № 5; Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]. *З. Л. Рабинович.*

МАТЕМАТИ́ЧНЕ ПРОГРАМУВА́ННЯ — див. *Програмування математичне*.

МАТЕМАТИ́ЧНЕ СПОДІВА́ННЯ, середнє значення — числова характеристика розподілу ймовірностей випадкової величини. М. с. *випадкової величини* ξ визначається ф-лою $M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x)$, де $F(x)$ — ф-ція розподілу величини ξ, M — символ М. с. Якщо ξ набуває значення $x_1, \ldots, x_n, \ldots$ з *імовірностями* $p_1, \ldots, p_n, \ldots$, то $M\xi = \Sigma x_n p_n$. Зокрема, якщо ξ набуває скінченного числа значень $x_1, \ldots, x_n$ з однаковими ймовірностями, то $M\xi = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$. Для випадкової величини, що має щільність розподілу $p(x)$, $M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)\,dx$. Відповідно до *великих чисел закону* середнє арифм. $\frac{\xi_1 + \ldots + \xi_n}{n}$ n незалежних результатів спостережень над випадковою величиною ξ при великому n у певному розумінні близьке до М. с. $M\xi$. М. с. існує не для кожної випадкової величини. Якщо скінченний хоч би один з інтегралів $a = \int_0^{\infty} [1 - F(x)]\,dx$, $b = \int_{-\infty}^{0} F(x)\,dx$, то М. с.

існує і дорівнює $a - b$. М. с. суми випадкових величин дорівнює сумі М. с. відповідних доданків, М. с. добутку двох незалежних випадкових величин дорівнює добуткові М. с. співмножників. *М. Й. Ядренко.*

МАТЕМАТИ́ЧНІ МЕ́ТОДИ В ПОЕ́ТИЦІ — кількісні й символіко-логічні методи вивчення художніх текстів і «поетичної мови», що стоїть за цими текстами й виявляється в них. Тією мірою, якою художні тексти розглядаються як джерела для вивчення загальнонародної мови, до них застосовні будь-які математичні методи, використовувані в описовому мовознавстві. Але поетика має й власний історичний досвід використання та розробляння специфічних матем. методів — від перших суто допоміжних арифм. підрахунків до спроб теоретико-множинного та алгебр. моделювання таких центр. понять, як «поетична мова». Розробляти кількісні методи вивчення поетики й теорії поетичної мови почали у своїх працях А. Белий, О. Пєшковський, Б. Томашевський та Б. Ярхо, в укр. літературознавстві — Г. Шенгелі та ін. Новий етап у розвитку М. м. в п. пов'язаний з впровадженням ідей кібернетики, що дало змогу не тільки дати чітке обгрунтування М. м. в п., що їх застосовували раніше, а спричинилися ще до появи нового підходу, що використовує поняття *інформації* та *ентропії*, а також моделювання творчих процесів на ЕЦОМ (див. *Алгоритмізація творчих процесів*). Досвід розробляння М. м. в п. має певну евристичну цінність для самої кібернетики. По-перше, поетика дає приклади описання найскладніше організованих знакових керуючих систем, у моделюванні побудови й функціонуванні яких кібернетика робить лише перші кроки. Загальнокібернетичне значення мають, напр., розроблені поетикою поняття «очуднення» і «ефекту обманутого сподівання». По-друге, поетика вивчає такі порівняно елементарні знакові утворення типу «метрів», на яких можна «програти» процеси, що відбуваються в складніших системах типу природної мови. По-третє, поряд з М. м. в п., спрямованими на вивчення специфічних особливостей художньої мови, існують і М. м. в п., пов'язані з поетикою лише історією свого виникнення й традиційного застосування, а принципово вони застосовні й за її межами, в аналізі найрізноманітніших інформаційних процесів. Такі статистичні методи вивчення словника письменника можна використовувати для автомат. анотування й реферування текстів, а роботи по визначенню інформаційних характеристик художніх текстів стали одним із стимулів дослідження складності автоматів і комбінаторного й алгоритмічних підходів до *інформації теорії*. Поряд з ін. методами й поняттями поетики й літературознавства М. м. в п. застосовують і при цілісному аналізі літературного твору як єдиного художнього організму у взаємозв'язку та взаємодії всіх його структурних планів і рівнів. Кібернетичні задання потрібні й для уточнювання заг. схем літературного процесу.

Найбільших успіхів у застосуванні матем. методів досягнуто у віршознавстві — частині поетики, що вивчає принципи організації вірша як форми мови. Розробляють матем. прийоми опису метрики та її зв'язків з фонетичною та інтонаційною системами мови, побудови моделей і графіків ритму, методу обчислення міри близькості сполук, які римуються, тощо (див. *Структурне віршознавство*). Крім віршознавства, найбільше опрацьовано матем. методи вивчення словника письменника й окремих творів. Виникли вони з потреби визначення авторства анонімних (передусім — античних) текстів, а потім виявилися потрібними для історичної лексикології та стилістики. Різноманітні статистичні коефіцієнти характеризують багатство словника, динаміку його розвитку в часі й усередині одного твору та розподіл слів за лексико-граматичними класами. Проводили досліди щодо порівнювання семантико-тематичних поділів *словників частотних* як своєрідних моделей «світу поета». Висунуто гіпотезу, що часта спільна поява слів у тексті в межах якогось інтервалу фіксованої довжини відображує парадигматичний, мовний зв'язок цих слів. На підставі цієї гіпотези запропоновано алгоритми, які за текстами реконструюють семантичну систему, що стоїть за ними, або розподіляють ці тексти за різними стилями.

З апарату теорії інформації необхідним у застосуванні до художніх текстів виявилося поняття ентропії. А. М. Колмогоров удосконалив експериментальний метод К. Шеннона для визначення ентропії мови й запропонував розмежувати в художніх текстах «ентропії думки» й «ентропії побудови», а також способи оцінки обсягу «локального словника» поета й визначення кількості осмислених текстів однакового обсягу, які задовольняють певні формальні вимоги. Є спроби матем. моделювати тропи і прийоми вираження (математико-логічна модель рос. метафори та способів утворення її Ю. І. Левіна, його ж статистика типів метафори) та обчислення різноманітних типів сюжетів і ситуацій художніх творів (див. *Структурна поетика*). Проблему співвідношення «мови поезії» й «мови науки» вивчають тепер як за допомогою абстрактного моделювання цих понять, так і безпосереднім статистичним зіставленням різних, насамперед — синтаксичних характеристик художніх і наук. текстів. В українському літературознавстві та лінгвостилістиці М. м. в п. застосовують, в основному, як допоміжний засіб структурної типології функціональних стилів сучасної укр. мови.

Літ.: Шенгели Г. Трактат о русском стихе, ч. 1. Органическая метрика. М.— Пг., 1923; Томашевский Б. О стихе. Л., 1929; Ревзин И. Совещание в г. Горьком, посвященное применению математических методов к изучению языка художественной литературы. В кн.: Структурно-типологические исследования. М., 1962; Шайкевич А. Я. Распределение слов в тексте и выделение семантических полей. В кн.: Иностранные языки в высшей школе, в. 2. М., 1963; Левин Ю. И. О некоторых чертах плана содержания в поэтических текстах. В кн.: Структурная типология языков. М., 1966; Конті-

лов В. В., Нікітіна Ф. О. Число й слово. К., 1966; Статистичні параметри стилів. К., 1967; Содружество наук и тайны творчества. М., 1968 [бібліогр. с. 433—449]; Гаспаров М. Л. Работы Б. И. Ярхо по теории литературы. В кн.: Труды по знаковым системам, в. 4. Тарту, 1969; Моль А. Теория информации и эстетическое восприятие. Пер. с франц. М., 1966 [бібліогр. с. 296—327]; Семиотика и искусствометрия. М., 1972. Див. також літ. до ст. *Структурне віршознавство*, *Структурна поетика*.

С. І. Гіндін.

МА́ТРИЦЯ — прямокутна таблиця чисел a_{ik} ($i = 1, 2, \ldots, m$, $k = 1, 2, \ldots n$), яка складається з m рядків і n стовпців:

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{Vmatrix}. \qquad (1)$$

Якщо $m = n$, то М. A наз. квадратною, а число n — її порядком. Числа, що утворюють М., наз. її елементами. Поряд зі скінченними М. виду (1) в математиці вживаються й М., що мають нескінченну кількість рядків або стовпців. М. в математиці найчастіше тлумачать як *оператори*. Мінором k-го порядку матриці A ($k \leqslant m$, $k \leqslant n$) наз. визначник $Д$, складений (зі збереженням порядку) з k^2 елементів М., які лежать на перетині деяких її k рядків і k стовпців (див. схему):

$\|A\| =$ … $\qquad Д =$ …

Найбільший порядок, який можуть мати мінори М., що не дорівнюють нулеві, наз. рангом М.

Застосовують М. при розв'язуванні систем лінійних алгебр. рівнянь (див. *Лінійних алгебричних систем рівнянь способи розв'язування*), в *ігор теорії* (див. *Гра біматрична*, *Ігри матричні*), в матем. аналізі при інтегруванні систем дифер. рівнянь, у механіці й теор. електротехніці, при дослідженні малих коливань мех. і електр. систем, у квантовій механіці та інших областях природознавства. Про класифікацію М. та дії над ними див. *Алгебра матриць*.

О. Т. Хавро

МА́ТРИЦЯ ДРУ́ГИХ МОМЕ́НТІВ випадкового вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ — квадратна матриця n-го порядку $B_\xi = \|b_{ij}\|$, де $b_{ij} = M\xi_i\xi_j$ — мішані моменти 2-го порядку величин ξ_i та ξ_j, ($i, j = 1, 2, \ldots, n$). М. д. м. існує, якщо для всіх k ($1 \leqslant k \leqslant n$), $M\,\xi_k^2 < \infty$. М. д. м. є симетричною і невід'ємно визначеною: $b_{ij} = b_{ji}$ і при будь-яких дійсних $t_1, t_2, \ldots, t_n$

$$\sum_{i,j=1}^{n} b_{ij} t_i t_j = \sum_{i,j=1}^{n} M\xi_i\xi_j t_i t_j = M\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i t_i\right)^2 \geqslant 0.$$

Нехай $a = M\xi = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, де $a_k = M\xi_k$. М. д. м. D_ξ вектора $\xi - a$ наз. дисперсійною матрицею вектора ξ; $D_\xi = \|d_{ij}\|$, де $d_{ij} = M(\xi_i - a_i)(\xi_j - a_j)$ — мішані центральні моменти 2-го порядку величин ξ_i і ξ_j. При $i = j$ $d_{ij} = D\xi_i$, при $i \neq j$ $d_{ij} = r_{ij}\sqrt{D\xi_i D\xi_j}$, де r_{ij} — коеф. *кореляції* між координатами ξ_i і ξ_j вектора ξ. Якщо координати вектора ξ взаємно незалежні, то $d_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Протилежне твердження у заг. випадку невірне, але якщо розподіл ξ нормальний і $d_{ij} = 0$ при $i \neq j$, то його координати взаємно незалежні. Дисперсійна матриця вектора ξ, взагалі кажучи, характеризує ступінь лінійної залежності між його координатами. Якщо рані матриці D_ξ дорівнює r ($0 \leqslant r \leqslant n$), то між координатами вектора ξ існує $n - r$ лінійно незалежних лінійних співвідношень, і, отже, його розподіл зосереджений в r-вимірній підмножині n-вимірної множини. М. д. м. використовують для визначення точності оцінок невідомих параметрів. У випадку нормального розподілу вектора ξ М. д. м. разом з *математичним сподіванням* є повною характеристикою вектора ξ.

М. П. Слободенюк.

МА́ТРИЦЯ ЗАПАМ'ЯТО́ВУВАЛЬНА — сукупність конструктивно зв'язаних запам'ятовувальних елементів (феритових осердь, плівкових магнітопроводів та ін.), розміщених на площині в порядку, зручному для побудови нагромаджувача. Як конструктивний вузол М. з. призначено для забезпечення технологічності виготовлення *нагромаджувача;* використовують її переважно в *запам'ятовувальних пристроях* з координатною системою вибирання. *Запам'ятовувальні елементи* в матриці розміщуються на перетині взаємно перпендикулярних координатних шин. За способом виготовлення розрізняють інтегральні й збірні матриці. Для перших характерним є те, що матриці виготовляють з усіма запам'ятовувальними елементами в одному технологічному циклі (напр., матриці на тонких магнітних плівках, багатоотвірні феритові матриці). Виготовленню збірної матриці передує виготовлення і відбирання запам'ятовувальних елементів, які потім монтують у матрицю. Одна або кілька матриць, з'єднаних координатними шинами, утворюють касету. В касеті, як правило, розміщено запам'ятовувальні елементи або одного розряду всіх комірок, або кілька повнорозрядних комірок нагромаджувача. Кілька касет, з'єднаних між собою по координатних шинах, становлять нагромаджувач. Залежно від типу матриць і технології виробництва їх координатні шини наносять або в процесі виготовлення (складання) матриць, або під час виготовлення касет. Іноді частину координатних шин наносять, виготовляючи матриці, а частину—

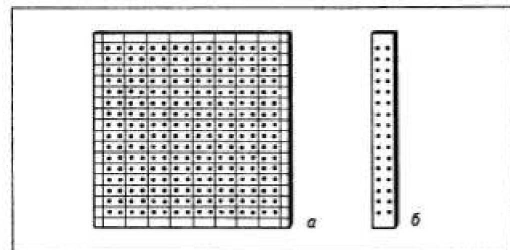
складаючи касети або нагромаджувач. Запам'ятовувальних елементів у матриці може бути від кількох десятків до кількох тисяч. Кількість їх залежить в інтегр. матрицях від прийнятого виходу придатних матриць, а в збірних — від технологічності складання.
М. К. Бабенко.

МА́ТРИЦЯ НА́ВЧУВАНА — найпростіший розпізнавальний пристрій, що грунтується на обчислюванні скалярних добутків вектора-зображення на вектори-еталони. Кожний з цих добутків відповідає одному з розпізнаваних класів. М. н. вказує номер класу, *еталон* якого забезпечує макс. значення скалярного добутку. Навчання М. н. полягає в обчислюванні векторів-еталонів усередненням або підсумовуванням зображень *навчальної вибірки*, віднесених учителем до одного класу. М. н. може розв'язувати деякі найпростіші задачі *розпізнавання образів*. Поява систем типу М. н. (як і систем «адалін» і «мадалін») у період зародження теорії розпізнавання образів відіграла певну позитивну роль у становленні цієї теорії.

Літ.: Steinbuch K., Widrow B. A critical comparison of two kinds of adaptive classification networks. «IEEE transactions on electronic computers», 1965, v. EC-14, № 5.
М. І. Шлезінгер.

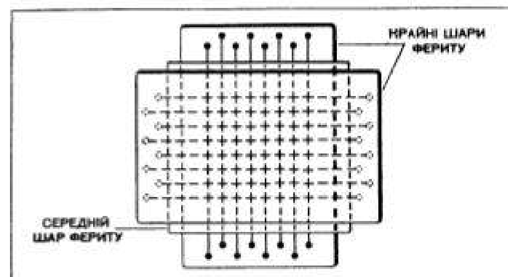
МА́ТРИЦЯ ФЕРИ́ТОВА БАГАТОО́ТВІРНА — масив запам'ятовувальних елементів, що утворюються довкола отворів у пластинці феромагнетику з прямокутною петлею гістерезису. Робота *запам'ятовувального елемента* в М. ф. б. грунтується на властивості феромагнетику стійко зберігати залишкову намагніченість і змінювати її під дією зовнішнього магн. поля, що його створює електр. струм у провідниках, які проходять крізь отвори (див. мал.).

Конструктивно М. ф. б. виготовляють у вигляді монолітної пластини або складають із т. з. числових лінійок, які зберігають одне повнорозрядне число. Один із селектуючих проводів матриці для спрощення монтажу *нагромаджувача* наносять звичайно друкарським способом. *Запам'ятовувальні пристрої* (ЗП) на М. ф. б. будують, як правило, за системою з безпосереднім вибиранням, а самі матриці виготовляють, використовуючи двоотвірні елементи. Для комутації адресних керуючих струмів використовують магнітні або магніто-діодні комутатори, основою яких також є багатоотвірні пластини, але трохи товщі і з більшими отворами. Завдяки можливості виготовляти отвори малого діаметра (0,16 *мм* і менші) нагромаджувачі на М. ф. б. відзначаються великою густотою розміщення запам'ятовувальних елементів. Для керування ними потрібні порівняно невеликі струми й потужності, й завдяки цьому можна використовувати мікроелектронні схеми керування. За основними параметрами ЗП на М. ф. б. належать до швидкодіючих *оперативних запам'ятовувальних пристроїв* малої ємності з циклом звертання — порядку 0,5—2 *мксек* і ємністю — кілька сот чисел. Використовують їх переважно в *спеціалізованих обчислювальних машинах.*
М. К. Бабенко.



Матриця феритова багатоотвірна.

МА́ТРИЦЯ ФЕРИ́ТОВА ШАРУВА́ТА — набір *запам'ятовувальних елементів*, які утворюються навколо перехресть ортогональних провідників із струмом у фериті з прямокутною петлею гістерезису. М. ф. ш. пресують із трьох шарів фериту (див. мал.): двох крайніх — з нанесеними провідниками й одного середнього — без провідників; потім матрицю відпалюють. Залежно від товщини середнього шару кожне перехрестя еквівалентне феритовому осердю, *біаксу* та ін. З М. ф. ш. будують *запам'ятовувальні пристрої* (ЗП), переважно системи $2D$ з одним або двома перехрестями набіт. За осн. параметрами ЗП на М. ф. ш. належать до швидкодіючих *оперативних запам'ятовувальних пристроїв.* Розміри елементів М. ф. ш., а отже й струми керування, — невеликі, густота розміщення елементів велика, спосіб виготовляння — інтегральний. Усе це робить М. ф. ш. перспективними для машин на *інтегральних схемах.*
Ю. В. Остапенко.



Матриця феритова шарувата.

МА́ТРИЧНІ І́ГРИ — див. *Ігри матричні.*

МАШИ́НА — 1) Сукупність механізмів, що здійснюють задані доцільні рухи для перетворення енергії, виконання робіт або для збирання, передавання, обробки й використання інформації. Всю багатоманітність М. поділяють на три осн. класи: М.-двигуни, за допомогою яких один вид енергії перетворюється на інший, зручний для експлуатації; робочі М. (М.-знаряддя), за допомогою яких змінюється форма, властивості, стан і положення об'єкта праці; М., що виконують замість людини деякі ф-ції розумової праці (лічильні М., обчислювальні М.). У процесі розвитку техніки виник сучасний маш. агрегат (автомат, автомат. лінія), що є комплексом, у роботі якого поряд з елемента-

ми розвинутої робочої М. беруть участь механізми й апарати керування (механічні, електричні, електронні). Тенденцією розвитку М. є створення комбінованих М.-комбайнів та автомат. заводів. Важливу роль у розвитку М. відіграють сучасні гідромех., пневматичні, електромех., а особливо електронні пристрої, за допомогою яких можна створювати слідкуючі системи, які автоматично керують і регулюють процеси, що їх виконують М.

З розвитком автоматизації, особливо у зв'язку з виникненням *кібернетики*, поняття М. дуже розширилося (див. *Біоніка, Цифрова обчислювальна машина*). 2) Абстрактне математичне поняття, синонім поняття *автомат*. У кібернетиці термін «машина» найчастіше використовують на позначення нескінченних автоматів (напр., *Тьюрінга машина*), а для *автоматів скінченних* частіше вживають термін «автомат».

Літ.: Машина. М., 1959 [бібліогр. с. 503—509]; Пути развития техники в СССР. 1917—1967. М., 1967 [бібліогр. с. 263—273]. *Д. К. Лісенбарт.*

МАШИ́НА ЦЕНТРАЛІЗО́ВАНОГО КОНТРО́ЛЮ — *керуюча обчислювальна машина*, що автоматично виконує функції контролю і реєстрації параметрів технологічного процесу.

МАШИ́ННА ЗМІ́ННА — фізична величина (струм, кут повороту вала, електрична напруга, час тощо), яка змінюється за заданими в *аналоговій обчислювальній машині* математичними співвідношеннями (машинними рівняннями) й пов'язана з незалежною величиною t й залежними x, y, ... змінними розв'язуваної задачі, співвідношеннями $X = m_x x$, $Y = m_y y$, ..., $\tau = m_t t$, де m_x, m_y, ..., m_t — розмірні масштабні коеф. В універсальних АОМ залежними М. з. є електр. напруги, а незалежною — час. Масштабні коеф. вибирають, виходячи з умови точності й еквівалентності маш. рівнянь розв'язуваної задачі. Масштабні коеф. вибирають так, щоб М. з. набували за величиною якомога більших значень у межах допустимого діапазону (100, 50 або 10 *в*). При $\tau = t$ (якщо t — час) моделювання провадять у реальному масштабі часу. При $m_t > 1$ досліджуваний процес «розтягують», при $m_t < 1$ «стискують». Масштабні коеф. можуть бути змінні: $m_x(\tau)$, $m_y(\tau)$, ..., зокрема при розв'язуванні «нестійких» задач. *В. А. Земцев.*

МАШИ́ННЕ ПРОЕКТУВА́ННЯ ІНТЕГРА́ЛЬНИХ СХЕМ — автоматизація етапів розробки й виробництва інтегральних схем та їхніх елементів за допомогою *електронних обчислювальних машин*. *Інтегральні схеми* (ІС) є основою елементної бази обчисл. машин 3-го покоління, а М. п. і. с. — один з етапів *автоматизації проектування ЦОМ*. Автоматизована система М. п. і. с. — це комплекс взаємопов'язаних *алгоритмів* і *програм*, які входять у такі підсистеми: 1) структурного й логіч. моделювання функціональних схем; 2) аналізу й моделювання принципових схем; 3) проектування топології; 4) статистичного проектування й оптимізації; 5) програмного забезпечення роботи спеціалізованих пристроїв виготовлення шаблонів; 6) матем. забезпечення тех. засобів машинного проектування. Структура автоматизованої системи М. п. і. с. не залежить від конкретної елементної бази й технології, зміну яких визначають вірогідністю *моделей математичних*, вибором методів формування рівнянь, проектуванням топології та послідовністю функціонування підсистем.

Переваги М. п. і. с. стосовно скорочення термінів, затрат і підвищення якості ІС виявляються повною мірою лише при наскрізній автоматизації всіх етапів проектування й комплексному розв'язуванні задач. Застосовувати машинне проектування можна за таких осн. умов: 1) коли повністю досліджено варіанти схеми ще до втілення в «масках» або «шаблонах», оскільки без зміни останніх не можна змінювати компоненти схеми, щоб оптимізувати її якість; 2) коли є взаємозв'язок між етапами проектування ІС (особливо для *великих інтегральних схем*), у якому результати одного етапу, напр., електр. розрахунку схем, є первісними даними для інших, напр., для проектування топології, а результати топологічного вирішення в свою чергу безпосередньо визначають параметри схеми і, отже, впливають на результати електр. розрахунку; 3) при ручній перевірці працездатності схем на всіх етапах розробки й перевірки відповідності: функціональних структурних схем — логічним і матем. рівнянням, принципових електр. схем — функціональним структурним схемам, топологічних схем — принциповим електр. схемам, фотошаблонів — топологічним схемам, виготовлених схем — первісним логіч. і матем. рівнянням; 4) якщо взаємно додержано технологічних, конструктивних і схемних вимог і обмежень, обумовлених неминучим статистичним характером технологіч. процесу виробн. й можливостями застосовуваних тех. і технологіч. засобів і обладнання.

Наявне теор. обгрунтування й програмне забезпечення М. п. і. с., в основному, стосується розгляду окремих етапів проектування, зокрема, аналізу й моделювання компонентів схем. Останнім часом виконано ряд досліджень з *системного підходу* до автоматизації проектування.

Для ІС, у яких є, напр., МДН-транзистори, матем. забезпечення 1-ї підсистеми складається з програм, які забезпечують автомат. формування логіч. моделі МОН—ІС, що являє собою систему *булевих функцій*, її аналіз, діагностику та необхідне коригування. Початковими даними для програми логіч. моделювання є система рівнянь безпосередніх зв'язків ІС і система тестових параметрів. Вихідною інформацією 1-ї підсистеми є таблиця перетворених на ЕОМ рівнянь безпосередніх зв'язків з урахуванням обмежень, накладених на вибрану елементну базу, і вимог «замовника». Цю інформацію (разом з переліком технологіч. і топологіч. обмежень) використовують як первісну в 3-й підсистемі. Програми цієї підсистеми здійснюють підго-

товку на ЕОМ «комутаційної» схеми ІС, на якій фіксуються за допомогою умовних координат місця розташування комутаційних (алюмінієвих і дифузних) шин, МОН-транзисторів, контактних площинок тощо. Спец. підпрограми забезпечують перераховування топологічних параметрів «комутаційної» схеми в електр. параметри транзисторів та робочих і вузлових ємностей і виконують електр. розрахунок, аналіз і коригування параметрів «критичних» каскадів (використовуючи програми 2-ї та 4-ї підсистем). Автомат. формування масивів переходу від умовних координат геом. фігур до дійсних координат, компонування топологіч. кресленика (з промальовуванням для контролю на графопобудовнику за допомогою програм 4-ї підсистеми) виконується з урахуванням стикування логіч. каскадів і елементів облямування ІС. Програми 4-ї підсистеми зберігають у бібліотеці готових топологіч. вирішень, записаній у довгочасному ЗП ЕОМ. За допомогою програм 5-ї підсистеми здійснюється автомат. підготовка початкових даних (на перфострічці й перфокартках) для програмного керування виготовленням шаблонів на спеціалізованих пристроях (координатографі або фотонабірній установці). Використовуючи реєстр технологіч. і топологіч. обмежень (бібліотека 4-ї підсистеми), програми 3-ї підсистеми розміщують елементи схеми на підкладі, проводять трасування міжз'єднань, коригування в розміщенні елементів ІС і міжз'єднань на підкладі.

Вихідною інформацією автоматизованої системи є топологічний кресленик ІС і *перфораційна стрічка (перфораційна карта)* для виготовлення фотошаблонів.

Окремі програми 3-ї, 5-ї та 6-ї підсистеми можна виділити в підсистему тех. проектування — перетворення початкової інформації та формування вихідної інформації з випуском документів і перфострічок (перфокарток, магн. стрічок) для спеціалізованих пристроїв та обладнання (див. «*Київ-67*»).

Застосування автоматизованої системи М. п. і. с. дає найбільший техніко-економічний ефект у галузі проектування схем дискретної техніки завдяки існуючій тут уніфікації та стандартизації елементної бази (див. *Стандарти з обчислювальної техніки*). Розробку й запровадження методів М. п. і. с. спрямовано на скорочення (а з часом і на повне усунення) ручної праці, на підвищення продуктивності праці в галузі приладобудування.

Літ.: Сигорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. К., 1970 [бібліогр. с. 381—392]; Автоматизация проектирования радиоэлектронной аппаратуры. «Обмен опытом в радиопромышленности», 1971, № 7, 1972, № 4; Ильин В. Н. Машинное проектирование электронных схем. М., 1972 [бібліогр. с. 274—278]; Моралев С. А. [та ін.]. Система машинного проектирования БИС на МОП-транзисторах. «Электронная промышленность», 1972, № 2; Калахан Д. Методы машинного расчета электронных схем. Пер. с англ. М., 1970; Мэдленд Г. Р. [та ін.]. Интегральные схемы. Основы проектирования и технологии. Пер. с англ. М., 1970; Машинный расчет интегральных схем. Пер. с англ. М., 1971.

В. Г. Табарний.

МАШИННЕ СЛОВО — послідовність символів, яка займає одну комірку пам'яті машини. Зокрема, М. с. може бути командою, числом або буквеночисловою послідовністю. Звичайно М. с. обробляється і передається схемами обчислювальної машини як єдине ціле, хоч у деяких обчислювальних машинах можлива обробка й частин М. с.

Д. М. Тодорой.

МАШИННИЙ «ІНТЕЛЕКТ» — сукупність таких характеристик обчислювальної машини як запас відомостей у ній і здатність поповнювати його шляхом навчання; ступінь «розуміння» *мов програмування* високого рівня, ступінь структурного втілення методів перероблення інформації та організації обчислювального процесу загалом. Ці характеристики імітують такі риси людського інтелекту: ерудицію, здатність набувати досвід, кмітливість та організованість у процесі діяльності. Звідси й походить термін машинний «інтелект», осн. риси якого для зручності можна охарактеризувати так: машинна ерудиція і сприйнятливість, розуміння вхідних мов, відносна швидкість реакції й рівень організації. М. «і.» як сукупність цих властивостей характеризує ті можливості машини, які залежать від *алгоритмічної структури ЦОМ* і виявляються здебільшого у сфері взаємодії машини з користувачем (безпосередньо і через інші об'єкти зовн. середовища). Отже, поняття М. «і.» відображує потребу розвивати структуру обчисл. машин, оскільки ЦОМ використовують різні фахівці. Це поняття є принципово відмінним від поняття «штучний інтелект», який є моделлю певних властивостей інтелекту — незалежно від характеристик засобів моделювання. Водночас рівень М. «і.» істотною мірою позначається на можливостях та ефективності застосування цих засобів для представлення штучного інтелекту.

М. «і.» втілюється у внутрішньому та квазівнутрішньому матем. забезпеченні (МЗ) машини (див. *Математичне забезпечення ЦОМ внутрішнє*). Відповідно до цього всі алгоритми та інші компоненти М. «і.» завжди (тобто без попередньої «ручної» підготовки до роботи з ними) доступні для використання, незалежно від способу реалізації їх як того чи іншого виду машинного устаткування. Водночас вибір способів реалізації компонентів М. «і.» залежить від їхніх функцій, призначення машини, економічних та інших факторів. При цьому найбільшої ефективності й надійності процесу матем. експлуатації машини домагаються здебільшого тоді, коли вдаються до перших двох способів. Ці способи перевершують третій щодо вартості. Важливою особливістю поняття М. «і.» є можливість виробляти кількісні оцінки його рівня як показника пристосованості машини до розв'язування різноманітних задач і до ефективної *взаємодії людини з обчислювальною машиною* (отже, і порівнювання різних машин за цим показником). До запасу відомостей, які зберігають і характеризують машинну ерудицію, включають стандартні й службові алгоритми (при-

значені для виконання обчисл. і керуючих процедур), константи, заповнювані форми (структури таблиць) та дані, що їх одержують у процесі навчання і експлуатації машини і використовують, розв'язуючи наступні завдання. Характерною рисою використання всієї цієї інформації («знань» машини) в процесах програмування, наладжування і розв'язування при достатньо високому рівні М. «і.» є простота й оперативність. Завдяки тому, що машина «розуміє» завдання, його можна виконувати безпосередньо за допомогою інтерпретації, тобто цілком зрозумілим є те завдання, що записане на програмному рівні внутр. мови машини як робоча програма (див. *Інтерпретація мови структурна*). Отже, ступінь «розуміння» машиною алгоритм. мов програмування визначається співвідношенням між цими мовами та програмним рівнем внутр. мови. Те, що в програмному рівні передбачено елементи й конструкції алгоритм. мов, підвищує ступінь «розуміння» їх машиною. Внаслідок цього спрощується система трансляції, підвищується ефективність реалізації програм, які складаються алгоритм. мовою, полегшується процес підготовки й наладжування задач тощо, але при цьому ускладнюється система структурної інтерпретації внутр. мови. Тенденція до збільшення ступеня «розуміння» алгоритм. мов виявляється досить виразно, особливо тоді, коли машини використовують для роботи в *діалога режимі*.

Ця риса М. «і.» характеризується прискореним виконанням операцій, суміщенням процесів, організацією обчисл. процесу засобами самої машини (напр., втіленням у її структурі компонент *операційної системи*). Тут охоплюється досить широке коло принципів, пов'язаних зі структурно-конструктивними особливостями машини та з техніко-організаційними особливостями процесу її матем. експлуатації. Тенденція підвищувати М. «і.» зумовлюється зростанням вимог до машин, водночас розвиток їхньої конструктивно-технологічної бази сприяє реалізації цієї тенденції.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Фогель Л., Оуэнс А., Уолш М. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 220—228].

З. Л. Рабинович.

МАШИННИЙ ПЕРЕКЛАД, автоматичний переклад — у вузькому розумінні — переклад текстів з однієї природної мови іншою за допомогою електронних обчислювальних (універсальних або спеціалізованих) машин; у широкому розумінні — галузь наукових досліджень, пов'язаних зі створенням систем М. п. в зазначеному вище розумінні.

Питання про можливість використання ЦОМ для перекладу з однієї природної мови іншою вперше постало в США 1947. З 1954 розпочалися дослідження з М. п. в СРСР. Тепер (1973) роботи в цій галузі ведуться в СРСР, США, Франції, Великобританії, НДР, Чехословаччині, Болгарії, Угорщині, Канаді, Японії, ФРН, Італії та ін. країнах.

В системах М. п. (у вузькому розумінні цього терміна) здебільшого розрізняють такі складові частини: словник (див. *Словник автоматичний*), алгоритм і програму, що його реалізує. Спочатку лінгвістичні відомості про обидві мови (мови, з якої перекладається, і мови, якою перекладають), не виділяли як щось самостійне, тобто вони не становили опису мови, відокремленого від правил перекладу. Дані про мови частково містилися в різних правилах алгоритму, до того ж в одному правилі могли використовувати відомості дуже різноманітного характеру. З часом почали розрізняти: відомості про мову; форму запису цих відомостей — використовуваний формалізм; власне алгоритм, тобто правила роботи, сформульовані засобами прийнятого формалізму і не залежні від конкретного запасу лінгвістичних відомостей. Хоча такий поділ є загальноприйнятим, і тепер під терміном «алгоритм М. п.» часто розуміють і власне алгоритм, і відомості про мову, записані в прийнятій формі. При такому широкому розумінні слова «алгоритм» саме алгоритм і є осн. частиною системи М. п., бо словник і програма залежать від нього. Тому, коли говорять про різні підходи до побудови систем М. п., насамперед мають на увазі різні підходи до побудови алгоритмів М. п. В роботі по створенню алгоритмів перекладу можна виділити (дещо наближено й умовно) три етапи і говорити відповідно про системи М. п. 1-го, 2-го і 3-го поколінь.

У системах 1-го покоління алгоритми мали бінарний характер, тобто були розраховані лише на обидві мови (мову, з якої перекладають, і мову, якою перекладають). При цьому аналіз перекладуваного тексту було орієнтовано на властивості вихідної мови, тобто при обробці тексту вхідною мовою ставили завдання з'ясувати дані не тільки про перекладуваний текст, а й відразу й про перекладений; інакше кажучи, аналіз і синтез досить тісно перепліталися один з одним. Як правило, такі алгоритми були послідовно одноваріантними, тобто їхньою кінцевою метою було — одержати один варіант перекладу для кожної фрази і, крім того, для всіх тих випадків, коли виникала необхідність зробити вибір з якогось кола можливих, пропонувався рецепт вибору однієї з них. При цьому в одних алгоритмах повернутися до місця, де рішення вже було прийнято, було вже неможливим, в інших передбачалися способи відзначати такі сумнівні місця, щоб до них можна було повернутися, якщо за якимись ознаками вдавалося встановити незадовільність результату. В системах 1-го покоління опис властивостей мов не виділяли в самостійну частину.

У системах 2-го покоління відбулося відокремлення аналізу від синтезу в такому розумінні: аналіз став незалежним від мови, якою перекладають, його метою стало з'ясувати будову перекладуваного тексту і записати результат у вигляді деякого представлення цього тексту в певній формі (див. *Синтаксичний аналіз автоматичний природних*

мов); синтез став незалежним від мови, з якої перекладають, його метою стало розгорнути задане йому представлення в текст вихідною мовою. Системи 2-го покоління вже не орієнтовано на одержання одного варіанту і прийняття одного рішення в кожному сумнівному випадку. Такий підхід замінили багатоваріантним аналізом, тобто підходом, що грунтується на перебиранні можливостей і розгалуженні процесу. Аналіз і синтез у цих системах стали поділяти на рівні (відповідно до розчленування рівнів у мові). Крім того, в системах 2-го покоління відбувся згаданий вище поділ алгоритму на власне алгоритм і на дані про мову, записані з використанням певного формалізму. Системи 2-го покоління — це здебільшого системи, в яких основну увагу приділено етапові синтаксичного аналізу, що завершує аналіз вхідного тексту. Синтез у них відіграє в певному розумінні допоміжну роль, він здебільшого набагато бідніший і простіший за аналіз.

До систем 3-го покоління можна віднести системи, в яких, по-перше, з'являються етапи семантичного аналізу й синтезу; по-друге, змінюється співвідношення між аналізом і синтезом: аналіз перестає бути центром системи, ступінь складності й «навантаження» аналізу та синтезу вирівнюються, синтез також стає багатоваріантним. Це означає, що синтез спрямовано вже не на один варіант, а на побудову багатьох варіантів тексту за заданою структурою з використанням перефразування (див. *Модель «смисл ↔ текст»*). В усьому іншому системи 3-го покоління зберігають багато рис систем 2-го покоління: незалежність аналізу та синтезу, їхню розчленованість на рівні, орієнтацію на перебірковий (фільтровий) підхід в аналізі виділення власне алгоритму й наявність сформульованих формалізмів для записування відомостей про мову (зокрема, використання *граматик формальних*).

Процес перекладання тексту машиною поділяють на кілька етапів. У різних системах М. п. вони дещо різняться, проте можна подати повну заг. схему, яка досить характерна для систем 2-го і 3-го поколінь (системи 1-го покоління тепер не будують).

Заг. схему й відхилення, що зустрічаються, можна описати так. У деяких випадках початкові машинної переробки тексту передує підготовчий етап. Він може включати в себе або досить складне передагування тексту, або лише якесь нескладне розмічання (напр., запровадження спец. знаків для формул тощо). Текст надходить у машину в закодованому вигляді. За цілковитої автоматизації перекладу введення надалі здійснюватиметься за допомогою *читаючих автоматів*. Тепер введення здійснюється шляхом перекодування тексту на перфокарти або записування його на магнітну стрічку і т. ін. Першим етапом машинної переробки тексту є здебільшого етап пошуку слів в автоматичному словнику, що зберігається в запам'ятовувальному пристрої машини. Наступним є етап обробки словосполучень, які не можна перекласти послівно. У разі, коли використовується словник основ, після цих двох етапів починається морфологічний аналіз. Далі йде етап синтаксичного аналізу, а після нього — етап семантичного аналізу, яким і закінчується аналіз. У результаті аналізу одержують певне представлення перекладуваного тексту, записаного мовою-посередником. Синтез перекладеного тексту містить етапи, що відповідають переліченим етапам аналізу, але йдуть вони у зворотному порядку. Так, синтез починається з семантичного синтезу, далі йде етап синтаксичного синтезу, за ним — етап морфологічного синтезу, яким закінчується машинна обробка тексту. Після цього машина друкує одержаний переклад (після машинної обробки тексту людина може здійснювати постредагування одержаного перекладу).

Можуть бути й такі відхилення від наведеної вище схеми. У випадку, коли в словнику містяться не основи слів, а словоформи повністю, морфологічного аналізу не провадять. У деяких системах перекладу, де використовують словник основ, першим здійснюють морфологічний аналіз. Він полягає у відтинанні від слів закінчень та одержанні основ, які після цього відшукуються в словнику основ. Етапів семантичного аналізу та синтезу в системах 1-го і 2-го поколінь немає, в повному обсязі їх поки що немає в жодній системі, хоч те, що вони необхідні, тепер усі дослідники розуміють. В деяких системах є ті чи інші розділи, що являють собою спроби семантичного перероблення тексту (такою є, напр., система російсько-французького М. п., створена в Гренобльському ун-ті у Франції). З'являються й праці, в яких пропонують починати семантичний аналіз без попереднього синтаксичного аналізу. В ряді алгоритмів між аналізом та синтезом є й проміжний етап — перетворення, або «власне переклад». Його метою є переробка результату аналізу, тобто представлення перекладуваного тексту, одержаного при аналізі, на представлення, яке може бути вихідним матеріалом для синтезу, тобто на таке представлення, в якому враховано особливості вихідної мови (такою є, напр., система англо-російського перекладу, що її розроблено в Ленінградському ун-ті). В більшості існуючих систем об'єктом, над яким працюють, є одна фраза тексту, при цьому навіть для однієї фрази кожний з названих вище етапів може повторюватись кілька разів (стільки, скільки варіантів фрази доходить до цього етапу).

Працю в галузі М. п. в широкому розумінні можна поділити на працю, спрямовану безпосередньо на створення систем перекладу (створення словників, граматик тощо) та на реалізацію їх на ЦОМ, і на працю над глибоким теор. розроблянням тих чи інших проблем матем. або лінгвістичного характеру, розв'язати які треба для створення ефективних систем перекладу. Безпосереднє розроблення систем М. п. вимагає від лінгвістів,

щоб було розв'язано такі завдання: 1) визначено запас лінгвістичних відомостей, що використовуватиметься в системі (напр., встановлено критерії, за якими відбуватиметься класифікація слів, та одержано класи слів згідно з цими критеріями); 2) створено словник, тобто відібрано реєстр слів і приписано словниковим одиницям набори ознак; 3) створено докладні граматики для всіх рівнів мови, зокрема, сформульовано лінгвістичні вимоги (фільтри, правила переваги) до кожного рівня представлення тексту. Проблему виділення різних рівнів представлення тексту в процесі перетворювання мають розв'язувати разом математики й лінгвісти. Математики розв'язують такі завдання: 1) створюють формалізми для описування кожного рівня представлення тексту, або, інакше кажучи, для описування вхідних та вихідних даних кожного етапу; 2) вивчають будову власне алгоритмів у системах перекладу й розробляють ефективні алгоритми для всіх етапів процесу перекладу, тобто для переходу від рівня до рівня; 3) розробляють спец. мови для опису цих алгоритмів.

Є кілька осн. проблем реалізації систем М. п. на ЦОМ. Питання кодування інформації. Сюди відносять, по-перше, кодування інформації в словниках. Оскільки великі автомат. словники містять тисячі слів з докладною інформацією про них, то ці словники зберігаються здебільшого в зовнішніх, повільно діючих запам'ятовувальних пристроях (напр., на магнітних стрічках або барабанах). Тому доводиться дбати про такі методи кодування інформації, які були б зручні для роботи системи перекладу й водночас не потребували великих затрат машинного часу на звертання до цих повільно діючих запам'ятовувальних пристроїв. По-друге, на різних етапах роботи систем М. п. зручно мати різні форми записування й кодування перероблюваного матеріалу, при цьому тут важливо знайти такі способи кодування, щоб було зручно працювати на кожному етапі й щоб перехід від одного способу кодування до іншого не потребував великої роботи машини. Питання програмування. Реалізація систем М. п. вимагає розроблення специфічних методів програмування. Це пов'язане, по-перше, з тим, що алгоритми перекладу мають спеціальну й дуже складну структуру. Цим вони істотно відрізняються від обчисл. алгоритмів, на які орієнтоване і звичайне програмування (у т. ч. створення мов програмування типу АЛГОЛ, *ФОРТРАН* тощо), і саме конструювання ЦОМ. По-друге, спільною властивістю систем М. п., що їх здійснювали досі на ЦОМ, є те, що всі вони відкриті, тобто, що системи М. п., навіть реалізовані на машині, ще доопрацьовують, виправляють і розширюють. Більше того, часто розроблення алгоритму здійснюється значною мірою в процесі експериментів, що їх проводять на машині. Це пояснюється тим, що перекладацькі системи дуже складні, кількість враховуваних у них факторів дуже велика і створити «на папері» цілком готовий алгоритм, у якому все узгоджено й перевірено, дуже важко; перевірити алгоритм та його окремі частини на великих масивах тексту можна тільки в процесі машинного експерименту. При цьому здебільшого виявляється, що саме в алгоритмі треба змінити чи доповнити. Тому треба вміти швидко й легко змінювати програми, що реалізують алгоритм М. п. Дві зазначені особливості зумовлюють необхідність розробляти для систем М. п. спеціальні мови різного призначення: для описування алгоритмів, для описування програм тощо.

Дослідження, спрямовані на побудову систем перекладу і на розробку різних лінгвістичних проблем у зв'язку з побудовою таких систем, викликали до життя зовсім нові підходи в лінгвістиці (див. *Лінгвістика прикладна*). Побудова систем М. п. дала можливість практично опробувати лінгвістичні теорії, бо це вимагало такого опису мовних фактів, яке дало змогу створити алгоритм. імітацію опанування мовою хоча б у процесі перекладання з однієї мови на іншу; ця алгоритм. імітація перевіряється машинним експериментом. Перегляд і впорядкування системи лінгвістичних понять і теорій, що їх розпочато на базі М. п., та вимога високої логіко-матем. чіткості привели до створення нового наукового напряму — побудови моделей мови (див. *Мови моделі аналітичні*, *Мови моделі математичні*).

Зв'язок досліджень у галузі М. п. із загальнокібернетичною і, зокрема, математико-кіберн. проблематикою визначається такими факторами. *Кібернетика* вивчає процеси керування і будову керуючих систем з допомогою методів точних наук. При цьому кібернетика вивчає і керуючі системи, що виникли в природі (напр., нервову систему) і керуючі системи, створені в процесі існування людства (напр., економіку), і штучно створені модельні керуючі системи. Проблематика кібернетики значною мірою формується навколо одного завдання — з'ясувати співвідношення між можливостями людського мислення і машин у процесах переробки інформації. Річ у тому, що будь-який процес керування є процес переробляння інформації, записаної якоюсь мовою (природною чи штучною). Розв'язання зазначеного вище завдання передбачає передачу машинам можливості користуватися людською мовою, тобто переробляти тексти на природних мовах. Задача автомат. перекладу текстів з однієї природної мови на іншу є окремим випадком такого переробляння, та ще й у певному розумінні найпростішим випадком. Крім того, багато реальних керуючих систем, що їх вивчає кібернетика, мають справу з інформацією, записаною природними мовами, і під час переробляння цієї інформації постають ті самі проблеми аналізу та синтезу текстів, що й при перекладі. Така наявність аналогій і спорідненість інформаційних задач різної природи веде до того, що рух уперед у будь-якій галузі машинної переробки текстів полегшує формулювання

задач у М. п. і знаходження підходів до їх розв'язання, а просування вперед у галузі М. п. означає просування до розв'язання зазначеного вище заг. завдання кібернетики. Цим визначають осн. цінність М. п. як наукового напряму, абстрагуючись від того, що автоматизація перекладу буде корисна й практично, бо допоможе людству впоратися з надмірно зростаючим потоком інформації в науці та в різних галузях госп. і культурної діяльності людей.

Зв'язок матем. проблематики М. п. з іншими галузями кібернетики зумовлений тим, що в М. п. (нехай часто і не в точній постановці) постають такі ж проблеми, які в тому чи іншому вигляді виникають при будь-якій спробі побудувати алгоритм. імітацію складної природної системи переробляння інформації, а в точній постановці вивчаються в дискретному аналізі на модельних об'єктах (напр., функціях *алгебри логіки*). Сюди належать такі проблеми, як встановлення нерозв'язності деяких задач без перебирання; проблема локалізації перебирань, з'ясування співвідношень між перебірними й одноваріантними етапами в процесі переробляння інформації; з'ясування співвідношення трудомісткості й ефективності універсальних алгоритмів та обмежених алгоритмів різного ступеня потужності, які використовують певну частину інформаційних зв'язків між об'єктами досліджуваної та модельованої керуючої системи; встановлення апріорних критеріїв для з'ясування того, якого ступеня потужності алгоритм слід застосувати в тому чи іншому конкретному випадку; з'ясування структури всієї сукупності задач щодо найбільш трудомісткої тощо. Багато з цих задач для модельних об'єктів мають точний розв'язок. Хоча безпосередньо перенести результати розв'язання цих задач у сферу М. п. неможливо, проте ідеї, на яких грунтується розв'язання, можна успішно застосовувати і в М. п.

Літ.: Лейкина Б. М. [та ін.]. Система автоматического перевода, разрабатываемая в группе математической лингвистики ВЦ ЛГУ. «Научно-техническая информация», 1966, № 1; Машинный перевод. Пер. с англ. М., 1957 [бібліогр. с. 305—314]; Oettinger A. G. Automatic language translation. Cambridge, 1960 [бібліогр. с. 367—375]; Machine translation. Amsterdam, 1967; Мельчук И. А., Равич Р. Д. Автоматический перевод. 1949—1963. Критико-библиографический справочник. М., 1967. *О. С. Кулагіна.*

МЕДИЧНА ЕЛЕКТРОНІКА — науковий напрям в електроніці, який розробляє електронні прилади й техніку застосування їх для медико-біологічних досліджень і лікування людини. Мед. електронні прилади і пристрої застосовують: для збирання й реєстрації, індикації й аналізу мед. інформації, для лікувального діяння на людину, керування деякими функціями людського організму, заміни функцій окремих органів і систем людини та для електронного моделювання процесів діяльності деяких систем і органів людини.

Для збирання медичної інформації використовують давачі, за допомогою яких можна приймати й перетворювати інформацію про функції органів і систем людини або навколишнього середовища. За характером сприйманої інформації давачі поділяють так: фотоелектричні приймачі випромінювання (фотоелементи, фотопомножувачі, фотоопори й напівпровідникові приймачі), застосовувані в оксигемометрах і оксигемографах, електрорентгенокімографах, фотоелектрокалориметрах тощо; давачі, які визначають температурні коливання в організмі або зовн. середовищі (ртутно-скляні термометри, термопари й термістори), застосовувані в термостатах і електротермометрах, щоб визначати швидкість течії крові тощо; давачі, які визначають вологість повітря, одягу тощо (гігрометри, в яких застосовують термопари, герметизовані термістори й електролітичні пірометри); давачі, які визначають іонізуюче випромінювання (іонізаційні камери, лічильники Гейгера — Мюллера, пропорційні лічильники й сцинтиляційні лічильники); давачі перетворювання мех. величин на електричні (їх поділяють на динамічні — п'єзоелектричні, електродинамічні, електромагнітні та магнітоелектричні й статичні — реостати, рідинні потенціометри, тензометричні, індуктивні й фотоелектричні давачі та механотрони). В динамічних давачах вихідний сигнал створюється тільки при деформації або русі давача. Вони не потребують додаткової енергії, тоді як статичні не можуть без неї працювати й механічно керують потужністю цього джерела енергії. В їхніх схемах керування здійснюється через опори, ємність та індуктивність. І динамічні, і статичні давачі набули широкого застосування в кардіології (балістокардіографічні приставки, сфігмодавачі, кінето- й сейсмодавачі тощо). Мех. давачі з круговим обертанням (тахометри) перетворюють дані про величину повороту вала на електр. сигнали; давачі реєстрації й вимірювання потенціалів (капілярні мікроелектроди з рідинними й металевими провідниками), неполяризовані електроди (срібло, платина, цинк) і прості металеві електроди для вживляння в тканини широко застосовують в електро- й векторкардіографії та електрофізіології; є й давачі для вимірювання напруги кисню, водню, CO_2 тощо в тканинах (з відкритим і схованим кільцем, металеві й скляні, радіопілюлі тощо). Усі давачі повинні гарантувати потрібну точність вимірювання й бути по можливості невеликих розмірів, відносно простими й надійними в користуванні. Крім давачів, для збирання інформації необхідні ще електронні підсилювачі й пристрої для реєстрації. Електронні підсилювачі застосовують здебільшого, коли збирають фізіол. інформацію, бо часто давач не має на виході достатньої напруги, для того щоб реєструючий пристрій міг записати цю інформацію.

Підсилювачі біопотенціалів бувають низької частоти — від 0—0,5 до 200—250—500 *гц*. У приладах для збирання й реєстрації фізіол. інформації може бути один або кілька каналів реєстрації відповідно до числа давачів. Коли послідовно опитувати давачі через певні проміжки часу, канал реєстрації може залишатися одним і тим самим. Кількість

підсилювачів при цьому відповідає кількості каналів реєстрації. Знята давачем інформація після попереднього підсилення реєструється за допомогою електроннопроменевих гальванометрів, електромагнітних самописців з чорнильним записом або нагріванням пера на фото- або паперову стрічку. При тривалій реєстрації інформації, напр., при записуванні кардіотопограм, використовують кінострічку. Останнім часом інформацію у вигляді цифрових або аналогових характеристик дедалі частіше записують на магн. стрічку, аналізуючи її потім за допомогою різних методів.

До реєструючих приладів відносять електроннопроменеві трубки з різною тривалістю післясвітіння. За цим принципом у Київському політехнічному ін-ті створено запам'ятовувальний векторкардіоскоп. За допомогою приладів такого роду можна вести спостереження за функціями серця й мозку в процесі операції, фіз. навантаження тощо, бо на бажання дослідника в різних ділянках кінескопа можуть зберігатися раніше записані криві.

Реєстрація інформації за допомогою голографії є, мабуть, одним з найперспективніших методів збирання й реєстрації об'ємної інформації мед. характеру, напр., записування людини в різних позах у процесі руху до й після захворювання тощо. Для збирання, передавання й реєстрації інформації застосовують метод біотелеметрії. Для цього розроблено спец. телеелектрокардіографи, телефонокардіографи й ін. пристрої. Індикаторами інформації можуть бути прилади, які відхиленням стрілки (стрілкові прилади) або у вигляді послідовності цифр на світловому табло (цифрові прилади) показують зміни, які відбуваються в організмі. При індикації виявляються одна або дві осн. характеристики досліджуваного процесу. Напр., хірурга, який робить операцію на серці, цікавить кількість серцевих скорочувань за одну хвилину й ступінь гіпоксії міокарда. Для цього до електрокардіографа треба підімкнути лічильно-розв'язувальний пристрій, який після перетворення сигналу підраховує число зубців *R* електрокардіограми за хвилину й видає його на стрілковий індикатор або на світлове табло. Після перетворення інформації обчисл. блок визначає відхилення від заданих меж інтервалу $S - T$ й показує це в числах на світловому табло. Те саме можна зробити, перетворюючи інформацію за допомогою індикаторного пристрою, при реєстрації кривої тиску плечової артерії або кривої венозного тиску.

Останніми роками в М. е. велику увагу приділяють створенню аналізаторів, у які мед. інформацію вводять з магн. стрічок спец. або побутових магнітофонів, аналізують її, одержуючи в результаті *гістограми* й криві авто- й кроскореляційної ф-ції, за якими лікар може судити про стан організму хворого та його окремих органів і систем. Такі пристрої можуть діяти автономно або в комплексі з ЕЦОМ, у зовн. ЗП якої запам'ятовуються результати аналізу діагностики станів (напр., визначення за енцефалограмою рівня бадьорості, появи помилкових реакцій, оцінки розумової активності тощо). Створено прилад для визначення взаємної *дисперсії* даних різних енцефалографічних відведень, який відрізняє зменшення взаємних дисперсій на фоні наростаючої гіпоксії під час наркозу, а це дуже важливо знати анестезіологові. Створено цифровий вимірювач швидкості пульсової хвилі — у вигляді невеликої приставки до багатоканального електрокардіографа, на якому записуються криві пульсу й електрокардіограма. Прилад дає змогу визначати час поширення пульсової хвилі з точністю до $\pm 0{,}001$ *сек.*

Крім простих приладів, створюють і складні інформаційно-вимірювальні системи з кількома програмами обробки інформації. Так, у США розроблено спеціалізовані мед. машини «Mediac», «АТАС-501-10», «АТАС-501-20» та ін. Створено інформаційну систему за векторним аналізом електр. поля серця СВЕК (стереовекторелектрокардіограф), яка дає змогу визначити азимут, кут піднімання й модуль моментного вектора, кутову й лінійну швидкості формування просторових петель *QRS* й *P*. Розроблено векторкардіоскоп із записуванням інформації на магн. стрічку й передаванням її телефонними каналами безпосередньо в ЕОМ, яка не тільки обчислює параметри, а й ставить діагноз осн. захворювань серця.

Намітився напрям, який розробляє мед. діагностичні пристрої, такі як діагностична релейна машина, створена в Ін-ті математики АН УРСР, спеціалізований діагностичний пристрій для визначення ступеня недостатності кровообігу, розроблений в Ін-ті хірургії ім. О. В. Вишневського, та ін. Розробляють кіберн. комплекси для вимірювання й діагностики стану людини, яку вміщено в центр реанімації. Всі прилади такого комплексу зістиковуються з середніми або малими ЕОМ. Треба, щоб кожного хворого, який надійшов до центру реанімації, досліджували в комплексі, до системи оцінок якого входять показники електрокардіограми, температури тіла, центрального й периферійного пульсу, дихання та кров'яного тиску. Такого роду приліжковий блок мед. приладів дасть лікареві або медсестрі змогу постійно стежити за характером змін органів і систем реанімованого хворого. При зміні стану хворого до нього за допомогою аварійної сигналізації викликається лікар. Такі пристрої вже функціонують в СРСР, США, Франції, ФРН і Швеції.

Створюють електронні аналізатори для клініко-діагностичних і біохімічних лабораторій, які дають змогу за одну годину виконати до 100—200 аналізів з видрукуванням результатів аналізу у вигляді бланка висновку й переданням змісту по *телетайпу* в клініки, з яких надійшов для аналізу матеріал. Розроблено інформаційно-вимірювальні система, які поєднують у собі електронний мікроскоп і ЕОМ. Ці системи дають змогу визначати форменні елементи крові, аналізувати гістоло-

гічні зрізи тощо. Роблять спроби аналізувати на ЕОМ гемодинаміку — за допомогою ангіокардіограми й електро- й фонокардіограми на основі спец. матем. моделей і зовн. пристроїв, які створюють об'ємне зображення серця й судин. Створено складні рентгенодіагностичні пристрої з біол. керуванням від зубців електрокардіограми з можливістю збирати інформацію в різні фази систоли й діастоли серця.

Створюють і впроваджують у клінічну практику експрес-аналізатори, які дають змогу аналізувати за кількома показниками великі потоки людей. Щодо цього дуже перспективними є розробки автоматизованих флюорографічних, теплографічних, радіографічних і кардіометричних аналізаторів, суміщених з лічильно-розв'язувальними й діагностичними пристроями. Такі аналізатори потрібні для створення систем диспансеризації у великих виробничих колективах. Апаратура для лікувального діяння на людину охоплює, в основному, два класи приладів: прилади, які діють за допомогою електр. струму через контактно накладені електроди, і прилади, які діють за допомогою електр., магн. і електромагн. полів без контактного накладання електродів.

Щодо застосування цієї апаратури складним залишається вибір відповідних доз і часу дії лікувального чинника. Вони, незважаючи на появу спец. розроблених дозиметрів, частогусто залишаються емпіричними, основаними на досвіді лікаря. Розроблено дозатор постійної й імпульсної дії для регуляції стану серцево-судинної системи тварини. Проводять роботи щодо створення дозаторів для регулювання вуглецевого обміну у хворого на цукровий діабет, для розрахунку дози радіоактивного йоду при лікуванні хворого на тиреотоксикоз та для визначення дози радіорентгенологічної терапії при лікуванні злоякісних пухлин. Необхідно, щоб створені дозатори такого роду враховували дію проведеного раніше лікування й контролювали дозу застосовуваної терапії залежно від зміни показника ефективності призначеного лікування. Т. ч., у М. е. проникають ідеї теорії автомат. регулювання.

Деякі пристрої основані на використанні *біоелектричного керування*. Їх можна поділити на два класи: 1) пристрої, які діють на організм за допомогою біол. процесів, записаних від здорового донора на магн. стрічку чи інший носій інформації, напр., пристрої «Миотон-1» і «Миотон-2»; подібну дію виявляють і електростимулятори м'язової активності, кардіостимулятори тощо; 2) пристрої, в яких для керування застосовують біол. процеси, які протікають у самій людині (це, напр., водії серцевого ритму, які підсилюють сигнал від передсердя хворого й подають його на міокард шлуночків тієї самої людини при повній атріовентрикулярній блокаді серця). Система біокерування штучним диханням, розроблена у Всесоюзному ін-ті приладобудування, обробляє інформацію про вміст CO_2 у видихуваному повітрі, а також про біоструми дихальних м'язів. На основі цього визначаються характеристики дихального циклу. Пристрій має імпульсний виконавчий механізм і *зворотний зв'язок*, який реалізується за швидкістю потоку повітря, автоматично змінюючи частоту й дихальний об'єм повітря. Створено прилади, які автоматично регулюють кров'яний тиск людини під час операції. Є прилади й пристрої, які керують функціями людини без біол. керування, напр., «Електросон» і «Електронаркоз», розроблені в Ін-ті кібернетики АН УРСР, а також дефібрилятори тощо. Розробляють пристрої й прилади для заміни деяких органів і систем людини.

М. е. розробляє і створює спец. пристрої, які дають змогу моделювати діяльність окремих органів і систем, електричну активність серця, динамічні відношення між серцем і тілом тощо.

М. е. перебуває на стику з *кібернетикою біологічною, кібернетикою медичною* й *бionікою*.

Літ.: Амосов Н. М., Шкабара Е. А. Опыт постановки диагноза при помощи диагностических машин. «Экспериментальная хирургия и анестезиология», 1961; № 4; Ливенцев Н. М. Электромедицинская аппаратура. М., 1964; Сидоренко Г. И. Кибернетика и терапия. М., 1970 [бібліогр. с. 191—210]; Ахутин В. М. [та ін.]. Кибернетический комплекс для центра реанимации. В кн.: Автоматизация. Организация. Диагностика, ч. 2. М., 1971; Дональдсон П. Электронные приборы в биологии и медицине. Пер. с англ. М., 1963.

А. О. Попов.

МЕДИ́ЧНА ІНФОРМАЦІ́ЙНА СИСТЕ́МА — комплекс математичних і технічних засобів, який забезпечує збирання, зберігання, переробку й видавання медичної інформації в процесі розв'язування завдань клінічної медицини чи охорони здоров'я. М. і. с. створюють для того, щоб полегшити й упорядкувати роботу з потоками медичної інформації. Залежно від характеру розв'язуваних завдань розрізняють інформаційно-пошукові (довідкові і з ф-цією переробки інформації) — діагностичні, прогнозуючі, слідкуючі й інформаційно-вимірювальні та керуючі системи. За характером *інформації* ці системи призначено для клінічної медицини, профілактичної медицини, аптечної справи, гігієни праці, наук. експерименту, навчання, пошуку мед. бібліографії та для управління мед. установами різного профілю.

Залежно від ступеня механізації збирання й переробки інформації М. і. с. ділять на автоматизовані й автоматичні. Перші передбачають обов'язкову участь в інформаційному процесі людини, а другі — виключають її. Як *носії запису інформації* для переробки цієї інформації в М. і. с. використовують перфокарти для ручної обробки, перфокарти для роботи на сортувальних машинах і різні первинні носії, пристосовані для обробки на ЦОМ. М. і. с., які забезпечують процеси профілактики й лікування, можуть бути двох видів: *інформаційно-пошукові системи* (ІПС) і керуючі системи.

Функцією ІПС є збирання, нагромаджування й видавання за запитом інформації про

хворого, про хід лікування або профілактичні заходи. Інформація переробляється за певними правилами (алгоритмами). В результаті аналізу інформації видаються висновки, діагнози, прогнози й різні рекомендації, щоб їх використав лікар або керуюча система.

Керуючі системи виробляють за допомогою *зворотного зв'язку* керуючі діяння на об'єкти керування. Лікувальний процес забезпечує керуюча система, в якій обов'язково бере участь лікар. Проте в експериментах на тваринах уже відпрацьовують мед. керуючі системи, які функціонують без участі лікаря. Системи, які збирають і переробляють інформацію для управління мед. установами — лікарнями, поліклініками, об'єднаннями лікарень, навчально-лікувальними комплексами тощо, ділять на ІПС довідкового типу (облік кадрів, аптечна справа, ІПС господарських служб), ІПС із функцією переробки інформації (статистичний облік і звітність, планування діяльності мед. установи та фінансування) й автоматизовані системи управління мед. установою або групою установ.

Автоматизована система управління мед. установами включає в себе ІПС обох типів. Вона працює в тісному контакті з внутрішньо-лікарняними інформаційними системами, які забезпечують профілактичний і лікувальний процеси, черпаючи з них необхідну інформацію. Завдяки цьому управління стає оперативнішим. Управління системою охорони здоров'я країни повинна забезпечити мережа інформаційно-обчисл. центрів. Нижчими центрами в ній є автоматизовані системи управління мед. установами, вищими — республіканські регіональні й загальносоюзний інформаційно-обчисл. центри. Інформація від установ може надходити по *каналах зв'язку* безпосередньо в найвищий інформаційний центр, минаючи республіканські. Це робить управління гнучким і оперативним (іл. див. т. 1, між с. 440—441).

Щоб створити М. і. с. для лікування, можна виходити з таких принципів. 1) Розробляючи систему, треба виразно сформулювати кінцеву мету створюваної системи й усю послідовність завдань, яка дає змогу досягти її. 2) Для створення М. і. с. треба застосовувати уніфіковані носії інформації — *стандартизовані історії хвороби* (СІХи), епікризи та ін. Треба, щоб мед. запитальники розробляли тільки висококваліфіковані спеціалісти, які працюють у цій галузі медицини. 3) Обсяг відомостей, які можна включати в СІХи, перебуває в прямій залежності від обсягу інформації, яка міститься в інформаційному масиві системи. 4) Треба, щоб інформація, яку вводять у М. і. с., була об'єктивною (щоб якомога менше залежала від кваліфікації й настрою операторів системи). 5) Чим більший інформаційний масив і обсяг інформації в моделі, тим більше часу йде на обробку інформації. М. і. с. для лікування захворювань розробляють спеціалісти — медики й системотехніки.

М. і. с. належать до класу кібернетичних *систем «людина — машина»*, в яких розподіл функцій між обслуговуючим персоналом (лікарі, інженери, техніки та ін.) і пристроями (обчисл. машина, спец. мед. апаратура та ін.) залежить від ступеня механізації й автоматизації приймання, зберігання, переробки й видавання мед. інформації.

Мед. спеціалісти розробляють для М. і. с. номенклатури методів лікування, клінічних діагнозів, методів досліджень та ознак, які характеризують функцію органів, і стандартизовані історії хвороби (СІХи); створюють моделі патофізіологічних станів різних органів і *регулюючих систем організму*. Треба, щоб номенклатури й СІХи були не просто повторенням уже наявних документів, а щоб правили за основу для розв'язування завдань. До таких завдань відносять ранню діагностику тяжких захворювань; прогнозування перебігу хвороби залежно від лікування, виконуваної роботи й спадкових чинників; вибір оптим. шляху обслідування й оптим. методу лікування хворого. СІХи й номенклатури — єдині й для лікарів, і для ЦОМ. Як звичайно, лікар опитує хворого, заповнює СІХ, дає додаткову інформацію, необхідну машині для уточнення діагнозу, для прогнозу або для вибору лікування при повторних обслідуваннях хворого; аналізує одержану від машини інформацію про хворого, змінює або доповнює її; заповнює первинні карти для збирання інформації. В М. і. с. лікар відіграє провідну роль, рішення про лікування приймає тільки він або консиліум лікарів.

Математик-обчислювач спільно з лікарем розробляє мед. інформаційно-логічну мову, створює програми з оптим. розподілу інформаційних масивів у пам'яті ЦОМ і розробляє *програми* для матем. обробки первісної мед. інформації. Він алгоритмізує способи визначання оптим. шляху збирання інформації про хворого, мед. діагностичний процес і лікування; розробляє способи підвищення надійності інформаційної системи; складає програми аналізу звітності про роботу системи, програми розрахунку та обліку її фінансового й матеріального забезпечення. Інженерно-тех. персонал забезпечує чітку, безперебійну роботу тех. частин системи.

Процес розв'язування деяких завдань у М. і. с. ділять на такі етапи.

Приймання інформації. Однією з умов ефективного функціонування М. і. с. є можливість оперативно нагромаджувати й видавати мед. інформацію у звичному для лікаря або керівника вигляді. Оскільки існуючі ЦОМ не пристосовано для розв'язування завдань, записаних мед. мовою, виникає проблема створення мед. інформаційно-логіч. мови. Для перекладу з природної мови на мову конкретної ЦОМ використовують кілька *мов-посередників*, рівень яких визначається ступенем формалізації. Уже розроблено кілька *алгоритмічних мов* для розв'язування інформаційно-логіч. завдань. Іншим напрямом у здійсненні ефективнішого зв'яз-

ку між лікарем і ЦОМ є розробка єдиних для всіх лікувальних установ певної М. і. с. СІХів або запитальників для записування результатів обслідування хворих.

Зберігання інформації. Мед. інформацію зберігають в інформаційному масиві на зовн. нагромаджувачах — магн. стрічках, барабанах і дисках. Новій інформації, що надійшла, призначається її ідентифікатор, який складається, напр., для СІХ із її номера й року заповнення. Структура інформаційного масиву визначається формою машинного представлення первісних мед. даних, яка для різних клінік і установ є різною.

Переробка інформації. Первісну мед. інформацію, що надійшла в пам'ять ЦОМ, спочатку звільняють від службових символів і усувають з неї деякі види помилок. Наступною операцією є адресне впорядковування її для розмежування порядків величин (напр., символів і їхніх значень). Наступна обробка інформації, залежно від типу розв'язуваних завдань, провадиться за кілька етапів. На 1-му етапі (навчання) мед. інформацію піддають статистичній обробці для одержання *моделі математичної* (статистичної моделі) досліджуваних процесів і явищ. На 2-му етапі (екзамен) за новими первісними мед. даними, що надійшли, розв'язують осн. завдання М. і. с.: встановлюють діагноз (див. *Автоматизація медичної діагностики*); визначають оптим. маршрут обслідування хворого з автомат. оповіщанням відповідних спец. мед. служб цієї М. і. с. Крім того, прогнозують перебіг захворювання залежно від лікування; вибирають методи лікування й лікарські засоби; визначають ступінь риску застосування конкретного виду лікування чи операції; дають усякого роду довідки про хворого; проводять консиліум лікарів і ЦОМ і т. д. (див. *Керування лікувальним процесом*).

Виведення інформації. При виведенні інформації з ЦОМ виникають завдання, і аналогічні завданням введення, і специфічні для цього етапу. Чи буде своєчасно й ефективно використано перероблену інформацію — це залежить від можливостей пристроїв виведення ЦОМ. Ці пристрої служать або для швидкісного й наочного друкування відповідних результатів, або для стикування з іншими системами по каналах зв'язку. Тепер розробляють пристрої, в яких вихідні сигнали представлено людською мовою (синтезують людську мову з звукових сигналів).

Над створенням різних М. і. с. працюють у багатьох країнах. У США функціонує створена тут бібліографічна система мед. літератури. У Франції, Швеції й Данії розроблено системи збирання інформації для керування деякими відділеннями приватних клінік. Розробляють і створюють «банки мед. даних» у США й Англії. В СРСР створюють автоматизовані системи збирання й переробки інформації для лікування й для установ охорони здоров'я. В 1970 в Москві створено Головний обчислювальний центр Мін-ва охорони здоров'я СРСР, у який інформація стікається з мережі медичних регіональних і респ. центрів збирання й переробки інформації. Ці центри передбачають збирання інформації безпосередньо від автоматизованих систем управління лікарнями й лікарняними об'єднаннями. Прообрази таких систем створено в Ін-ті кібернетики АН УРСР. В Ін-ті хірургії ім. О. В. Вишневського в Москві та в Ін-ті туберкульозу й грудної хірургії МОЗ УРСР у Києві функціонують діагностичні системи з набутих і природжених пороків серця. В Мінську, Ленінграді й Новосибірську створено діагностичні системи з психоневрології; діагностику злоякісних пухлин за допомогою ЦОМ налагоджено в Ін-ті проблем онкології АН УРСР. Створюється система управління курортами України.

Літ.: Вишневский А. А., Артоболевский И. И., Быховский М. Л. Принципы построения диагностических машин. «Вестник АМН СССР», 1964, № 2; Парин В. В., Баевский Р. М. Введение в медицинскую кибернетику. М.— Прага, 1966; Медицинская информационная система. К., 1971 [бібліогр. с. 283—288]; Старк Л. [та ін.]. Состояние исследований в биомедицинской технике. «Зарубежная радиоэлектроника», 1969, № 5—6.

С. Я. Заславський, В. Г. Мельников, А. О. Попов, В. М. Яненко.

МЕМІСТОР — електрохімічний керований опір з пам'яттю. Являє собою (мал.) мініатюрну електролітичну комірку з двома електродами — керуючим 6 і електродом зчитування 3 — тонкою провідною плівкою з інертного матеріалу на діелектричному підкладі 4. На обох кінцях електрода зчитування є виводи 1 для вимірювання опору, кратність зміни якого коливається від 20 до 100 для різних типів елементів. Корпус 2 комірки заповнений електролітом 5 з іонами металу керуючого електрода.

Під час проходження струму через М., коли керуючий електрод є анодом, а електрод зчитування — катодом, на електроді зчитування осаджується тонка плівка металу, яка змінює його опір. Опір електрода зчитування залежить від кількості електрики, що пройшла через нього; він зменшується, коли анодом є керуючий електрод, і зростає, коли анодом стає електрод зчитування й осаджений на ньому метал переноситься на керуючий електрод.

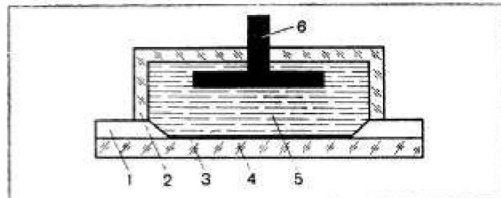


Схема будови мемістора.

Зчитування величини опору, що змінюється, провадять здебільшого за допомогою моста змінного струму. При вимкненому керуючому електроді опір металевої плівки зберігається з точністю до 1% на тиждень. Струм у керуючому електроді становить звичайно кілька міліамперів, найменший час повної

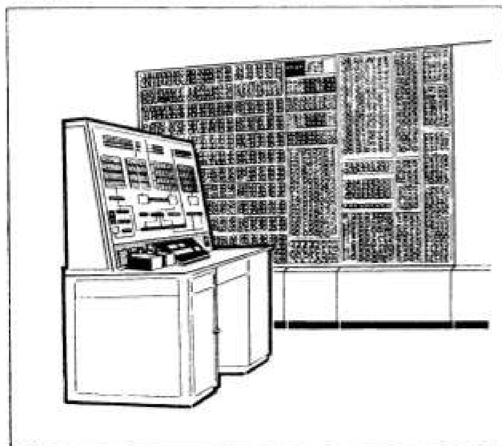
зміни опору плівки коливається у М. різних типів від 10 до 60 *сек.* Споживана потужність за керуючим входом М. бл. 1 *мвт.* М. здатні витримувати досить велике (порядку кількох тисяч) число циклів повної зміни опору без порушення осн. характеристик.

М. застосовують у вимірювальній техніці як реле часу, модулятори струмів високої частоти, лічильники імпульсів, інтегратори тощо. Оскільки М. легко керувати і він має властивість довгочасного запам'ятовування, особливо перспективним є застосування його в самонастроюваних автомат. системах.

Літ.: Боровков В. С. [та ін.]. Электрохимические преобразователи информации. М., 1966 [бібліогр. с. 102—103]; Крафтс (Crafts H. S.). Элементы самообучающихся систем и методы их использования. «Электроника» («Electronics»), 1963, № 12.

О. О. Снігур.

«МЭСМ», мала електронна обчислювальна машина — перша в СРСР і на континенті Європи електронна цифрова обчислювальна машина (ЕЦОМ). Розроблено й створено її в 1950 під керівництвом С. О. Лебедєва в Ін-ті електротехніки АН УРСР. Конструктивно її було виготовлено як макет (мал.). Робота щодо створення машини за своїм характером була науково-дослідною й мала на меті експериментальну перевірку заг. принципів побудови універсальних ЦОМ. Маючи малу швидкодію та ємність ОЗП, «МЭСМ» проте була алгоритмічно досить розвинутою і, крім того, мала в своїй структурі деякі особливості, які не втратили інтересу й досі. Так, безпосередньо зв'язаний з арифм. пристроєм ОЗП було побудовано на таких самих тригерах, як і пристрій керування та арифм. пристрій, він міг безпосередньо зв'язуватися з повільно діючим ЗП



Цифрова обчислювальна машина «МЭСМ»

на магнітному барабані. Машина мала змінний довгочасний ЗП для зберігання числових констант і незмінних команд. Досвід, нагромаджений у процесі розробки машини, було використано при створенні *«БЭСМ»*, а саму «МЭСМ» розглядали як діючий макет, на якому розробляли принципи побудови «БЭСМ». Незважаючи на невисокі тех. характеристики машини, вибрані з урахуванням її призначення, тех. бази того часу й умов розробки (швидкодія — 3000 операцій за 1 *хв*, розрядність чисел — 17), провадилась ефективна експлуатація машини, в процесі якої було розв'язано багато науково-тех. і нар.-госп. завдань. Розв'язання ряду завдань відіграло важливу роль для багатьох галузей науки й техніки на початку 50 рр. Створення та експлуатація «МЭСМ» стали й вирішальним стимулом для розвитку програмування й розроблення широкого кола питань обчислювальної математики.

П. В. Походзіло, З. Л. Рабинович.

МЕТАЛО́ГІКА — наука, яка вивчає будову логічних теорій. М. включає дослідження з різних *числень* і строго відрізняє змістові виведення, що їх роблять при доведенні різних положень, що стосуються числення, від формальних виведень самого числення, поданих у вигляді операцій над висловлюваннями і розглядуваних тільки як висловлювання.

МЕТАМАТЕМА́ТИКА — те саме, що й *доведень теорія.*

МЕТАМО́ВА — мова, застосовувана для досліджування й описування певного класу мов. Широке застосування М. для строгого (формального) описування синтаксису *мов програмування* дало змогу розробити *алгоритми* синтаксичного контролю й аналізу програм, що істотно спростило наладжування програм (див. *Наладжувальні програми),* а також створило передумови для реалізації параметрично керованих (зокрема, синтаксично керованих) *трансляторів,* орієнтованих на класи вхідних — вихідних мов. Прикладами М. є граматики Хомського та їхній окремий випадок — *Бекуса нормальна форма.* Див. також *Метатеорія.* *А. Є. Кулинкович.*

МЕТАСИ́МВОЛИ — символи, які не належать до числа символів предметної мови, а вводять їх у логіку, щоб описувати властивості цієї мови, формулювати правила виведення тощо.

МЕТАТЕО́РІЯ — логічна теорія, що вивчає властивості якоїсь іншої теорії, яку наз. предметною (напр., металогіка — це логіка, яка вивчає властивості відповідної предметної логічної мови). Як предметна теорія може виступати будь-яка теорія, яку піддають докладнішому логіч. аналізові. Предметна теорія і М. становлять єдине ціле, яке вивчають логіч. засобами. Поняття М. виникло у зв'язку з розвитком логічного формалізму (див. *Формалізм* у математиці), закладеного працями німецького математика Д. Гільберта (1862—1943).

У *логіці математичній* поняття М. не обов'язково пов'язують з фіксованою предметною теорією: кілька різних предметних теорій можуть мати спільну М. З іншого боку, теорія формальних доведень (див. *Доведень теорія*) розглядає предметні теорії і М. в їхньому загальному вигляді. Процес перетворення наукової теорії на дві — предметну і М.— є

найбільш вивченим способом формалізації цієї теорії. Оскільки з усіх наук найбільш формалізованими є математика і деякі розділи логіки, то тільки ці науки (у їхньому формалізованому вигляді) й розглядають як предметні теорії, при цьому часто їхню загальну М. наз. метаматематикою, а її логічну частину — *металогікою*.

М. вивчає найважливіші властивості предметної теорії й насамперед її несуперечливість та повноту (див. *Геделя теореми про неповноту* та *Несуперечливість системи аксіом*). За характером прийнятої логіки М. може відрізнятися від предметної теорії, її мова (її часто наз. *метамовою*) також не збігається з мовою предметної теорії. Найчастіше метамова — це певна частина використовуваної в М. природної мови, але інколи й її формалізують. Впроваджені в метамову символи, призначені для позначення предметної теорії, називають при цьому метасимволами.

МЕТАТРАНСЛЯТОР — *транслятор*, орієнтований на клас вхідних мов. Первісною інформацією для М. є *програма* якоюсь первісною мовою й опис синтаксису й семантики цієї мови певною *метамовою*. Вихідний масив М. являє собою програму на машинній або якійсь *мові проміжній*. Див. також *Мови машинні*.

Літ.: Фельдман Дж., Грис Д. Системы построения трансляторов. Пер. с англ. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1971, в. 5.

А. Є. Кулинкович.

МЕТОД ЗАМІНИ ЯДРА ВИРОДЖЕНИМ — один з наближених методів розв'язування інтегральних лінійних рівнянь. Див. *Інтегральних лінійних рівнянь способи розв'язування*.

МЕТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ДИЗ'ЮНКТИВНИХ НОРМАЛЬНИХ ФОРМ — властивості кількісних проявів диз'юнктивних нормальних форм (ДНФ), тобто властивості різноманітних параметрів, які пов'язують ДНФ і процедури над ними з числами і відображують вимірювання цих об'єктів. Інтерес до М. в. д. н. ф. викликаний тим, що членам ДНФ відповідають елементи схем і потрібно оцінювати витрати обладнання в схемах. Вивчення М. в. д. н. ф., пов'язане з побудовою для даної *булевої функції* f найкоротшої ДНФ, використовують в *автоматів теорії*, теорії *тестів*, *кодування теорії*, *комбінаторному аналізі* та *програмуванні динамічному*. Вивчення М. в. д. н. ф. виникло під впливом праць амер. математика К. Шеннона (н. 1916) з синтезу перемикальних схем і праць рад. математика С. В. Яблонського (н. 1924) з алгоритмічних складностей синтезу схем.

Специфіка ДНФ як т. з. формул глибини 2 зумовила три плани, в яких розглядають М. в. д. н. ф. По-перше, при схемних реалізаціях ДНФ число ступенів у схемах дорівнює двом, що важливо для надійності й швидкодії схем. З цим пов'язана роль ДНФ у структурній теорії автоматів і широке застосування їх при синтезі матем. машин. У цьому плані цікаві довжини різних видів ДНФ.

По-друге, мінімізація складності ДНФ будується на основі т. з. спрощень і має ряд загальних рис із пошуком оптим. розв'язків, напр., у деяких задачах динамічного програмування. Випадок ДНФ відрізняється простотою початкових умов, ясністю картини, зручністю сумісного розгляду оптим. об'єктів і алгоритмів оптимізації. Кожне із спрощень локальне (стосується лише одного будь-якого члена ДНФ) і вся різноманітність їх зводиться до двох типів — викреслювань букв у членах ДНФ і викреслювань самих членів. Переходячи за допомогою спрощень від однієї ДНФ для даної ф-ції f до другої ДНФ для f, приходять до тупикової ДНФ для f, яка відіграє роль *екстремуму локального*. Часто одні спрощення виключають інші, й залежно від вибору їх приходять до різних *диз'юнктивних нормальних форм тупикових*. Для ДНФ характерна яскраво виражена полієкстремальність, коли *екстремум глобальний* знаходять серед великої кількості локальних екстремумів. Характерна й наявність у будь-якої ф-ції f ДНФ, яку наз. скороченою. В ній відображається вся картина мінімізації: і екстремуми, і, певною мірою, алгоритми мінімізації, так що М. в. д. н. ф. відображають вимірювання і одержаного розв'язку і алгоритмів одержання його. Хоча при цьому роблять різні припущення щодо алгоритмів, одержані результати нетривіальні й корисні. Окрім довжин ДНФ, цікаві абсолютні й відносні кількості видів різних ДНФ, відносні довжини ДНФ, протяжність, суміщення на одній ф-ції різних властивостей, зв'язність та ін.

Геом. трактування ДНФ надає їм наочності, робить зрозумілішою їхню комбінаторну природу, полегшує постановку й пошуки розв'язків задач. У цьому разі ДНФ виявляються як комплекси, складені з граней n-вимірного одиничного куба E^n, і через перехід до абстрактних комплексів вони пов'язані з іншими комбінаторними задачами. Напр., вивчення типових ситуацій для ДНФ вплинуло на дослідження т. з. статистичних, або частотних, властивостей *поведінки автоматів*, при якому мають справу з одновимірними комплексами у вигляді діаграм переходів. Цікавими є деякі загальні риси числових оцінок ДНФ та принципи одержування цих оцінок.

До розв'язування задачі мінімізації ДНФ може бути кілька підходів, які потребують скінченної кількості кроків. При цьому виникає ряд серйозних перешкод. Принципове значення сукупності М. в. д. н. ф. полягає в тому, що вона за тих чи інших обмежень характеризує перебори; застосовне значення — в тому, що знання перешкод у заг. випадку дає орієнтири для використання можливостей у конкретних ситуаціях.

Розгляд М. в. д. н. ф. і відповідних числових параметрів приурочено до множини P_n усіх булевих ф-цій від n змінних. Якщо $\chi(f)$ — такого роду параметр, то через $\chi(n)$ позначають його макс. значення, тобто $\chi(n) = \max_{f \in P_n} \chi(f)$.

Типові ситуації виділяють у вигляді висловлювання, що для майже всіх ф-цій $a(n) \leqslant \chi(f) \leqslant b(n)$, під цим розуміють, що частина тих ф-цій із P_n, які задовольняють зазначені оцінки, прямує до 1 при $n \to \infty$. Розгляд обмежується оцінками макс. значень і оцінками значення майже для всіх функцій. Осн. увагу приділяють тому, як змінюються ці величини зі зростанням n. У розглянутих далі оцінках помітною є відмінність між макс. і типовими значеннями параметрів.

Розгляд числових параметрів приурочено й до природної впорядкованості ДНФ булевої ф-ції f: досконала ДНФ, скорочена ДНФ, тупикові ДНФ, найкоротші ДНФ. Досконала й скорочена ДНФ у будь-якої f єдині й варті уваги ось чому. Досконалу ДНФ можна просто задавати і будувати за табличним заданням ф-ції f і з неї можна одержати спрощеннями будь-яку ДНФ для f. Скорочена ДНФ є підсумком усіляких спрощень досконалої ДНФ, який полягає у викреслюванні букв; завдяки цьому вона дає змогу одержувати тупикові ДНФ даної ф-ції, користуючись спрощеннями тільки 2-го типу, які полягають у викреслюванні членів.

Макс. значення довжини досконалої ДНФ для ф-цій від n змінних дорівнює 2^n, а типове значення $\sim 2^{n-1}$. Нехай $s(f)$ довжина скороченої ДНФ. Оцінки макс. значення $c_1 \cdot \frac{3^n}{\sqrt{n}} \leqslant s(n) \leqslant c_2 \cdot \frac{3^n}{\sqrt{n}}$ для майже всіх ф-цій $n^{(1-\varepsilon)\log\log n} \cdot 2^n \leqslant s(f) \leqslant n^{(1+\varepsilon)\log\log n} \times 2^n$, де $\varepsilon \to 0$ при $n \to \infty$. В обох випадках довжина скороченої ДНФ у багато разів перевищує довжину досконалої ДНФ, і свою назву, яку їй дали значно раніше, ніж одержано ці оцінки, скорочена ДНФ виправдовує тільки для невеликої кількості ф-цій. У зв'язку зі сказаним про поліекстремальність цікаві такі числові параметри, які характеризують сукупність тупикових ДНФ булевої ф-ції f. Із визначення випливає, що довжина тупикових ДНФ не перевищує довжини досконалої та скороченої ДНФ для f. Тупикових ДНФ $t(f)$ багато. Для макс. значення цього числа знайдено оцінки $(2^{2^n})^{\sqrt{n}} \leqslant t(n) \leqslant (2^{2^n})^{n/2}$, а для майже всіх ф-цій $(2^{2^n})^{\log n} \leqslant t(f) \leqslant (2^{2^n})^{\log n \cdot \log\log n}$. Підхід до мінімізації ДНФ, що грунтується на переборі всіх тупикових ДНФ, дуже громіздкий. Для числа найкоротших ДНФ $m(f)$ відомо лише, що макс. його значення $m(n)$ має оцінку знизу $(2^{2^n})^{c \cdot n} \leqslant m(n)$, $0 < c < 1$.

Тупикові ДНФ булевої ф-ції можуть бути істотно довші за найкоротшу ДНФ. Відносною довжиною тупикової ДНФ наз. відношення її довжини до довжини найкоротшої ДНФ. Макс. відносну довжину тупикових ДНФ даної ф-ції f наз. розкидом ф-ції f; позначають її через $Y(f)$. Розкид довжин певною мірою характеризує актуальність мінімізації ф-ції f. Макс. значення розкиду довжин $Y(n) = 2^{n(1-\varepsilon)}$, де $\varepsilon \to 0$ при $n \to \infty$. Для майже всіх ф-цій розкид істотно менший. Але й він збільшується зі зростанням n, і для нього відомі оцінки: $\log n < Y(f) < \log n \ \log\log n$. Відносні довжини майже всіх тупикових ДНФ функцій f поводяться аналогічно: у «найгірших» ф-цій вони також дорівнюють $2^{n(1-\varepsilon)}$, у майже всіх ф-цій вони лежать між $\log n$ і $\log\log n$. Це означає, що т. з. статистичний підхід до мінімізації ДНФ, при якому обмежуються перебором у якійсь вибірці з множини тупикових ДНФ ф-ції f, приводить до ДНФ, набагато довшої за найкоротшу ДНФ. Є оцінка розкиду довжин через доступніший параметр. Для довільної ф-ції $Y(f) \leqslant 2^{\mathrm{Dim} f}$, де $\mathrm{Dim}\, f$ — розмірність ф-ції $f(x_1, \ldots, x_n)$, тобто макс. значення розмірності для грані в комплексі, який відповідає скороченій ДНФ ф-ції f. У заг. випадку поліпшити цю оцінку важко.

Нехай для даної ф-ції f $\lambda(f)$ — максимально можлива довжина тупикової ДНФ, а $l(f)$ — довжина найкоротшої ДНФ. $\lambda(f)$ поводить себе приблизно так само, як довжина досконалої ДНФ: макс. значення — $\lambda(n) \sim 2^n$, а для майже всіх ф-цій $\lambda(f) \sim 2^{n-1}$. Більше того, в майже всіх ф-цій так поводять себе довжини майже всіх тупикових ДНФ. А що стосується $l(f)$, то макс. значення її $l(n) = 2^{n-1}$.

Для майже всіх ф-цій

$$\frac{2^n}{\log n \cdot \log\log n} < l(f) < \frac{2^n}{\log n} \qquad (\bullet)$$

тобто майже завжди $l(f)$ на порядок менша за довжину досконалої ДНФ. Це означає, що мінімізація довжини становить інтерес. Водночас $l(f)$ достатньо велика, і це свідчить про те, що т. з. тривіальний підхід до мінімізації (перебір усіх ДНФ довжини 1, 2, 3 доти, поки не трапиться така ДНФ, яка реалізує дану ф-цію) вимагає огляду ДНФ достатньо великої довжини, тобто надто великого перебору. Отже, задача мінімізації нетривіальна і з цього боку. Поряд з оцінками ($\bullet$) знайдено алгоритми, які дають для майже всіх ф-цій ДНФ такої довжини. Зокрема, таким є аналог градієнтного методу.

М. в. д. н. ф. у зв'язку з локальним підходом розглянуто в трьох напрямах. Як відомо, *алгоритм локальний* A будує набір спрощень скороченої ДНФ $S(f)$ і приводить до ДНФ $A(f)$, яку одержують на $S(f)$ цими спрощеннями; від ДНФ $A(f)$ не вимагається, щоб вона була навіть тупиковою, але вимагається, щоб для довільної ф-ції f вона була єдиною. Алгоритм A має параметри —індекс r і величину пам'яті v. Він полягає в послідовному збиранні й переробці інформації на обмежених частинах ДНФ $S(f)$, які являють собою околи членів ДНФ $S(f)$, індекс r задає радіус околів. Ідея локальності полягає в обмеженні трудомісткості алгоритму A шляхом обме-

ження радіуса околів. Протяжністю $p(f)$ булевої ф-ції f наз. мінім. значення радіуса, при якому окіл будь-якого члена ДНФ $S(f)$ становить уже всю ДНФ $S(f)$. Різницю довжин ДНФ $S(f)$ і $A(f)$ наз. результативністю локального алгоритму A на f і позначають через $\delta_A(f)$. Циклом наз. булеву ф-цію $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$, скороченій ДНФ якої відповідає в E^n комплекс із ребер, причому кожна вершина вкрита двома ребрами і комплекс зв'язний. Згадані три напрями такі. По-перше, прямою побудовою циклів одержано макс. значення протяжності $p(n) = c_n \cdot 2^n$, $\frac{1}{8} < c_n < \frac{1}{2}$ для майже всіх булевих ф-цій $p(f) \sim \frac{n}{\log \log n}$.

Одну з осн. теорем теорії локальних алгоритмів — теорему неможливості спростити цикл φ при $r \cdot v \leqslant p(\varphi)$ — з урахуванням цих оцінок трактують як свідчення того, що мінімізувати ДНФ важко.

У майже всіх ф-цій кількість т. з. ядрових членів у скороченій ДНФ $S(f)$ і кількість регулярних вершин — невеликі. Це означає, що характер перекриття граней у комплексі $S(f)$ для типових ф-цій досить складний, а також, що результативність локальних алгоритмів при $r = 1$ і $r = 2$ для типових ф-цій мала. Такими є всі застосовувані локальні алгоритми — *Квайна метод мінімізації* ($r = 1$), побудова ДНФ «сума тупикових» ($r = 2$). Водночас є приклади ф-цій, на яких результативність висока. При оцінюванні її треба мати на увазі й ускладнення скороченої ДНФ порівняно з досконалою. Нарешті, побудовано т. з. щільні булеві ф-ції $\lambda(x_1, \ldots, x_n)$, на яких локальні алгоритми при $r \geqslant 2$ мають трудомісткість порядку $c^{c^n}(1 < c < 2)$; n міститься в 3-му «поверсі» й є порівнянною з $t(n)$ — макс. значенням кількості тупикових ДНФ для ф-цій від n змінних. Це означає, що згадана вище ідея локальності потребує уточнення, бо на деяких ф-ціях уже при $r = 2$ немає задовільного обмеження трудомісткості. У щільних ф-цій мала протяжність ($p(\lambda) = 2$) суміщується з вираженістю труднощів мінімізації $t(\lambda) \geqslant c^{c^n}$, $Y(\lambda) \geqslant c^n$, $\delta_A(\lambda) = 0$, при $r \geqslant 1$ — відносна довжина майже всіх тупикових ДНФ $\geqslant c^n$, усі члени ДНФ $S(\lambda)$ мають однакову кількість букв. Такими є осн. задачі, які привели до вивчення М. в. д. н. ф. Для майже всіх ф-цій $\mathrm{Dim}\, f \leqslant [\log n] + 1$ і майже в усіх ф-цій майже всі грані, які становлять скорочену ДНФ, мають розмірність значно меншу, і дорівнює вона приблизно $\log \log n$. Зв'язність комплексів, які відповідають скороченим ДНФ типових ф-цій, така, що ці комплекси зосереджені майже повністю в одній компоненті зв'язності, а інших компонент небагато й вони нульвимірні. Найкоротша ДНФ може не бути мінімальною за кількістю букв і навпаки. Максимально можливе відношення їхніх довжин $\sim \frac{n}{2}$, а для типових ф-цій воно становить ~ 1.

Слід згадати й мінімізацію при обмеженні за розмірністю. Для довільних комплексів, складених лише з одновимірних граней, і для відповідних їм ДНФ є алгоритм, оснований на побудові макс. паропоєднання в *графах*, який дає мінімальну ДНФ для випадку n змінних при пам'яті порядку 2^{2n} і кількості кроків порядку 2^{3n}. Якого-небудь розвитку цього підходу для великих значень розмірності не відомо.

Одержання зведених оцінок само виявляється розв'язком екстрем. задач на нескінченній множині, яка відповідає нескінченній сукупності значень n. Відшукування макс. значень параметрів полягає в побудові таких комплексів граней в E^n, які задовольняють ті чи інші обмеження на локальну й глобальну будову (відсутність поглинання одних граней іншими, зв'язність тощо) і на яких досягають значень параметра, достатньо близьких до верхньої оцінки, що її одержують звичайно з заг. кількісних співвідношень. Грубо кажучи, тут потрібна максимально щільна упаковка фігурних виробів у заданому об'ємі. Відшукування типових значень поєднує аналогічне конструювання з підрахунками середніх, *дисперсій* і з застосуванням нерівності Чебишова. Конструкція розчленовує задачу на певні етапи, на яких вводять допоміжні параметри й провадять для них зазначені підрахунки, і зв'язує допоміжні параметри й оцінки для них з осн. оцінюваним параметром. З кількох нетривіальних конструкцій в E^n і відмінностей макс. і типових значень, які вони дають, почалося широке вивчення типових ситуацій для різного виду комплексів.

Літ.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Журавлев Ю. И. Теоретико-множественные методы в алгебре логики. «Проблемы кибернетики», 1962, в. 8; Васильев Ю. Л. О сравнении сложности тупиковых и минимальных дизъюнктивных нормальных форм. «Проблемы кибернетики», 1963, в. 10; Васильев Ю. Л. Трудности минимизации булевых функций на основе универсальных подходов. «Доклады АН СССР», 1966, т. 171, № 1; Глаголев В. В. Некоторые оценки дизъюнктивных нормальных форм функций алгебры логики. «Проблемы кибернетики», 1967, в. 19; Глаголев В. В. О длине тупиковой дизъюнктивной нормальной формы. «Математические заметки», 1967, т. 2, в. 6; Сапоженко А. А. О наибольшей длине тупиковой дизъюнктивной нормальной формы у почти всех булевых функций. «Математические заметки», 1968, т. 4, в. 6; Евдокимов А. А. О максимальной длине цепи в единичном n-мерном кубе. «Математические заметки», 1969, т. 6, в. 3.

Ю. Л. Васильєв.

МИСЛИ́ТЕЛЬНОЇ ЗДА́ТНОСТІ ПІДСИ́ЛЮВАЧ — поняття, яке запровадив англійський математик У. Ешбі (н. 1903) для позначення машини, яка могла б розв'язувати задачі, надто важкі для людини. Ешбі вважає, що розв'язування задач людиною завжди зводиться до вибирання одного варіанту з багатьох можливих. Відбір можна розширювати за допомогою ЕОМ. Обчисл. *програма* з розши-

ренням відбору може бути ефективнішою за людину, яка побудувала її. Така програма в принципі здатна розв'язувати задачі (напр., у соціальній та економ. галузях), які перевершують мислительні здатності самого конструктора. Осн. труднощі при цьому становить великий обсяг розрахунків. Однак застосування спец. методів обчислювання, зокрема розбивання складних задач на кілька простіших і потім паралельне обчислювання їх, дає в деяких випадках змогу виконати ці обчислення практично.

У живих організмів внаслідок навчання поступово зростають показники розумових здібностей, оскільки вони навчаються дедалі краще розв'язувати задачі вибору. Аналогічний процес можна спостерігати й у самополіпшуваних програмах розв'язування різних задач на обчисл. машинах. Є програми, які з кожною новою задачею вдосконалюються, тобто швидше і краще розв'язуються задачі вибору (наприклад, для гри в шахи). Такий процес «підсилення доцільної поведінки» можна спостерігати не тільки в поведінці живих організмів, а й у машин, які розв'язують задані людиною задачі. Як приклад М. з. п. Ешбі наводить гомеостат (див. *Гомеостатична система*). До того ж швидкодіючі обчисл. машини так розширюють можливості перебирати варіанти розв'язування задач, що їх якоюсь мірою також можна вважати за М. з. п. людини.

Літ.: Эшби У. Р. Схема усилителя мыслительных способностей. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Эшби У. Р. Введение в кибернетику. Пер. с англ. М., 1959 [бібліогр. с. 396—399]; Эшби У. Р. Конструкция мозга. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 404—407]. *О. Г. Івахненко.*

МИХА́ЙЛОВА КРИТЕ́РІЙ — один із *стійкості критеріїв*.

МІЖНАРО́ДНА АСОЦІА́ЦІЯ З АНА́ЛОГОВИХ ОБЧИ́СЛЮВАНЬ (АІКА) — організація, яка сприяє розвиткові досліджень у галузі аналогової й аналого-цифрової обчислювальної техніки. Членами її можуть бути окремі спеціалісти, організації й фірми. Створено її 1955 на 1-му установчому конгресі в Брюсселі. В роботі конгресу взяли участь представники 20 країн.

Відповідно до статуту секретаріат Асоціації перебуває в Бельгії. Керівний комітет (дирекція) АІКА може складатися з 6—15 виборних членів, представників країн — членів Асоціації. До комітету входять: президент, два віце-президенти, члени комітету, секретар і скарбник (секретар і скарбник з дорадчим голосом). АІКА складається з дійсних індивідуальних і колективних членів. До 5-го Міжнар. конгресу (1967) АІКА складалася з 321 індивідуального дійсного члена, 16 колективних членів — фірм і 32 колективних членів — наук. організацій. Від колективних членів до складу Асоціації було виділено 131 члена-представника. Міжнар. конгрес АІКА скликають кожні три роки. На засіданнях конгресу, учасниками яких можуть бути не лише члени АІКА, заслуховують наук. доповіді й влаштовують дискусії. Під час конгресу проводять засідання присутніх членів АІКА, на якому заслуховують звіт керівного комітету, затверджують бюджет і план роботи на три роки і переобирають третину складу комітету. В 1970 президентом АІКА знову обрано Ж. Гоффмана, а новими членами Керівного комітету — представників США, Франції, ФРН, Югославії та Японії. Між конгресами АІКА проводить симпозіуми з окремих питань, які цікавлять членів Асоціації. 2-й конгрес відбувся 1958 в м. Страсбурзі (Франція), 3-й — 1961 в м. Опатії (Югославія), 4-й — 1964 в м. Брайтоні (Англія), 5-й — 1967 в м. Лозанні (Швейцарія), 6-й — 1970 в м. Мюнхені (ФРН). 6-й конгрес проводився разом з *Міжнародною федерацією по обробці інформації*, в ньому брали участь понад 400 спеціалістів з 26 країн. Доповіді конгресів публікують у вигляді збірників. Щокварталу АІКА випускає наук.-тех. журнал «Праці Міжнародної асоціації з аналогових обчислювань» («Annales de l'Association internationale pour le calcul analogique — Proceedings of the international Association for Analog Computation»).

Учені СРСР беруть участь в АІКА з 1955. Для організації співробітництва вчених і спеціалістів СРСР, які працюють у галузі аналогової й гібридної обчисл. техніки, з закордонними вченими — учасниками АІКА в 1970 створено Національний комітет СРСР М. а. з а. о. в складі 35 членів, головою його є акад. АН УРСР Г. Є. Пухов. *В. Б. Ушаков.*

МІЖНАРО́ДНА ОРГАНІЗА́ЦІЯ ПО СТАНДАРТИЗА́ЦІЇ (International Organization for Standardization), ІСО — організація, що сприяє розвиткові стандартизації для розширення співробітництва в галузях розумової, наукової, технічної та економічної діяльності. Її створено 1946. СРСР входить до орг-ції з дня заснування її. Вищий орган — Генеральна Асамблея — збирається раз у 3 роки. Між сесіями діяльністю М. о. по с. керує Рада на чолі з президентом і віце-президентом. Для вивчення заг. питань і готування ухвал по них створено кілька комітетів: для вивчення наук. принципів стандартизації, для поліпшення діяльності, комітет допомоги країнам, що розвиваються, та інші. Осн. функція орг-ції — розробляти, стверджувати й видавати міжнародні рекомендації по стандартизації, що їх виконують у тех. комітетах. Але юридично ці рекомендації не обов'язкові для країн-членів. Їх реалізують через національні стандарти. На 1 вересня 1969 в М. о. по с. було 132 тех. комітети.

Технічний комітет ІСО /ТК-97 «Обчислювальні машини та обробка інформації» створено 1961. Він об'єднував роботу 8 підкомітетів: 1) «Словник» — розробляє рекомендації з термінології на основі «Тлумачного словника IFIP/ICC»; 2) «Добирання символів і кодування» — визначив семиелементний код з 128 знаків для обміну інформацією між електронними обчисл. машинами (ЕОМ), розробив рекомендації по маркіруванню *стрічок магнітних* і по структурі картотек на них;

3) «Розшифровування кодованих знаків» — стандартизує набори знаків для бланків, у т. ч. й для оптичного розпізнавання; 4) «Введення — виведення» — стандартизує основні тех. носії інформації для забезпечення обміну інформацією між ЕОМ (стандартизовано магн. стрічку 12,7 *мм* завширшки з 7 й 9 доріжками, касету для магн. стрічки 12,7 *мм* завширшки, перфострічки та перфокарти); 5) «Мови програмування» — розробив проекти рекомендацій з мов програмування АЛГОЛ, *ФОРТРАН* і *КОБОЛ*, вивчає можливість стандартизації мов, призначених для цифрового керування верстатами; 6) «Передавання кодованої інформації» — розробив систему керування передаванням інформації за допомогою семиелементного коду М. о. по с. й систему виявляння помилок (до програми робіт входять ще акустичний зв'язок, канали зв'язку, бінарні сигнали та мережі передавання даних); 7) «Визначання й аналіз проблем» — розробляє правила виконання блок-схем програм і умовних позначень для них; 8) «Цифрове керування верстатами» — встановлює єдині правила запису керуючої інформації на перфострічках і магн. стрічках. У 1973 створено ще 7 нових підкомітетів.

Літ.: Демусяк А. Г. Международная организация по стандартизации. М., 1967.

В. М. Квасницький.

МІЖНАРО́ДНА ФЕДЕРА́ЦІЯ З АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ (International Federation of Automatic Control), ІФАК — організація, що об'єднує вчених, які займаються питаннями розвитку теорії автоматичного керування та застосування її в різних системах. Створено її в зв'язку з необхідністю встановити творчі контакти між вченими й спеціалістами різних країн і для обміну інформацією між ними. У 1957 в Парижі відбулася Генеральна асамблея М. ф. з а. к., яка поклала початок її існуванню, прийняла статут орг-ції, обрала президента, Виконавчу раду в складі 11 членів, Консультативний комітет і ухвалила провести 1960 в Москві перший міжнародний конгрес ІФАК. Згідно з статутом, ІФАК — міжнар. наукова організація, осн. мета якої — сприяння розробці проблем автомат. керування, обмін наук.-тех. інформацією, організація міжнар. конгресів і симпозіумів. Найвищим керівним органом федерації є Генеральна асамблея, що складається з представників країн — членів ІФАК. Між конгресами роботою федерації керує Консультативний комітет.

Організаційну та наук.-методичну роботу з окремих напрямів (вони частково змінювалися за час існування ІФАК) проводять тех. комітети: з теорії автомат. керування; тех. засобів; застосування тех. засобів; космічного простору; з системотехніки; освіти; термінології. Комітети, зокрема, організовують міжнар. конференції та симпозіуми з окремих напрямів.

Раз у три роки скликають конгрес ІФАК, де на засіданні Генеральної асамблеї обирають президента федерації на наступні три роки. Першим президентом 1957 було обрано амер. вченого Г. Честната, 1959 — рад. вченого О. М. Льотова, 1961 — швейц. вченого Е. Гереке, 1963 — англ. вченого Дж. Коулза, 1966 — польс. вченого Н. Новацького. В роботі першого міжнародного конгресу ІФАК-60 брали участь 1190 делегатів від 29 країн. Нац. комітети 21 країни подали на конгрес 285 доповідей. У роботі другого конгресу 1963 в Базелі були учасниками 1500 делегатів від 32 країн, доповіді подали нац. комітети 30 країн. Третій конгрес відбувся 1966 в Лондоні, на ньому було 1700 делегатів від 35 країн, усього заслухано 282 доповіді. На четвертому конгресі ІФАК 1969 у Варшаві було понад 1500 учасників, заслухано та обговорено 303 доповіді. Одночасно з конгресом відбулося засідання Генеральної асамблеї з участю представників від 33 нац. комітетів країн, де президентом було обрано франц. вченого В. Бройда. Черговий п'ятий конгрес федерації відбувся 1972 в Парижі, на ньому були делегати від 38 країн, усього заслухано 218 доповідей; президентом було обрано амер. вченого Дж. С. Лозьє. Кожна країна представлена в ІФАК Нац. комітетом. Головою Національного комітету Рад. Союзу є акад. АН СРСР В. О. Трапезников. В СРСР є ще й територіальні групи Національного комітету.

Після кожного конгресу ІФАК видаються його праці, в яких публікуються доповіді. ІФАК видає журнал «Автоматика» та «Інформаційний бюлетень ІФАК» (обидва англ. мовою). Комітет з термінології видає словник термінів з автомат. керування (шістьма мовами).

П. В. Походзіло.

МІЖНАРО́ДНА ФЕДЕРА́ЦІЯ ПО ОБРО́БЦІ ІНФОРМА́ЦІЇ (International Federation for Information Processing), ІФІП — організація, що об'єднує вчених у галузі теорії й застосування електронних обчислювальних машин (ЕОМ), передусім — у галузі наукових розрахунків, автоматизації обробки експериментальних даних, автоматизації проектування, а також моделювання процесів мислення, творчих процесів, машинного перекладу і т. п. Мета — обмін інформацією й встановлення творчих і ділових зв'язків між вченими, наук. центрами й фірмами, що провадять дослідження й розробки в зазначених галузях кібернетики, та вироблення основних напрямів розвитку цих галузей науки.

В 1959 в Парижі відбувся 1-й конгрес ІФІПу, який і започаткував діяльність федерації. До складу орг-ції входило 15 країн (у тому числі СРСР). Керівним органом була Генеральна асамблея на чолі з президентом і віце-президентом. На конгресі було визначено основну форму орг-ції роботи ІФІПу, зокрема, ухвалено скликáти через кожні 3 роки конгреси. 2-й конгрес відбувся 1962 в Мюнхені, 3-й — 1965 в Нью-Йорку (ІФІП-65), 4-й — 1968 в Едінбурзі (ІФІП-68), 5-й — 1971 у м. Любляні (ІФІП-71). Через те, що країн — членів федерації стало більше (в 1968 їх було вже 29), створено Раду ІФІПу.

Генеральна асамблея і Рада ІФІПу визначають напрям діяльності федерації. Рада є робочим органом, що розв'язує організаційні (визначає місце й час наступного конгресу, створює комітети й підкомітети, приймає нових членів і т. п.) та фінансові питання (встановлює розміри внесків, обліковує прибутки від видання «Праць ІФІПу» і т. п.).

Всією діяльністю ІФІПу, спираючись на Генеральну асамблею і Раду, керують президент і два віце-президенти. Їхні кандидатури висуває Рада зі складу її членів, а затверджує Генеральна асамблея голосуванням представників усіх країн. Діяльність ІФІПу забезпечують Виконавчий комітет і постійний секретаріат (містяться в Женеві). Робочими органами з окремих питань є тех. комітети, які, зокрема, організовують конференції й симпозіуми з певних напрямів кібернетики. Є такі тех. комітети: з мов програмування, термінології, навчання й медицини і постійно діючі — з планування діяльності, публікацій і міжнар. зв'язків.

Ініціатором створення федерації та її першим президентом був амер. вчений А. Ауербах, у 1965—68 її очолював швейц. вчений А. Шпайзер, у 1968 обрано рад. вченого акад. АН СРСР А. О. Дородницина.

Кожна країна, що входить до ІФІПу, представлена певною орг-цією і виділяє офіційного представника для участі в керівному органі — Генеральній асамблеї. Радянський Союз в ІФІПі представляє АН СРСР, офіц. представником весь час існування федерації є акад. АН СРСР А. О. Дородницин.

Третім за значенням органом є Програмний комітет, що його обирає Рада. Осн. завданням комітету є розробляти наук. програму чергового конгресу ІФІПу. Очолюють його голова і два віце-президенти. Голова Програмного комітету попереднього конгресу входить до складу новообраного на правах консультанта. Голову і членів Програмного комітету обирають на кожний новий строк. Членів комітету, що є керівниками галузей (відповідно до осн. напрямів діяльності федерації) на 4-му конгресі (1968) було п'ять (з галузей: математика, математичного забезпечення, апаратна частина, застосування ЕОМ і навчання).

Головою Програмного комітету 5-го конгресу ІФІПу було обрано рад. вченого акад. АН СРСР В. М. Глушкова. Визначено 7 осн. напрямів (галузей) роботи конгресу: обчисл. математика, матем. основи обробки інформації, матем. забезпечення ЕОМ, апаратна частина ЕОМ і обчислювальні системи, управлінські та адміністративні системи керування, технологічне застосування ЕОМ і застосування ЕОМ у природничих і гуманітарних науках.

ІФІП видає праці міжнар. конгресів, конференцій і симпозіумів, багатомовний словник, бюлетень з мови АЛГОЛ і бюлетень новин (майже всі видання — англ. мовою).

П. В. Походзіло.

МІКРОЕЛЕКТРО́ННА ЕЛЕМЕ́НТНА БА́ЗА ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОЇ ТЕ́ХНІКИ — система призначених для синтезу ЕОМ елементів та конструктивно-технологічних методів монтажу їх, в основу технічної реалізації якої покладено принципи мікроелектроніки.

Мікроелектроніка — розділ електроніки, що розробляє проблеми мікромініатюризації електронних схем і пристроїв з одночасним підвищенням їхньої надійності.

М. е. б. о. т.— закономірний етап розвитку елементної бази *електронних обчислювальних машин*. Цифрова обчисл. техніка, для якої характерним є використання великої кількості однотипних елементів, була першою й найефективнішою галуззю застосування мікроелектроніки.

На першому етапі становлення М. е. б. о. т. осн. елементами ЦОМ стали інтегральні схеми (ІС) з малим ступенем інтеграції, які мають по кілька десятків компонентів і призначені для виконання функцій таких найпростіших електронних вузлів, як інвертор, *тригер*, логічні схеми «НЕ І», «НЕ АБО» тощо. На цьому етапі розроблено багато різних функціонально повних систем інтегральних логічних елементів переважно на звичайних (біполярних) транзисторах і транзисторах із структурою метал — діелектрик — напівпровідник (на МДН-транзисторах). Системи логічних ІС на біполярних транзисторах можна поділити на такі основні типи (мал. 1): *а* — схеми з безпосереднім зв'язком; *б* — резистивно-транзисторні схеми; *в* — схеми з *RC*-зв'язками; *г* — діодно-транзисторні схеми; *д* — транзисторно-транзисторні логічні схеми з одно- та багатоемітерними транзисторами; *е* — транзисторні схеми з емітерним зв'язком (струмові ключі). В кожному з цих осн. типів можна виділити кілька підтипів, причому навіть схеми одного підтипу можуть різнитися щодо конструкції, технології й параметрів. У найдужче швидкодіючих інтегральних логічних схемах середній час затримки сигналу становить від 2 до 5 *нсек* при розсіюваній потужності 50 ÷ 100 *мвт*, а найменш потужні розсіюють не більше 1 *мквт* при середній затримці 5—10 *мксек*; допустимий рівень перешкод 0,2 ÷ 1 *в*. Функціонально повна система логічних ІС, як правило, має універсальний логічний елемент типу «НЕ І» чи «НЕ АБО», який, щоб забезпечити більшу гнучкість проектування, доповнюють іншими схемами, напр., «потужною» схемою з коефіцієнтом розгалуження понад 20 ÷ 25 і великою допустимою ємністю навантаження та схемами, що дають змогу збільшувати коефіцієнти об'єднування на вході, тригерними схемами тощо. Всього до функціонально повної системи входить, як правило, від 5 до 8 різних ІС, а інколи й понад 20. Усі системи інтегральних логічних елементів, як правило, є потенціальними.

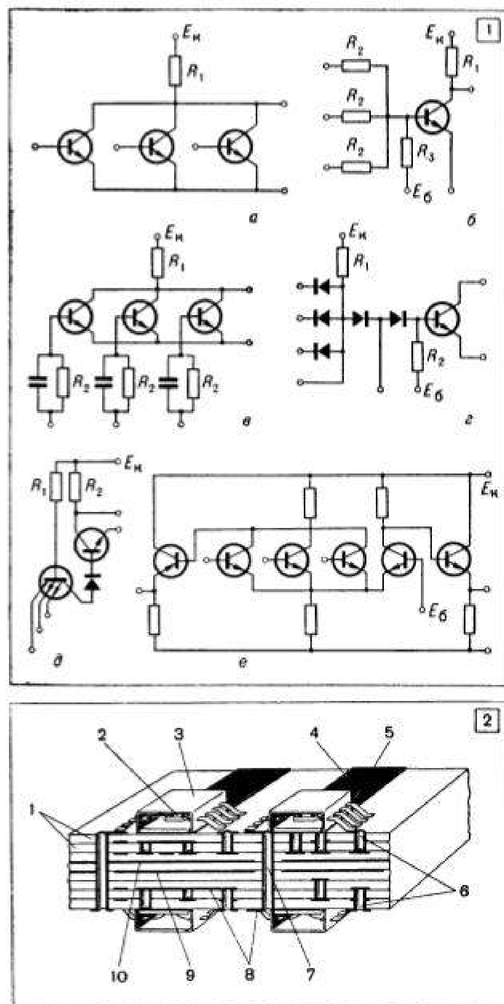
Для монтажу ІС при компонуванні їх у вузли та блоки широко використовують *друковані схеми*. З'єднування інтегр. схем у вузли без перетинання провідників можна вза-

галі забезпечити за допомогою двобічних друкованих плат. Прагнення підвищити щільність монтажу привело до створення складніших багатошарових друкованих плат, що складаються з кількох переміжних шарів ізолюючого матеріалу й плоских схемних провідників. Різниця між багатьма видами багатошарового монтажу полягає, гол. чин., у методах виконання міжшарових з'єднань. ІС розміщують звичайно на зовнішньому боці плати (мал. 2) і з'єднують їх з друкованими провідниками, застосовуючи електроннопроменеве й лазерне зварювання, паяння та зварювання опором, програмоване електрозварювання, групові методи паяння (хвилею, занурюванням та ін.), ультразвуковий і дифузійний зв'язок тощо. Паяні й зварні з'єднання лишаються поки що найменш надійною ланкою складних мікроелектронних систем. На одній друкованій платі розміщують звичайно по кілька десятків, а інколи й сотень ІС. Плати 1-го рівня (т. з. ТЕЗи — типові елементи заміни) монтують на великих друкованих панелях.

При переході на М. е. б. о. т. змінилися не лише фіз. реалізація й технологія виготовлення логічних елементів, а й підхід до проектування вузлів і блоків електронних обчисл. машин (ЕОМ). При розробці машин 1-го й 2-го поколінь, напр., традиційним було завдання мінімізувати кількість активних елементів (ламп, транзисторів і діодів). Розвиток нової технології привів до того, що складність і вартість виготовлення активних і пасивних компонентів майже зрівнялися, а в деяких схемах заміна пасивних компонентів активними виявилася навіть вигідною. Внаслідок цього на першому плані постали завдання розробляти такі методи синтезу логічних і монтажних схем, завдяки яким зменшувалася б кількість використовуваних ІС, мінімізувалася кількість з'єднань і довжина зв'язків між ними та кількість перетинів з'єднувальних провідників тощо. Застосування навіть найпростіших ІС дало змогу помітно зменшити габарити ЕОМ, зменшити споживану ними енергію і їхню вартість, різко зменшити кількість паяних або зварних з'єднань і таким чином значно підвищити надійність машин. Завдяки цьому з'явилася можливість ввести в ЕОМ подальші логічні ускладнення й будувати системи, що за складністю й інформаційною продуктивністю набагато перевершують ЕОМ першого й другого поколінь.

На 1-му етапі становлення М. е. б. о. т. середня щільність розміщення компонентів у пристроях і системах загалом, будучи набагато вищою, ніж у транзисторних ЕОМ, виявлялася все-таки в $10^4 \div 10^5$ разів меншою проти досягнутої в мікросхемах. Надмірно велика кількість корпусів і паяних (зварних) з'єднань, пов'язана з застосуванням ІС з малим ступенем інтеграції, призводила й до значного зменшення надійності, через що надійність апаратури загалом була набагато менша за надійність ІС. Звідси випливало характерне для мікроелектроніки в цілому прагнення підвищувати ступінь інтеграції схем та розміщувати й герметизувати в єдиному корпусі цілі функціональні блоки з усе більшою кількістю компонентів і найпростіших схем.

Удосконалення технології виготовлення ІС, безперервне зменшення розмірів компонентів і збільшення процента виходу придатних схем дали змогу створити в 2-й половині 60-х років 20 ст. ІС із підвищеним ступенем інтеграції, а потім і т. з. *великі інтегральні схеми* (ВІС), що містять у собі вже не десятки, а сотні й тисячі мікрокомпонентів і здатні



1. Типові електричні схеми інтегральних логічних елементів на біполярних транзисторах.

2. Структура багатошарової друкованої плати для монтажу інтегральних схем: 1 — шари з епоксидного склопластику; 2 — активний елемент; 3 — інтегральна схема; 4 — тепловідвідні смужки; 5 — контактні пелюстки; 6 — міжшарові з'єднання; 7 — ввід; 8 — шари друкованого монтажу; 9 — шини живлення; 10 — заземлення.

виконувати складніші функції, ніж найпростіші логічні операції типу «НЕ І» чи «НЕ АБО». Значних рівнів інтеграції вдалося досягти в гібридно-плівкових і напівпровідникових (твердих) схемах (див. *Інтегральна схема*), особливо в мікросхемах на МДН-транзисторах. Створення й застосування ВІС поклало початок 2-му етапові розвитку М. е. б. о. т., черговому стрибкові в збільшенні надійності й щільності компонування, в зменшенні вартості, обсягу й ваги кібернетичних пристроїв.

З переходом до ВІС постали нові проблеми. Одна з них (технологічна) пов'язана з тим, що зі збільшенням кількості компонентів у схемі швидко зростає й імовірність псування деяких із них під час виготовлення, внаслідок чого стає непридатною вся ВІС. Тому для кожного рівня розвитку технології існує оптимальний ступінь складності, за якого процент виходу придатних схем іще виправдується економічно. Для напівпровідникових схем на біполярних транзисторах, напр., цей ступінь складності становив на кінець 60-х років 20 ст. близько 100 компонентів на схему, а для схем на МДН-транзисторах і гібридно-плівкових був трохи вищий. Виробництво ВІС більшої складності потребує наявності надлишкових компонентів. У цьому разі для створення ВІС широко застосовують метод вибіркових з'єднувань: за допомогою мікрозондів визначають розміщення придатних компонентів і, орієнтуючись лише на них, проектують потрібну ВІС і відповідний їй рисунок міжз'єднань, який виконують за допомогою програмно керованого електронного чи світлового променя. Другий метод — це створення універсальних ВІС з великим надлишком компонентів, які вже після виготовлення й випробувань можна настроювати на виконання потрібної функції з урахуванням непрацездатних елементів (напр., діодні й транзисторні матриці, в яких будь-який елемент можна відімкнути від відповідного вузла схеми пропусканням імпульсу струму, достатнього, щоб зруйнувати легкоплавку сполучну перемичку). ВІС високого рівня складності виготовляють і шляхом монтажу на єдиній багатошаровій платі з заздалегідь підготовленими міжз'єднаннями малих ІС, виконаних у вигляді окремих кристаликів з балковими чи кульковими виводами (багатокристалеві ВІС).

Друга проблема, пов'язана з застосуванням ВІС,— стандартизація. Чим вищий рівень інтеграції схем і чим більше компонентів розміщено в одному корпусі, тим більша різноманітність можливих типів ВІС і тим важче обрати обмежену номенклатуру стандартних схем. Частково цю проблему розв'язують створенням і використанням у першу чергу ВІС широкого застосування, таких, як статичні та зсувові *регістри*, *суматори*, *лічильники* тощо. Друге можливе розв'язання — побудова формованих ВІС із надлишковими елементами, настроюваних на виконання тієї чи іншої заданої функції після виготовлення, про що вже йшлося вище. Найперспективнішим розв'язанням проблеми є розробка й освоєння таких методів виробництва ВІС, які б давали змогу легко перебудовуватися на випуск функціональних схем різних типів, спеціально розроблених для конкретного кібернетичного пристрою або системи. Цей шлях дає змогу одержувати найбільший виграш від застосування ВІС і разом з тим зберігати потрібну гнучкість проектування пристроїв і систем. Причому проектування й виробництво ЕОМ усе тісніше переплітаються з проектуванням і виробництвом функціональних схем і вузлів.

Раніше функціональні вузли електронних машин можна було проектувати окремо від елементів (транзисторів, діодів, резисторів, конденсаторів і простих ІС) і відправлятися від них як від готових деталей. А от при проектуванні функціональних вузлів, виготовлюваних у вигляді ВІС, треба відправлятися вже безпосередньо від властивостей напівпровідників і тонких плівок, розробляти й розраховувати не просто схему з'єднання готових елементів, а всю топологічну й фізичну структуру ВІС і технологічний процес виготовлення її з урахуванням складних електромагнітних, теплових та інших взаємодій усіх її компонентів. Таке ускладнення завдань проектування й виробництва при переході до ВІС, необхідність багато які з них розв'язувати оперативно (напр., проектування рисунка міжз'єднань у ВІС у ході виготовлення з урахуванням «розміщення» придатних компонентів; перебудова технологічної лінії на виконання нового рисунка чи на випуск ВІС іншого типу і т. ін.) потребують автоматизації цих робіт із застосуванням ЕОМ. У зв'язку з цим розвиток мікроелектроніки й обчислювальної техніки стають взаємно зумовленими процесами (див. *Автоматизація проектування ЦОМ*). На 1-му етапі розвитку М. е. б. о. т. з'ясувалося також, що мала щільність компонування й мала *надійність кібернетичних систем*, порівняно з досягнутими в мікросхемах, є наслідком не лише застосування ІС із малим ступенем інтеграції, а й того, що значну частину обладнання ЕОМ, зокрема зовнішнє обладнання й запам'ятовувальні пристрої (ЗП), не було переведено на мікроелектронне виконання. Необхідність комплексної мікромініатюризації обчисл. техніки привела до створення, окрім цифрових, і різних типів лінійних ІС для ЕОМ. Такими ІС є, напр., операційні диференційні підсилювачі постійного струму з великим коеф. підсилення напруги, підсилювачі зчитування, формувачі струмів записування та зчитування й підсилювачі-формувачі вихідних імпульсів. Значні зусилля було спрямовано на мікромініатюризацію, збільшення надійності, швидкодії та інформаційної ємності й зменшення споживаної потужності й вартості ЗП. На 1-му етапі розвитку М. е. б. о. т. найкращі результати дало вдосконалення феритових ЗП. Вже створили й широко використовують мініатюрні тороїдальні феритові осердя з внутрішнім діаметром 0,2—

0,3 *мм* і мікроферити з кількома отворами. Вартість оперативних ЗП (ОЗП) на феритових осердях лишається меншою за вартість ОЗП інших типів. Пошуки групових методів виготовлення привели до створення ЗП на феритових пластинах з мікроотворами і на т. з. «шаруватих» феритах.

Другий напрям — це розробка ЗП на тонких магнітних плівках (плоских і циліндричних). У 2-й половині 60-х років створили й почали застосовувати магнітоплівкові ОЗП середньої інформаційної ємності з періодом звертання порядку $10^{-6} \div 10^{-7}$ *сек*, сумісні з керуючими пристроями на ІС. У ЗП такого типу масиви магнітних *запам'ятовувальних елементів* з усіма необхідними селектуючими провідниками формуються в ході єдиного технологічного процесу й по суті являють собою ВІС'и, функція яких — запам'ятовувати, зберігати й видавати інформацію.

Перспективним напрямом у мікромініатюризації ЗП є створення монолітних блоків пам'яті на основі напівпровідникових ВІС. Із розвитком мікроелектронної технології стала цілком реальною побудова швидкодіючих, надійних і разом з тим порівняно дешевих пристроїв зберігання фіксованої інформації на основі інтегральних діодних і транзисторних матриць та оперативних ЗП на основі транзисторних (біполярних і МДН) тригерів і напівпровідникових приладів з негативним дифер. опором. Осн. достоїнствами інтегральних напівпровідникових ЗП є велика швидкодія ($\sim 10^7 \div 10^8$ зчитувань за 1 *сек*) при ємності $10^5 \div 10^6$ *біт* і добра схемна й технологічна сумісність з логічними ІС, що дає змогу створювати ЦОМ за єдиною технологією. ЗП на напівпровідникових ВІС широко використовують для створення т. з. надоперативної пам'яті й буферних та інших проміжних ЗП. Певних успіхів досягнуто й у мікромініатюризації пристроїв відображення інформації. З'явилися компактні плоскі електролюмінесцентні індикаторні екрани та напівпровідникові цифрові індикатори на основі світлодіодів з карбіду кремнію й фосфіду галію, що за своїми електричними характеристиками добре узгоджуються з ІС.

Досягнення в галузі М. е. б. о. т. можна проілюструвати на кількох типових прикладах ЦОМ 3-го покоління. Одним із перших описаних у літературі зразків мікроелектронних обчисл. пристроїв була розроблена в США бортова ЦОМ вагою 285 *г*, виконана на монолітних кремнієвих ІС. Це синхронна ЦОМ загального призначення, послідовного типу, що працює в двійковому коді з фіксованою комою з частотою синхронізації 100 *кгц*. Довжина машинного слова — 11 розрядів, один із них знаковий. Машина складалася з 587 ІС трьох типів, розміщених на 47 модулях, з'єднаних з основною панеллю за допомогою рознімів. Кожний модуль еквівалентний блокові, що містить у середньому 150 звичайних дискретних елементів, а вся машина загалом — приблизно 8500 елементів. Потужність, яку вона споживала, не перевищувала 16 *вт*. Виконуючи всі функції транзисторної ЦОМ на дискретних елементах, яку використовували раніше, мікроелектронна машина виявилася в 150 раз меншою за об'ємом, у 48 разів легшою і значно надійнішою.

ЦОМ «ІВМ-360/92» при майже однакових габаритах виявляється надійнішою, приблизно в 100 раз продуктивнішою і може розв'язувати значно складніші задачі, ніж відома ЦОМ цієї фірми «ІВМ 7090», що належить до машин 2-го покоління.

Найближчі перспективи розвитку М. е. б. о. т. пов'язані з тенденцією до все більшої «інтегралізації», тобто до одночасного виготовлення й герметизації в єдиному корпусі все зростаючої кількості елементів і вузлів ЦОМ. У недалекому майбутньому у вигляді єдиної ВІС чи ГІС («гігантської» інтегральної схеми) виготовлятимуть цілі вузли й навіть пристрої обчисл. машин. Удосконалення технології й автоматизація виготовлення зроблять можливим проектування й виробництво ЦОМ майже цілком з ВІС, і це приведе до дальшого підвищення надійності й питомої інформаційної потужності машин. Неабияку роль має відіграти й те, що М. е. б. о. т. завдяки підвищенню надійності, зменшенню розмірів і вартості вузлів і пристроїв дає змогу будувати дуже розгалужені інформаційні системи, відкриває нові шляхи для вдосконалювання їхньої логічної структури.

Дальші перспективи М. е. б. о. т. пов'язані з характерним для мікроелектроніки висуванням і розвитком нових принципів і напрямів, у яких робляться спроби вийти за рамки понять класичної теорії електричних кіл і реалізувати потрібні схемні функції простіше, основуючись на використанні й інших фізичних властивостей матеріалів. В оптоелектроніці, напр., щоб поліпшити характеристики й розширити функціональні можливості схем, окрім електричних і магнітних, використовуються й оптичні явища й властивості матеріалів. У кріогенній електроніці для створення малогабаритних, економічних і швидкодіючих логічних схем і ЗП використовують фізичні явища в твердих тілах при низьких температурах. Нові перспективні напрями можуть бути пов'язані й з пристроями переробки інформації на нейристорах — активних передавальних лініях. Усім новим напрямам у мікроелектроніці притаманне прагнення до мікровиконання відповідних пристроїв, а це є запорукою безперервного зменшення габаритів і вартості, підвищення надійності й розширення функціональних можливостей обчислювальних машин і систем.

Літ.: Долкарт В. М., Новик Г. Х., Колтыпин И. С. Микроминиатюрные аэрокосмические цифровые вычислительные машины. М., 1967 [бібліогр. с. 345—346]. Микроэлектроника, в. 1. М., 1967; Микроэлектроника. Пер. с англ. М., 1966; Микроэлектроника и большие системы. Пер. с англ. М., 1967; Введение в микроэлектронику. Пер. с англ. М., 1968. *В. М. Корсунський.*

МІКРОКОМА́НДА — код однієї чи кількох мікрооперацій, виконуваних за один елементарний такт роботи цифрової обчислювальної

машини. Послідовність М. наз. *мікропрограмою* (див. також *Керування структурне в ЦОМ*).

МІКРОМОДЕ́ЛЬ ЕКОНОМІ́ЧНА — *модель математична* економічного об'єкта, за допомогою якої, вивчивши складові частини цього об'єкта, можна встановити відображення реально існуючих функціональних, логічних та інформаційних зв'язків у вигляді векторних і функціональних залежностей. На відміну від макропідходу (див. *Макромоделі економічні*), мікропідхід передбачає знання ф-цій кожної складової ланки модельованого об'єкта й описування їх у вигляді адекватних моделей, детальне вивчення механізму взаємодії складників модельованого об'єкта, їхній вплив на формування керуючих і інформуючих параметрів. При цьому відношення моделі та модельованого об'єкта є відношенням не тотожності, а аналогії переважно на рівні структур і ф-цій. Мікропідхід характеризується не величиною модельованого об'єкта та його місцем у системі нар.-госп. планування й управління, а системою знань про об'єкт і використанням їх під час побудови моделі управління чи інформаційної моделі.

Із структурних підрозділів економіки найбільш вивченим є підприємство, тому мікро- й макромоделювання часто визначають за ієрархічною ознакою, тобто виходячи з місця економ. об'єкта в системі нар.-госп. планування та управління. В цій системі підприємство — нижчий ступінь, тому макромоделі часто ототожнюють з відображенням різних сторін міжгалузевих зв'язків і всього нар. г-ва в цілому, а М. е.— з відображенням діяльності виробничих ділянок, цехів, підприємств. У такому визначенні підкреслено два моменти: 1) підпорядкованість у формуванні вхідних параметрів моделі; 2) розшифрування поняття «мікро». Ці ознаки відносні й не дають правильного уявлення про мікро- й макромоделювання.

Залежно від припущень про характер взаємодії різних ланок системи та ступеня неозначеності використовуваної інформації М. е. можна поділити на детерміновані та ймовірнісні. Прикладом детермінованої моделі є задача оптим. завантаження устаткування при заданій технологічній послідовності обробки деталей та однозначно визначених часових характеристиках. Як імовірнісну модель можна розглядати прогнозування обмежень щодо випуску продукції й рівня її рентабельності. Якщо об'єкт, що його описує детермінована або ймовірнісна модель, вивчають в окремі фіксовані моменти часу, то відповідну модель наз. статичною, а якщо в якісь взаємозв'язані моменти часу,— динамічною.

Рівень розробки матем. апарату оптимізації параметрів управління мікромоделями певною мірою позначився на характері моделювання; мабуть, через це спочатку було реалізовано лінійні моделі. Щоб побудувати складніші залежності між ланками системи, треба застосовувати методи *програмування нелінійного* й *програмування динамічного*, *ігор теорії*, евристичні методи аналізу варіантів (див. *Послідовний аналіз варіантів*).

Літ.: Штофф В. А. Роль моделей в познании. Л., 1963; Головин К. В. Некоторые вопросы изучения экономических систем и их моделей. В кн.: Вычислительная техника и алгоритмизация экономических задач. М., 1968; Терехов Л. Л. Экономико-математические методы. М., 1968 [бібліогр. с. 297—298]; Завельский М. Г. Оптимальное планирование на предприятии. М., 1970 [бібліогр. с. 384—392]; Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1967.

О. О. Карагодова.

МІКРОМО́ДУЛЬНА ПОБУДОВА ЕОМ — один з конструктивних шляхів розв'язування проблеми мініатюризації ЕОМ — зменшення габаритів машин при одночасному підвищенні їхньої надійності та полегшенні автоматизації виробництва схем і вузлів. Модульно-вузловий принцип конструювання дав змогу принципово змінити підхід до розробки й виготовлення засобів *обчислювальної техніки*. Як основний елемент конструкції тут використовують деяку стандартну за розмірами, способом збирання й монтажу конструктивну комірку (модуль). З цих модулів створюють типові конструкції функціональних вузлів і блоків з мінімальною кількістю з'єднувальних провідників (для зменшення втрат об'єму обладнання при його монтажі). Крім того, функціонально-модульний спосіб спростив розробку й макетування схем, зменшив витрати часу на контроль правильності з'єднань і працездатності окремих елементів. Найбільшого поширення набули плоскі й об'ємні модулі. Плоскі модулі виготовляють на друкованих платах уніфікованих розмірів. Деталі розміщують на одному чи обох боках плати. Виводи деталей приєднують до плати паянням або приклеюванням струмопровідним клеєм, зібраний модуль герметизують. Стрічкові або проводові виводи модуля розпаюють в отвори допоміжної плати з міжмодульним друкованим монтажем.

Серед конструкцій об'ємних модулів, зібраних із деталей різної форми, найбільший інтерес становлять т. з. колончасті модулі. Радіодеталі розміщують у них між двома платами щільно, паралельно одну одній і з'єднують у площині розміщення виводів паянням або зварюванням. Незважаючи на підвищений опір електричного контакту зварного з'єднання, переваги зварювання перед паянням забезпечують широке застосування зварних модулів у логічних і лічильно-розв'язувальних пристроях. Колончаста конструкція модулів дає змогу одержати високу щільність монтажу при використанні однотипних деталей з осьовими виводами, напр., у діодній матриці чи матриці резисторів. При мікромодульному конструюванні основним елементом апаратури стає мікромодуль, який являє собою наборну герметизовану конструкцію з деталей-напівфабрикатів без звичайних корпусів і виводів, із плат з перемичками і вільних мікроплат, з'єднаних між собою з'єднувальними провідниками відповідно до електр. схеми. Найчастіше мікромодуль являє собою функціонально закінчену схему.

Більша частина мікромодулів має етажеркову конструкцію, тобто являє собою стовпчик з плоских радіодеталей однакового поперечного перерізу. Щільність монтажу в мікромодулях залежно від застосовуваних мініатюрних елементів — порядку 5000—20 000 деталей в 1 $дм^3$. Збирання мікромодулів легко піддається механізації й частковій автоматизації. Монолітна конструкція мікромодуля забезпечує підвищену електр. і мех. міцність мікроелементів, захищає їх від несприятливих зовнішніх діянь і поліпшує розподіл тепла всередині об'єму модуля. Зазначені переваги модулів визначили широке застосування їх у пристроях обчислювальної техніки.

Літ.: Барканов Н. А. [та ін.]. Конструирование микромодульной аппаратуры. М., 1968 [бібліогр. с. 411—412]; Микроминиатюризация радиоэлектронной аппаратуры. Пер. с англ. Л., 1962 [бібліогр. с. 263—271]; Миниатюризация и микроминиатюризация радиоэлектронной аппаратуры. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с 345—352].

М. С. Кухарчук.

МІКРООПЕРА́ЦІЯ — елементарна операція в процесі переробки інформації, що відповідає елементарній машинній дії, яка позначена в *мові ЦОМ внутрішній* і не містить у собі інших елементарних операцій (машинних дій), позначених у цій мові. Див. *Керування структурне в ЦОМ.*

МІКРОПРОГРА́М ПЕРЕТВО́РЮВАННЯ. Мета перетворювання мікропрограм дуже різноманітна. Існують перетворювання, які дають змогу оптимізувати наявну *мікропрограму*, напр., за швидкодією; є клас перетворювань мікропрограм, які застосовують виключно з інженерною метою, напр., облік навантажних властивостей елементів, їхньої швидкодії, синхронізації сигналів тощо. Оскільки способи задання мікропрограм різноманітні, техніка М. п. спирається на різні результати *автоматів теорії*, теорії логіч. схем програм і на *дискретних перетворювачів теорії.* Задавання автомата у вигляді мікропрограми сприяє застосуванню методів мінімізації автоматів для спрощення мікропрограми. Такі перетворювання стосуються лише способу записування й зберігання мікропрограм, але вони не можуть змінювати мікрооперацій та логіч. умов, а також порядку виконування мікрооперацій. Завдяки розвиткові теорії дискретних перетворювачів і алгоритм. алгебр з'явилися зовсім нові засоби перетворювання мікропрограми. Оскільки будь-яку мікропрограму можна зобразити в регулярній формі (див. *Алгебра алгоритмів*), тобто записати як елемент певної алгебри, для перетворювання її можна використовувати добре розвинуті в алгебрі засоби застосування співвідношень. Якщо у відповідній алгоритм. алгебрі одержано систему визначальних співвідношень, то, виходячи з первісної мікропрограми, заданої в регулярному вигляді, можна одержати значно економнішу мікропрограму, застосувавши співвідношення до первісної мікропрограми.

При цьому можна, взявши, напр., за первісну мікропрограму алгоритму множення, що ґрунтується на визначенні множення, одержати мікропрограму множення в тому вигляді, в якому її звичайно реалізують у ЦОМ. Цінність такого апарату перетворювань полягає в тому, що ці перетворювання можна виконувати формально.

Літ.: Глушков В. М. Теория автоматов и формальные преобразования микропрограмм. «Кибернетика», 1965, № 5.

С. С. Гороховський.

МІКРОПРОГРА́МА — послідовність мікрокоманд, яка реалізує заданий алгоритм і в якій кожна мікрокоманда відповідає одній або кільком *мікроопераціям.* Мікрокоманда задає перевірку логічної умови та переходи на інші ділянки М. Системою М. чи однією М. задають в *обчислювальних машинах* взаємодію керуючого та операційного автоматів при виконанні *операцій машинних* у пристроях переробки та зберігання інформації (*даних*).

Від задавання *автомата керуючого* як системи М. можна здійснити перехід до задавання його за допомогою способів, що їх використовують в *абстрактній теорії автоматів* (таблицями, графами, матрицями та ін.). Такий перехід дає змогу розв'язати оптимізаційні задачі, зв'язані зі спрощенням пристрою керування машини й обчисл. пристрою методами абстрактної теорії автоматів. У цьому разі елементами вхідного алфавіту є значення впорядкованих певним чином логічних умов М., а число станів дорівнює числу всіх мікрокоманд. Але класичні *автоматів способи задавання* (таблиці, *графи*, матриці) стають громіздкими, якщо входів і станів автомата дуже багато. Компактніший запис автоматів (зокрема, керуючих автоматів з великою кількістю входів і станів) можна одержати, якщо кожному станові a_i автомата поставити у відповідність множину N_i (що її наз. мікрокомандою) впорядкованих трійок: $N_i = \{ \langle f_1, \lambda_1, \delta_1 \rangle, \langle f_2, \lambda_2, \delta_2 \rangle, \ldots, \langle f_k, \lambda_k, \delta_k \rangle \}$, де f_j $(j = 1, 2, \ldots, k)$ — булевий вираз, що відповідає підмножині тих і лише тих вхідних сигналів автомата, на кожний з яких автомат, перебуваючи в стані a_i, що відповідає мікрокоманді N_i, реагує однаково, тобто має однакові значення ф-цій переходів (δ_j) і виходів (λ_j). Такий спосіб задавання автоматів наз. мікропрограмним.

Розроблено методи формального синтезу М. з урахуванням фіз. характеристик сигналів та елементів. Для глибших формальних перетворень М., що включають заміну одних мікрооперацій іншими, зміну порядку слідування їх тощо, створено спеціальний алгебр. апарат та особливу мову для записування М. За їхню основу править апарат мікропрограмних алгебр, що його розробив рад. математик В. М. Глушков. Див. також *Керування структурне в ЦОМ.*

Літ.: Глушков В. М. Теория автоматов и формальные преобразования микропрограмм. «Кибернетика», 1965, № 5; Чеботарев А. Н. Абстрактный синтез управляющего автомата по микропрограмме. «Кибернетика», 1966, № 5; Мищенко А. Т. О задании автоматов микропрограммой. «Кибернетика», 1970, № 3.

Є. П. Башлаков

МІКРОПРОГРА́МНА А́ЛГЕБРА — *алгебра алгоритмів*, інтерпретована в термінах *мікрооперацій* цифрових обчислювальних машин.

МІКРОПРОГРА́МНЕ КЕРУВА́ННЯ — спосіб побудови в *цифровій обчислювальній машині* структурного керування як набору послідовностей елементарних операцій (мікрооперацій), що в сукупності реалізують алгоритми керування ЦОМ (див. *Керування структурне в ЦОМ*, *Мікропрограма*).

МІКРОСХЕ́МА — елемент, вузол чи пристрій (або його частина) обчислювальної машини, систем автоматики й радіотехніки, виготовлені засобами мікроелектроніки у вигляді взаємозамінюваного модуля. В основі технології виробн. М. лежить спосіб виготовлення всіх деталей схеми або частини їх у єдиному технологічному циклі — груповий спосіб. Відповідно до технології розрізняють М. інтегральні та гібридні. В гібридних пасивні компоненти виготовляють груповим способом (вакуумною конденсацією, електрохімічним осаджуванням або шовкографією на ізоляційному підкладі), а активні (транзистори, діоди без корпусів) приєднують за допомогою навісного монтажу з наступною герметизацією всього модуля. У виробн. *інтегральних схем* в одному випадку пасивні та активні компоненти формують в об'ємі напівпровідника або на його поверхні і з'єднують тонкоплівковими провідниками (інтегральні монолітні схеми), в іншому — активні й пасивні елементи (а також з'єднання між ними) виконують на ізоляційному підкладі з тонких плівок (інтегральні тонкоплівкові М.).

М., використовувані в обчисл. техніці, містять логіч. елементи, які становлять функціонально повний набір і об'єднуються в робочу схему вузла або пристрою зовн. монтажем. Інтегральні М., набір логіч. елементів яких у процесі виготовлення об'єднано у вузол або пристрій (*регістри*, плати *запам'ятовувальних пристроїв*, *процесори*) на одній пластині або підкладі, наз. великими інтегральними схемами (ВІС).

Застосування М. для побудови *обчислювальних машин* третього покоління дало змогу істотно зменшити їхні габарити й споживання енергії, підвищити швидкодію і надійність. З переходом від М. до ВІС ще дужче зменшується вартість ЕОМ і зростає їхня надійність. *Ф. Н. Зиков, Ю. В. Остапенко.*

МІЛІ АВТОМА́Т — *автомат скінченний*, вихід якого в даний такт t істотно залежить від його стану в цьому такті й значення входу, тобто $g(t+1) = \lambda(g(t), x(t))$. Таке визначення автомата запровадив Г. Мілі. Див. також *Алгебрична теорія автоматів*.

МІНІМА́КС — значення функції $f(x, y)$ двох векторних змінних x, y, якого вона досягає, якщо спочатку взяти максимум по y, а потім мінімум по x. Поняття М.— одне з осн. понять *ігор теорії*. Див. також *Максиміну принцип*.

МІНІМА́КСНЕ ВИРІ́ШУВАЛЬНЕ ПРА́ВИЛО — статистичне вирішувальне правило, що дає змогу одержувати найменше значення максимального (за шуканим параметром) умовного риску розв'язання. Під умовним риском розуміють таке. Є об'єкти чи ситуації, певні параметри яких становлять інтерес (напр., назви класів, до яких належать ці об'єкти). Інформацію про об'єкти задають у вигляді наборів ознак $x = (x_1, \ldots, x_n)$, що їх одержують шляхом безпосередніх вимірювань. Припускають, що при кожному можливому значенні шуканого параметра γ набори ознак x являють собою реалізації *випадкової величини* з відомим умовним розподілом імовірностей $p(x|\gamma)$. Щоб визначити шукані параметри, можна вказати деяке *правило вирішувальне* δ, яке відображує простір ознак $\mathfrak{X}$ на множину рішень Λ, тобто вказує для кожного об'єкта, описуваного набором ознак $x \in \mathfrak{X}$, рішення $\lambda = \delta(x) \in \Lambda$. Це рішення оцінює дійсне значення шуканого параметра $\gamma \in \Gamma$ для даного об'єкта. Множина рішень Λ у заг. випадку може не бути тотожна (точніше, ізоморфна) множині значень шуканих параметрів Γ. Задають ф-цію втрат $L(\gamma, \lambda)$, що встановлює, якого кількісного збитку завдає рішення λ, коли дійсне значення параметра дорівнює γ. Умовний риск рішення $r(\delta|\gamma)$ визначають як умовне матем. сподівання втрат при використанні даного вирішувального правила δ за умови, що шуканий параметр дорівнює γ: $r(\delta|\gamma) = \sum_x L(\gamma, \lambda = \delta(x))\, p(x|\gamma)$, де знаком Σ позначено підсумовування дискретних чи інтегрування за ймовірнісною мірою неперервних величин. За фіксованого вирішувального правила δ умовний риск $r(\delta|\gamma)$ є ф-цією від шуканого параметра γ. М. в. п. δ^0 визначено умовою: $\max_{\gamma \in \Gamma} r(\delta^0|\gamma) \leqslant \max_{\gamma \in \Gamma} r(\delta|\gamma)$ за всіх можливих правил δ (у заг. випадку замість max треба поставити sup). Будуючи М. в. п., на відміну від випадку *байєсівського вирішувального правила*, не треба знати апріорного розподілу ймовірностей шуканих параметрів $\xi(\gamma)$. За досить загальних умов М. в. п. збігається з байєсівським вирішувальним правилом для «найменш сприятливого» апріорного розподілу $\xi^0(\gamma)$, тобто такого, за якого середній риск $r(\delta, \xi) = \sum_\gamma r(\delta|\gamma)\, \xi(\gamma)$ максимальний: $r(\delta, \xi^0) \geqslant r(\delta, \xi)$ за всіх можливих розподілів ξ. В деяких випадках, що є типовими для дискретних розподілів $p(x|\gamma)$, М. в. п. зводиться до рандомізованого правила, в якому рішення вибирається випадково відповідно до певних умовних імовірностей рішень $g(\lambda|x)$, що задають рандомізоване правило (замість ф-ції $\delta(x)$). У цьому разі умовний риск найзручніше подавати у вигляді $r(\delta|\gamma) = \sum_{\lambda x}\sum L(\gamma, \lambda)\, p(x|\gamma)\, g(\lambda|x)$. Напр., x — одновимірна ознака, що набуває цілочислових значень: $\mathfrak{X} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}$. Треба за виміряним значенням ознаки прийняти мінімаксне рішення, до якого з двох можливих класів: γ_1 чи γ_2 — належить спостережуваний об'єкт, якщо умовні ймовірності $p(x|\gamma)$

дорівнюють відповідно $p(x|\gamma_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^{|x|}}$ і $p(x|\gamma_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^{|x-2|}}$, а ф-цію втрат задано у вигляді $L(\gamma, \lambda) = 0$ при $\lambda = \gamma$ і $L(\gamma, \lambda) = 1$ при $\lambda \neq \gamma$. Тут простір $\mathfrak{X}$ — це зліченна множина цілих чисел, а множина шуканих параметрів і тотожна їй множина рішень — двоточкова множина $\{\gamma_1, \gamma_2\}$. За цих умов М. в. п. виходить рандомізованим: $g^0(\gamma_1|x) = 1$ при $-\infty < x \leqslant 0$, $g^0(\gamma_1|x) = 0,5$ при $x = 1$ і $g^0(\gamma_1|x) = 0$ при $2 \leqslant x < \infty$; $g^0(\gamma_2|x) = 1 - g^0(\gamma_1|x)$. Мінімаксний риск (при зазначеній ф-ції втрат риск — це ймовірність помилкових рішень) $\max\limits_{\gamma \in \{\gamma_1 \gamma_2\}} r(\delta^0|\gamma) = 0,25$. Якщо в розглянутому прикладі обмежитися пошуком М. в. п. лише в класі нерандомізованих правил, то мінімаксний риск збільшиться до 0,33. При цьому буде одержано такі рівноцінні нерандомізовані М. в. п.: $\delta^0(x) = \gamma_1$ при $x \leqslant 1$ і $\delta^0(x) = \gamma_2$ при $x > 1$ або $\delta^0(x) = \gamma_1$ при $x < 1$ і $\delta^0(x) = \gamma_2$ при $x \geqslant 1$.

М. в. п. застосовують у теорії статистичних рішень, в *ігор теорії* та ін. У *розпізнаванні образів* М. в. п. використовують зрідка, причиною цього є виняткові труднощі його побудови в конкретних задачах розпізнавання.

Г. Л. Гімельфарб.

МІНІМА́ЛЬНО-ФА́ЗОВА СИСТЕ́МА — система автоматичного керування з однозначним зв'язком між її амплітудною й фазовою частотними характеристиками. Цей зв'язок (з точністю до коефіцієнта підсилення) записують

$$\left.\begin{aligned} \ln A(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(u)}{u-\omega} d\omega; \\ \varphi(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln A(u)}{u-\omega} d\omega, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

де $A(\omega)$ — амплітудно-частотна характеристика (АЧХ), а $\varphi(\omega)$ — фазова частотна характеристика ФЧХ (див. *Частотні характеристики систем автоматичного керування*). Співвідношення (1) мають місце, якщо *передавальна функція* (ПФ) $W(s)$ системи не має нулів і полюсів у правій півплощині, включаючи уявну вісь. Однозначний зв'язок між АЧХ та ФЧХ М.-ф. с. дає змогу синтезувати М.-ф. с. із заданими властивостями, використовуючи тільки один вид частотних характеристик, напр., АЧХ.

На відміну від М.-ф. с. частина нулів та полюсів ПФ немінімально-фазової системи (НМФС) може міститись у правій півплощині. У зв'язку з тим, що в НМФС немає однозначного зв'язку між АЧХ і ФЧХ, при синтезі таких систем у частотній області потрібно знати обидва види характеристик. Для НМФС характерний більший зсув фаз на всіх частотах порівняно з М.-ф. с., яка має таку саму АЧХ.

Нехай, напр., ПФ системи має один нуль у правій півплощині, тобто $W(s) = B_1(s)(s - q_1)A^{-1}(s)$. У цьому разі ПФ можна зобразити у вигляді $W(s) = W_1(s) \times W_2(s)$, де $W_1(s) = B_1(s)(s + q_1)A^{-1}(s)$; $W_2(s) = (s - q_1)(s + q_1)^{-1}$. АЧХ $W_1(s)$ і $W_2(s)$ однакові, бо $|W_2(s)| = 1$, ФЧХ, визначувана множником $W_2(s)$,— $\varphi_2(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{2q_1\omega}{\omega^2 - q_1^2}$. При рівності АЧХ ПФ $W_1(s)$ та $W(s)$ фаза $W(j\omega)$ більша абс. величиною за фазу $W_1(j\omega)$ на $|\varphi_2(\omega)|$. Наведені умови однозначності (1), напр., не задовольняють ланка запізнювання з ПФ $e^{-\tau s}$, АЧХ якої є сталою й не залежить від ФЧХ — $\tau\omega$, астатичні й диференціюючі ланки з ПФ $p^{-\nu}$ й p^{ν} відповідно, ФЧХ яких сталі й не залежать від АЧХ. Проте в останньому випадку ланки відносять до М.-ф. с., бо достатньо врахувати, що полюс або нуль на початку координат дають зсув фази відповідно на $-\nu\left(\frac{\pi}{2}\right)$ й $\nu\left(\frac{\pi}{2}\right)$, де ν — кратність полюса або нуля.

Літ.: Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 743—763]; Честнат Г., Майер Р. В. Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования. Пер. с англ., ч. 1—2. М.—Л., 1959 [бібліогр. ч. 1, с. 485—487].

В. П. Яковлєв.

МІНІМІЗА́ЦІЇ ФУ́НКЦІЙ МЕ́ТОДИ — методи пошуку мінімумів функцій. Пошук максимумів зводиться до пошуку мінімумів зміною знаку ф-ції. М. ф. м.— розділ *обчислювальної математики*, який відіграє велику роль у таких застосуваннях, як вибір оптим. варіантів у задачах планування, проектування й *операцій дослідження*, керування технолог. процесами чи рухом складних об'єктів тощо. М. ф. м. застосовують ще для розв'язування систем рівнянь і нерівностей, коли відшукують спектр операторів, при розв'язуванні *крайових задач* та ін.

Найбільше вивчено М. ф. м. стосовно ф-цій, визначених у всьому n-вимірному евклідовому просторі E. Розглянемо їх, не торкаючись дискретних і дискретно-неперервних задач мінімізації, а також задач мінімізації, коли є обмеження. Останні в багатьох випадках можна звести до задачі безумовної мінімізації (напр., з використанням штрафних функцій). Не будемо розглядати методи знаходження мінімуму, основані на безпосередньому використанні необхідних умов *екстремуму*, бо розв'язування одержуваних при цьому систем нелінійних рівнянь можна розглядати як задачу мінімізації суми квадратів відхилів (або максимуму модуля відхилів). Можливість застосування й порівняна ефективність різних М. ф. м. багато в чому визначаються класом ф-цій, до якого їх застосовують. Більшість М. ф. м. дають змогу відшукувати локальний мінімум, і лише апріорна інформація про властивості ф-ції (опуклість, унімодальність) дає змогу вважати цей мінімум глобаль-

ним. Методи, які гарантують пошук глобального мінімуму з заданою точністю для досить загальних класів ф-цій, є досить трудомісткими. Практично для знаходження глобального мінімуму в основному використовують поєднання *Монте-Карло методу* й одного з методів локальної мінімізації.

Широкий клас М. ф. м. описують такою *обчислювальною схемою*. Нехай $f(x)$ — мінімізовувана ф-ція, визначена в E_n, а $x_0 \in E_n$ — довільно вибрана початкова точка. Припустимо, що $f(x)$ має неперервні частинні похідні до r-го порядку включно ($r \geqslant 0$) ($f(x)$ розглядатимемо як похідну нульового порядку). Щоб одержати послідовні наближення до локального мінімуму, будуємо послідовність точок $x_1, \ldots, x_k, \ldots$ за ф-лами такого виду:

$$x_k = p_k(x_0, \ldots, x_{k-1}, f(x_0), \ldots, f(x_{k-1}), \ldots,$$
$$\ldots, \partial^1 f(x_0), \ldots, \partial^1 f(x_{k-1}), \ldots, \partial^r f(x_0), \ldots$$
$$\ldots, \partial^r f(x_{k-1})), \qquad (1)$$

де $\partial^l f$ означає вектор частинних похідних l-го порядку ($1 \leqslant l \leqslant r$), а p_k — обчислювані ф-ції своїх аргументів. Порядок вищих частинних похідних, обчислюваних для реалізації ф-ли (1), наз. порядком методу. Осн. група застосовуваних на практиці методів має ту особливість, що *інформація*, необхідна для обчислювання чергового значення x_{k+1}, виражається через обмежену кількість параметрів, обчислюваних на даному кроці й попередніх кроках процесу. Метод наз. S-східчастим, якщо схема *алгоритму*, починаючи з якогось $k_0 \geqslant S$, має таку структуру: на $(k+1)$-му кроці обчислюємо параметри $\varphi_1^{(k+1)}, \ldots, \varphi_t^{(k+1)}$, де t — якесь натуральне число, і вектор x_{k+1} за ф-лами такого виду:

$$\varphi_1^{(k+1)} = \varphi_1[\varphi_1^{(k)}, \ldots, \varphi_1^{(k-s+1)}, \ldots; \varphi_t^{(k)}, \ldots,$$
$$\ldots, \varphi_t^{(k-s+1)}, x_k, f(x_k), \partial^1 f(x_k), \ldots, \partial^{(r)} f(x_k)];$$
$$\varphi_t^{(k+1)} = \varphi_t[\varphi_1^{(k)}, \ldots, \varphi_1^{(k-s+1)}, \ldots; \varphi_t^{(k)}, \ldots,$$
$$\ldots, \varphi_t^{(k-s+1)}, x_k, f(x_k), \partial^1 f(x_k), \ldots, \partial^{(r)} f(x_k)];$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2)$$
$$x_{k+1} = p_k(\varphi_1^{(k)}, \ldots, \varphi_1^{(k-s+1)}, \ldots;$$
$$\varphi_t^{(k)}, \ldots, \varphi_t^{(k-s+1)}; x_k, f(x_k), \partial^1 f(x_k), \ldots,$$
$$\ldots, \partial^{(r)} f(x_k))$$

(початкові параметри обчислюють за допомогою спец. процедур). У досить поширених методах спуску оператор p_k конкретизується в такій формі:

$$x_{k+1} = x_k - h_k a_k, \qquad (3)$$

де h_k — дійсне число, яке наз. кроковим множником, вектор a_k визначає напрям спуску. Серед методів спуску виділяють методи монотонного спуску або релаксаційні методи. Метод (3) наз. релаксаційним, якщо $f(x_k) \geqslant f(x_{k+1})$, коли $k = 0, 1, 2 \ldots$. Якщо $f(x)$ неперервно диференційовна, то релаксаційність методу (3) забезпечується, коли напрям спуску a_k утворює гострий кут з напрямом градієнта й h_k достатньо малий. Загальну теорію релаксаційних процесів найповніше розвинено для випадку опуклих ф-цій. Як осн. параметри, які характеризують процес, розглядають кути релаксації θ_k (кути між a_k і напрямом градієнта), а також множники релаксації q_k, визначувані рівністю

$$1 - \frac{q_k}{2} = \frac{f(x_k) - f(x_{k+1})}{(\partial f(x_k), x_k - x_{k-1})},$$

де ∂f — градієнт ф-ції f (для квадратичного функціоналу $q_k = 1$ при найшвидшому спуску). Позначимо через $\varkappa_k = q_k(2 - q_k)\cos^2\theta_k$ зведений коеф. релаксації. Необхідна й достатня умова збіжності релаксаційного процесу для дуже опуклої ф-ції $f(x)$: $\sum_{k=0}^{\infty} \varkappa_k = \infty$.

Серед релаксаційних методів найвідоміші градієнтні методи. Розглянемо докладніше односхідчасті методи градієнтного типу. Загальна схема їх така: $x_{k+1} = x_k - A(x_k)\,\partial f(x_k)$. В рамках цієї схеми можна виділити такі модифікації:

а) градієнтний спуск з постійним кроком: $A(x_k) = \alpha I$; $\alpha = \text{const}$; I — одинична матриця;

б) найшвидший градієнтний спуск: $A(x_k) = h_k I$, де h_k визначається з умови мінімуму $f(x_k - h_k df(x_k))$;

в) метод Ньютона — Рафсона: $A(x_k) = H^{-1}(x_k)$, де H — гессіан у точці x_k, $H = \left\{\frac{d^2 f}{dx_i dx_j}\right\}_1^n$;

г) проміжні схеми: $x_{k+1} = x_k - (\alpha_k I + \beta_k H^{-1}(x_k))\,\partial f(x_k)$.

До найпоширеніших двосхідчастих градієнтних методів можна зарахувати методи спряжених градієнтів. Прикладом двосхідчастої схеми є метод спряжених градієнтів Флетчера — Рівза

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k^* \varphi_k;$$
$$\varphi_k = -\partial f(x_k) + \beta_k \varphi_{k-1}; \ \varphi_0 = -\partial f(x_0);$$
$$\beta_k = \frac{\|\partial f(x_k)\|^2}{\|\partial f(x_{k-1})\|^2};$$
$$\alpha_k^*: f(x_k + \alpha_k^* \varphi_k) = \min_{\alpha_k \geqslant 0} f(x_k + \alpha_k \varphi_k).$$

Методи а) й б) за достатньо загальних умов (перший — коли α — досить мале) збігаються до локального мінімуму зі швидкістю геом. прогресії. Метод в) за досить загальних умов збігається з досить малого околу мінімуму з квадратичною швидкістю. Проміжна схема г) є гнучкішою й дає змогу за певного регулювання послідовностей $\{\alpha_k\}$ і $\{\beta_k\}$ теж одержати квадратичну швидкість збіжності при слабших вимогах на початкове наближення.

Вадою цих методів є необхідність обчислення гессіана. Цієї вади немає в методах спряжених градієнтів і т. з. алгоритмах зі змінною метрикою, що мають властивість прискореної збіжності для достатньо гладких ф-цій в околі мінімуму. Схеми алгоритмів зі змінною метрикою за своїм характером є комбінацією схеми спряжених градієнтів і методу Ньютона — Рафсона. Одночасно з рухом за схемою типу спряжених градієнтів відбувається ітеративна апроксимація матриці, оберненої гессіанові в точці мінімуму. Після кожних n кроків процесу роблять крок за методом Ньютона — Рафсона, де замість H^{-1} виступає її апроксимація.

Якщо градієнт $f(x)$ розривний, перелічені вище методи не застосовні. Тому велике значення мають методи мінімізації опуклих (не обов'язково диференційовних) ф-цій; ці методи можна умовно поділити на 2 групи: 1) методи градієнтного типу і 2) методи «січних площин». До 1-ї групи входять різні модифікації *узагальнених градієнтів методу*, а також схеми з прискореною збіжністю, основані на розтягуванні простору в напрямі градієнта або різниці двох послідовних градієнтів. До методів 2-ї групи належить, напр., метод Келлі. Нехай $\mathfrak{M}$ — опукла (обмежена) множина, на якій визначено $f(x)$, і $x_1, \ldots, x_k$ — послідовність точок, у яких обчислюється узагальнений градієнт $g_f(x_i)$, $i = 1, \ldots, k$. Тоді x_{k+1} знаходять як розв'язок задачі: відшукати $\min\limits_{x\in\mathfrak{M}} \max\limits_{i=1,2,\ldots,k} [f(x_i) + (g_f(x_i), x - x_i)]$. Метод Келлі збігається по функціоналу за будь-якого початкового x_1. З поширених методів мінімізації слід відзначити, зокрема, метод ярів для мінімізації ф-цій з дуже витягнутими гіперповерхнями рівня; методи покоординатного пошуку зі змінюваною системою координат; методи випадкового пошуку; комбіновані методи швидкого спуску й випадкового пошуку, коли напрям спадання ф-ції відшукують методом Монте-Карло; методи диференційного спуску, *стохастичної апроксимації методи* тощо. В задачах оптим. регулювання велике значення мають методи пошуку нульового порядку. В основі алгоритмів мінімізації для цього випадку звичайно лежить ідея лінійної або квадратичної апроксимації мінімізовуваної ф-ції або різницева апроксимація відповідних частинних похідних. Для пошуку *екстремуму глобального* запропоновано кілька методів. Осн. з них: метод Монте-Карло, комбінація методу Монте-Карло визначення початкової точки з одним з алгоритмів локального пошуку, методи, основані на побудові нижньої обвідної даної ф-ції, методи послідовного відтинання підмножин, методи побудови траєкторій, які всюди щільно покривають область визначення ф-ції, й мінімізація вздовж цих траєкторій.

Для розв'язування спец. класів багатоекстремальних задач використовують методи *програмування динамічного*.

Тепер створюють оптим. алгоритми мінімізації ф-цій різних класів. Нехай $C^n_{s+1,L} \equiv F$ — клас ф-цій, які визначено в кубі $\pi_n: 0 \leqslant x_i \leqslant 1$; $i = 1, \ldots, n$ і які мають в π_n частинні похідні до s-го порядку, що задовольняють умову Ліпшіца з константою L. Будь-який алгоритм мінімізації $f(x)$ із F, $x \in \pi_n$, який використовує інформацію про значення f та її похідних до r-го порядку включно ($r \geqslant 0$) не більше, як в N точках π_n, еквівалентний (щодо результату) якомусь алгоритмові A одержання послідовності ітерацій (1) для $k = 1, \ldots, N-1$ і апроксимації шуканого значення $\inf\limits_{x\in\pi_n} f(x)$ за допомогою підсумкової операції

$$r_N(f, A) = S_N(x_0, \ldots, x_{N-1}, f(x_0), \ldots, \partial^r f(x_{N-1})),$$

де S_N — якась обчислювальна ф-ція.

Позначимо

$$v(f, N, A) = |r_N(f, A) - \inf_{x\in\pi_n} f(x)|;$$

$$v(F, N, A) = \sup_{f\in F} v(f, N, A);$$

$$v(F, N) = \inf_A v(F, N, A).$$

Алгоритм, для якого досягають $v(F, N)$, наз. оптимальним. Умови $v(F, N, A) \mid v(F, N) \to 1$, $N \to \infty$ і $v(F, N, A) \mid v(F, N) \leqslant \text{const}$, $N \to \infty$ означають відповідно асимптотичну оптимальність і оптимальність за порядком алгоритму A. Можна показати, що $v(S^n_{s+1,L}, N) = O(1/N^{s+\frac{1}{n}})$, причому вибір r, $0 \leqslant r \leqslant s$ впливає лише на константу в указаній оцінці. В окремому випадку $s = 0$ і $N = m^n$ маємо

$$v(C^n_{1,L}; m^n) = \sup_{f\in C^n_{1,L}} \left| \min_{0\leqslant\nu\leqslant N-1} f(x_\nu) - \frac{1}{4m} - \inf_{x\in S_n} f(x) \right| = \frac{L}{4m},$$

де x_ν — $\frac{1}{2m}$-мінім. сітка π_n.

Інший підхід до побудови оптим. алгоритмів мінімізації пов'язаний з узагальненням ідей послідовних статистичних вирішень. Алгоритм мінімізації розглядають як керовану послідовність дослідів, кожен з яких дає той чи інший наслідок На сукупності наслідків визначають апріорну ймовірнісну міру. Одержавши конкретний наслідок чергового досліду, роблять перерозподіл імовірностей за ф-лою Байєса й вибирають наступний дослід або приймають остаточне рішення. Алгоритми різняться правилом, за яким вибирають наступний дослід, і правилами зупинки й вибору остаточного рішення. Якість рішення визначається ф-цією втрат, яку усереднюють відповідно до одержаного на даному етапі ймовірнісного розподілу. В цих термінах ставлять задачу вибору оптим. алгоритму як побудову послідовного байєсового правила пошуку рішення. Така постановка цікава тим, що в її рамках можна враховувати статистичні властивості класу розв'язуваних задач і зіставляти середні втрати, пов'язані з *похибкою* розв'язку, з витратами, які пов'язані з уточнюванням його.

Літ.: Любич Ю. И., Майстровский Г. Д. Общая теория релаксационных процессов для выпуклых функционалов. «Успехи математических наук», 1970, т. 25, в. 1; Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Иванов В. В. Об оптимальных алгоритмах минимизации в классах дифференцируемых функций. «Доклады АН СССР», 1971, т. 201, № 3; Уайлд Д. Дж. Методы поиска экстремума. Пер. с англ. М., 1967.

В. В. Іванов, В. С. Михалевич, Н. З. Шор.

МІНІМІЗА́ЦІЯ НАБО́РУ ОЗНА́К — знаходження для заданої первісної множини (набору) ознак такої мінімальної (в розумінні кількості ознак) підмножини цих ознак, яка за обраного *правила вирішувального* може забезпечити задані обмеження *риску розпізнавання*, зокрема, ймовірності помилок розпізнавання. В результаті М. н. о. зменшується вимірність простору сигналів, у якому здійснюється розпізнавання. М. н. о. має сенс, якщо заздалегідь відомо, що первісний набір ознак може забезпечити розпізнавання з риском, не більшим за допустимий. Дуже часто М. н. о. здійснюється в умовах, коли не допускається збільшення риску порівняно з риском для первісного набору. Приклади задач М. н. о. 1) Задано первісний набір з n ознак x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, і відомо, яким є спільний розподіл *імовірностей* цих ознак для кожного класу. Нехай відомо ще й те, що *байєсівське вирішувальне правило* (див. ще *Байєсівський метод*) забезпечує для первісного набору ознак імовірність помилки розпізнавання, що дорівнює нулеві. Треба, вилучаючи окремі ознаки з набору, знайти мінім. набір, який забезпечує за байєсівського вирішувального правила ймовірність помилки розпізнавання, не більшу за задану помилку P. 2) У просторі n двійкових ознак x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, задано *навчальну вибірку*. Нехай відомо, що в цьому просторі підвибірки окремих класів не перетинаються. Треба, вилучаючи окремі ознаки, знайти мінім. набір ознак, у просторі яких підвибірки окремих класів, як і раніше, не перетинаються.

Задача М. н. о. виникає в результаті розчленування складної задачі розпізнавання на ряд простіших підзадач. М. н. о. здійснюється в процесі розроблення *розпізнавальної системи* і сприяє спрощенню і зменшенню вартості цієї системи. У матем. плані задачі М. н. о. є задачами *програмування математичного*, в основному дискретного, і розв'язуються за допомогою відповідних методів. Крім точних методів розв'язування задач М. н. о., іноді застосовують методи, які хоч і не гарантують найкращого розв'язку, але є простішими для обчислювань. До них належать методи, які забезпечують знаходження розв'язків, досить близьких до точного (напр., використання випадкового пошуку).

Розв'язувати численні практично важливі задачі М. н. о. досить важко, бо, по-перше, треба при цьому визначати риск розпізнавання, а отже, і розв'язувати задачі розпізнавання для окремих наборів ознак (це не завжди можна виконати через велику кількість таких наборів і складність задачі розпізнавання), а, по-друге, немає ефективних обчисл. методів дискретного програмування, придатних для розв'язування задач М. н. о. Тому дуже часто відсіювання неінформативних наборів ознак здійснюється на основі інтуїції й лише для невеликої кількості відібраних наборів експериментально оцінюють риск розпізнавання, а після цього знаходять мінім. набір. Іноді М. н. о. розуміють дещо ширше — як знаходження мінім. набору вторинних ознак, які одержують певним способом з первинних ознак і які є деякими функціями цих первинних ознак. Такими ознаками можуть бути, напр., різні лінійні порогові функції від первісного набору. Задачі М. н. о. в цьому випадку набагато складніші. Доцільність розв'язування таких задач не є ясною, бо перехід до вторинних ознак і мінімізація набору цих ознак не гарантує зменшення вартості розпізнаючої системи порівняно з вартістю системи, коли використовують мінім. набір первинних ознак. Це може бути зумовлено значними затратами на апаратуру для обчислювання значень вторинних ознак. Тому питання про доцільність вибору мінім. набору вторинних ознак варто вирішувати окремо в кожному конкретному випадку.

Т. К. Вінцюк.

МІНІМІЗА́ЦІЯ СХЕМ ЦОМ — процес поліпшення структур різних компонентів цифрової обчислювальної машини, який веде до зменшення витрат апаратури. Задачу М. с. ЦОМ розв'язують на етапі *елементного синтезу ЦОМ*, мета її — підвищити економічність схем за умови, що буде збережено (або поліпшено) характеристики ефективного функціонування (швидкодії та надійності). Цю задачу можна розглядати окремо для *блоків ЦОМ типових* та апаратури пристроїв керування — *автоматів керуючих*. Оскільки число різних типів блоків ЦОМ порівняно невелике (*суматори, лічильники, регістри* й *дешифра-*

тори) і для кожної елементної структури ЦОМ, як правило, визначено різні конфігурації цих блоків, задача М. с. типових блоків ЦОМ зводиться в основному до вибирання (відповідно до специфіки використання блока в ЦОМ) з відомих наборів типових схем найекономічніших для використовуваної елементної структури.

Велика різноманітність схем керуючих автоматів не дає змоги аналогічно розв'язувати задачу мінімізації їх. Досі ще немає заг. методів М. с. автоматів при довільному виборі функціонально повної системи *операторів елементарних*. У зв'язку з цим розв'язання заг. задачі М. с. автоматів зводиться, як правило, до розв'язання кількох окремих підзадач. Так, напр., у рамках поширеного канонічного методу *синтезу автоматів структурного*, задача мінімізації зводиться до задачі *мінімізації числа станів автомата* (пам'яті автомата) і до задачі мінімізації *комбінаційних схем* автомата, описуваних системами *перемикальних функцій*. Першу з них розв'язують у рамках *абстрактної теорії автоматів* (напр., метод Ауфенкампфа — Хона), а другу — в рамках *структурної теорії автоматів* із залученням розроблених в *алгебрі логіки (булевій алгебрі)* методів мінімізації перемикальних функцій (див. *Блейка алгоритм*, *Квайна метод мінімізації*, *Мак-Класкі алгоритм*, *Карнау карта*) і наступним врахуванням реальних фіз. характеристик, застосовуваних *логічних елементів ЦОМ* та елементів пам'яті.

Природнішою є постановка задачі М. с. автоматів, при якій прагнуть мінімізувати заг. кількість витрат апаратури, необхідної для реалізації всього автомата, а не окремих його частин — комбінаційної та запам'ятовувальної, бо це в заг. випадку не забезпечує мінімуму сумарних витрат апаратури на схему в цілому. Ідея такої постановки полягає в зображенні схеми автомата у вигляді сітки з простіших *автоматів часткових*, що задовольняють ті чи інші властивості (напр., властивість незалежності функцій дешифрування автомата від числа його станів тощо). В результаті цього кількість елементарних автоматів, що їх вибирають для реалізації автомата, більша за необхідний мінімум, але функції комбінаційної частини схеми, що складаються з функцій збудження, виходів та дешифрування, виходять досить простими. А загалом кількість логічних операторів, які реалізують синтезовувану схему, значно зменшується.

Розглянуті вище та інші методики М. с. використано під час проектування схем ЦОМ 1-го й 2-го поколінь. Це пояснюється тим, що наслідком мінімізації заг. кількості логіч. операторів схеми було скорочення заг. кількості *операторів елементних*, бо в ЦОМ перших поколінь кожний логіч. оператор, як правило, реалізували на базі самостійно конструктивно оформленого елементного оператора. Однак для ЦОМ 3-го покоління (а тим більше для машин подальших поколінь) розглянуті вище методики М. с. виявилися не такими ефективними. Причина цього полягає в тому, що за останні роки значно зріс рівень розвитку елементно-технологічної бази ЦОМ, зокрема, високого ступеня досягла інтеграція, а це приводить до того, що один технологічний неподільний елементний оператор (модуль) містить кілька десятків (а в наступному — і кількасот) логічних операторів. За цих умов ефективне використання розглянутих методик обмежується мінімізацією числа елементарних компонент ($p - n$-переходів) окремих модулів, але це практично не зменшує заг. кількості модулів, з яких складається синтезована схема. Тому, розв'язуючи проблеми М. с. сучасних ЦОМ, з одного боку, доводиться розв'язувати чимало нових задач, напр., таких, як задача мінімізації заг. кількості модулів, що реалізують схему, задача вибирання наборів типових модулів для синтезу схем ЦОМ, різні оптимізовані задачі покриття функціональних схем ЦОМ наборами типових модулів тощо, а з другого боку, проблема М. с. дістає інтерпретацію в термінах задач оптимізації алгоритмів функціонування схем пристроїв ЦОМ. Комплексне розв'язання цих задач переносить розв'язання проблеми М. с. сучасних ЦОМ з етапу елементного синтезу схем на вищі етапи *алгоритмічного синтезу ЦОМ* та *блокового синтезу ЦОМ*. Алгоритм. і блоковий синтези ЦОМ ефективно реалізуються в рамках систем *автоматизації проектування ЦОМ*.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]; Рабинович З. Л., Капитонова Ю. В., Комухаев Э. И. Методика кодирования состояний конечных автоматов с точки зрения минимизации аппаратурных затрат. В кн.: Теория дискретных автоматов. Рига, 1967. *В. М. Коваль.*

МІНІМІЗА́ЦІЯ ЧИСЛА́ СТА́НІВ АВТОМА́ТА — побудова за довільно заданим скінченним автоматом автомата з найменшим можливим числом станів, який має ту саму поведінку, як і первісний автомат. Розв'язування задачі мінімізації полягає в знаходженні ефективного алгоритму мінімізації. Застосовують його і в *абстрактній теорії автоматів* і при проектуванні реальних автоматів.

Для скрізь визначених ініціальних *Мілі автоматів* задача мінімізації зводиться до побудови зведеного автомата, еквівалентного даному (тобто такого, що представляє те саме відображення, що й первісний автомат). У цьому разі використовують теорему про існування і єдиність зведеного автомата. Найвідомішим алгоритмом мінімізації скрізь визначених автоматів є алгоритм Ауфенкампфа — Хона, який полягає в побудові послідовності спец. розбиттів множини станів первісного автомата. У розбитті, що його одержують на n-му кроці ($n = 1, 2, \ldots$), в один клас об'єднуються стани, які представляють відображення, що збігаються на всіх словах довжини $\leqslant n$. Через скінченну кількість кроків така послідовність розбиттів стабілізується на розбитті, яке визначає певне відношення конгру-

ентності. Фактор-автомат за цим відношенням є зведеним автоматом, еквівалентним первісному. Алгоритм легко піддається автоматизації.

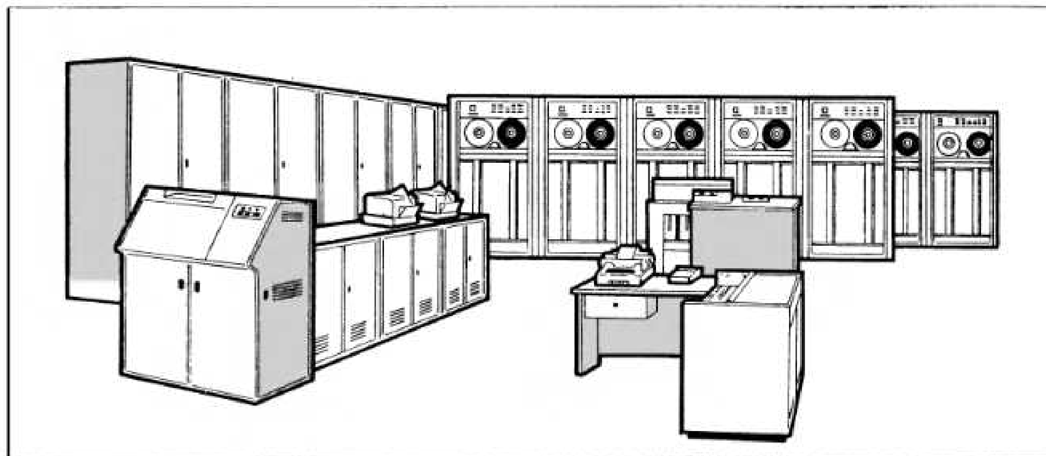
Розв'язування задачі мінімізації для часткових X-Y-автоматів передбачає перебирання покриттів множини станів автомата класами станів з властивістю підстановки, тобто таких покриттів $(A_i)_{i \in I}$, що для будь-якої пари (i, x), де $i \in I$, $x \in X$ існує $i \in I$ таке, що $A_i x = A_j$ і для будь-яких a, $b \in A_i$, $X(a, x) = \lambda(b, x)$. Кожне таке покриття визначає еквівалентне продовження даного автомата, тобто визначає автомат, який представляє продовження автоматного відображення, що відповідає первісному автоматові. Покриття з мінім. числом класів дає мінім. автомат.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469].

Ю. В. Капітонова.

«МИНСК» — сімейство електронних цифрових обчислювальних машин загального призначення середньої продуктивності. Машини серії «Минск-1» («Минск-11», «Минск-12», «Минск-14») застосовували здебільшого для розв'язування інженерних, наук. і конструкторських задач матем. і логічного характеру. Машини серії «Минск-2» («Минск-2», «Минск-22») призначені для розв'язування наук.-тех. і планово-економ. задач. ЕЦОМ серії «Минск-2» виконано на напівпровідниковій елементній базі. Завдяки агрегатній конструкції й можливості варіювати склад пристроїв машини можна широко використовувати в *обчислювальних центрах*, у н.-д. ін-тах, конструкторських бюро та на пром. підприємствах. «Минск-22» має такі тех. характеристики. форма представлення чисел — з фіксованою й плаваючою комою; система числення — двійкова, довжина слова — 37 двійкових розрядів; структура команд — двохадресна; середня швидкодія — 5 тис. операцій за 1 *сек*; ємність оперативного ЗП на феритах — 8192 слова; ємність зовнішнього ЗП на магн. стрічках — 1,6 млн. слів. Передбачено введення інформації з перфострічок, перфокарт і рулонного телетайпа, виведення інформації на перфострічку, перфокарти, телетайп, друкування алфавітно-цифрового тексту. ЕЦОМ «Минск-23» своїми параметрами максимально наближена до процедур обробки різних видів інформації і має такі особливості: розрядність її — довільної довжини; система числення — десяткова; машина може працювати з 64 зовн. пристроями; має ефективну систему команд для обробки масивів інформації. «Минск-23» може обробляти інформацію, представлену на перфокартах, перфострічках, формалізованих бланках, а також приймати й видавати інформацію по телефонних і телеграфних каналах зв'язку (через апаратуру передавання даних типу «Минск-1500» або «Минск-1550»). ЕЦОМ «Минск-23» можна використовувати для попередньої обробки інформації, якщо вона працює разом з машинами з вищою продуктивністю.

ЕЦОМ «Минск-32» (мал.) — багатопрограмна обчисл. машина загального призначення серед. продуктивності, є дальшим розвитком сімейства машин серії «Минск-2». «Минск-32» має програмну сумісність з машиною «Минск-22» (якщо додати узгоджувальний пристрій або програми суміщення). Осн. риси, якими «Минск-32» відрізняється від сімейства машин «Минск-2»: більша ємність оперативного ЗП; можливість багатопрограмної роботи; наявність захисту програми в оперативному ЗП; можливість підімкнення до повільного каналу машини до 104 зовн. пристроїв; наявність швидкого каналу, завдяки чому можна підмикати зовнішні нагромаджувачі типу магн. барабанів, дисків і магн. стрічок (до 32 пристроїв); можливість одночасної роботи зовн. пристроїв швидкого і повільного каналів; можливість посимвольної обробки інформації; наявність програмно-апаратурної служби часу; можливість роботи в багатома-



Цифрова обчислювальна машина «Минск-32».

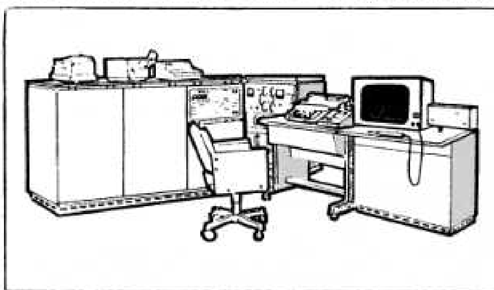
шинному комплексі (до 8 ЕЦОМ «Минск-32» через спец. комутатор). Осн. характеристики ЕЦОМ «Минск-32»: структура команд одно- і двохадресна; форма представлення чисел — двійкова, з плаваючою і фіксованою комою, та десяткова; розрядність — 37 двійкових розрядів, а при обміні з зовн. пристроями — 8 двійкових розрядів. Середня швидкодія процесора — 25 тис. операцій за 1 *сек*. Ємність оперативного ЗП — до 65 536 слів, ємність зовнішнього ЗП на магн. стрічках — до 16 млн. машинних слів. Швидкість введення з перфокарт — 600 карт за 1 *хв*, швидкість введення з перфострічок — 1500 знаків за 1 *сек*, швидкість виведення на перфокарти — 100 карт за 1 *хв*, швидкість виведення на перфострічку — 80 знаків за 1 *сек*, швидкість друкування алфавітно-цифрового тексту — 600 знаків за 1 *сек*, швидкість введення—виведення з друкарської машинки — 10 знаків за 1 *сек*. За допомогою спец. електронних годинників програма «диспетчер» може слідкувати за розв'язуванням до 4 робочих програм одночасно. Машину виконано на напівпровідникових елементах і феритах. ЕЦОМ «Минск-32» поставляють разом з матем. забезпеченням, у т. ч. програмна система сумісності з ЕЦОМ «Минск-22», транслятор з алгоритм. мови *КОБОЛ*, транслятор з машинно-орієнтованої мови символічного кодування, службові програми, система «диспетчер», типові програми для обробки інформації, тестові програми для перевірки працездатності окремих пристроїв і ЕЦОМ у цілому. На базі ЕЦОМ «Минск 32» можна створювати тех. комплекси для автоматизованих систем управління підприємствами, об'єднаннями, м-вами і відомствами.

Літ.: Пржиялковский В. В. [та ін.]. Мультипрограммная электронно-вычислительная машина «Минск-32». В кн.: Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, в. 1. Новосибирск, 1968; Кошарский Б. Д. [та ін.]. Автоматические приборы, регуляторы и управляющие машины. Справочное пособие. Л., 1968; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181]

М. І. Кирилюк.

«МИР», машина для інженерних розрахунків — сімейство малих електронних цифрових обчислювальних машин, призначених для розв'язування широкого кола інженерно-конструкторських математичних задач. Розроблено ці машини в Ін-ті кібернетики АН УРСР. Характерною рисою сімейства машин є простота спілкування людини з машиною. У першій серійній машині сімейства, яку назвали «МИР» (1965), вперше в СРСР структурно реалізується алгоритм. мова, близька до математичної. Внутр. мова машини значною мірою збігається з зовнішньою, й це дає змогу контролювати виконання алгоритму й легко «втручатися» в хід обчислювань, змінюючи введений алгоритм, формули, коефіцієнт, точність обчислювань і т. д.

Машина «МИР» може розв'язувати системи лінійних алгебричних рівнянь до 20-го порядку, системи звичайних диференціальних рівнянь, диференціальні рівняння в частинних похідних у сітковій області на 200—250 вузлів та системи нелінійних рівнянь до 6-го порядку. Можна знаходити власні значення для симетричних матриць до 18-го порядку, усі корені алгебр. многочлена до 120-го порядку та розв'язувати інтегр. рівняння типу фредгольмових 2-го роду. Можна розв'язувати й деякі задачі лінійного програмування з кількістю вузлів до 100, розраховувати сіткові графіки на 100 подій і т. п. У системі зовн. матем. забезпечення є й програми для



Цифрова обчислювальна машина «МИР-2».

інтерполювання та апроксимації функцій, обчислювання різних спец. функцій, чисельного інтегрування і диференціювання, одержування псевдовипадкових чисел, статистичної обробки результатів тощо.

Пристрій керування (ПК) машини — мікропрограмний багаторівневий асинхронний, він складається з двох мікропрограмних матриць різного рівня, реалізованих на основі довгочасного ЗП загальною ємністю близько 700 тис. *бітів*, з циклом звертання 4 *мксек*. ПК попередньо здійснює синтаксичний контроль програми й економно розміщує позонно інформацію в оперативному ЗП (ОЗП), виконаному на феритових осердях (ємність 4096 символів, час звертання 14 *мксек*).

В разі переповнення ОЗП провадиться стиснення інформації, а вивільнена ємність використовується для дальшого записування. Для організації стеків (до шести) в будь-яких ділянках пам'яті служить надоперативний ЗП — НОЗП (оперативні регістри). Арифметичний пристрій (АП) — табличний, побудований на основі арифм. матриці послідовно-паралельної дії. Як регістри порядку й мантиси використовується вся ємність ОЗП. Час додавання (або множення) двох 6-розрядних цифр — до 50 *мксек*, ефективна швидкодія при розв'язуванні інженерних задач — до 8 тис. операцій за 1 *сек*. Форма представлення чисел, їхня розрядність і діапазон — довільні. Введення і виведення інформації здійснюється за допомогою електрифікованої друкарської машинки.

Модифікація «МИР-1» (створена 1968) відзначається наявністю пристрою введення — виведення на перфострічку, в ній застосовано вузли підвищеної надійності.

«МИР-2» (її розроблено 1969) — перша серійна машина, яка реалізує структурними

способами аналітико-цифрові перетворення та мови АНАЛІТИК і «МИР». Передбачено й можливість спілкування людини з машиною в режимі діалога — з допомогою пристрою відображення зі світловим олівцем, який забезпечує оперативне виведення, контроль і редагування інформації та відображення на екрані електроннопроменевої трубки проміжних і остаточних результатів розв'язування задач. Вводжувана інформація зберігається в буферному ЗП, виконаному на феритових осердях (ємність — 4096 слів, час звертання — 12 *мксек*). «МИР-2» розв'язує широке коло матем. задач у буквеному й цифровому вигляді й забезпечує розв'язування основних задач лінійної алгебри (і числових, і аналітичних), розкривання визначників у буквах, розв'язування систем лінійних рівнянь з буквеними коефіцієнтами та ін. Машина забезпечує розв'язування всіх задач, записаних мовою «МИР», і допускає введення їх з перфострічок, підготовлених для машини «МИР-1». Селекторний канал допускає підмикання до 64 зовнішніх пристроїв (у т. ч. і ЦОМ). Є двоступінчаста система пріоритетного переривання. У «МИР-2» застосовано арифметико-логічний пристрій (АЛП) для буквено-аналітичних перетворювань. Сім операційних регістрів НОЗП служать для організації стеків та виконання службових функцій при роботі АЛП. ОЗП ємністю 8192 слова виконано на феритових осердях, час звертання — 12 *мксек*. Машину обладнано пристроями введення—виведення на магнітні карти й на перфострічку та електрифікованою друкарською машинкою. Ефективна швидкодія машини — до 12 тис. операцій за 1 *сек*. Елементна база ЕЦОМ сімейства «МИР» — потенціальна. У ній використано уніфіковані модулі типу «МИР-1», виконані на дискретних напівпровідникових елементах.

Літ.: Электронная цифровая вычислительная машина МИР. К., 1966; Электронная вычислительная машина МИР-2. К., 1971.

Л. Г. Хоменко.

МІРИ СКЛАДНОСТІ в теорії автоматів. Для постановки й дослідження задач *автоматів теорії* характерним є порівнювання автоматів або реалізовуваних ними операторів за ступенем їхньої складності. Як правило, це пов'язано з пошуком оптим. розв'язку (напр., при *автоматів синтезі*). Міри й критерії складності класифікують, виходячи з того, що саме вони характеризують — складність самих автоматів чи складність обчисл. процесів, які відбуваються в автоматах (див. *Складність обчислювань*).

Складність автоматів. Як міру складності тут розглядають функціонал μ, що відносить кожному автоматові $\mathfrak{M}$ з досліджуваного класу автоматів число $\mu(\mathfrak{M})$, яке характеризує його громіздкість (складність). Напр., як М. с. скінченного детермінованого автомата можна взяти число k його станів; тоншим критерієм складності автомата є число його команд, яке дорівнює добуткові mk, де m — число букв у вхідному алфавіті. Цей самий добуток можна розглядати як М. с. і для певних типів *автоматів зростаючих*. До них належать *Тьюрінга машина*, яка має m стрічкових символів і k станів головки, автомат Неймана, елементи якого є *автоматами скінченними* з параметрами m, k та ін. Вдалість такого вибору міри підтверджує, напр., такий факт: роботу будь-якої машини Тьюрінга $\mathfrak{M}$ можна досить добре імітувати роботою іншої машини $\mathfrak{N}$, яка має лише два стани (або два стрічкові символи), причому для обох машин число команд $m \cdot k$ залишається майже незмінним. Інші результати, які використовують цю М. с., встановлюють верхні й нижні оцінки складності автоматів універсальних у тому або іншому класі зростаючих автоматів. У структурній теорії скінченних автоматів автомат задають у вигляді схеми, напр., у вигляді *сітки логічної*. В цій ситуації М. с. звичайно характеризують кількість і асортимент елементарних компонент (елементів), з яких складається схема. Розгляньмо, напр., логіч. сітки над базисом $L = \{B_1, ..., B_i, ..., B_r\}$ таким, що елементові типу B_i приписано вагу ρ_i. Тоді за складність логіч. сітки, яка має m_i екземплярів типу B_i ($i \leqslant r$), природно взяти суму $\Sigma m_i \rho_i$. Зокрема, коли елементи вважають за рівноцінні, складність визначають загальною кількістю елементарних компонент (до речі, складність *схеми контактної* теж визначають кількістю її контактів). Вада описаних мір полягає в тому, що вони не враховують топології схеми, тобто специфіки з'єднань між окремими елементами (напр., максимальної кількості вхідних полюсів, які можна підімкнути до одного вихідного полюса, тощо). Серед мір, у яких ця обставина врахована, слід відмітити глибину схеми без циклів, тобто максимальну з довжин шляхів, які ведуть від входу схеми до її виходу. Глибину схеми можна інтерпретувати як час її спрацьовування. Як інші міри можна розглядати й добуток яких-небудь раніше описаних мір, або результат іншої підходящої операції над ними (напр., добуток кількості елементів схеми на її глибину). Якщо зафіксовано якусь М. с. для автоматів, то тим самим індукуються й М. с. для реалізовуваних ними операторів. Тобто складністю оператора T природно вважати мінімальну із складностей автоматів, які реалізують цей оператор. Так можна розглядати, напр., складність *булевих функцій* (булеву ф-цію розглядають як істиннісний оператор — поведінку автомата без пам'яті). На основі вказаних концепцій структурної складності скінченного автомата вдалося одержати багато тонких оцінок (верхніх і нижніх) складності булевих ф-цій різних класів і взагалі скінченно-автоматних операторів різних типів (див. *Синтез автоматів структурний*). Аналогічні М. с. використовують і в інших галузях математики й кібернетики. Напр., складність формули, за якою обчислюють многочлен, вимірюють кількістю арифм. операцій, які фігурують у цій формулі. В *алгоритмів теорії* розглядають загальну ситуацію, коли μ

є функціоналом, визначеним на якій-небудь множині конструктивних об'єктів (напр., слів, *нормальних алгорифмів, числення* тощо), і досліджують складнісні закономірності при досить загальних припущеннях щодо функціоналу μ (див. *Алгоритмів складність*).

Складність обчислювань. Нехай зафіксовано якийсь клас K автоматів і концепцію поведінки автоматів з K, відповідно до якої кожний автомат реалізує словарний оператор. Вважають, що всі оператори задано словами одного й того самого алфавіту Z (але не обов'язково, щоб їх було визначено для всіх слів у цьому алфавіті). Як М. с. обчислювань розглядають функціонал σ, який відносить до кожної пари $\langle\mathfrak{M}, \alpha\rangle$, де $\mathfrak{M} \in K$, α — слово алфавіту Z, для якого оператор, реалізовуваний автоматом K. є визначеним,— число $\sigma(\mathfrak{M}, \alpha)$. Це число характеризує складність роботи автомата $\mathfrak{M}$ стосовно первісних даних, закодованих у вигляді слова α, до видання відповідного результату. Напр., як $\sigma(\mathfrak{M}, \alpha)$ можна взяти число елементарних кроків, з яких складається робота автомата (інакше кажучи — тривалість процесу обчислювання), або обсяг пам'яті, який може знадобитися, щоб записувати всі проміжні результати цього процесу і т. д. Можна ще вважати, що в розглядуваній ситуації М. с. є оператор (тобто сигналізуючий оператор), який зіставляє з автоматом $\mathfrak{M}$ ф-цію $\sigma_{\mathfrak{M}}(\alpha) = \sigma(\mathfrak{M}, \alpha)$ аргумента α (сигналізуючу функцію). М. с. обчислювань, як і М. с. автоматів, можна використовувати для характеристики складності операторів, реалізовуваних автоматами даного класу. Проте між цими двома підходами є істотна різниця, яка полягає ось у чому. Оскільки складність автомата $\mathfrak{M}$ вимірюють дійсним числом, то будь-які два автомати розглядуваного класу можна порівнювати за складністю. Звичайно вважають, що значеннями μ можуть бути лише натуральні числа, тому для кожного оператора існує автомат з мінім. складністю, який реалізує цей оператор; цю складність і беруть за складність оператора. А якщо розглядають М. с. обчислювань, то сигналізуючі ф-ції $\sigma_{\mathfrak{M}}$, $\sigma_{\mathfrak{N}}$ двох автоматів $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ можуть виявитися й непорівнянними (навіть, якщо вважати, як це прийнято, що $\sigma_{\mathfrak{M}} < \sigma_{\mathfrak{N}}$ майже для всіх α, тобто для всіх α, за винятком, може, скінченного числа їх, $\sigma_{\mathfrak{M}}(\alpha) < \sigma_{\mathfrak{N}}(\alpha)$). Тому найкращого обчислення може апріорі й не існувати; строго доведено, що так і буває насправді. Тому обмежуються слабшою характеристикою складності оператора T, а саме: відшукують ф-ції $\varphi_1(\alpha)$ (нижню оцінку) і $\varphi_2(\alpha)$ (верхню оцінку), які були б по можливості близькими одна до одної й такі, що, по-перше, існує автомат $\mathfrak{M}$, який реалізує оператор T, причому $\sigma_{\mathfrak{M}}(\alpha) < \varphi_2(\alpha)$ майже для всіх α, а по-друге, для будь-якого автомата $\mathfrak{M}$ розглядуваного класу, який реалізує оператор T, $\sigma_{\mathfrak{M}}(\alpha) \geqslant \varphi_1(\alpha)$ майже для всіх α.

Явища інваріантності. Розглядають різні М. с. залежно від досліджуваного класу автоматів. Проте навіть для одного й того самого класу автоматів можливі різні сигналізуючі оператори, так само, як для автоматів одного класу можливі різні М. с., про що сказано вище. Напр., для машин Тьюрінга можна розглядати сигналізуючі функції часу, сигналізуючі функції ємності (тобто пам'яті) тощо. Оцінки складності операторів залежать від того, яку М. с. автоматів або яку М. с. обчислювань покладено в основу теорії. Але при цьому виявлено й деякі явища інваріантності, які полягають ось у чому: якщо оператор T_1 є значно складнішим за оператор T_2 при одній концепції складності, то це відношення зберігається й при іншому виборі міри. Явища такого роду стосовно до обчислювань найзручніше досліджувати в рамках аксіоматичної теорії обчислювань. Дослідженням складної схемної реалізації скінченноавтоматних операторів (зокрема, булевих ф-цій), встановлено й те, що складність оператора слабо залежить від обраного базису. Все це свідчить про те, що вказані підходи до оцінки складності операторів справді з'ясовують об'єктивну важкість, притаманну тим або іншим перетворенням інформації.

Літ.: «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Трахтенброт Б. А. Сложность алгоритмов и вычислений. Новосибирск, 1967 [бібліогр. с. 255—258]; Проблемы математической логики. Сложность алгоритмов и классы вычислимых функций. М., 1970.

Б. А. Трахтенброт.

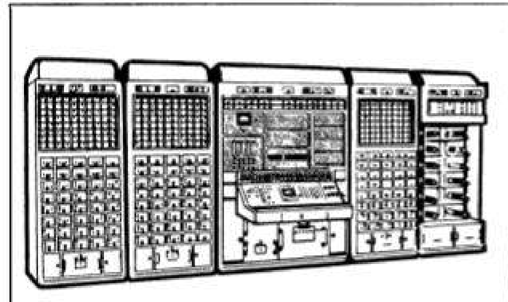
МІТКА — 1) Ім'я (назва) оператора, яке використовують у *мовах програмування* для позначення (ідентифікації) операторів. 2) Інформація про масив даних або том, за допомогою якої масиви або томи ідентифікують, контролюють і обробляють програмами *керування даними.*

«МН», модель нелінійна — сімейство *аналогових обчислювальних машин.* Більшість машин призначено розв'язувати задачі Коші для звичайних дифер. рівнянь. Розробку «МН» розпочато на початку 50-х рр., вона триває й дотепер. «МН» будують з обчисл. блоків, які реалізують такі матем. операції: інтегрування, підсумовування та зміну знака змінних, множення на постійний і змінний коеф., перемножування ф-цій, побудову ф-цій від ф-цій (універсальне перетворення) та побудову спец. ф-цій (обмеження, люфт, зона нечутливості, петля гістерезису тощо). «МН» бувають малої й середньої потужності. «МН» середньої потужності має у своєму складі електромех. та часово-імпульсні *слідкуючі системи,* які дають змогу автоматизувати роботу машини й підвищувати точність обчислень. «МН» застосовують, досліджуючи системи автомат. регулювання, літальних апаратів та інших складних динамічних систем. Багато з машин можуть працювати в комплексі з реальною апаратурою й іншими машинами, а також у цифро-аналогових комплексах.

«МН-7» і «МН-7М» — малогабаритні машини малої потужності, призначені для дослідження систем автомат. регулювання. Складаються з розв'язувального блока, електронно-променевого індикатора й блока живлення. Щоб розв'язувати задачі більшого обсягу,

можна поєднати кілька таких машин в один обчисл. комплекс. «МН» може працювати сукупно з блоком постійного запізнення БПЗ-1, приладами керування або автомат. регулювання. Є режими одноразового й повторного розв'язування задач.

«МН-8» — машина середньої потужності, призначена для розв'язування задач Коші для звичайних дифер. рівнянь до 32-го порядку. Складається з 13 секцій, може виконувати 4 операції диференціювання. В «МН-8» — два пульти керування з набором елементарних логіч. операцій, які дають змогу одночасно розв'язувати дві задачі. Машина може працювати з реальною апаратурою.



Аналогова обчислювальна машина «МН-14».

«МН-10М» — напівпровідникова малогабаритна настільна машина малої потужності, призначена для розв'язування задач Коші для звичайних дифер. рівнянь до 10-го порядку. Складається з розв'язувальних секцій, шафи живлення, електроннопроменевого індикатора й пульта перевірки.

Модифікації машини «МН-14-1», «МН-14-2» та інші відрізняються набором розв'язувальних секцій у комплекті. Комплекти машини містять велику кількість нелінійних блоків, три блоки постійного запізнювання, електромеханічні й часово-імпульсні слідкуючі системи. Більшість нелінійних блоків і блок живлення — напівпровідникові. Модель відзначається гнучкою системою керування й контролю, автоматизацією введення даних, є знімне *набірне поле* (див. мал.).

«МН-17М» — машина середньої потужності, призначення якої — досліджувати і самостійно, і в комплексі з ЦОМ складні динамічні системи, описувані задачею Коші для звичайних дифер. рівнянь до 80-го порядку. Складається з розв'язувальних секцій, секції живлення та електроннопроменевих індикаторів. До осн. складу моделі можна приєднати додаткові секції. В машині двоє знімних набірних полів для одночасного розв'язування двох різних задач. Є режими одноразового розв'язування й періодичного повторювання розв'язувань. Можна поєднати дві машини в один комплекс.

«МН-18» — напівпровідникова машина середньої потужності, призначена для розв'язування задач Коші для звичайних дифер. рівнянь до 10-го порядку з великою кількістю нелінійностей. Модель може працювати сукупно з ЦОМ. Відмітна особливість машини — можливість одночасного й роздільного запуску й досліджувати реальні динамічні системи. Складається з розв'язувального блока та блока живлення. Схема її дає змогу поєднувати дві чи три машини в один комплекс, а також з'єднувати їх з реальною апаратурою.

Технічні характеристики машин сімейства «МН»

Модель	Загальна кількість							Максимальна тривалість розв'язування, *сек*	Шкала машини, *в*	Споживана потужність, *ква*	Площа, *м²*
	інтеграторів	підсилювачів	функціональних перетворювачів	помножувачів	спеціальних функцій	постійних коефіцієнтів	змінних коефіцієнтів				
«МН-М»	4	16	4	4	6	—	—	—	100	0,45	0,3
«МН-1»	12	36	11	20	10	36	6	200	100	15	30
«МН-2»	6	18	10	10	—	6	2	150	100	7	3
«МН-3»	9	145	16	30	—	8	20	—	100	—	—
«МН-7М»	6	16	4	4	4	24	—	200	100	0,73	0,5
«МН-8»	32	400	10	12	49	48	36	10 000	100	25	60
«МН-9»	2	28	9	—	—	40	—	—	100	—	—
«МН-10»	6	24	6	6	4	—	—	200	30	0,1	0,3
«МН-10М»	10	24	6	6	6	60	—	200	25	0,25	0,3
«МН-11»	6—9	—	—	6	—	4	3	100 *роз/сек*	100	5	20
«МН-14»	20	360	26	62	4	120	12	1÷10 000	100	15	40
«МН-17М»	80	160	32	10	6	160	—	0,1÷999.9	100	15	45
«МН-18»	10	50	10	8	8	—	—	1000	50	0,5	1

«МН-14» — машина середньої потужності, призначена для розв'язування задач Коші для звичайних дифер. рівнянь до 20-го порядку. Складається з розв'язувальних секцій... ку інтеграторів по групах. Є режими одноразового розв'язування й періодичного повторювання розв'язувань. Осн. тех. характеристики сімейства машин «МН», випущених серійно, наведено в таблиці.

Літ.: Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181].

Г. І. Грездов.

МНОГОГРА́ННА МНОЖИНА́ — така *опукла множина* в n-вимірному просторі, що точка x із координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$ належить цій множині тоді й лише тоді, коли вона задовольняє систему лінійних нерівностей $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant \leqslant b_i, i=1, \ldots, m$. Будь-яку точку x М. м. можна представити у вигляді $x = \sum_{k=1}^{p} z^k \lambda_k + \sum_{j=1}^{q} y^j \gamma_j$, де z^k і y^j — фіксовані вектори, що залежать лише від М. м., а λ_k та γ_j — числа, які задовольняють умови $\lambda_k \geqslant 0$, $k = 1, \ldots, p$, $\gamma_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, q$; $\sum_{k=1}^{p} \lambda_k = 1$. І навпаки, якщо при деяких фіксованих векторах z^k і y^j розглянути всі точки x, представлені рівністю, то множина цих точок утворює М. м.

МНОГОГРА́ННИЙ КО́НУС — множина точок x n-вимірного простору з координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$, що задовольняють лінійну однорідну систему нерівностей

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m. \qquad (1)$$

Якась множина утворює М. к. тоді й лише тоді, коли будь-яку її точку x можна подати у вигляді

$$x = \sum_{k=1}^{p} y^j j_j, \qquad (2)$$

де y^j — фіксований набір n-вимірних векторів, а j_j — невід'ємні числа. Отже, М. к. можна визначати й за допомогою системи нерівностей (1), і за допомогою ф-ли (2).

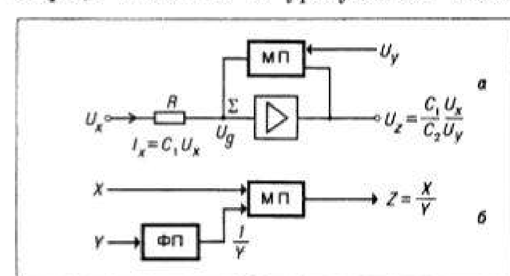
МНО́ЖИЛЬНО-ДІЛИ́ЛЬНІ ПРИ́СТРОЇ — аналогові розв'язувальні пристрої для автоматичного виконання елементарних операцій множення й ділення над певними фізичними величинами *(машинними змінними)*, що неперервно змінюються, тобто для відтворення функцій вигляду

$$Z = AXY, \quad Z = A\frac{X}{Y}, \quad Z = A\frac{X_1X_2}{Y},$$

$$Z = \prod_{i=1}^{i=n} (A_iX_i)^{\pm 1} = A\prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\pm 1},$$

де X, Y, Z — машинні змінні, які моделюють відповідні математичні змінні x, y, z початкової задачі $\left(z = axy,\ z = a\frac{x}{y}\ \text{тощо}\right)$; A — сталий коефіцієнт машинного рівняння; a — додатна чи від'ємна стала величина у початковому рівнянні. Зв'язок між модельованими матем. змінними і машинними задається відповідними масштабними рівняннями $x = M_xX$, $y = M_yY$, $z = M_zZ$. Під час виконання елементарних операцій множення й ділення масштаб залежної змінної M_z і масштаби незалежних змінних M_x та M_y мають бути відповідно зв'язані масштабними рівняннями вигляду $M_z = \frac{a}{A} M_xM_y$; $M_z = \frac{a}{A}\frac{M_x}{M_y}$.

Щоб відтворити залежності вигляду $Z = A\prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\pm 1}$, використовують звичайно каскадні схеми з'єднання пристроїв, які виконують елементарні операції. Не всі множильні пристрої призначено для виконання операції множення з урахуванням знаків



Схеми виконання операції ділення за допомогою множильного пристрою: *а* — схема вмикання множильного пристрою в коло зворотного зв'язку; *б* — схема використання функціонального перетворювача для виконання операції ділення.

співмножників, тому розрізняють множильні пристрої чотириквадрантні, двоквадрантні й одноквадрантні. Чотириквадрантні пристрої оперують як з додатними, так і з від'ємними значеннями вхідних машинних змінних і забезпечують відтворення вихідної величини з урахуванням знаків співмножників. У двоквадрантних пристроях допускається зміна знака вхідної величини (одного із співмножників) лише для одного входу. При цьому знак добутку не залежить від знака другого співмножника, що подається на другий вхід пристрою. Одноквадрантні пристрої оперують із співмножниками лише одного знака. Використовуючи різні схемні прийоми, в принципі можна розв'язати задачу обрахування знаків співмножників, виконуючи операцію множення з використанням одно- чи двоквадрантних пристроїв.

Спеціалізовані пристрої для виконання операції ділення трапляються рідко. Здебільшого операцію ділення реалізують, використовуючи штучну чи природну оборотність множильних пристроїв. Найчастіше для цього застосовують метод неявних ф-цій, розв'язуючи рівняння вигляду $AZY + X = 0$, коли множильний пристрій (МП) міститься в колі зворотного зв'язку (контур ділення) *підсилювача операційного* постійного струму (мал. *а*). В підсумовувальній точці Σ підсилювача утворюється сума струмів $I_x + I_y + I_0 = 0$. Враховуючи, що $U_g = -\frac{U_z}{K_y}$, а коеф. підсилення підсилювача K_y достатньо великий (наближається до нескінченності), можна за-

писати, що $I_x = -I_z$, тоді $U_z = \frac{C_1}{C_2}\frac{U_x}{U_y}$. Ділення можна виконувати й використовуючи МП в поєднанні з *перетворювачем функціональним* (ФП), який відтворює на виході величину, обернену вхідній (мал., *б*). Операції піднесення до степеня й добування кореня того чи іншого степеня можуть здійснюватися шляхом багаторазової реалізації відповідно елементарних операцій множення й ділення.

М.-д. п. можна класифікувати за різними ознаками. За принципом дії розрізняють мех., електромех. та електр. (електронні) пристрої. Можна класифікувати їх і виходячи з заг. можливої точності виконання операцій з урахуванням смуги пропускання (частотного діапазону). В СРСР загальноприйнятим є поділ М.-д. п. на пристрої прямої дії, непрямої дії та комбіновані. В пристроях прямої дії операція множення (ділення) незалежних змінних здійснюється безпосередньо за рахунок використання фізичних законів, що встановлюють функціональний зв'язок між двома чи кількома величинами. В пристроях непрямої дії операція множення (ділення) здійснюється шляхом переходу до інших допоміжних матем. операцій, сукупність яких забезпечує в кінцевому результаті виконання зазначених операцій. У цьому разі операцію множення можна виконувати, напр., реалізуючи праву частину рівняння

$$xy = \frac{1}{4}[(x+y)^2 - (x-y)^2] \quad (1)$$

за допомогою підсумовувальних пристроїв і функціональних елементів з квадратичними характеристиками. До комбінованих пристроїв можна віднести аналого-цифрові М.-д. п., в яких використовують проміжні перетворення вхідної аналогової величини на цифрову, та М.-д. п., в яких реалізація залежності (1) забезпечується застосуванням не спеціальних квадратичних функціональних перетворювачів, а, напр., пристроїв з напругою трикутної форми тощо.

В АОМ найширше застосовують такі електронні множильні пристрої: 1) пристрої непрямої дії з квадраторами, в яких для реалізації співвідношення (1) використовують діодні чи тиритові квадратори; 2) пристрої прямої дії з імпульсними подільниками напруги, в яких використовують поєднання амплітудно-імпульсної чи широтно-імпульсної модуляції послідовності імпульсів напруги прямокутної форми (часо-імпульсні М.-д. п.); 3) комбіновані пристрої з напругою трикутної форми і пристрої з паралельними каналами (груботочні й з розподілом каналів за частотними ознаками). *К. Г. Самофалов.*

МНОЖИ́Н ТЕО́РІЯ — математична теорія, на якій грунтується більшість розділів сучасної математики і яка глибоко впливає на формування концепцій у багатьох галузях науки й техніки. Основи М. т. заклав у 1873—84 нім. математик Г. Кантор. Множина є зібрання (сукупність, набір) предметів, що їх називають елементами множини; як осн. поняття теорії, поняття множини не піддається логічному визначенню. Множину можна задати, зазначивши спільну властивість усіх її елементів (множина всіх парних чисел; множина всіх слів будь-якої мови) або прямим переліком елементів (множина всіх деталей якоїсь машини). $x \in A$ означає, що x є елементом множини A, $y \overline{\in} B$ — що y не є елементом множини B. Якщо з $x \in A$ випливає, що $x \in B$, то A наз. підмножиною, або частиною B. $A \subset B$ означає, що A є частина B; множину всіх частин B позначають через 2^B. До складу підмножин B входить само B; решту підмножин наз. власними. Крім того, щоб було зручніше, вводять ще й пусту множину $\varnothing$ (множину, що не містить ніяких елементів) і вважають її частиною будь-якої множини. $\{x\}$ означає множину з одного елемента x, $\{x, y, z\}$ — з трьох елементів x, y, z і т. д. $\{x \mid P(x)\}$ — множина тих x, для яких правильним є висловлювання $P(x)$; напр., $\{x | x \in \mathbf{R},\ 0 < x < 1\}$ є інтервал $(0, 1)$ дійсної осі $\mathbf{R}$. У 1902 англ. вчений Б. Рассел виявив, що наведене вище поняття множини потребує уточнення, бо вільне поводження з ним призводить до суперечностей — парадоксів. Щоб усунути парадокси основ математики, було запропоновано різні аксіоматичні системи М. т. — теорію типів Б. Рассела, аксіоматичні системи Цермело — Френкеля, Бернайса — Геделя та ін., у яких вводяться обмеження на допустимі теоретико-множинні конструкції й на саме поняття множини. Так, напр., у системі Бернайса — Геделя інтуїтивному поняттю множини відповідає поняття класу, і лише деякі класи є множинами в теорії Бернайса — Геделя. Дослідження аксіоматичних систем М. т. одержали заг. назву аксіоматичної теорії множини.

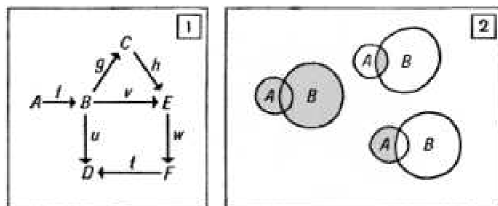
Відображення (функція, оператор) є закон відповідності, що зіставляє кожному елементові множини A певний (єдиний) елемент множини B: $\varphi : A \to B$ означає, що задано відображення A в B, яке наз. φ. Елемент $y = \varphi(x)$, що його зіставляють з x, наз. образом x, а x — прообразом y. Нехай $A \times B$ — множина упорядкованих пар (x, y) $(x \in A,\ y \in B)$, яку наз. прямим добутком $A \times B$; тоді задавання відображення φ: $A \to B$ рівнозначне задаванню підмножини $K_\varphi \subset A \times B$ всіх пар (x, y), для яких $y = \varphi(x)$. K_φ наз. також графіком φ. Найпростішими є, напр., відображення $\mathbf{R}$ в $\mathbf{R}$, тобто звичайні ф-ції дійсного аргументу; в цьому разі $A = B = \mathbf{R}$, $A \times B$ — площина, а графік φ набуває звичайного значення. Відповідність $\varphi(x) = x$ $(x \in A)$ задає тотожне відображення $e_A : A \to A$, графіком якого є діагональ $\Delta = \{(x, y) \mid x = y\} \subset A \times A$. Якщо $X \subset A$, $Y \subset B$, $\varphi : A \to B$ і Y є множина образів всіх $x \in X$, то Y наз. образом X при відображенні φ (запис: $Y = \varphi(x)$). Якщо при

цьому $\varphi(x) \overline{\in} Y$ для $x \overline{\in} X$, то X наз. прообразом Y (запис: $X = \varphi^{-1}(Y)$). φ наз. ін'єктивним відображенням, якщо з $x' \neq x''$ випливає, що $\varphi(x') \neq \varphi(x'')$; сюр'єктивним, якщо $\varphi(A) = B$; бієктивним, якщо φ ін'єктивне і сюр'єктивне. В цьому разі існує обернене відображення $\varphi^{-1}: B \to A$, яке зіставляє з кожним елементом $y \in B$ його прообраз, до того ж єдиний. Нехай $\varphi: A \to B$, $\psi: B \to C$; тоді існує відображення $\psi \circ \varphi$ множини A в C, яке задають правилом: якщо $x \in A$, $y = \varphi(x)$, $z = \psi(y)$, то елементові $x \in A$ відповідає $z \in C$, $\psi \circ \varphi$ наз. композицією відображень ψ, φ. Якщо φ, ψ бієктивні, то $\psi \circ \varphi$ бієктивне і $(\psi \circ \varphi)^{-1} = \varphi^{-1} \circ \psi^{-1}$. Якщо $\varphi: A \to B$ ін'єктивне, то $\varphi^{-1} \circ \varphi = e_A$. Навпаки, якщо $\varphi: A \to B$, $\psi: B \to A$, $\psi \circ \varphi = e_A$, то φ ін'єктивне. Якщо $\varphi \circ \psi = e_B$, то φ сюр'єктивне; якщо $\psi \circ \varphi = e_A$, $\varphi \circ \psi = e_B$, то φ, ψ бієктивні і обернені одна одній. Це твердження є стандартним прийомом доведення бієктивності; для заданого φ будують ψ, яке задовольняє попередні умови. Якщо A, B — частини R, ін'єктивність φ означає, що кожна пряма $y = c$ перетинає графік φ не більше як в одній точці; сюр'єктивність — що проекція графіка на вісь y збігається з B. Щоб було зручніше оглядати складні системи відображень, користуються діаграмами, в яких символи множин з'єднано стрілками, що показують ці відображення (мал. 1).

Кожному шляхові на діаграмі відповідає композиція відображень; якщо різним шляхам, які мають спільні початок і кінець, відповідає одне й те саме відображення, діаграму наз. **комутативною**. Напр., комутативність наведеної на мал. діаграми означає, що $h \circ g = v$, $t \circ w \circ v = u$. Комутативні діаграми часто трапляються в математиці й відіграють евристичну роль у багатьох доведеннях.

Операції над множинами. Нехай A, B — множини. Об'єднанням $A \cup B$ цих множин наз. множину всіх елементів, що належать або A, або B (в широкому розумінні, тобто, можливо, і A, і B). Перетином $A \cap B$ наз. множину всіх елементів, що належать як A, так і B. Різницею $A \setminus B$ наз. множину всіх елементів A, що не належать B (при цьому не обов'язково має бути $B \subset A$). Щоб наочно зобразити ці операції, використовують «круги Ейлера» (мал. 2): на лівому заштриховано $A \cup B$, на верхньому — $A \cap B$, на нижньому — $A \setminus B$. Аналогічно визначають об'єднання і перетин будь-якого скінченного числа множин; напр. $A \cap B \cap C$ є множина елементів, що належать одночасно A, B, C. Операції над множинами відіграють важливу роль в *імовірностей теорії* й статистиці, *алгоритмів теорії* й теорії автоматів, у логіці, в заг. питаннях *кібернетики* та в багатьох тех. питаннях (програмування, електр. мережі тощо).

Сімейства множин. Нехай I — множина, елементи якої наз. індексами. Якщо кожному $\iota \in I$ поставлено у відповідність множину A_ι, то кажуть, що задано сімейство множин $\{A_\iota\}$ з індексами з I. Напр., якщо I — відрізок натурального ряду $\{1, 2, \ldots, n, \ldots\}$, то $\{A_\iota\}$ — скінченне упорядковане сімейство множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$; якщо I — множина всіх натуральних чисел $Z_+ = \{1, 2, \ldots, n, \ldots\}$, то $\{A_\iota\}$ — послідовність множин $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$; якщо $I = R$, то $\{A_\iota\}$ — сімейство множин, що залежить від дійсного параметра ι. **Об'єднанням** множин сімейства $\{A_\iota\}$ наз. множину

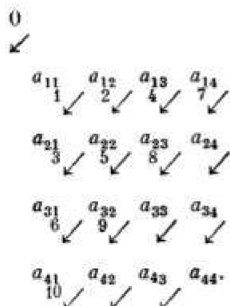


всіх елементів, що належать хоч би одному A_ι; **перетином** — множину всіх елементів, що належать кожному з A_ι (об'єднання позначають: $\bigcup_{\iota \in I} A_\iota$, перетин — $\bigcap_{\iota \in I} A_\iota$). **Добутком** множин сімейства $\{A_\iota\}$ наз. множину $\prod_{\iota \in I} A_\iota$ всіх відображень множин I в $\bigcup_{\iota \in I} A_\iota$, для яких образ кожного ι належить множині A_ι з тим самим індексом: отже, елемент множини-добутку задають системою образів $\{a_\iota\}$, що беруться по одному з кожної множини сімейства. Якщо $I = Z_+$, A_n — множина точок (x, y) площини, для яких $x^2 + y^2 < n^2$, то об'єднання $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ є вся площина, перетин $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ — початок координат, а добуток $\prod_{n=1}^{\infty} A_n$ складається з усіх послідовностей точок площини $\{a_n\}$, для яких a_n віддалений від початку менш як на n. Якщо $I = \{1, 2, \ldots, n\}$, то добуток $\prod_{i=1}^{n} A_i$ складається з усіх упорядкованих послідовностей (кортежів) $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, де $a_i \in A_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$; якщо $I = Z_+$ — то з усіх послідовностей $(a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$, де $a_i \in A_i$ $(i = 1, 2, \ldots)$ (див. також *Алгебра множин*).

Скінченні й лічбові множини. Множини A, B наз. рівнопотужними, якщо існує бієктивне відображення A на B (або B на A). Множина A, рівнопотужна якомусь відрізкові натурального ряду $\{1, 2, \ldots, n\}$, наз. скінченною. Отже, елементи скінченної множини можна пронумерувати числами $1, 2, \ldots, n$, які відповідають їм при бієктивному відображенні; n наз. кардинальним числом

елементів скінченної множини. Множина A з n елементів має 2^n різних підмножин, у т. ч. саму множину A й пусту множину $\varnothing$; звідси зрозумілим є те, що множину всіх частин A позначають 2^A. Визначення потужності скінченних множин є предметом *комбінаторного аналізу*. Характерною властивістю будь-якої нескінченної множини є те, що вона рівнопотужна певній власній підмножині. Цю властивість можна покладати в основу визначення нескінченної множини (визначення за Дедекіндом).

Найпростішою нескінченною множиною є множина натуральних чисел Z_+. Множину, рівнопотужну Z_+, наз. лічбовою; її елементи можна пронумерувати як послідовність $\{a_n\}$ відповідними числами 1, 2 ... . А якщо всі елементи певної послідовності $\{a_n\}$ різні, то правило $\varphi(n) = a_n$ задає бієктивне відображення $\varphi: Z_+ \to A$, де A — множина всіх елементів послідовності; тим самим A є лічбовою. Об'єднання скінченного числа скінченних множин є скінченна множина, її нумерацію можна одержати, послідовно пронумерувавши першу, другу, ..., останню множини сімейства. Об'єднання лічбової кількості лічбових множин є лічбовим: нумерацію елементів провадять так, як показано на схемі, де k-й рядок складається з пронумерованих елементів k-ї множини; а стрілки проходять за порядком їхніх номерів:



Аналогічно цьому доводять, що об'єднання лічбової кількості множин, кожна з яких є скінченною або лічбовою, і об'єднання скінченного числа лічбових множин є лічбові множини. Добуток m скінченних множин, числа елементів яких дорівнюють $n_1, n_2, \ldots, n_m$, є знову-таки скінченною множиною з $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_m$ елементів. Добуток скінченного числа лічбових множин є лічбовим; нумерацію кортежів $\{a_{1i_1}, \ldots, a_{ni_n}\}$, де кожне a_{ji_j} перебігає лічбову множину A_j, провадять за словниковим принципом: $\{a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{n1}\}$, $\{a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{n2}\}$, ..., $\{a_{12}, a_{21}, \ldots, a_{n1}\}$, $\{a_{12}, a_{21}, \ldots, a_{n2}\}$. Будь-яку не скінченну і не лічбову множину наз. нелічбовою. Найпростішим прикладом нелічбової множини є множина дійсних чисел R (континуум) (див. *Кардинальні числа*). Найважливішими нелічбовими множинами є арифм. простори R^m та підмножини їх; R^m можна визначити як множину кортежів $(x_1, \ldots, x_m)$ дійсних чисел, тобто добуток m примірників числової осі R (введення метрики перетворює R^m на m-вимірний евклідів простір).

Можна вказати множини, потужність яких більша за потужність континууму, але множини найбільшої потужності не існує (подібно до того, як не існує найбільшого натурального числа). Це є наслідком того, що потужність множини всіх підмножин $P(A)$ якоїсь множини A строго більша за потужність A. Інакше, яку б потужність не мала дана множина, завжди можна утворити множину її підмножин, яка матиме більшу потужність. Так $P(N)$, де N — лічбова множина натуральних чисел, нелічбова; її потужність дорівнює потужності континууму.

Ш к а л и м н о ж и н. Нехай дано скінченну родину множин $\{A_1, \ldots, A_n\}$. До них можна застосувати операції добутку і взяття частин, що приводить до множин $A_1 \times A_1$, $A_1 \times A_2$, ..., 2^{A_1}, ..., 2^{A_n}. Приєднаємо їх до початкової родини і застосуємо до одержаної нової родини ті самі операції і т. д. Усі множини, які можна одержати в такий спосіб за скінченне число кроків, становлять шкалу множин з базою $A_1, \ldots, A_n$. Напр., до шкали належать множини $A_1 \times A_2 \times A_3$, $2^{A_1 \times A_2}$, $2^{A_1} \times 2^{A_2}$.

С т р у к т у р и. Якщо в множині $\mathfrak{R}$ певної шкали множин задано підмножину Γ, то кожний елемент $X \in \Gamma$ визначає на базі цієї шкали структуру роду Γ. Поняття структури має осн. значення для сучасної побудови математики. Пояснимо на прикладах, як внаслідок спеціалізації цього поняття виникають різноманітні матем. поняття (це дає змогу процес формування понять описувати заг. схемою М. т. (за Н. Бурбакі)). Нехай база складається з однієї множини A. Розглянемо в $A \times A$ підмножину X, елементи якої (x, y) мають такі властивості («аксіоми структури»): $(x, x) \overline{\in} X$; якщо $(x, y) \in X$, $(y, z) \in X$, то $(x, z) \in X$. Всі множини X такого роду становлять підмножину $\Gamma \subset 2^{A \times A}$. Структура роду Γ є довільна фіксована множина X, тобто довільний фіксований елемент Γ; таку структуру наз. с т р у к т у р о ю п о р я д к у. Замість $(x, y) \in X$ користуються специфічним позначенням $x < y$. Розглянемо для тієї самої бази множину шкали $A \times A \times A$ і в ній довільну підмножину X, елементи якої відповідають аксіомі: для довільних x, $y \in A$ існує одне і тільки одне z, таке, що $(x, y, z) \in X$. Тоді $\Gamma \in 2^{A \times A \times A}$ складається з усіх описаних множин X, і фіксований елемент Γ є б і н а р н о ю о п е р а ц і є ю на A (запис: $z = x \top y$). Подальші аксіоми, накладені на X, приводять, напр., до утворення структури групи; при цьому Γ вужчає. Нехай база складається з двох множин A, B.

Виділимо в множині $B \times A \times A$ підмножину X, елементи якої відповідають аксіомі: для будь-яких $\lambda \in B$, $x \in A$ існує одне й тільки одне $y \in A$ таке, що $(\lambda, x, y) \in X$. Всі такі X становлять множину $\Gamma \subset 2^{B \times A \times A}$; елемент $X \in \Gamma$ є операцією множини B на множині A (запис: $y = \lambda \cdot x$). Подальше накладання аксіом приводить до структури лінійного простору на A, B, або, як кажуть, на A «над B». Розглянемо для бази A ще й множину $X \in 2^A$ (тобто якусь множину частин A), яка задовольняє аксіоми: $\varnothing \in X$; $A \in X$, якщо $G_\iota \in X$ $(\iota \in I)$, то $\bigcup_{\iota \in I} G_\iota \in X$; якщо $G_\iota \in X$ $(\iota \in I)$ і I скінченне, то $\bigcap_{\iota \in I} G_\iota \in X$. Усі такі X становлять підмножину $\Gamma \subset 2^{2^A}$; фіксований елемент Γ є топологічною структурою на A (див. *Топологія*).

Морфізми є відображення множин, які зберігають задану на них структуру. Напр., якщо на A і на B задано бінарні операції, то морфізм $\varphi : A \to B$ є таке відображення, для якого $\varphi(x \top y) = \varphi(x) \top \varphi(y)$; якщо на A і на B задано топологічні структури за допомогою систем підмножин X_A, відповідно X_B, то морфізм $\varphi : A \to B$ є таке відображення, що з $G \in X_B$ випливає $\varphi^{-1}(G) \in X_A$. За допомогою понять структури й морфізму можна описати в заг. вигляді матем. теорію з погляду її змісту (не плутати з формальним описом у вигляді *логіко-математичних числень*). В основу такої теорії покладено категорію. За допомогою функторів встановлюють зв'язки між матем. теоріями і об'єднують ці теорії в заг. конструкцію сучасної математики (див. *Алгебрична топологія*).

Літ.: Александров П. С. Введение в теорию множеств и теорию функций, ч. 1. М.—Л., 1948; Хаусдорф Ф. Теория множеств. Пер. с нем. М.—Л., 1937 [бібліогр. с. 291—295]; Fraenkel A. A., Bar-Hillel I. Foundations of set theory. Amsterdam, 1958; Бурбаки Н. Начала математики, ч. 1. Основные структуры анализа, кн. 1. Теория множеств. Пер. с франц. М., 1965; Келли Дж. Л. Общая топология. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 361—376]; Столл Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. Пер. с англ. М., 1968.

О. В. Гладкий.

МОВА АВТОМАТНА — мова, породжувана автоматною граматикою (див. *Граматика породжувальна*).

МОВА АЛГОРИТМІЧНА — див. *Алгоритмічна мова.*

МОВА АНКЕТНА ДЛЯ ЗАДАВАННЯ АВТОМАТІВ — мова спеціального виду, призначена для описування діалога між «виконавцем» і «замовником», який замовляє скінченний автомат, але не вміє чітко сформулювати умови його роботи мовою, яка була б зрозуміла «виконавцеві». В цьому випадку «виконавець» добуває потрібну інформацію про автомат, що його задумав «замовник», шляхом підходящого опитування. Діалог починається з того, що «виконавець» просить «замовника» назвати вхідний і вихідний алфавіти задуманого ним автомата. Далі допускаються запитання таких двох типів. Запитання 1-го типу полягають у тому, що «виконавець» називає пару слів: x, y, де x — слово у вхідному алфавіті, а y — слово у вихідному алфавіті, таке саме завдовжки, як і x, і запитує «замовника», чи можливий такий стан, за якого (як за початкового) задуманий ним автомат переробляв би слово x на слово y. Запитання 2-го типу зводяться до того, що «виконавець» називає послідовність пар слів (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n), де x_i — слово у вхідному алфавіті, а y_i — слово у вихідному алфавіті, таке саме завдовжки, як і x_i, і запитує «замовника», чи можливий такий стан, за якого (як за початкового) задуманий ним автомат переробляв би слово x_1 на y_1, слово x_2 на y_2, ..., слово x_n на y_n. Зокрема, якщо послідовність пар слів (x_1, y_1), (x_2, y_2) така, що $x_1 = x_2$, а $y_1 \neq y_2$, то відповідь на це запитання очевидно буде негативною, бо не може бути автомата, який за одного й того самого початкового стану переробляв би однакові вхідні слова на різні вихідні. На кожне запитання «замовник» повинен дати позитивну або негативну відповідь. Сукупність усіх таких запитань і відповідей на них умовно називають М. а. д. з. а.

Виникає питання про побудову алгоритму синтезу за анкетною мовою. Під алгоритмом синтезу тут слід розуміти ефективний припис, що вказує, які запитання зазначених двох типів «виконавець» повинен ставити «замовникові» і як по відповідях на ці запитання будувати діаграму автомата, що його задумав «замовник» (точніше, діаграму автомата, еквівалентного тому, що його задумав «замовник»). Кількість запитань, які задаються під час роботи алгоритму, визначається послідовно — залежно від відповідей на попередні запитання. Т. ч., усю потрібну для синтезу інформацію «виконавець» дістає у формі відповідей на запитання зазначених типів, що ставляться в міру розгортання алгоритму синтезу. Неважко побудувати алгоритм, який за допомогою скінченного числа запитань зазначених двох типів давав би змогу розгадувати будь-який скінченний автомат, що його задумав би «замовник». Для цього досить узяти до уваги ті самі міркування, які використовуються для доведення відомої теореми, а саме: коли будь-які два стани автомата A, що має k станів, можна відрізнити один від одного, то цю різницю можна встановити простим експериментом довжини $k - 1$. Важливого значення набуває питання про побудову економічніших алгоритмів синтезу. Зазначена проблематика тісно пов'язана з проблематикою *експериментів з автоматами.*

Літ.. Таль А. А. Анкетный язык и абстрактный синтез минимальных последовательностных машин. «Автоматика и телемеханика», 1964, № 6; Мур Э. Ф. Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [бібліогр. с. 389—395].

Я. М. Барздінь.

МОВА БЕЗКОНТЕКСТНА, мова контекстно-вільна — мова, породжувана безконтекстною граматикою (див. *Граматика породжувальна*).

МОВА ДЕСКРИПТОРНА — одна з *мов інформаційних*.

МОВА ІНФОРМАЦІЙНА — штучна мова, призначення якої — записувати семантичну інформацію для наступного використання її в *інформаційно-пошукових системах* та *інформаційно-логічних системах*. М. і., призначену для забезпечення інформаційного пошуку, часто наз. *мовою інформаційно-пошуковою*, а М. і., призначену для розв'язування інформаційно-логічних задач (для аналітичного зіставляння й синтезу фактів),— *мовою інформаційно-логічною*. М. і. забезпечує однозначний запис інформації або алгоритмічне розпізнавання (ототожнювання) різним способом записаних фактів, з повнотою й точністю, які відповідають вимогам, що ставляться до інформаційної системи, де цю М. і. використовують. До мов інформаційно-логічних ставиться додаткова вимога — забезпечувати можливість формалізації логічного висновку. Цю вимогу тією чи іншою мірою задовольняє й чимало інформаційно-пошукових мов. Через те відмінність між названими двома видами М. і. має більш функціональний, ніж структурний характер.

Е. Ф. Скороходько.

МОВА ІНФОРМАЦІЙНО-ЛОГІЧНА — штучна частково формалізована мова для однозначного записування фактів з певної галузі знань в *інформаційно-логічних системах*. Характерною особливістю М. і.-л. є те, що вона придатна для розв'язування інформаційно-логічних задач шляхом перетворення елементів інформаційного масиву з метою виявити нові фактичні відомості, які не містяться в цьому масиві в явній формі. Таке перетворення алгоритмічно моделює дедуктивні, індуктивні чи евристичні процедури. Як М. і.-л. можна використовувати розширені прикладні числення предикатів (див. *Логіка математична*), які містять: якесь базисне логічне *числення*; дескриптивні константи (в т. ч. невизначувані і визначувані дескриптивні знаки), що відповідають предметам, об'єктам, властивостям та відношенням, характерним для відповідної галузі знань, змінні, що їм відповідають; дескриптивні аксіоми, з яких виводять частину правильно побудованих виразів М. і.-л. Треба, щоб правила побудови виразів М. і.-л. було сформульовано так, щоб, по змозі, всі правильно побудовані вирази можна було інтерпретувати як осмислені речення. Часткова формалізованість М. і.-л. полягає в тому, що з числа її виразів, які відповідають реченням, що їх експериментально перевіряють у певній предметній галузі, не всі виявляються вивідними чи спростовними.

Коли будують М. і.-л., попереднім етапом є створення метатеорії, яка досліджує (з метою формалізації) мову-об'єкт і теорію відповідної галузі знань. За допомогою метатеоретичного дослідження необхідно виявити осн. невизначувані поняття для відповідної галузі, методи (у т. ч. й специфічні) визначення та впровадження нових понять, які в ній застосовують, а також дедуктивні, індуктивні та інші способи дослідження. При цьому треба враховувати особливості досліджуваних об'єктів, властивостей і відношень.

Літ.. Успенский В. А. К проблеме построения машинного языка для информационной машины. «Проблемы кибернетики», 1959, в. 2; Вләдуц Г. Э., Финн В. К. Проблематика создания машинного языка для органической химии. В кн.: Сообщения лаборатории электромоделирования, в. 1. М., 1960; Падучева Е. В. Проблемы семантического сопоставления естественных языков с языками математической логики. В кн.: Исследование логических систем. М., 1970; Goodman N. The structure of appearance. Cambridge, 1951; Woodger J. H. Biology and language. Cambridge, 1952; Carnap R. Introduction to symbolic logic and its applications. New York, 1958; Мидоу Ч. Анализ информационно-поисковых систем. Пер. с англ. М., 1970; Simmons R. F. Natural language question-answering systems: 1969. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1970, v. 13, N 1.

Г. Е. Вледуц.

МОВА ІНФОРМАЦІЙНО-ПОШУКОВА — інформаційна мова, призначена для записування семантичної інформації з метою дальшого використання її в *інформаційно-пошукових системах*. М. і.-п. забезпечують документальний та фактографічний *пошук інформації автоматичний*. Документальні М. і.-п. призначені для запису відомостей, що їх спочатку зафіксовано в наук.-тех. документах та інформаційних запитах засобами природних мов, і забезпечують відшукання в якомусь масиві документів, що відповідають на поставлений інформаційний запит. Фактографічні М. і.-п. призначені для безпосереднього опису об'єктів (фактів) і забезпечують відшукання в якомусь масиві об'єктів таких, які відповідають на поставлений інформаційний запит.

М. і.-п. здебільшого складається з словника (*тезауруса*) й граматики. Тезаурус включає лексику М. і.-п., систему його *відношень парадигматичних* і відповідності між словами природної та інформаційної мов. Граматика містить правила утворення похідних одиниць М. і.-п. (напр., *кодів семантичних*, синтагм і речень) і правила їхніх тотожних перетворень. Граматика регламентує, зокрема, використання покажчиків зв'язків, покажчиків ролі та ін. подібних засобів позначення *відношень синтагматичних*. Семантичну силу М. і.-п. характеризують такі параметри: лексична повнота (повнота лексичного складу мови), лексична точність (здатність М. і.-п. розрізнювати предмети), парадигматична повнота (повнота передавання інформації про іманентні, тобто постійні відношення між предметами), парадигматична точність (здатність М. і.-п. розрізнювати іманентні відношення), синтагматична повнота (повнота передавання інформації про ситуативні відношення між предметами, тобто про відношення, що виникають у певних ситуаціях) і синтагматична точність (здатність М. і.-п. розрізняти ситуативні відношення). Якщо лексичні повнота й точність характеризують не стільки тип

мови, скільки стан її словника, то решта параметрів дає змогу класифікувати М. і.-п. за їхньою семантичною силою.

З точки зору парадигматичної повноти розрізняють три осн. класи М. і.-п.: 1) мови, в яких немає засобів для вираження іманентних відношень між предметами, тобто мови без парадигматичних відношень (прикладом може бути система унітермів); 2) мови, де є засоби для вираження тільки одного іманентного відношення, тобто мови з одним парадигматичним відношенням підпорядкування (прикладом цього класу може бути М. і.-п. системи «Пусто — Непусто-4»); 3) мови, в яких є засоби для вираження більшості важливих (в ідеальному випадку — практично всіх) іманентних відношень відповідної предметної ділянки. М. і.-п. 3-го класу поділяють на три підкласи з різною парадигматичною точністю: підклас 3.1 — мови, де іманентні відношення між предметами виражають, але не розрізняють, тобто мови, в яких фіксують (здебільшого лексикографічним чи табличним способом) лише факт наявності якогось парадигматичного відношення між *дескрипторами*, а не його характер (напр., «Тезаурус дескрипторів» Бюро меліорації США); підклас 3.2 — мови, в яких виділяють і спеціально позначають одне іманентне відношення, а решту іманентних відношень виражають, але не розрізняють, тобто це ті мови, в яких є двоє парадигматичних відношень — підпорядкування та асоціативне (напр., «Тезаурус технічних термінів» Об'єднаної ради інженерів США); підклас 3.3 — мови, в яких виділяють і розрізняють більшість різнорідних іманентних відношень, тобто це ті мови, в яких є більш як двоє парадигматичних відношень між дескрипторами (прикладом може бути RX-мова 4-го рівня).

Іншою основою класифікації є оснащеність М. і.-п. граматичними засобами, які дають змогу передавати ситуативні відношення між предметами. З точки зору синтагматичної повноти доцільно розрізняти два класи М. і.-п.: клас А—мови, в яких немає засобів вираження ситуативних відношень між предметами (т. з. мови «без граматики», напр., М. і.-п. систем «Пусто — Непусто»); клас Б—мови, де є засоби вираження ситуативних відношень (мови з граматикою). М. і.-п. класу Б поділяють на два підкласи відповідно до синтагматичної точності: підклас Б.1 — мови, в яких є засоби для вираження ситуативних відношень, але немає засобів для розрізнювання їх (мови з найпростішою граматикою синтагматичних відношень у вигляді покажчиків зв'язку); підклас Б.2 — мови, в яких ситуативні відношення між предметами не лише виражаються, а й розрізняються (мови, в яких є спец. граматичні засоби у вигляді, напр., сполучення покажчиків зв'язку з покажчиками ролі).

Вимоги до повноти й точності різних М. і.-п. неоднакові й залежать від ряду факторів. До них слід віднести передусім тип задачі, що її розв'язують за допомогою М. і.-п. За інших однакових умов мова для ретроспективного (довідкового) пошуку має забезпечувати більшу повноту й точність, ніж мова для вибіркового розподілу інформації. Фактографічний пошук також потребує більшої повноти й точності, ніж документальний. Вимоги до повноти й точності М. і.-п. збільшуються зі зростанням обсягу інформаційного масиву, підвищенням ступеня спеціалізації масиву, з ростом конкретності інформаційних запитів. На ці вимоги впливає й характер обробки інформації в інформаційно-пошуковій системі, насамперед ступінь автоматизації процедур, пов'язаних з *семантичним аналізом* текстів (сюди відносять, насамперед, *індексування*, переклад М. і.-п., встановлення парадигматичних відношень). Застосування М. і.-п. з ступенем повноти й точності, що перевищує потрібну, є недоцільним. Мова з розвинутою граматикою, в якій є різноманітні засоби для вираження парадигматичних і синтагматичних відношень між дескрипторами, дає змогу описувати факти і явища зовн. світу з більшою повнотою й точністю. Завдяки цьому є додаткові можливості для логічного висновку, ототожнювання об'єктів, що сприяє зменшенню *шуму пошукового*. Водночас така мова здебільшого вибагливіша в експлуатації, потребує тонших процедур семантичного аналізу, зокрема, перекладу інформаційною мовою та пошуку, часто поступається перед простими мовами у швидкодії. А застосування мов з недостатньою парадигматичною та синтагматичною повнотою й точністю часто призводить до появи пошукового шуму і *втрат інформації* під час пошуку, що перевищують допустимі. Тому для розв'язування різних задач інформаційного пошуку в реальних умовах потрібні різноманітні М. і.-п.— від найпростіших мов без парадигматичних і синтагматичних відношень до розвинутих мов з потужною граматикою. Ці мови іноді будують так, що кожна наступна мова, яка забезпечує більшу, ніж попередня, повноту й точність опису, цілком включає в себе попередню, а, крім того, в ній є й деякі додаткові засоби. Вирази таких мов мають однакову структуру, хоч вони й різні за семантичною силою. Множина таких М. і.-п. наз. **сім'єю сумісних мов**. У межах такої сім'ї можна легко переходити від однієї мови до іншої. Та ж сама програма може обслуговувати різні мови (тією мірою, якою вони мають заг. частину). Напр., сім'ями сумісних мов є СИНТОЛ і мова RX-кодів. Оскільки між сумісними мовами є багато спільного, їх часто наз. станами (в СИНТОЛі) або рівнями (в RX-мові) єдиної мови. Один із станів СИНТОЛу включає лише *ключові слова*, відповідаючи 1-му класові парадигматичної та класові А синтагматичної класифікацій. Другий стан включає ключові слова й синтагми, в яких фіксується наявність парадигматичного чи синтагматичного відношення, але не його вид; це відповідає підкласам 3.1 і Б.1. Третій стан відповідає підкласам 3.3 і Б.2. У мові RX-кодів є рівні, що відповідають усім зазначеним класам і підкласам

парадигматичної та синтагматичної класифікацій.

Літ.: Бернштейн Э., Лахути Д., Чернявский В. Вопросы теории поисковых систем. М., 1966 [бібліогр. с. 130—131]; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [бібліогр. с. 728—735]; Информационно-поисковая система «БИТ». К., 1968 [бібліогр. с. 215—217]; Perry J. W., Kent A. Tools for machine literature searching. New York, 1958; Thesaurus of engineering terms. New York, 1965; Coyaud M. Introduction a l'étude des langages documentaires. Paris, 1966 [бібліогр. с. 135—143]; Крос Р. К., Гардэн Ж. К., Леви Ф. СИНТОЛ — универсальная модель системы информационного поиска. Пер. с франц. М., 1968; Soergel D. Klassifikationssysteme und Thesauri. Eine Anleitund zur Herstellung von Klassifikationssystemen und Thesauri im Bereich der Dokumentation. Frankfurt am Main, 1969; Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [бібліогр. с. 101—104].

Е. Ф. Скороходько.

МОВА КАТЕГОРІАЛЬНА — мова, описувана *граматикою категоріальною*.

МОВА ЛОГІЧНА ДЛЯ ЗАДАВАННЯ АВТОМАТІВ — спеціальна мова, призначена для описування умов функціонування автомата. При абстрактному синтезі *автоматів скінченних* можна застосовувати різні формальні мови й за допомогою їх описувати умови, які ставлять до шуканого автомата. Інтуїтивно — мова K_1 не менш виразна за мову K_2, якщо будь-яке речення, висловлене мовою K_2, можна просто й чітко переформулювати мовою K_1. Чим виразніша мова, тим зручніша вона для початкової постановки задачі. Пошук більш-менш виразної мови полегшується досвідом математичної логіки, в якій завдяки прийнятій формалізації логічних зв'язок і операцій (кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення і квантори) досягається значне наближення до природної мови і звичного стилю мислення. Зокрема, якщо роботу автомата без пам'яті задано словесним описом, то її звичайно не важко представити у вигляді формули алгебри логіки, побудованої за допомогою елементарних логічних зв'язок &, $\vee$, $\neg$ і $\equiv$.

Внаслідок цього в теорії *схем релейно-контактних* широкого застосування набула *алгебра логіки*. Проте мова логіки висловлювань недостатньо пристосована для висловлювання часових умов і співвідношень, які характерні для роботи автоматів з пам'яттю. Звідси випливає висновок, що мову треба розширювати в бік мови логіки предикатів із застосуванням різних кванторних операцій.

При двійковому кодуванні інформації канонічні рівняння скінченного автомата набувають вигляду

$$\begin{gathered} Y_i(t) = \Phi_i(Z_1(t), \ldots, Z_k(t), X_1(t), \ldots \\ \ldots, X_m(t)), \quad i \leqslant n \\ Z_j(t+1) = \Psi_j(Z_1(t), \ldots, Z_k(t), X_1(t), \ldots \\ \ldots, X_m(t)), \quad j \leqslant k. \end{gathered} \tag{1}$$

де функції $Y_i(t)$, $X_\nu(t)$ і $Z_j(t)$ залежать від натурального аргументу t (інтерпретованого як дискретний час) і набувають лише одного з двох значень: 0 і 1, а Φ_i і Ψ_j — вирази алгебри логіки щодо змінних $Z_1(t)$, ..., $Z_k(t)$, $X_1(t)$, ..., $X_m(t)$. Користуючись звичною логічною термінологією, їх можна називати одномісними предикатами (відповідно — вихідними, вхідними і внутрішніми). При цьому рівняння (1) задають оператор, який перетворює систему вхідних предикатів $\{X_\nu\}$ на систему вихідних предикатів $\{Y_i\}$. Очевидно, зв'язок між предикатами X_ν та Y_i, заданий рівняннями (1), точно відтворюється формулою спец. вигляду

$$\begin{gathered} \exists Z_1 \ldots \exists Z_k \{ \underset{i \leqslant n}{\&} [Y_i(t) \equiv \Phi_i(Z_1(t), \ldots \\ \ldots, X_m(t))] \underset{j \leqslant k}{\&} [Z_j(t+1) \equiv \Psi_j(Z_1(t), \ldots \\ \ldots, X_m(t))]\}, \end{gathered} \tag{2}$$

в якій окрім операцій алгебри логіки є й предметний квантор, що пов'язує числовий аргумент t, і предикатні квантори, які пов'язують одномісні предикатні змінні. Первісний словесний опис роботи автомата буває зручно представляти у вигляді формули з предметними й предикатними (за одномісними предикатами) кванторами, але не обов'язково у вигляді спец. формули (2).

Ці формули становлять логічну мову $И$, символіка й інтерпретація якої є така: а) малі букви t, τ, ρ, ... (можливо з індексами) позначають предметні змінні, які пробігають натуральний ряд чисел; б) великі букви $X, Y, Z, \ldots$ (можливо з індексами) позначають одномісні предикатні змінні, визначені на натуральному ряді; в) 1, 2, 3, ...— це позначення для натуральних констант; г) терм — це предметна змінна або сума предметної змінної і натуральної константи; д) атомарні формули мають вигляд $X(\mu)$, $Y(\mu)$, ..., де μ — довільний терм; е) інші формули будуються з атомарних за допомогою операцій алгебри логіки та кванторів за предметними й предикатними (одномісними) змінними. Зразу видно, що в $И$ можна визначити такі «вторинні» відношення та операції: рівність термів; відношення порядку для термів; обмежені предметні квантори, напр. $\underset{\tau<t}{\forall}\tau\mathfrak{A}$ (для кожного τ, меншого за t, справджується $\mathfrak{A}$), $\underset{\tau<\rho<t}{\exists}\rho\mathfrak{A}$ і т. ін.; предметні квантори типу $\exists^\infty t\mathfrak{A}$, $\forall^\infty t\mathfrak{A}$ (для нескінченної множини значень числового аргументу t й відповідно для всіх значень t, за винятком, може, скінченного числа їх, справджується $\mathfrak{A}$). Тому, окрім первинних засобів, згаданих в а) — е), можна застосовувати й символи $=$, $<$, $\exists^\infty$, $\forall^\infty$, ... тощо. Напр., кожна з формул

$$\forall t \{Y(t) \equiv \underset{\delta<t}{\exists}\delta [X_1(\delta) \quad \& \underset{\delta<\tau<t}{\forall} \tau \overline{X}_2(t)]\},$$

$$\forall^\infty t Y(t) \equiv \exists^\infty t X_1(t) \& \exists^\infty t X_2(t)$$

виражає певну умову, яка пов'язує єдиний вихідний предикат Y з двома вхідними предикатами X_1 і X_2.

Нехай у формулі $\mathfrak{A}(X_1, \ldots, X_m, Y_1, \ldots, Y_n)$ мови *И* є лише вільні предикатні змінні, явно зазначені в дужках. Виявляється, не для кожної такої формули існує скінченний автомат зі вхідними й вихідними предикатами $X_1, \ldots, X_m$ та $Y_1, \ldots, Y_n$ відповідно (структурно — автомат з m вхідними й n вихідними двійковими каналами), який задовольняє її, тобто такий автомат, що його входи й виходи зв'язані умовою, яку виражено у формулі $\mathfrak{A}$. Інакше кажучи (на відміну, напр., від мови регулярних виразів), той факт, що якусь умову вдасться формалізувати даною мовою, ще не гарантує, що її можна здійснити в класі скінченних автоматів. Розроблено алгоритми синтезу, які за будь-якою заданою формулою мови *И* з'ясовують, чи існує скінченний автомат, який задовольняє її, і якщо існує, то будують його. Легко зрозуміти, що вказана логічна мова виразніша за мову регулярних виразів та ін. мови синтезу, але разом з тим велика виразність вимагає й значного ускладнення алгоритмів синтезу. Треба обережно підходити до спроби й далі розширювати мову й посилювати її виразність, бо це часто призводить до того, що алгоритм синтезу стає неможливий принципово (напр., якщо до термів віднести й суми вигляду $t + \tau$, де обидва доданки — змінні величини). А от для деяких вужчих фрагментів мови *И* можливі й ефективніші алгоритми. Виявилося корисним застосовувати М. л. для з. а. і до розв'язування задач, які виникають у матем. логіці.

Літ.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [бібліогр. с. 389—395]; Клини С. К. Представление событий в нервных сетях и конечных автоматах. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Бюхи Д. Р. Слабая арифметика второго порядка и конечные автоматы. В кн.: Кибернетический сборник, № 8. М., 1964. *Б. А. Трахтенброт.*

МОВА МАШИНИ «МИР» — *мова програмування*, орієнтована на описування алгоритмів розв'язування інженерних і науково-технічних задач і така, що включає засоби спілкування людини з машиною в *діалога режимі*. Програми на М. м. «МИР» нескладні структурою й досить наочні. Кожна програма складається з операторної частини — послідовності операторів, і описової частини — послідовності описів. Алфавіт мови містить у собі заголовні букви рос. і лат. алфавітів, десяткові цифри, знаки операцій (у т. ч. знаки $\Sigma, \Pi, \int$), знаки відношень $>, \geqslant, =, <, \leqslant$, дужки, роздільники, знаки елементарних ф-цій і службові слова, взяті з рос. мови. У мові розрізняють два типи даних — цілі й десяткові, над якими визначено арифм. операції. Опису типів у мові немає, тип даного визначають з контексту. Відмітною особливістю мови є явне задання в програмі вказівки про розрядність (кількості цифр у мантисі десяткових чисел, які зберігаються в процесі виконування *операцій над числами*), на основі якої має бути реалізовано *алгоритм*. Це відповідає обчисл. можливостям ЕОМ сімейства «МИР».

Для іменування змінних і функцій використовують *ідентифікатори*. Основу побудови структурних одиниць мови становить поняття арифм. виразу. Описування арифм. виразу розширено порівняно з *АЛГОЛом-60* введенням як первинних виразів сум, добутків та інтегралів. Припускають змінні лише з одним або двома індексами. Описування в М. м. «МИР» поділяють на три типи: описування простих змінних виду $Z = A$; описування ф-цій виду $f(y_1, \ldots, y_e) = B$; описування *масивів* виду $x[m]$, або $x[m, n]$, або $x[m] = x_1, x_2, \ldots, x_m$, або $x[m, n] = x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n}, x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2n}, \ldots, x_{m1}, x_{m2}, \ldots, x_{mn}$. Тут $Z, y_1, \ldots, y_e$ — прості змінні; f — ідентифікатор ф-ції; x — ідентифікатор масиву, m, n — цілі числа; x_i, x_{ij} $(i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n)$ — числа; A, B — арифм. вирази. Описування простих змінних і ф-цій відіграють роль *підпрограм*, звертання до яких здійснюється щоразу, коли постає потреба мати значення тих змінних, яким до моменту звертання таких значень не було надано.

Серед операторів М. м. «МИР» є *оператори*, призначені присвоювати й стирати значення простих змінних і змінних з індексами, керувати алгоритм. процесом (оператори переходу, зупинки, циклу та ін.), складений і широкий набір операторів виведення, в т. ч. оператори редагування й виведення на друкуючий пристрій символьної інформації, арифм. виразів, чисел, масивів, таблиць і графіків ф-цій у формі, зручній для сприйняття.

Для оперативного втручання людини в процес розв'язування задачі є набір засобів кори-

Приклад програми на М. м. «МИР»: обчислення многочленів Ерміта для довільного індексу N і дійсного аргументу X.

Обчислювальна схема

Обчислити

$$H = \sum^{\left[\frac{N}{2}\right]} \frac{(-1)^k N!}{K!\,(N-2K)!}\,(2x)^{N-2K}$$

при

$$N = 6$$
$$X = 0{,}5$$

Програма на М. м. «МИР»

```
«РОЗРЯДНОСТЬ» 12.
H = Σ (K = 0, E (N/2), (— 1) ↑ K ×
П (J = 1, N, J)/(П (J = 1, K, J) ×
П (J = 1, N — 2 × K, J)) ×
(2 × X) ↑ (N — 2 × K));
«ВЫВОД H «ГДЕ» N = 6;
X = 0.5 «КОНЕЦ»
```

гування вже введеної програми. Мову «МИР» реалізовано як вхідну мову ЕОМ «МИР-1» і підмножину вхідної мови ЕОМ «МИР-2» за допомогою схемно-програмної системи інтерпретації.

Літ.: Глушков В. М., Летичевский А. А., Стогний А. А. Входной язык вычислительной машины для инженерных расчетов. «Кибернетика», 1965, № 1; Визнюк Г. И., Дородницына А. А., Клименко В. П. Алгоритмический язык ЭЦВМ «МИР». К., 1971. *В. П. Клименко.*

МОВА МАШИННО-ОРІЄНТОВАНА — *мова програмування,* типи даних та алгоритмічна структура якої відображують структуру обчислювальної машини або класу обчислювальних машин. Створення М. м.-о. має на меті дати користувачам можливість складати ефективні *програми,* де враховано й використано структуру обчисл. машин взагалі або особливості якоїсь конкретної обчисл. машини. На відміну від *мов процедурно-орієнтованих* М. м.-о. універсальна щодо класів задач у тому розумінні, що її сфера застосування збігається зі сферою застосування обчисл. машин, на які її орієнтовано. Найпростішим прикладом М. м.-о. є система команд будь-якої обчисл. машини. Широко використовують М. м.-о.— *автокоди,* що не тільки відповідають *команд системам* конкретних обчисл. машин, а й дають змогу складати програми для цих машин у формі, зручнішій для людини. Зазначені М. м.-о. являють собою М. м.-о. у вузькому розумінні цього слова.

Принципово нові можливості дає використання алгоритмічних М. м.-о. (АММО), орієнтованих на класи обчисл. машин. АММО описує певну абстрактну обчисл. машину, в якій зібрано всі риси, спільні для заданого класу конкретних обчисл. машин, і яка, водночас, не має тих неістотних особливостей, що ними ці машини відрізняються одна від одної. Якщо, напр., усі конкретні машини заданого класу мають однакові розміри слів, то й відповідна абстрактна машина може мати той же самий розмір слів. А якщо при цьому в різних конкретних машинах числа зображено в цих словах по-різному, то в абстрактній машині форма зображення чисел не визначається. Це значить, напр., що не можна розглядати результати арифм. операцій як послідовності *бітів* чи як команди. Така відмова від особливостей конкретних машин дає змогу ефективно моделювати абстрактну машину на всіх конкретних, тобто перекладати програму з АММО мовами конкретних машин практично «команда в команду». З другого боку, окремі особливості конкретних машин рідко використовують при масовому *програмуванні ЦОМ.* Отже, з допомогою АММО можна складати для будь-якої сфери застосування досить ефективні програми, придатні зразу для цілого класу обчислювальних машин. Завдяки цьому така мова є важливим інструментом, який забезпечує програмну сумісність машин і дає змогу створювати для них єдине матем. забезпечення, а це є одною з осн. проблем розвитку обчисл. техніки. Зокрема, АММО може становити базову мову універсальної системи програмування (тобто сукупності *трансляторів,* які працюють разом), яку можна використовувати на різних обчисл. машинах. У таких системах АММО виконує водночас три ф-ції: *мови проміжної,* мови об'єднання модулів, одержуваних після трансляції з різних проблемно-орієнтованих мов, і мови, якою пишуться самі транслятори. При цьому для кожної конкретної обчисл. машини пишуть один компілятор з АММО мовою цієї машини. За допомогою цього компілятора всі транслятори переводять мовою конкретної машини. Надалі програми (або частини програм), написані проблемно-орієнтованими мовами, транслятори перекладають на АММО, а потім за допомогою того самого компілятора ці програми об'єднують і перекладають мовою певної машини. Досвід свідчить про те, що коли АММО охоплює навіть дуже широкий клас обчисл. машин (напр., такий, що включає переважну більшість існуючих тепер машин), програми, що їх одержують після такої двоступінчастої трансляції, не лише за своєю ефективністю, а й загалом практично не відрізняються від програм, що їх одержують прямою трансляцією з проблемно-орієнтованих мов. Це пояснюється тим, що при трансляції з проблемно-орієнтованих мов особливості конкретних обчисл. машин враховують, як правило, на пізнішій стадії, яка при двоступінчастій трансляції відповідає роботі компілятора з АММО на мову конкретної машини.

Один з перших кроків щодо машинної орієнтації *алгоритмічних мов* було зроблено 1956 при створенні *адресної мови,* в якій одним з об'єктів обробки є суто машинний об'єкт — *адреса.* В 1962—64 у США було зроблено спробу розробити універсальну машинно-орієнтовану мову (UNCOL). Але ця спроба була невдалою через надмірну універсалізацію обраної версії абстрактної машини. В Рад. Союзі розроблено ряд АММО (*АЛМО, ЕПСИЛОН* та ін.).

Літ.: Ющенко Е. Л. Адресное программирование. К., 1963 [бібліогр. с. 285—286]; Камынин С. С., Любимский Э. З. Алгоритмический машинно-ориентированный язык — АЛМО. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1967, в. 1 [бібліогр. с. 59—61]; Steel T. B. A first version of UNCOL. «Proceedings of the western joint computer conference», 1961, v. 19; Брукер Р. А. Программы «Автокод», созданные для вычислительных машин Манчестерского университета. В кн.: Современное программирование. М., 1966. *Е. З. Любимський.*

МОВА ОПЕРАТОРНА — алгоритмічна мова в основі якої лежить *операторний метод програмування.* Поняття М. о. запровадив 1954 рад. математик О. А. Ляпунов (н. 1911). Оператор являє собою самостійну одиницю мови, що описує зміст якогось *алгоритму* розв'язування задачі. Здебільшого виділяють певну кількість різних типів операторів (їх іноді називають стандартними), кожен з яких відіграє певну роль у структурі алгоритму. Набори таких операторів неоднакові для різних мов. Описуючи будь-який алгоритм за допомогою тієї чи ін. мови, використовують лише фіксовані в ній оператори. Тому для

кожної мови потрібно виконувати певні правила поділу алгоритму розв'язування задачі на окремі етапи. Алгоритм записують у вигляді послідовності операторів і описів додаткових відомостей про первісні дані. Для однозначного розуміння цього запису встановлюють строгі правила записування кожного оператора. Сукупність цих правил становить синтаксис мови. Кожне таке правило встановлює, як та чи інша синтаксична одиниця мови (в т. ч. оператор) утворюється з ін. одиниць даної мови. Змістовне значення цих одиниць становить семантику мови. Див. також *Автоматизація програмування*.

Літ.: Криницкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д. Программирование. М., 1966 [бібліогр. с. 596—599]; Жоголев Е. А., Трифонов Н. П. Курс программирования. М., 1967 [бібліогр. с. 404—405]. *Г. П. Багриновська.*

МОВА ОПИСУВАННЯ ПРИСТРОЇВ ЦОМ — сукупність засобів для задавання інформації про алгоритм функціонування, структуру й технічні характеристики дискретних пристроїв. Як правило, М. о. п. ЦОМ — це спеціалізована *алгоритмічна мова*. Осн. вимоги до сучасних М. о. п. ЦОМ такі: простота, яка дає змогу ефективно застосовувати їх; універсальність, яка дає змогу описувати довільні алгоритми функціонування; гнучкість, яка забезпечує можливість застосовувати універсальні засоби в конкретних ситуаціях; мнемонічність, тобто це значить, що складні синтаксичні конструкції мови не повинні затінювати фіз. суті описуваного пристрою; мови опису повинні бути відкритими в розумінні можливостей розширення їхніх зображувальних засобів і зручними для моделювання описуваного пристрою. Крім того, М. о. п. ЦОМ містять засоби для описування пристроїв на різних етапах проектування (див. *Автоматизація проектування ЦОМ*). Оскільки на цих етапах потрібен різний ступінь деталізації інформації про проектований пристрій, мові описування властива своєрідна інформаційна ємність. Багатоманітність і кількість цих вимог зумовлюють існування сімейства М. о. п. ЦОМ, об'єднаних спільними осн. поняттями. Кожна мова сімейства характеризується областю використовування її в процесі проектування, а також суміщуваністю з іншими мовами, тобто загальні поняття мов повинні мати в різних мовах одну й ту саму семантику. Окрім того, М. о. п. ЦОМ тісно пов'язані між собою й синтаксично, щоб забезпечувати достатньо формальний перехід одного рівня деталізації опису пристрою до іншого.

Враховуючи сучасний стан автоматизованого проектування обчисл. пристроїв, слід відзначити, що М. о. п. ЦОМ повинна мати засоби для описування алгоритмів функціонування, блокової структури пристроїв і способу конструктивного описування пристроїв з різним ступенем деталізації. При цьому М. о. п. ЦОМ має способи формального задавання й описування документації на всіх етапах проектування. Окрім цього, вона зручна для реалізації формальних методик проектування на ЕОМ.

Розглянемо як приклад одну з найрозвиненіших мов описування пристроїв — мову *даних* системи «ПРОЕКТ». Осн. частину цієї мови — мову АЛГОРИТМ — призначено описувати алгоритми перетворювань послідовностей наборів значень вхідних сигналів на послідовності наборів значень вихідних сигналів. Поняттю сигналу в мові відповідає синтаксична категорія «змінна». Регістрам пристрою відповідає поняття «внутрішня змінна». Для описування мікрооперацій і *мікропрограм*, які треба реалізувати в пристрої, застосовують поняття функцій і *підпрограм*. Осн. синтаксичним поняттям мови є поняття *алгоритму*. Алгоритм складається з опису змінних, функцій і підпрограм, причому в описі змінної можна вказувати тип цієї змінної (ввідна, вивідна, внутрішня) та її розрядність, тобто довжину *коду*, який є значенням змінної. Розрядність змінної можна задавати явно (числом або параметрично), тоді опис пристрою мовою АЛГОРИТМ буде правити за опис цілого класу пристроїв. Коли в процесі описування пристрою проектувальник ще не прийняв ніяких інженерних рішень або йому не відомі якісь деталі, він може користуватися т. з. неповними описами, які надалі, в процесі проектування, можна уточнювати. Для описування ф-цій мовою АЛГОРИТМ передбачено широкі можливості. Ф-цію можна задавати або таблицею, або формулою, або як періодично визначуване перетворення. Описи можуть містити й іншу інформацію, яку використовують у програмі функціонування. Програма функціонування складається з операторів, і функціонування пристрою полягає у виконуванні цих операторів. У *програмі* задається й послідовність виконування їх. У мові АЛГОРИТМ є засоби, щоб описувати паралельні дії, виконувані одночасно.

Друга осн. частина М. о. п. ЦОМ — мова СТРУКТУРА — служить для описування пристроїв у вигляді композиції інших пристроїв. Текст опису пристрою цією мовою містить інформацію про компоненти, з яких складено описуваний пристрій, і про з'єднання цих компонентів між собою. В описі кожної компоненти вказано її ввідні та вивідні змінні й тип компоненти. Коли в пристрої є багато однотипних компонент, то можна описати лише одну компоненту з параметром. Це дає змогу скоротити структурний опис пристрою. Зв'язки між компонентами в структурі задають рівняннями зв'язків, які теж можна описувати параметрично. Цю мову з невеликими модифікаціями можна застосовувати й для описування пристрою на етапі тех. проектування. Крім згаданих частин мови, в ній є й засоби, щоб описувати характеристики сигналів.

М. о. п. ЦОМ тісно пов'язується з тех. реалізацією. Об'єкти мови — опис, оператори, вирази, компоненти, рівняння зв'язків тощо, як правило, зберігаються в пам'яті машини закодованими за допомогою спец. *спискових структур*, і переклад з мови опису на внутрішнє представлення здійснює спец. *транслятор*. Транслятор виконує синтаксичний

аналіз тексту на М. о. п. ЦОМ і будує внутр. представлення цього тексту.

Створено досить багато мов описування пристроїв. Найвідоміші з них — LOTIS і SOL, призначені переважно для часового моделювання логіч. схеми ЦОМ, мова регістрових передавань і мова описування систем.

Літ.: Глушков В. М., Капитонова Ю. В., Летичевский А. А. О языках описания данных в автоматизированной системе проектирования вычислительных машин (ПРОЕКТ). «Кибернетика», 1970, № 6; Schorr H. Computer-aided digital system design and analysis using a register transfer language. «IEEE transactions on electronic computers», 1964, v. EC-13, № 6; Stabler E. P. System description languages. «IEEE transactions on computers», 1970, v. C-19, № 12. *С. С. Гороховський.*

МОВА ПРОМІЖНА — мова програмування, що застосовується як посередник у процесі автоматичного перекладу з проблемно-орієнтованих мов на мови обчислювальних машин. М. п. служить для комплексації програм, трансльованих з різних *мов процедурно-орієнтованих* і для скорочення кількості *трансляторів*, які необхідно скласти, щоб на кожній з N машин можна було користуватися будь-якою з M *мов програмування*. Якщо не використати М. п., то для цього потрібно $M \times N$ трансляторів. При користуванні М. п. досить мати M трансляторів з проблемно-орієнтованих мов на М. п. і N трансляторів з М. п. на конкретні машини, тобто всього $M + N$ трансляторів. Відповідно до призначення М. п. головна вимога до неї полягає в тому, щоб забезпечити ефективний переклад за її допомогою для щонайбільших M та N.

У принципі будь-яку формальну мову програмування можна було б обрати як М. п., бо всім їм притаманна алгоритмічна універсальність. Проте будь-яка проблемно-орієнтована мова може забезпечити ефективне використання обчисл. машин лише при розв'язуванні певного вузького класу задач, на які її орієнтовано. Напр., алфавітно-цифрові таблиці ефективно не виражаються через типи даних, передбачені в АЛГОЛі-60, а вибирання елемента з вектора сповільнюється в багато разів, якщо його зберігати в пам'яті у вигляді *списка*. Таким чином, для ефективного перекладу з різних проблемно-орієнтованих мов М. п. має бути не проблемно-орієнтованою, а *мовою машинно-орієнтованою*, тобто близькою до мови обчисл. машин. Разом з тим жодну з мов конкретної обчисл. машини не можна ефективно використовувати як М. п. Це тому, що *програма* будь-якої конкретної машини за необхідністю містить набагато більше інформації, аніж цього треба, щоб описати алгоритм. Там, де треба одержати суму двох чисел, для будь-якої конкретної машини необхідно, щоб доданки й суму було зображено певними послідовностями *кодів*. Більше того, в результаті додавання виходить не просто наближене значення суми, а певним чином заокруглене значення. При цьому для кожної конкретної машини завжди відомо, що буде, коли, напр., нормалізоване число використати як послідовність *бітів* і т. д. При виконанні програми, написаної для однієї машини, на іншій машині доводиться моделювати всі особливості першої машини. Саме на моделювання цих особливостей (що, як правило, й не використовуються в програмі) йде переважна частина часу роботи другої машини. Їх доводиться моделювати тому, що, як відомо, відрізнити в програмі істотне від неістотного — це дуже складне завдання. Тому як М. п. слід обирати алгоритмічні машинно-орієнтовані мови, які містять у собі всі спільні риси мов для різних обчисл. машин і не мають тих особливостей, якими мови цих машин відрізняються одна від одної.

Орієнтація М. п. зумовлює такі їхні властивості, які можуть спростити завдання складання компіляторів з М. п. і зробити їх ефективнішими: а) від М. п. не вимагається зручностей для програмування вручну; б) при складанні компіляторів можна розраховувати на те, що всі програми М. п. правильні, оскільки їх, у свою чергу, склали транслятори з проблемно-орієнтованих мов. М. п. відіграють велику роль у створенні *математичного забезпечення ЦОМ внутрішнього*, бо на їхній основі можна розробляти універсальне математичне забезпечення, придатне водночас для класу машин, а також можна розв'язати проблему спадкоємності матем. забезпечення при зміні поколінь машин. *Е. З. Любимський.*

МОВА ПРОЦЕДУРНО-ОРІЄНТОВАНА — мова для описування алгоритмів розв'язування певного класу задач. Поділ на класи має умовний характер. Під класом задач розуміють задачі, в яких розглядаються аналогічні об'єкти і застосовуються схожі прийоми розв'язування. Всякий *алгоритм* розв'язування задачі можна записати у вигляді *програми* для обчисл. машини, закодувавши у відповідний спосіб розглядувані об'єкти. Проте переклад (трансляція) з мови, що історично встановилася в даній сфері людської діяльності, на мову обчисл. машини — це дуже трудомісткий процес, який потребує спец. підготовки в галузі використання ЦОМ і вивчення специфічних особливостей конкретної машини. Крім того, алгоритми у вигляді програм для конкретної машини мало придатні для обміну інформацією та нагромадження *фонду алгоритмів і програм*. Запровадження вищих рівнів формального описування розв'язування задач — М. п.-о.— дає змогу уникнути всіх цих труднощів. За допомогою М. п.-о. спеціалісти з даної галузі можуть описувати алгоритм розв'язування задачі в звичних термінах, не вникаючи в особливості обчисл. машини й не вдаючись по допомогу до програмістів. Запис алгоритму в М. п.-о. перекладається на мову конкретної машини автоматично *транслятором*. Отже, одна програма-транслятор для даної машини забезпечує можливість використання на ній всіх програм, написаних даною М. п.-о.

Сформувалися М. п.-о для таких класів задач. В обчисл. задачах осн. об'єктами є числа й *масиви* чисел. Алгоритм розв'язування може задаватися дуже складними ф-лами з використанням рекурсивних визначень, індексних виразів, підстановок ф-цій, склад-

них умов тощо. Розв'язування задач звичайно пов'язане з виконанням величезної кількості арифм. операцій. Саме в галузі обчисл. задач методи розв'язувань були історично першими формалізовані й пристосовані для постановки на машинах, та й самі обчисл. машини призначалися спочатку переважно для розв'язування задач цього класу. Тому, природно, перші М. п.-о. з'явилися саме в цій галузі. Тепер серед них найпопулярніші *АЛГОЛ-60* і *ФОРТРАН*. У задачах *автоматичної обробки даних* осн. об'єктом є масиви даних (напр., підшивки документів), які складаються з логічних *записів* (окремі документи). Характерною для них є ієрархічна структура записів, на нижньому рівні яких розміщено цифрові, алфавітні та алфавітно-цифрові елементи. Особливого значення набуває можливість введення й виведення за складними форматами з задаванням особливих операцій (усунення нулів, захист чеків та ін.), запам'ятовування, зберігання та вибирання даних при роботі з зовн. пам'яттю (стрічки, диски). Найпоширенішою М. п.-о. для описування розв'язування задач цього класу є *КОБОЛ*. В інформаційно-логічних задачах осн. об'єктами є складні структури, елементи яких зв'язуються за допомогою посилань (*списки*, «дерева»). Такі посилання забезпечують оптим. звертання до елементів, що мають задані значення ознак. Найпоширенішою М. п.-о. для цих задач є *ЛІСП*. В задачах щодо обробки текстів осн. об'єктами є рядки символів. Операціями, що провадять у цих задачах, є: визначення входження даного *ланцюжка* символів, заміна, викидання, вставляння ланцюжка тощо. Прикладом М. п.-о. може бути *СНОБОЛ*. У задачах моделювання осн. об'єктами є процеси, що паралельно перебігають у часі і взаємодіють один з одним. Прикладом М. п.-о. можуть бути мови *СИМСКРИПТ*, *СИМУЛА*. В задачах керування осн. об'єктами є сигнали переривання від зовн. середовища й часового давача, зворотні сигнали і *пріоритети* об'єктів зовн. середовища. За приклад може правити мова RTL.

Розроблено багато М. п.-о. В міру розширення сфери застосування обчисл. машин створюються нові мови для описування розв'язування розглянутих вище задач. Вони виникають здебільшого у вигляді спеціалізованих мов, які мають вигляд якогось доповнення до однієї з М. п.-о. Потім нова сфера застосування й мова поступово набувають самостійного значення. Роблять спроби створити універсальну мову, однаково зручну й ефективну для розв'язування всіх проблем (напр., на сучасному етапі — мови *ПЛ - 1* і СИМУЛА-67). Іноді в мову (напр., в *АЛГОЛ-68*) вводять засоби, що дають змогу доповнити її стосовно до будь-якої конкретної проблеми.

Літ.: Шеффлер Дж. Д., Темпль Р. Х. Язык, работающий в реальном времени для управления производственными процессами. «Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике США», 1970, т. 58, № 1. Див. також *літ.* до ст. *АЛГОЛ-60, КОБОЛ, СИМУЛА*.

І. Б. Задихайло.

МОВА ТРАНСЛЯТОРА ВХІДНА — *мова програмування*, з якої *транслятор* здійснює переклад.

МОВА ЦОМ ВНУТРІШНЯ — мова, якою записують у *пам'яті ЦОМ* безпосередньо виконувані програми розв'язуваних задач, початкові дані та результати обчислень, *програми обслуговувальні*, а також взагалі всі відбудовані процедури, тобто алгоритми, зафіксовані структурним способом (див. *Математичне забезпечення ЦОМ внутрішнє*).

Отже, в М. ЦОМ в. кодуються операнди й позначаються дії над ними. Ці дії поділяють на три осн. класи — мікрооперації, базисні операції та вбудовані процедури. Мікроопераціями наз. такі елементарні маш. дії (як правило, однотактні), які не позначаються в робочих програмах і складовими частинами яких не бувають ніякі аналогічні дії (мікрооперації). Базисними операціями наз. такі вбудовані алгоритми, які позначаються в робочих програмах і в складі яких немає ніяких аналогічних дій (базисних операцій). Вбудованими процедурами наз. такі вбудовані алгоритми, які обов'язково містять як складові частини базисні операції та (або) аналогічні дії (вбудовані процедури). Отже, базисні операції складаються з мікрооперацій, а вбудовані процедури виконуються як послідовності базисних операцій, вбудованих процедур і, можливо, мікрооперацій.

М. ЦОМ в. здебільшого складається з ряду рівнів. Підмножина внутр. мови, якою записуються в пам'яті машини робочі програми, початкові дані й результати обчислень, наз. програмним рівнем внутрішньої мови. Крім програмного рівня, у М. ЦОМ в. є й мікрокомандний рівень, що складається з мікрокоманд як кодів позначень мікрооперацій. Зазначені два рівні традиційно обов'язкові для будь-якої М. ЦОМ в. Крім цих рівнів, внутр. мовам властиві ще й проміжні рівні, види яких залежать від ступеня розвитку програмного рівня. Серед можливих проміжних рівнів виділяють два — виконавчий та деталізовано-виконавчий. Перший з них характеризується тим, що алгоритми, представлені в ньому, складаються з строго певних операцій — базисних операцій і вбудованих процедур, що йдуть одна за одною в порядку старшинства, виконують їх над операндами, які позначено *адресами*. Другий, нижчий від попереднього, рівень відрізняється від нього тим, що з операцій містить тільки базисні, що їх виконують над операндами, які позначають адресами місць у *запам'ятовувальних пристроях*, і, крім того, тим, що може містити мікрооперації.

Отже, рівні М. ЦОМ в. становлять його підмножини, що характеризуються різним ступенем деталізації алгоритмів із збільшенням її від верхнього до ниж. рівня. Чим менша ця деталізація, тим вищим є програмний рівень внутр. мови, а це значною мірою сприяє полегшенню всього процесу підготовки задач

для розв'язування їх на машинах і збільшенню ефективності процесу розв'язування. Разом з тим підвищення програмного рівня М. ЦОМ в. ускладнює інтерпретацію мови як процесу динамічного переведення робочої програми з цього рівня на мікрокомандний (див. *Інтерпретація мови структурна*). Залежно від кількості та функціональних характеристик рівнів мови розрізняють традиційні й розвинуті, елементарні й процедурні внутр. мови. За сполученням цих ознак (альтернативних у кожній парі) виділяють чотири осн. класи внутр. мов. У зв'язку з розвитком М. ЦОМ в. виділяють різні ступені наближення їхніх програмних рівнів до вхідних мов. До осн. ступенів наближення належать внутр. мови символьно-наближені, елементарно-наближені, подібні та ізоморфні вхідним мовам. Перші три з названих ступенів наближення характеризуються відповідно тим, що внутр. мова має тільки символи вхідної мови, тільки символи та елементарні конструкції вхідної мови, символи, елементарні й складові конструкції вхідної мови. Останній ступінь (внутр. мови, ізоморфні вхідним мовам) характеризується цілковитим збігом (з точністю до позначень) внутр. мови з вхідною. Для розвитку внутр. мов найперспективнішим є ступінь подібності, який зумовлює можливість відобразити в програмному рівні внутр. мови осн. елементи родини вхідних мов, введення в нього засобів для полегшення інтерпретації, ефективного записування будь-яких службових алгоритмів тощо. Поєднання принципових характеристик вхідної мови і ступеня наближення до неї внутр. мови цілком визначає належність внутр. мови до осн. класів. Підвищення рівня алгоритм. мов для даного ступеня наближення означає підвищення й рівня внутр. мови. Можливості такого розвитку істотною мірою залежать від досконалості засобів реалізації мови в машині, тобто від засобів інтерпретації в системі внутр. матем. забезпечення. Осн. особливістю цієї реалізації є ступінчаста побудова системи керування, яка відповідає ієрархічній структурі внутр. мови.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257].

З. Л. Рабинович.

МО́ВА ШТУ́ЧНА — спеціально створена семіотична система. Поняття «М. ш.» протиставляється поняттю «мова природна», що означає мову, яка виникла стихійно, природно. М. ш. є універсальні мови, які створені для міжнародного спілкування і являють собою сурогати природних мов (есперанто, ідо та ін.), і спеціалізовані знакові системи для записування необхідної інформації з певних галузей науки і техніки. Серед останніх виділяються М. ш., призначені для автоматичної переробки інформації. Див. *Мова інформаційна, Мови логіко-математичні, Мови програмування.*

МО́ВА-ПОСЕРЕ́ДНИК — допоміжна мова, яку використовують у процесі автоматичного перекладу та інших видів машинної переробки текстів природними мовами для запису відомостей про смисл і будову перероблюваного тексту в однозначній і мінімально надмірній формі. Зазначені вимоги до запису М.-п. означають, що в цьому не повинно бути омонімії, кожний виділюваний елемент смислу має бути явно виражений (напр., спец. символом) і інформація не повинна дублюватись. При цьому М.-п. повинна мати достатньою мірою широкі можливості, щоб нею можна було записати всі відомості про зміст будь-якого тексту будь-якою використовуваною мовою, не втрачаючи анітрохи інформації. Якщо текст природною мовою має кілька тлумачень, тобто омонімічний, з ним треба зіставити кілька записів М.-п. Переклад фрази з однієї мови на іншу з використанням М.-п. полягає в перекладі фрази вхідної мови М.-п. (аналіз) та перекладу фрази М.-п. вихідною мовою (синтез). В усіх випадках, коли при перекладі є поділ на аналіз і синтез, можна вважати, що є й М.-п., вважаючи запис результату аналізу, який дає вхідні дані для синтезу, за запис М.-п. Але про наявність М.-п. говорять лише тоді, коли в результаті аналізу одержують структуру, яка тією чи іншою мірою відображає смисл перероблюваного тексту. Смисл тексту відображається в різних М.-п. з неоднаковою глибиною, тобто можна говорити про М.-п. різної «глибини». М.-п. розробляють здебільшого паралельно з розробкою *алгоритмів* аналізу. Ці розробки повинні забезпечити перехід від тексту природною мовою до запису такою М.-п.

Метою сучасної лінгвістичної семантики є створення семантичної мови, яка, за задумом, повинна давати змогу записувати смисловий зміст будь-яких текстів. Як М.-п. пропонували деякі природні мови (напр., англійську) або такі *мови штучні*, як інтерлінгва та есперанто. Тепер загальновизнано, що згадані мови зовсім непридатні для цього (зокрема, внаслідок своєї ідіоматичності, неоднозначності, складності перекладу ними тощо) і що мовою-посередником має бути спеціально сконструйована штучна мова. Здебільшого М.-п. будують для якоїсь вибраної групи мов, в окремому випадку — для двох мов, що беруть участь у перекладі. Уявлення про конкретну організацію М.-п. ще не усталене, однак можна дати заг. характеристику її на основі М.-п., які уже існують. М.-п., як і кожна мова, характеризується набором елементарних одиниць (елементів М.-п.) та правилами побудови складних одиниць (фраз М.-п.) з елементарних (граматика М.-п.). У деяких випадках до цих правил додають ще й правила синонімічних перетворень у М.-п., і тоді до згаданих етапів процесу перекладу (аналізу й синтезу) долучається етап синонімічних перетворень. Набір елементів М.-п. включає елементи різної природи. В певному розумінні основні елементи (лексика М.-п.) — це смислові одиниці, які зіставляються зі словами представленої групи мов, що є перекладними еквівалентами одна одної. Елементи другого типу відповідають одиницям інформа-

ції, які в природних мовах передаються здебільшого морфологічними засобами. В елементах третього типу відображаються відомості про синтаксичні зв'язки між елементами першого типу. Для позначення елементів М.-п. іноді використовують словесний запис з позначкою, що йдеться про елементи М.-п., а не про слова природної мови, в інших випадках використовують символи або числа («числова» М.-п.). Граматика М.-п. залежить від її набору елементів та способу записування фраз. Напр., одні вчені вважають, що фраза М.-п.— це *граф*, вузлам якого відповідають осн. елементи М.-п., що мають послідовності елементів другого типу, тобто змінні, а гілкам відповідають елементи третього типу — відношення. Тоді граматика М.-п.— це правила побудови таких графів. Інші вважають, що фраза М.-п.— це складна формула, утворена з елементів і дужок, а граматика зводиться до правил упорядкування елементів і розставляння дужок, які вказують на межі формул. Деякі вчені задають граматику М.-п. як породжувальну безконтекстну граматику (див. *Граматика породжувальна*).

М.-п. за своєю природою близькі до *мов інформаційних*, тобто штучних мов, які використовують для записування відомостей про тексти в *інформаційно-пошукових системах*. Проте в будові цих мов є відмінність, зумовлена тим, що вони мають неоднакове призначення: М.-п. призначені для перекладу, а інформаційні мови — для логічного аналізу й переробки змісту тексту.

Літ.: Мельчук И. А. К вопросу о «грамматическом» в языке-посреднике. «Машинный перевод и прикладная лингвистика», 1959, № 4; Мельчук И. А., Равич Р. Д. Автоматический перевод. 1949—1963. Критико-библиографический справочник. М., 1967.

О. С. Кулагіна.

МОВИ ЕНТРОПІЯ — одна з основних статистичних характеристик мови, здатність її містити певну кількість інформації (в Шенноновому розумінні). Письмовий текст можна розглядати як послідовність сигналів, кожний з яких як значень набуває букв (морфем, слів або фраз) даної мови,— тобто як ланцюжок статистично зв'язаних між собою дослідів з випадковими результатами. Ентропія $H_{(\text{букви})}$, що відповідає одній букві тексту, дорівнює границі (при $N \to \infty$) ентропії H_N, яка обчислюється з урахуванням статистичних зв'язків між буквами, що поширюються не більше як на N сусідніх букв. Спочатку визначають величини $H^{(N)} = -\Sigma p_i^{(N)} \log p_i^{(N)}$, де $p_i^{(N)}$ — імовірності всіляких комбінацій по N букв (N-грам). При $N = 0$ припускають, що $H^{(0)} = 0$. Після цього приймають $H_N = H^{(N)} - H^{(N-1)}$. Якщо за одиницю вимірювання величин ентропій приймають *біт*, то логарифми в усіх формулах є двійковими. Аналогічно визначають ентропію $H_{(\text{слова})}$, яка припадає на одне слово тексту. При підрахунку ентропії (див. *Мови інформаційні вимірювання*) враховують лише статистичні характеристики тексту. Через те інформація, що характеризується значенням ентропії, не зв'язана безпосередньо зі смисловим змістом тексту, а лише вказує найменший час, необхідний, щоб передати текст по тій чи іншій лінії зв'язку.

Усну мову можна розглядати і як послідовність певних лінгвістичних одиниць (складів чи фонем). При цьому її ентропію визначають так само, як і для записаного уривку тексту. Іншого підходу до визначення ентропії усної мови вимагається від фізіол. акустики. При цьому мову розуміють як певну послідовність звукових коливань повітряного середовища. Ентропія, що визначається на базі такого підходу з урахуванням даних фізіол. акустики, буде більшою за ту, яка міститься в запису мови; різниця цих ентропій виражає інформацію, пов'язану з інтонаційними особливостями мови, і за порядком величини збігається з тією, що міститься в записаному тексті. Див. також *Мови надмірність*.

І. М. Яглом.

МОВИ ІНФОРМАЦІЙНІ ВИМІРЮВАННЯ — вимірювання, метою яких є визначення *мови ентропії* $H = \lim_{N \to \infty} H_N$, а також *мови надмірності* $R = 1 - \frac{H}{H_0}$. Вивчення статистичних зв'язків між буквами переконує в тому, що для всіх відомих мов, скажімо, вже $H_{30} \approx H_\infty = H$. Оскільки задача укладання частотних таблиць для сполуки з 4,5 і більше сусідніх букв є нерозв'язною навіть при використанні сучасної *обчислювальної техніки*, такий «прямий» метод М. і. в. використовується гол. чином для підрахунків величин ентропій невисокого порядку, як, напр., H_1, H_2 і H_3, які не дають змоги надійно оцінити *ентропію* і надмірність мови. Дещо більше дає використання створених для багатьох мов *словників частотних* слів, якщо при цьому береться до уваги та обставина, що $H_{(\text{букв})} = H_{(\text{сл})} : k$, де $H_{(\text{сл})}$ — ентропія, що припадає на одне слово, а k — середня довжина слова, тобто кількість букв у ньому. Якщо ентропію $H_{(\text{сл})}$ оцінювати за допомогою величини H_1, обчисленої на основі імовірностей появи окремих слів, то оцінка, одержувана з останньої формули для $H_{(\text{букв})}$, відповідає величині H_k, обчисленій з урахуванням імовірностей комбінацій з k букв. Набагато більше значення для М. і. в. мають непрямі методи, пов'язані з експериментами по відгадуванню (або «передбаченню») букв тексту. Віднесена до однієї букви тексту ентропія H_N вказує ступінь невизначеності досліду по передбаченню букви тексту в умовах знання $N - 1$ попередніх букв; цей ступінь невизначеності досліду можна оцінити за важкістю відгадування N-ї букви по відомих $N - 1$ буквах, які їй передують. Методику проведення таких дослідів та оцінювання на основі їхніх результатів величин H_N вказав амер. математик К. Шеннон (н. 1916). Далі її вдосконалив рад. математик А. М. Колмого-

ров (н. 1903) та ін. В більшості праць з М. і. в. використано саме цю методику; вимірювання провадили для багатьох європ. і неєвроп. мов.

Окрім статистичного визначення кількості інформації є й інші способи, які вказав А. М. Колмогоров. Використовують ці способи переважно при М. і. в., пов'язаних з літ. творами, оскільки стосовно унікальних за своєю природою об'єктів художньої літератури, імовірнісні поняття, що спираються на поняття «статистичного ансамблю», стають досить невизначеними.

При М. і. в. за методом відгадування звичайно оцінювали величину $H_{(\text{букв})}$, за якою вже можна визначити і величину $H_{(\text{слова})}$ ($H_{(\text{букв})} \cdot k$), а також величину ентропії, віднесену до інших лінгвістичних елементів тексту: $H_{(\text{фрази})}$, $H_{(\text{морфеми})}$ або $H_{(\text{фонеми})}$. Ті самі міркування дають змогу пов'язати між собою двоє значень величини $H_{(\text{букви})}$, обчислених у випадку, коли не враховуються пробіли між словами або коли пробіл приймається за спеціальну («нульову») букву алфавіту: з того, що надрукований «впритул» (без пробілів між словами) текст містить ту саму інформацію, що й звичайний, виходить співвідношення:

$$H_{(\text{з проб.})} = H_{(\text{без проб.})} \cdot \frac{k+1}{k}.$$

Інший характер має задача визначення *інформації кількості*, що міститься в інтонаційних особливостях вимовлюваного тексту. Ця задача складна через те, що необхідно враховувати велику кількість різнорідних факторів, пов'язаних з індивідуальними якостями голосу тієї чи іншої людини та зі специфічними особливостями вимовляння розглядуваного уривка тексту. Використовуючи формули *інформації теорії*, окремі фактори, що входять до загального поняття статистичної інформації, яка міститься в усній мові, можна оцінювати досить точно.

Літ.: Яглом И. М., Добрушин Р. Л., Яглом А. М. Теория информации и лингвистика. «Вопросы языкознания», 1960, № 1; Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., 1973 [бібліогр. с. 487—500]; Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия «количество информации». «Проблемы передачи информации», 1965, т. 1, в. 1; Пиотровский Р. Г. Информационные измерения языка. Л., 1968 [бібліогр. с. 108—112]; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 783—820].

І. М. Яглом.

МОВИ КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ — *мови програмування*, призначені для описування задач збирання даних, регулювання параметрів, послідовного керування, оптимізації режимів та обміну інформацією з черговими-операторами для процесів, що перебігають у реальному часі. Перші М. к. т. п. з'явилися 1960. Розвиток М. к. т. п. відбувається двома шляхами: розширення відомих мов програмування і побудова спеціалізованих мов. Розширення відомих мов (*АЛГОЛ-60, ФОРТРАН, ПЛ-1*) полягає у введенні нових типів даних, поповненні набору стандартних функцій і впровадженні засобів, з допомогою яких чергові оператори можуть вносити зміни в *програми*, що їх реалізує машина безпосередньо в процесі керування. Як спец. типи можна виділяти вхідні дані (вимірювані величини процесу), вихідні (команди керування від ЦОМ до процесу), фіксовані дані (що зберігаються в постійній пам'яті). Набір стандартних функцій розширюють, вводячи часто повторювані операції контролю та керування, напр., функції циклічного опитування і довільного звертання до давачів чи виконавчих механізмів; функції масштабування, лінеаризації та корекції поточних значень параметрів; функції контролю приростів, тенденцій зміни і гранично допустимих відхилень параметрів від норм; групи функцій, що описують закони автомат. регулювання процесів тощо. Поряд з властивими мовам високого рівня способами організації програм (блоки, *процедури, підпрограми*) вводять додаткові структурні одиниці — *макрокоманди* та суперблоки; всі структурні одиниці утворюють ієрархію. В результаті черговий-оператор зі свого пульта може оперативно, за реальний час, зупиняти й відновлювати хід виконання програм, змінювати їхні параметри, пропускати макрооперації або блоки, замінюючи їх виконання або ручним керуванням, або іншими структурними одиницями, тобто здійснювати гнучку стратегію керування. Спеціалізовані М. к. т. п., як правило, не такі універсальні, але вони краще відображують особливості конкретних процесів і споживачів. Такі мови формуються шляхом виділення, класифікації та позначення звичними для технологів термінами або скороченнями елементів устаткування, особливостей технологічних схем і режимів, характерних команд керування, станів елементів і відповідних ситуацій (особливо аварійних), повідомлень черговому про перебіг процесу. Під час побудови спеціалізованих М. к. т. п. конкурують дві тенденції: детальне охоплення вузької сфери й охоплення групи споріднених процесів. До мов з вузьким охопленням відносять СПАЛТ (система програмування алгоритмів керування теплоенергетичними блоками) і АПРОКС (підготовка програм для газорізальних верстатів), а до мов з груповим охопленням — ТЕХНОЛОГ-67 (для верстатів з програмним керуванням) і АЛКОПОЛ (для безперервних виробн.). Для обслуговування безперервних процесів призначено й мови CONRAD, CONSUL, RTL (у них є засоби, придатні для описування алгоритмів адаптивного й адміністративно-госп. керування) та ін. У М. к. т. п. широко використовують п р о г р а м у в а н н я н а б л а н к а х. Щоб використати якийсь блок, технолог повинен зазначити лише конкретні параметри (заповнивши певні порожні позиції на спец. бланку). Так напр., мовами для циклічних і безперервних виробн. є мови PROSPRO та BICEPS. Щоб поповнювати програмне забезпечення новими блоками, в

них передбачено бланки заг. операцій, записування в яких здійснюється мовою *асемблеру*. PROSPRO допускає й записування мовою ФОРТРАН, яке доцільно робити для складних нових блоків. Треба, щоб М. к. т. п., крім зручностей для технолога-програміста, забезпечували ефективну взаємодію між черговим-оператором та ЕОМ за реальний час при прийнятті рішень. Така орієнтація властива, напр., мові ЯЗОН, у якій визначено зручні форми представлення даних і відповідну систему відображення інформації. Передбачено різні рівні взаємодії: вибірковий контроль процесу, обчислювання та реєстрація; зміна завдань і параметрів контурів регулювання, складання й настроювання нових контурів; блокування програм, зміна і введення нових програм. Мова містить засоби компенсації деяких помилок чергового і поповнення частини даних, яких немає. Дальший розвиток М. к. т. п. пов'язаний з їхньою стандартизацією та системною орієнтацією. Основу цих мов становить ядро (засоби для описування стандартних блоків збирання й первинної переробки даних, цифрового регулювання та дискретного керування, оптимізації й послідовного керування, адаптивних і адміністративно-госп. розрахунків, засоби редагування даних), оболонка (набір бланків для технологів і засоби діалога з черговим) і координатор (засоби описування обладнання *обчислювальної системи*, відповідності ядра та оболонки, розподілу часу й ресурсів).

Літ.: Первая Всесоюзная конференция по программированию [Заседание] Е. К., 1968; Ч а ч к о А. Г. Язык описания действий и обмена между человеком-оператором и системой управления непрерывным производством (ЯЗОН). К., 1969 [бібліогр. с. 101—104]; П а й к Г. Е. Математическое обеспечение в системах управления производственными процессами. «Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике США», 1970, т. 58, № 1; G e r t l e r J. High-level programming for process control. «The computer journal», 1970, v. 13, № 1.

О. Г. Чачко.

МО́ВИ ЛО́ГІКО-МАТЕМАТИ́ЧНІ — символічні мови для формалізованого викладу логічних і математичних теорій. М. л.-м. задають переліком формальних символів (він відіграє роль, подібну до ролі алфавіту природної мови) і визначенням правильно побудованих виразів різних типів (аналогів осмислених слів і речень природної мови), а також забезпечують *семантикою* — тлумаченням смислу формальних символів і виразів. Правильно побудовані вирази, значеннями яких є об'єкти, наз. т е р м а м и, а вирази, значеннями яких є судження, наз. ф о р м у л а м и. Перелік формальних символів нескінченний: він може містити логічні символи, символи предикатів та ф-цій (до числа ф-цій можуть входити індивідні символи — символи 0-місних ф-цій), допоміжні знаки (дужки, коми тощо) і містить здебільшого нескінченно багато змінних. Усі ці символи задають як слова в якомусь скінченному алфавіті. Семантика вказує допустимі значення змінних, тлумачення символів предикатів, ф-цій і логіч. символів. Розглянемо, напр., мову *арифметики формальної*. Змінні: (a), (aa), (aaa) і т. д. Логічні символи: $\supset$ ($A \supset B$ читається: з A випливає B), & (і), $\vee$ (або), $\neg$ (не), $\forall$ (для всіх), $\exists$ (існує). Символи предикатів: $=$ (дорівнює). Символи ф-цій: $+$ (плюс), $\cdot$ (помножити), $'$ (що йде за), 0 (нуль). Терми: 0 є терм; кожна змінна є терм; якщо s та r — терми, то і $(s)+(r)$, $(s)\cdot(r)$, $(s)'$ — терми. Формули: якщо s і r — терми, то $(s)=(r)$ — формула; якщо A та B — формули, x — змінна, то $(A)\supset(B)$, $(A)\ \&\ (B)$, $(A)\vee(B)$, $\neg(A)$, $\forall x\,(A)$, $\exists x\,(A)$ — формули.

М. л.-м. поділяють на логічні й власне логіко-математичні (прикладні). Їх поділяють ще й на мови першого і вищих порядків; мови першого порядку — на кванторні й безкванторні.

а) Логічні мови характеризуються вживанням пропозиційних і предикатних змінних, допустимими значеннями яких є відповідно висловлювання (тобто твердження, для яких є смисл говорити про істинність чи хибність) та *предикати* (поняття і відношення). Пропозиційні М. л.-м. (мови *числення висловлювань*) не містять, як правило, *кванторів*, але містять усі чи деякі із зв'язок $\supset$, &, $\vee$, $\neg$, $\leftrightarrow$ (еквівалентність) і т. ін., які при інтерпретації відповідають операціям над висловлюваннями. При «неповному» комплекті решту зв'язок іноді вводять як скорочення (напр., $a \leftrightarrow b$ означає $(a \supset b)\ \&\ (b \supset a)$); вибір таких скорочень підказує семантика. Модальні мови містять зв'язки $\Box$ (необхідно), $\Diamond$ (можливо) та ін.; *імплікація строга* іноді є самостійною зв'язкою, а іноді скороченням ($a \Rightarrow b$ означає $\Box\,(a \supset b)$). Предикатні М. л.-м. одержують з відповідних пропозиційних мов, додаючи предметні змінні, предикатні символи з різною кількістю вільних місць (пропозиційні змінні розглядають як 0-місні предикатні символи) і квантори $\forall$, $\exists$ (або один з них; у цьому випадку другий звичайно вводять як скорочення; напр., $\forall xA$ означає $\neg\exists x\neg A$). Іноді додають ще й функціональні символи. Атомарні ф-ли такої мови мають вигляд $P\,(t_1, \ldots, t_k)$, де P — k-місний предикатний символ, $t_1, \ldots, t_k$ — терми. Решту формул будують з атомарних за допомогою логіч. зв'язок. Для предикатних мов з кількома сортами змінних для кожного з функціональних і предикатних символів зазначають, до якого сорту належить кожен аргумент і (для функціональних символів) — до якого сорту належить результат (тобто терм, що починається з розгляданого символу). Часто виділяють мову числення предикатів з рівністю — результат додавання двомісного предикатного символу $=$ (відповідна атомарна ф-ла, на відміну від заг. випадку, має вигляд $r = s$) до відповідної предикатної мови. У логіч. мовах 1-го порядку допускаються квантори лише за предметними змінними; у мовах вищих порядків є квантори за предикатами (квантори 2-го порядку) за предикатами від предикатів (квантори 3-го порядку) і т. д.

Мова теорії типів містить квантори всіх скінченних порядків.

Іноді предикатні мови включають у себе правила побудови термів за допомогою ε-символу ($\varepsilon_x A(x)$ читається: якийсь x, для якого вірним є $A(x)$), або, для мов з рівністю, за допомогою ι-символу ($\iota_x A(x)$ читається: той єдиний x, для якого $A(x)$). Власне логіко-математичні прикладні мови характеризуються тим, що пропозиційних і предикатних змінних у цих мовах немає зовсім або вони відіграють другорядну роль. З-поміж цих мов найпростішими за логічною структурою є безкванторні мови. Найуживанішим з безкванторних мов є мови для описування різних класів обчислюваних функцій. Напр., мова ПРФ (примітивно рекурсивних ф-цій); предметні змінні (a), (aa), (aaa) тощо; функціональні змінні: (f), (ff), (fff) та ін.; натуральні числа: 0, 0′, 0″ тощо; функціональні символи (функтори): ′, Z, (тотожний 0); функціональні змінні (все це — одномісні функтори): $[I, i, n]$, де i, n — натуральні числа, $i \leqslant n$ (n-місна функція, значення якої дорівнює i-му аргументові); якщо φ — n-місний функтор, $\psi_1, \ldots, \psi_n$ — m-місні функтори, то $[S, \varphi, \psi_1, \ldots, \psi_n]$ — m-місний функтор (результат підстановки $\psi_1, \ldots, \psi_n$ в φ); якщо φ — n-місний функтор, ψ — $(n+2)$-місний функтор, то й $[R, \varphi, \psi]$ — $(n+1)$-місний функтор [примітивна рекурсія: $[R, \varphi, \psi](0, X) = \varphi(X)$, $[R, \varphi, \psi](y', X) = \psi(y, X, [R, \varphi, \Psi](y, X))$. Терми: «0», предметні змінні і вирази вигляду s', $\varphi(s_1, \ldots, s_n)$, де $s, s_1, \ldots, s_n$ — терми, φ — n-місний функтор. Формули: $r = s$, де r, s — терми. Допустимі значення предметних змінних мови ПРФ — натуральні числа, допустимі значення функціональних змінних — примітивно рекурсивні ф-ції (іноді — ширші класи обчислених ф-цій). Аналогічно задають мови для описування інших класів усюди визначених обчислених функцій.

При описуванні часткових ф-цій, крім предиката рівності, з'являється предикат † або ! (читається: визначено); $r = s$ інтерпретується у цьому разі так: $!r \leftrightarrow\ !s$ і з $!r$ випливає, що значення r дорівнює значенню s. Додаються й засоби для зображування ф-ції, універсальної для розглядного класу: або символ для цієї ф-ції, або правило: якщо t — терм, то $\langle t \rangle$ — функтор (номер його у певній заздалегідь фіксованій нумерації розгляданого класу дорівнює значенню t).

Застосовують ще й мови для описування обчислених функціоналів різних типів: «0» є тип (об'єкти типу 0 — натуральні числа); якщо σ і τ — типи, то $(\sigma \to \tau)$ є тип (операцій, що переробляють об'єкти типу σ на об'єкти типу τ). Це — скінченні типи; розглядають і трансфінітні типи. Для кожного типу зазначають правило побудови послідовності змінних цього типу й константи цього типу, до яких входить звичайно символ операції, всі значення якої дорівнюють «0», а також об'єкт ′ типу $(0 \to 0)$; до констант типу $(\sigma \to ((0 \to (\sigma \to \sigma)) \to (0 \to \sigma)))$ часто включають оператор примітивної рекурсії. Терми типу σ — це змінні й константи типу σ, вирази виду $r(s)$, де r — терм типу $(\tau \to \sigma)$, s — терм типу τ [вираз $r(s)$ інтерпретується як результат застосування операції r до аргументу s] та якщо в розглядуваній мові є оператор абстракції λ (вираз λxr), що інтерпретується як позначення ф-ції, яка переробляє кожне x на $r(x)$, де r — типу β, x — типу α і $\sigma = (\alpha \to \beta)$.

Прикладні М. л.-м., що містять квантори, використовують для описування матем. структур, які трапляються найчастіше. З-поміж мов 1-го порядку — це мови формальної арифметики та аксіоматичної *множин теорії;* з-поміж мов вищих порядків — мова аналізу зі змінними типу 2 (для множин раціональних чисел), мови 2-го порядку з одномісними предикатними змінними, мова теорії типів.

Важлива характеристика М. л.-м. — її виражальна здатність. Іноді вдається ввести виражальні засоби, які не фігурують у мові явно. Так, у безкванторних прикладних мовах можна ввести логічні зв'язки (напр., $x = y \,\&\, u = v$ означає $|x - y| + |u - v| = 0$) й обмежені квантори ($\forall x_{\leqslant a}\ (f(x) = g(x))$ означає $\sum\limits_{x=0}^{a} |f(x) - g(x)| = 0$.

Принципові обмеження виражальної здатності мови дає теорема Тарського: при природній нумерації формул мови, яка містить якийсь мінімум арифметики, неможливо вказати формулу $T(x)$ цієї мови, таку, що $T(n)$ істинне тоді і тільки тоді, коли n — номер істинної ф-ли.

Літ.: Новиков П. С. Элементы математической логики. М., 1959; Kleene S. C. Introduction to metamathematics. New York — Toronto, 1952; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Карри Х. Б. Основания математической логики. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 518—547]. *Г. Є. Мінц.*

МÓВИ МАШИ́ННІ — клас *мов програмування*, що задаються системами команд ЦОМ і є мовами, що їх безпосередньо реалізують (інтерпретують) ці машини. М. м. — алгоритмічно повні. Це визначає універсальність ЦОМ — можливість реалізації на них довільних *алгоритмів*, для яких пам'ять даної машини є достатньою. На відміну від інших мов програмування, в М. м. *команди* представлено певними цифровими *кодами* (здебільшого двійковими), що надає цим мовам великої гнучкості, зокрема, можливість описування алгоритмів, які в процесі реалізації їх переробляють самі себе та ін.

За лінгвістичною природою М. м. є мовами фразової структури: їхні команди (слова мови) складаються з символів (цифр), що означають посилання на операцію, яка має виконуватись, і на дані, над якими її треба виконати (на пристрій, який треба підімкнути для роботи) або на команду, яка повинна бути виконана після даної. Описування процесів обробки даних у М. м. пов'язане зі значними

труднощами. Причиною цього є недостатня наочність М. м., їхня громіздкість та наявність специфічних особливостей, зумовлених конкретною тех. реалізацією цих мов ЦОМ. М. м. застосовують (як правило, за допомогою символічного кодування), напр., розробляючи *математичне забезпечення ЦОМ внутрішнє*. Особливим класом М. м. є мови машин з високим рівнем інтерпретації (напр., *мови машини «Мир»*), що є проблемно-орієнтованими символічними мовами високого рівня. Див. також *Команд система, Мова ЦОМ внутрішня*. *К. Л. Ющенко.*

МОВИ МОДЕЛІ АНАЛІТИЧНІ — різновиди моделей мови, в яких вважається заданим певний набір текстів або інші відомості, що інтерпретуються як емпіричні дані про мову, і на підставі цих даних установлюються ті чи інші закономірності будови мови (див. *Мови моделі математичні*). М. м. а. можна розглядати як формальний опис деяких сторін дослідницької діяльності лінгвіста. Вони не обов'язково пов'язані з автомат. аналізом тексту й можуть не бути конструктивними. Є М. м. а., побудовані на основі статистичних методів, але найчастіше під М. м. а. розуміють моделі, в яких використовують лише первісні поняття логіки й теорії множин та деякі елементарні поняття алгебри і, рідше, *топології*. У М. м. а. найповніше розробленого типу первісними поняттями є: а) мн-на V (як правило, але не завжди, скінченна), яка наз. «словником»; б) мн-на θ правильних послідовностей або «фраз» мови (елементи V нижче наз. словами, елементи θ — фразами) і в) деякі відношення на цих мн-нах, що відображують у загальному вигляді значення слів і зміст речень мови. Основи теорії М. м. а. цього типу заклала в кін. 50-х років рад. вчений О. С. Кулагіна.

За призначенням М. м. а. поділяють на фонологічні (призначені для описування фонологічних понять) і синтаксичні (призначені для описування синтаксичних — у широкому розумінні слова —понять). У ф о н о л о г і ч н и х моделях елементи словника інтерпретують звичайно як звуки мови, а правильні послідовності — як можливі сегменти мовлення між сусідніми паузами; у с и н т а к с и ч н и х моделях елементи V, як правило, означають слова (причому, напр., «стіл» і «столу» — різні елементи), а правильні послідовності — граматично правильні речення (не обов'язково осмислені; напр., речення «Безбарвні зелені ідеї шалено сплять» — граматично правильне). М. м. а. зазначеного вище типу можна класифікувати за складністю первісних об'єктів так.

1. Мова 1-го ступеня складності — пара $L_1 = (V, \theta)$. Нехай $f, q \in V^\infty$ (тобто f і g — довільні, не обов'язково правильні, послідовності елементів V). Упорядкована пара (f, q) наз. к о н т е к с т о м. Кажемо, що (f, g) допускає слово $a \in V$ (відповідно послідовність $h \in V^\infty$), якщо $faq \in \theta$ (відповідно $fhq \in \theta$). Нехай a, $b \in V$. Кажемо, що a підпорядковує b відносно θ (позначення $a \underset{\theta}{\rightarrow} b$), якщо будь-який контекст, що допускає a, допускає і b. Якщо $a \underset{\theta}{\rightarrow} b$ і $b \underset{\theta}{\rightarrow} a$, то за визначенням a і b належать до однієї сім'ї S. Сім'я S_1 підпорядковує S_2, якщо є $a \in S_1$ і $b \in S_2$ такі, що $a \underset{\theta}{\rightarrow} b$. Сім'я S наз. початковою, якщо немає S_1 $(S_1 \neq S)$ такої, що $S_1 \rightarrow S$. Сукупність $S \cup S_1 \cup \ldots \cup S_n$, де S — початкова сім'я і для будь-якого i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ вірним є $S \rightarrow S_i$, наз. е л е м е н т а р н о ю г р а м а т и ч н о ю к а т е г о р і є ю (ЕГК), породженою S. Слова «однакової форми», напр. «вікно» і «літо», як правило, належать до однієї сім'ї. Але, напр., «метро» і «вікно» належать до різних сімей (пор. «підійшов до метро», але не можна «підійшов до вікно»). Проте ці слова об'єднують в одну ЕГК (до 2-ї ЕГК належать «вікну» і «метро» і т. д.). В укр. мові до різних сімей слід віднести не тільки «метро» і «вікно», а й «метро» і «пальто», бо тепер в укр. мові останнє слово відмінюється: «стояв у метро», але: «стояв у пальті»). Отже, тут виникають засоби для формального описування омонімії. Окрім відношень на словнику (т. з. *відношень парадигматичних*), у моделі L_1 можна вивчати й відношення на фразах (т. з. *відношення синтагматичні*). Нехай $A \in V^\infty$ має в собі не менше як двоє слів. Послідовність $A \in V^\infty$ наз. конфігурацією 1-го рангу, якщо й слово a таке, що для будь-яких f і q $fAq \in \theta$ тоді й тільки тоді, коли $faq \in \theta$. Нехай визначено поняття конфігурації i-го рангу для всіх $i < r$. Тоді конфігурацією r-го рангу наз. послідовність A, для якої знайдеться слово a таке, що для будь-яких $f, q \in V$ виконуються умови: 1) якщо $faq \in \theta$, то $fAq \in \theta$; 2) якщо $fAq \in \theta$ і fAq не має входжень конфігурацій рангів, менших за r, що перетинаються з виділеним входженням A і не належать до нього цілком, то $faq \in \theta$. Конфігурація рангу r наз. простою, якщо вона не має ніяких інших конфігурацій рангу r. Фраза f наз. н е з в і д н о ю в мові L_1, якщо в ній немає ніяких конфігурацій цієї мови. Мова наз. с к і н ч е н н о - х а р а к т е р и з о в а н о ю, якщо кількість її простих конфігурацій і незвідних фраз скінченна. За допомогою цих понять установлюються зв'язки між М. м. а. і з *граматиками породжувальними;* зокрема, всяку скінченно-характеризовану мову може породити безконтекстна граматика. Модель L_1 допускає різні узагальнення. Одне з них полягає в тому, що підпорядкування визначається відносно довільної підмножини (фрагмента) Δ множини θ. При цьому найважливішими є т. з. правильні фрагменти. Фрагмент Δ наз. п р а в и л ь н и м, якщо для будь-яких a, $b \in V$ із $a \underset{\theta}{\rightarrow} b$ випливає $a \underset{\Delta}{\rightarrow} b$. Розгляд фрагментів дає краще наближення до реальних лінгвістичних методів, ніж розгляд усієї мн-ни θ, бо в лінгвістиці мову завжди вивчають за якоюсь

обмеженою сукупністю фраз. Нарешті, в моделі L_1 досліджують розбиття словника V. Нехай B — таке розбиття. B-образом слова a (позначеного як $B(a)$) наз. клас, до якого a потрапляє при розбитті B. B-образом послідовності $f = a_1 \ldots a_n$ наз. послідовність класів $B(f) = B(a_1) \ldots B(a_n)$. Позначимо через $B(V)$ мн-ну класів розбиття B, через $B(\theta)$ — мн-ну всіх таких послідовностей $B(f)$, що для кожної з них $f \in \theta$. Пару $(B(V), B(\theta))$ можна розглядати як мову 1-го ступеня складності. Природно визначають поняття B-контексту, B-підпорядкування і B-сім'ї. Розбиття на B-сім'ї наз. похідним від розбиття B і позначається B^*.

2. Мова 2-го ступеня складності — пара $L_2 = (L_1, \Gamma)$, де Γ — розбиття словника на т. з. околи, що інтерпретуються в синтаксичних моделях як мн-ни форм одного слова, слів одного кореня або слів, що належать до одного об'єкта дійсності. В цій моделі запропоновано кілька аналогів частини мови, напр.: а) розбиття на типи T — похідне від розбиття на околи; б) система гіпертипів, тобто ЕГК, визначених у мові $(\Gamma(V), \Gamma(\theta))$. Зручність 2-го поняття можна проілюструвати таким прикладом. Слова «літо», «будинок» і «іграшка» належать до одного типу (хоч і до різних сімей), але слово «думка» належить уже до іншого типу, бо можна сказати «думка, що він живий», але не можна сказати «літо, що він живий», «будинок, що він живий» чи «іграшка, що він живий». Проте слово «літо» завжди можна замінити словом «думка», не порушуючи граматичної правильності, а звідси випливає, що є гіпертип, який їх об'єднує. В моделі L_2 запропоновано кілька аналогів граматичної категорії роду. Найпростіший із них має такий вигляд: слова a і b належать до одного роду, якщо для будь-якого слова $a' \in \Gamma(a)$ знайдеться слово $b' \in \Gamma(b) \cap S(a')$, і те саме є вірним для будь-якого слова $b' \in \Gamma(b)$. Так, слова «вікну» і «будинкові» входять до однієї сім'ї (пор. «великому вікну», «будинкові»), але до різних родів, бо слова «вікно» і «будинок» належать до різних сімей. Оскільки категорія роду визначається в моделі абстрактно, то «роди» визначаються не тільки для іменників, а й для ін. частин мови. У класі дієслів в один рід об'єднуються всі дієслова з однаковим керуванням, напр., «вшановувати», «лаяти», «нагороджувати» (кого-небудь за що-небудь). Але не всі грам. категорії можна вивести з первісних понять моделі L_2.

3. Мова 3-го ступеня складності — пара $L_3 = (L_2, \Sigma)$, де Σ — система $R_1, R_2, \ldots, R_n$ розбиттів словника, які наз. категоріями. Класи, до яких потрапляє слово a при розбитті R_i, наз. його категоріальними формами, або ознаками, і інтерпретуються як синтаксичні, семантичні або фонологічні угруповання. Якщо кожне розбиття складається з двох класів, система Σ наз. бінарною, або дихотомічною. Так, напр., за фонологічною теорією Р. Якобсона, кожен звук будь-якої мови світу характеризується системою з 12 ознак, що мають лише двоє значень (голосність — неголосність, приголосність — неприголосність, дзвінкість — глухість, висока тональність — низька тональність і т. д.). Цю систему можна описати за допомогою понять теорії кодів. У цієї моделі всі категорії рівноправні, але в деяких моделей ознаки можуть бути ієрархізовані так, щоб одні угруповання визначалися за допомогою інших. Нехай, напр., задано категорію, що її інтерпретують для іменників як категорію грам. числа. Тоді категорію відмінка можна визначити так. Усі контексти, що допускають слова з обох категоріальних форм числа, наз. відмінкотвірними. Два відмінкотвірні контексти за визначенням еквівалентні, якщо вони допускають одні й ті самі слова. Відмінком наз. тоді клас еквівалентних відмінкотвірних контекстів. Ця ідея належить А. М. Колмогорову (щоправда, він сформулював її для всієї мн-ни контекстів).

4. Мова 4-го ступеня складності — пара $L_4(L_3, \rho)$, де ρ—відношення «смислового включення» на мн-ні θ ($\rho(t, g)$ означає, що смисл фрази f включено до смислу фрази g). Якщо $\rho(f, g)$ і $\rho(g, f)$, то фрази f і g тотожні за смислом. У рамках моделі L_4 запропоновано кілька аналогів для поняття фонеми — напр., такий. Кажуть, що звуки x і y перебувають у відношенні комутації K, якщо є послідовності $fxg \in \theta$ і $fyg \in \theta$, які мають різний смисл. Нехай $p \in \psi(x)$, де $\psi(x)$ — мн-на ознак, що відповідають x. Ознака p наз. диференціальною для x, якщо є звук y такий, що: а) xKy; б) $\psi(x)$ і $\psi(y)$ відрізняються тільки тим, що в $\psi(y)$ ознаку p замінено іншою ознакою. Фонемою, що відповідає x, наз. мн-ну ознак, диференціальних для x. Часто будуються аналоги фонеми, які використовують лише відношення комутації. Усі ці моделі широко застосовують у задачах, де треба оптимізувати систему записування мовної інформації, напр., при транскрибуванні. В рамках L_4 будуються й т. з. трансформаційні описи мови (див. *Граматика трансформаційна*). Нехай одне з розбиттів словника V поділяє його на повнозначні й службові слова. Кажемо, що фраза f трансформаційно підпорядкована фразі g (позначення fTg), якщо $\rho(f, g)$; для будь-якого повнозначного слова a із f знайдеться слово b з g таке, що $a \in \Gamma(b)$. Якщо fTg і gTf, то f і g перебувають у відношенні трансформовуваності. Оскільки фраза може мати кілька смислів, відношення трансформовуваності — нетранзитивне (так само, як і відношення смислової тотожності); напр., фраза «це викрило Опанаса» перебуває у відношенні трансформовуваності з фразою «це — викриття Опанаса», а ця фраза перебуває у відношенні трансформовуваності з фразою «це викрив Опанас», тоді як смисл 1-ї фрази відрізняється від смислу 3-ї. Тому було запропоновано визначити абстрактний смисл фрази f як мн-ну фраз, що перебувають у відношенні трансформовуваності з f, а потуж-

ність цієї мн-ни назвати індексом синонімічності фрази. Індексом омонімічності фрази f наз. кількість абстрактних смислів, що відповідають цій фразі. Було запропоновано за допомогою подібних до цих понять описувати відмінності наукового і поетичного стилів (С. Маркус). Л. Небеський запропонував описувати в моделі L_4 відношення синтаксичного підпорядкування. Нехай назвемо фразу f підфразою фрази g, якщо: а) або $f = g$, або f можна одержати з g, опускаючи деякі слова або замінюючи деякі слова службовими словами; б) $\rho\ (f,\ g)$. Слово a домінує над словом b у фразі f, якщо в усіх підфразах фрази f, в яких є b, є і a. Слово a безпосередньо домінує над словом b, інакше, a підпорядковує b, якщо a домінує над b й немає слова c, $c \neq a$, $c \neq b$, такого, що a домінує над c і c домінує над b.

5. Є клас конструктивних М. м. а., в яких мн-на всіх правильних послідовностей не є первісною, а утворюються внаслідок якоїсь сукупності операцій. Назвемо мовою L_I трійку $(V,\ \theta,\ \alpha)$, де θ — скінченна мн-на первісних фраз і α — скінченна мн-на заборонених послідовностей. Непуста послідовність A наз. поширювачем слова a, якщо є послідовності f і g такі, що $fAg \in \theta$ і $fag \in \theta$ і немає послідовностей f і g таких, що $fAg \in \theta$ і $fag \in \alpha$ або $fAg \in \alpha$ і $fag \in \theta$. Множину правильних фраз дозволяється розширити за рахунок фраз, що утворюються заміною в довільній фразі якогось слова його поширювачем (можливі модифікації цієї ідеї за рахунок запровадження поняття рангу, за змістом аналогічного рангу в теорії конфігурацій). Мовою L_{II} — назвемо пару об'єктів $(L_3,\ O)$, де O — якась мн-на операторів, визначених на словах і послідовностях (у т. ч. і фразах мови). У термінах мови L_{II} можна описати т. з. «ланцюжковий аналіз» (Е. Харріс). У системі цього аналізу запроваджуються, напр., такі оператори: $l\ (a)$ — лівий ад'юнкт до категорії a (напр., прикметник є l (іменник)), $r\ (a)$ — правий ад'юнкт до категорії a (напр., іменник у родовому відмінку є r (іменник)). Усі фрази з θ—граматично правильні. Речення, що утворюється застосуванням операторів (і дальшим підставлянням відповідних слів) до граматично правильної фрази, також вважають граматично правильним. Трансформації також звичайно описують не як відношення на всій мн-ні правильних фраз, а як операції, що застосовуються до фраз із скінченної мн-ни θ, які наз. ядерними. Так, фраза «письменник не пише книги» утворюється з ядерної фрази «письменник пише книгу» операцією, яка визначена на всіх фразах вигляду: підмет + перехідне дієслово + прямий додаток і переводить їх у заперечні речення. Моделі такого типу, залишаючись М. м. а., наближаються до породжувальних граматик.

З лінгвістичного погляду М. м. а. поділяють на парадигматичні (моделі частин мови, категорії роду, відмінка, ЕГК, фонеми і т. д.) і синтагматичні (теорія конфігурацій). Теорія трансформацій займає за цим критерієм проміжне положення: відношення трансформовуваності можна розглядати як узагальнення відношення належності до однієї парадигми, так що «буду писати» і «пишу» можна вивчати і як двоє слів, що належать до однієї парадигми, і як дві фрази, що перебувають у синтагматичному відношенні трансформовуваності.

Літ.: Кулагина О. С. Об одном способе определения грамматических понятий на базе теории множеств. «Проблемы кибернетики», 1958, в. 1; Статистичні та структурні лінгвістичні моделі. К., 1966; Зализняк А. А. Русское именное словоизменение. М., 1967 [бібліогр. с. 363—364]; Ревзин И. И. Метод моделирования и типология славянских языков. М., 1967 [бібліогр. с. 277—290]; Гладкий А. В., Мельчук И. А. Элементы математической лингвистики. М., 1969 [бібліогр. с. 188—192]; Гладкий А. В. Формальные грамматики и языки. М., 1973 [бібліогр. с. 349—356]; Математическая лингвистика. М., 1964; Маркус С. Теоретико-множественные модели языков. Пер. с англ. М., 1970; Marcus S. Introduction mathématique à la linguistique structurale. Paris, 1967; Harris Z. Mathématical structures of language. New York — London — Sydney — Toronto, 1968.

І. Й. Ревзін.

МО́ВИ МОДЕ́ЛІ МАТЕМАТИ́ЧНІ — математичні конструкції, що їх використовують для експлікації властивостей природної мови, тобто для чіткого й однозначного формулювання понять, які необхідні при описуванні умови. Як первісні, тобто задані ззовні, для кожної М. м. м. відбирають деякі основні поняття, відношення й операції, використовувані в теоретичній лінгвістиці, і на їхній основі за допомогою математичних (теоретико-множинних, алгебричних, логіко-математичних, топологічних, теоретико-ймовірнісних і статистичних) засобів визначають і описують інші поняття й відношення — як ті, що вже існують у теоретичній лінгвістиці (сюди відносять, напр., чітке формулювання понять відмінка, роду й частини речення), так і ті, що виникають при точному описуванні мови (напр., поняття проективності).

Основними поняттями будь-якої М. м. м. є поняття початкового словника, тобто скінченної множини символів, і ланцюжка, тобто послідовності символів з даного словника. В багатьох М. м. м. задають і розбиття словника на класи та відношення між відповідними класами. Розрізнюють два типи М. м. м.: *мови моделі аналітичні,* при побудові яких використовують *абстракцію актуальної нескінченності,* тобто всю нескінченну сукупність речень мови розглядають як початкову даність, і *граматики формальні,* в яких використовують лише абстракцію потенціальної нескінченності, тобто кожне речення виникає *(граматики породжувальні)* або розпізнається (граматики розпізнавальні) на певному кроці спеціально побудованого числення або алгоритму. Див. також *Лінгвістика математична.*

МО́ВИ НАДМІ́РНІСТЬ — характеристика мови, що вказує, наскільки пересічно можна скоротити довжину тексту, щоб не втратити передаваної інформації. М. н. визначають за виразом $R = 1 - \dfrac{H}{H_0}$, де H — *мови ентропія,*

що відповідає розглядаиому уривкові тексту (з розрахунку на одну букву тексту), а H_0 — макс. ентропія, яка допускається для тексту, записаного тим самим алфавітом, що й розглядуваний; для *n*-буквеного алфавіту $H_0 = \ln_2 n$ *біт*. Для багатьох мов досить детально вивчено М. н. «середньостатистичних» текстів і багатьох спец.текстів. Одержані результати не можна вважати за цілком надійні, але водночас можна твердити, що для більшості європ. мов надмірність «середньостатистичних» текстів має одну й ту саму величину порядку, близького до 70%. Ця величина дуже зростає для повідомлень, що передаються за таких умов, коли буває надто багато перешкод, або таких, що помилка в розшифруванні їх може мати особливо тяжкі наслідки (так, напр., установлено, що для переговорів між черговими в аеропортах і пілотами, які ведуть на посадку літаки, М. н. перевищує 90%). А коли передавання відбувається по *каналах зв'язку* з недостатньою пропускною здатністю, М. н. знижують штучно («телеграфна мова»). Становить інтерес і питання про надмірність літ. текстів, що належать до різних видів художньої л-ри або до різних літ. шкіл. Так, напр., за наявними даними можна припустити, що поетичні тексти, які належать кращим поетам, характеризуються надмірністю, яка близька до надмірності прозової літ. мови; водночас для віршів, що їх інтуїтивно оцінюють, як слабкі, надмірність різко зростає. Див. також *Мови інформаційні вимірювання*. *І. М. Яглом.*

МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ — формальні мови зв'язку людини з цифровою обчислювальною машиною, призначені для описування даних (інформації) та алгоритмів (програм) обробки їх на обчислювальній машині. М. п. задається своїм синтаксисом і семантикою — сукупністю правил, що визначають, який вигляд речень можна використовувати для задавання *програм* і яке їхнє операційне значення. Одне з найважливіших понять у М. п. становить поняття відповідності імені (назви, адреси, ідентифікатора) і значення (об'єкта, вмісту адреси) — аналогічно поняттю змінної і значення в алгебрі; використання імен дає засоби для записування операторів не лише над об'єктами, які задано їхнім явним зображенням, а й за допомогою імен і дає змогу надавати програмам як завгодно загальної форми.

Кожна М. п. за допомогою свого синтаксису й семантики визначає якийсь властивий їй *процесор* (перетворювач), реальний або мислимий, яким ця мова, в свою чергу, визначається однозначно. Отже, програма на даній М. п. визначає порядок і тип дій, які повинен виконати відповідний даній мові процесор при її реалізації.

Теор. основу М. п. становлять *алгоритмічні мови*. Допустимі набори операторів у М. п. значно більші за мінімальні набори, необхідні для їхньої алгоритмічної універсальності, що зумовлено практичною орієнтацією цих мов. Осн. вимоги до М. п.: доступність для огляду, зручність для використання та ефективність реалізації їхніх процесорів. Виникнення й розвиток М. п. тісно пов'язані з розвитком ЦОМ і з розширенням сфери застосування їх. М. п. є, напр., внутрішні *мови машинні* (тобто мови безпосередньої інтерпретації ЦОМ, що задаються їхніми *команд системами*). Ці мови стали першими М. п. Потім було запропоновано багато М. п., тією чи іншою мірою укрупнених і алгебризованих.

Існуючі тепер М. п. ділять на три великі класи: машинно-орієнтовані, процедурно-орієнтовані й проблемно-орієнтовані. До машинно-орієнтованих М. п. відносять мови, в яких, з одного боку, явно виражено зв'язок з конкретною ЦОМ (структура команд, пам'яті, зовнішніх пристроїв тощо), а з іншого,— до мови введено елементи, що спрощують і автоматизують процес програмування (символьне позначення команд і комірок пам'яті, широке використання звичних для людини позначень тощо). Машинно-орієнтовані М. п. дають змогу писати програми, які за ефективністю не поступаються перед програмами, що написані безпосередньо в кодах машини, але значною мірою полегшують роботу для наладжування їх. Як правило, машинно-орієнтовані М. п. призначено для системних програмістів, які працюють на обслуговуванні ЦОМ і побудові матем. забезпечення для них. Залежно від ступеня зв'язку людини з ЦОМ, машинно-орієнтовані М. п. поділяють на машинні М. п., *автокоди* (або мови символьного кодування, чи асемблерні мови) і машинно-незалежні М. п.

Характерною особливістю машинних мов є цифрове кодування команд, і, отже, те, що в них внутр. форма подання операторів (команд), за допомогою яких у цих мовах описуються програми, не відрізняється від форми подання *даних*. Через це на ЦОМ можна реалізувати такі програми, які в результаті своєї роботи складають інші програми (*транслятори, генератори програм* тощо) або перетворюють у процесі виконання самі себе. М. п. вищих рівнів цієї особливості машинних мов не мають, і лише в найновіших мовах з'являються деякі можливості впливати на програми в процесі їх реалізації (напр., в мові *АЛГОЛ-68*).

Уже реалізація найпростіших алгоритмів на перших ЦОМ (циклічних і розгалужених процесів та *підпрограм*) зумовила необхідність перетворювати команди в процесі виконання їх (т. з. модифікацію команд). Аналіз програм дав змогу поставити до структур ЦОМ певні вимоги з метою спростити виконання програм, вдосконаливши *мови ЦОМ внутрішні*. Так, наявність у системі команд ЦОМ операцій за адресами 2-го рангу (непрямої адресації) дає змогу реалізувати будь-яку програму, не модифікуючи її запису при виконанні, а це дає можливість розміщувати програми в односторонній пам'яті і домогтися того, щоб запис будь-якої програми не залежав від розміщення її в *пам'яті ЦОМ*, від розмірів оброблюваних *масивів*, розміщення даних тощо. Тому вже з кінця 60-х рр. у внутр. мови

вводять ті чи інші еквіваленти непрямої адресації (індекс-регістри й покажчики, адреси вищих рангів). Усі згадані особливості машинних мов увійшли до М. п. вищих рівнів. Але водночас уже машинним мовам властиві найхарактерніші риси всіх М. п. фразової структури: команди мови складаються з символів, які позначають посилання на операцію, яку треба виконати, і на дані, над якими її треба виконати, або на команду, яку треба виконувати після даної команди, або на пристрій, який треба підімкнути для роботи. Описування процесів *автоматичної обробки даних* внутр. мовами ЦОМ пов'язане з значними трудношами, спричиненими малою наочністю цих мов і наявністю специфічних особливостей, зумовлених конкретною тех. реалізацією. Виняток становлять внутр. мови машин з високим рівнем інтерпретації, тобто машин, внутр. мови яких є *мовами процедурно-орієнтованими* (напр., мови машин «МИР-1», «МИР-2»). Проте машинні мови застосовують (як правило, шляхом символьного кодування) при підготовці системного програмного забезпечення ЦОМ. Задача формального описування машинних мов пов'язана з проблемою точного описування можливостей ЦОМ, які неперервно розвиваються (можливостей пристроїв введення — виведення, *систем переривання*, роботи в *реальному масштабі часу* тощо), і її й досі не можна вважати розв'язаною. Автокоди (або мови один до одного 1 : 1) призначені для заміни двійкових кодів операцій та адрес команд їхніми символьними позначеннями, а в розвинутіших мовах (макромовах або автокодах 1 : n) — для розширення набору елементарних операцій ЦОМ деякими макрокомандами, які виконують певні підпрограми. Використання автокодів стало першим кроком на шляху *автоматизації програмування* і було основою для створення М. п., в які закладено засоби для власного розширення. У мовах цього рівня запис арифметичних та інших виразів або поділяють на ланцюжок елементарніших записів, або подають спец. мовами, ближчими до загальновизнаних (різні варіанти *запису бездужкового* виразів тощо). Мови символьного кодування застосовували вже в машинах 1-го покоління. Це дало змогу спростити процес програмування шляхом автоматизації *пам'яті розподілу*, врахування її ступенів тощо. Застосування універсальних засобів описування процесів обробки, які є в М. п. вищих рівнів, може призвести до менш ефективного використання обладнання і до втрати швидкості виконання програм. Мови символьного кодування є базовими в *операційних системах* і використовують їх як мови збирання, тому їх наз. ще й а с е м б л е р н и м и   м о в а м и, або мовами збирання (див. *Асемблер*). Оскільки ці мови, як правило, охоплюють усі можливості машинних мов, їх застосовують у машинах наступних поколінь при створенні системного програмного забезпечення — програм, які повинні бути якнайефективнішими.

За своїм рівнем до асемблерних мов наближаються універсальні машинно-орієнтовані мови, що їх використовують як *мови проміжні* в системах автомат. програмування. Ці мови враховують особливості внутр. мов певного класу машин, для яких вони відіграють роль *мови-посередника*. Такою мовою є, напр., мова *АЛМО*, орієнтована на клас машин з фіксованою структурою комірок пам'яті. Процедурно-орієнтовані мови становлять наступний, вищий рівень М. п., що призначені для різних сфер застосування ЦОМ і враховують специфіку цих застосувань.

У будь-якій М. п. можна виділити дві самостійні частини. Перша з них призначена для описування об'єктів перероблюваної інформації (первісних, проміжних, остаточних результатів), а друга є набором засобів для описування процесів перетворення цих даних. Залежно від орієнтації мови зазначені частини можуть бути більш або менш розвинені. Так, у мовах, орієнтованих на розв'язування наук.-тех. задач обчисл. характеру, перша частина мови, як правило, незначна і складається з опису типів числових даних (цілі, дійсні, булеві), іноді доповненого описом деяких інших величин (векторних, рядкових та ін.), а друга — досить сильно розвинена внаслідок суперпозицій довільної глибини над базисними операціями, роль яких відіграють в основному звичайні арифм. операції й відношення, а також елементарні ф-ції матем. аналізу. Інші мови, напр., ті, які орієнтовано на обробку економ. даних, характеризуються більш розвиненим апаратом, призначеним для описування перероблюваної інформації, яка становить собою, як правило, сукупність об'єктів складної структури. Під складністю структури даних розуміють їхнє зображення у вигляді «дерева», кількість ярусів якого може практично досягати кількох десятків і в кожному з ярусів може бути багато верхівок. При цьому кожна з верхівок дерева може бути об'єктом з різноманітними властивостями. Таким є, напр., розмір даного (кількість символів або знаків, які складають це дане), різновид подання даних у машинному *коді* (двійкове, двійково-десяткове, плаваюче або фіксоване та ін.). Вибір засобів для описування процесів перетворення даних-операторів великою мірою залежить від орієнтації мови на клас задач і від форми подання даних. Ця специфіка задач і зумовила необхідність створити процедурно-орієнтовані мови. Характерною особливістю таких мов є виділення класу об'єктів, які підлягають обробці, фіксація наочних форм подання їх, використання складних виразів (арифметичних, булевих, текстових та ін.), а також операторів, які забезпечують зручність записування програм (циклічних обчислень, *процедур* тощо).

З ранніх зарубіжних М. п., орієнтованих на клас обчисл. та наук. задач, найпоширенішою стала мова *ФОРТРАН*, яку спочатку призначали для системи машин «IBM-704». В подальшому було запропоновано кілька варіантів цієї мови та їхніх узагальнень. З вітчизняних М. п. до найраніших мов цього рівня на-

лежать мова виконробів та *адресна мова*. Характерною рисою цих мов є багатство зображальних засобів і виділення з-поміж багатьох особливостей реалізації алгоритмів на конкретних ЦОМ лише найістотніших, таких, як поняття адресної відповідності (відношення адреси чи *ідентифікатора* до його вмісту), непрямої адреси (вмістом якої є якась *адреса*), індексації тощо. З розширенням сфери застосування ЦОМ виникла необхідність істотно розширити цей апарат, розвинути засоби для обробки об'єктів складної структури і створити відповідні М. п. До цих засобів належить апарат, який допускає ефективне звертання до довільної верхівки дерева даних; роботу з великими масивами інформації; взаємні переміщення верхівок дерева даних з різними форматами; можливість змінювати структуру дерев і будувати нові дерева, верхівки яких задовольняють деякі відношення, зокрема, перевпорядковувати рядки у масивах за зростанням чи спаданням якоїсь ознаки (т. з. задачі сортування), можливість будувати нові масиви, певні елементи яких задовольняють задані властивості; обробка списків, графічної інформації тощо.

Використання процедурно-орієнтованих мов дало могутній поштовх до розробок і створення систем автомат. програмування трансляційного та інтерпретаційного типів. За короткий строк було запропоновано дуже багато мов різної орієнтації. Розробка й реалізація процедурно-орієнтованих мов пов'язані з розвитком 2-го й наступних поколінь ЦОМ. Особливе місце серед цих мов займають мови ФОРТРАН, *АЛГОЛ-60* та *КОБОЛ*. З цих мов дуже поширеною є ФОРТРАН, її реалізовано фактично на всіх більш-менш поширених ЦОМ, існують величезні бібліотеки, що налічують сотні й тисячі програм, описаних цією мовою.

Створення великої кількості М. п., зокрема мов, орієнтованих на клас обчисл. задач, мало й свої негативні сторони, бо приводило до розпорошення зусиль, спрямованих на створення відповідних систем автомат. програмування. У зв'язку з цим зарубіжні вчені й запропонували мову АЛГОЛ-60, яка привернула до себе заг. увагу, оскільки в її основу було покладено ряд нових ідей та понять. Найплідншими з них стали поняття блокової структури та пов'язані з ними поняття сфери дії позначень і динамічного розподілу пам'яті, а також розвинений апарат виклику процедур, зокрема, *процедур рекурсивних*. Наявність блокової структури в мові дала змогу порушити питання про створення систем, у яких пам'ять під масиви зі змінними границями виділяється динамічно при кожному вході в той блок, у якому описано цей масив. Значна кількість нових проблем постала в зв'язку з поняттям рекурсивного використання процедур. АЛГОЛ запроектовано не лише як ефективну М. п., а й як засіб для публікації алгоритмів.

Істотний вплив на розвиток заг. ідей у програмуванні справив спосіб формального описування синтаксису мови АЛГОЛ-60 за допомогою контекстно-вільних мов, які задаються *Бекуса нормальною формою*. Застосування цих форм (а в подальшому й різних модифікацій їх), поряд з розглядом методів реалізації нових засобів мови, пов'язаних, зокрема, з реалізацією рекурсивних процедур, дало змогу теоретично осмислити нові поняття і встановити зв'язок між М. п. та *абстрактною теорією автоматів*. Зокрема, вдалося з'ясувати роль *автоматів магазинних* у проблемі аналізу М. п., яка посідає центр. місце в реалізації мов. Послідовність і загальність мови АЛГОЛ дали поштовх до створення систем програмування як з її підмножин, так і з її розширень. Розробка перших з них була викликана складністю реалізації всієї мови на машинах 2-го покоління і прагненням одержати такі реалізації в стисліші строки. Найвідомішими підмножинами АЛГОЛ-60 є САБСЕТ-АЛГОЛ та АЛГАМС. Розширеннями мови досягається ще більша зручність при описуванні обчисл. задач (насамперед за рахунок впровадження апарату обробки векторно-матричних величин і комплексних чисел, напр., в *АЛЬФА-МОВІ*, та застосувань її для розв'язування інших класів задач). Дійсно, мова АЛГОЛ-60 через недостатню машинну орієнтацію, зокрема, через недостатню розробленість засобів введення-виведення, практично не придатна для розв'язування задач, пов'язаних з обробкою списків та економ. даних, у яких здійснюється обробка великих масивів (файлів).

З-поміж мов, що виражають осн. поняття проблеми обробки економ. інформації, найзначніше місце посідає КОБОЛ. Широкий апарат цієї мови спрямовано на ефективне використання характерних особливостей сучасних ЦОМ. КОБОЛ допускає ефективне описування алгоритмів, які оперують з даними складної ієрархічної структури. Осн. поняттям у мові КОБОЛ є поняття запису як одиниці інформації, яка в заг. випадку складається з структури даних, що включає числові (номер, ціна, кількість тощо) і нечислові дані (прізвище, назва об'єкта, шифр і т. п.), і масиву (файла) записів—упорядкованого ряду їх. Записом може бути рядок відомості, наряд на відвантажування тощо. Над цими даними можуть виконуватися порівняно прості операції, такі, як пошук (адресний і асоціативний — за сукупністю певних ознак), засилання, сортування, редагування тощо. Однотипні записи об'єднуються в масиви, які розміщуються на магнітних стрічках, і виводяться з них на вхідне поле оперативної пам'яті для обробки. Проміжні дані розміщуються в полі робочої пам'яті, а результати — у вигляді записів на вихідному полі, звідки вони виводяться на магнітну стрічку для дальшої обробки або у вигляді готових документів для друкування. Щоб прискорити процес обробки, короткі записи можна об'єднувати в блоки і процес обробки здійснювати поблоково. Завдяки прийнятій у мові

КОБОЛ формі описування даних, що відображує природу об'єктів та їхніх взаємозв'язків, і наявності засобів спілкування з операційною системою під час обробки масивів ця мова посіла базисне становище серед багатьох мов і набула великого поширення, а апарат цієї мови було включено до складу інших мов (напр., *ПЛ-1*). Характерною рисою мови КОБОЛ є наявність у ній засобів для описування зовнішнього середовища — обладнання, що залежить від конкретної конфігурації машини.

Однією з важливих сфер застосування ЦОМ є використання їх для маніпуляцій над інформацією, поданою за допомогою символів (виконання *операцій над числами* є окремим випадком операцій над символьними зображеннями їх). Такими є аналітичні перетворення формул, диференціювання, інтегрування виразів, обробка лінгвістичних текстів тощо. У зв'язку з розв'язуванням задач обробки символьної інформації запропоновано багато мов, що їх названо мовами оперування над символами й рядками, з-поміж яких виділяються мови для аналітичних обчислень, для обробки рядків і списків. Прикладами перших з них є мови *FORMAC*, ФОРМУЛА-АЛГОЛ, *АНАЛІТИК* і *«СІРІУС»*. FORMAC — розширення мови ФОРТРАН, яке допускає новий вид змінних, що їхніми значеннями є алгебр. вирази; а ці вирази в свою чергу належать до виразів, допустимих у мові ФОРТРАН. Їх можна поєднувати для утворення нових виразів; передбачено операції скорочення їх, порівнювання, диференціювання тощо. Мова ФОРМУЛА-АЛГОЛ є розширенням мови АЛГОЛ-60 засобами мови *нормальних алгорифмів* Маркова.

Реалізована безпосередньо в машині «МИР-2» мова АНАЛІТИК і близька до неї мова «СІРІУС» відрізняються від мови FORMAC більшою універсальністю засобів та багатством зображальних можливостей. Ці мови, на відміну від мов типу АЛГОЛ, дають змогу описувати й розв'язувати задачі методами, що поєднують можливості чисельного й аналітичного розв'язування задач, для яких часто треба вдаватися до евристичних прийомів, напр., якщо немає алгоритмів, які розв'язують задачу в заг. випадку. Загалом усі ці мови мають чимало істотних особливостей (напр., орієнтацію на перетворення в довільних алгебрах і самозастосовність — можливість розглядати виконувану програму як об'єкт обробки, яку реалізовано в мові АНАЛІТИК) і мають велике значення для алгоритмізації складних розумових процесів. Тому природною є тенденція розвитку зазначених мов у напрямку застосовності їх у *діалога режимі*, коли йдеться не про попереднє програмування, а лише про виготовлення програми (яку користувач і не мав би змоги скласти заздалегідь) у процесі розв'язування задачі. Мови, що їх використовують у таких двонапрямлених лініях зв'язку «людина — машина» і «машина — машина», в яких відбувається обмін повідомленнями в реальному масштабі часу, набувають дедалі більшого значення для наладжування програм, відпрацювання алгоритмів, навчання (зокрема, навчання М. п. користувачів ЦОМ) тощо. Їх наз. мовами розмовного програмування, або діалога. В процесорах, що реалізують такі мови, особливого значення набувають питання про спрощення запису *операцій над масивами* з метою економії часу введення — виведення та ін.

Мовами, призначеними для обробки рядків, є, напр., мови *КОМІТ* і *СНОБОЛ*. Від інших мов цього класу вони відрізняються значною загальністю. В основу цих мов покладено поняття алгоритмів Маркова. Програма цими мовами записується у вигляді впорядкованої скінченної множини правил перетворення — підстановок. Мови для обробки рядків зручні для аналізу лінгвістичних текстів і використовуються для алгебр. викладок. Найпоширенішими з мов для обробки списків є мови *IPL-V*, *ЛІСП*, ЛІСП-2. Перша з них призначена для використання в галузі досліджень з штучного інтелекту, зокрема для автоматизації доведень теорем. Характерною особливістю мови ЛІСП є використання ланцюгової адресації — кожний член списку містить інформацію про самого себе у вигляді безпосереднього значення або адреси та адресу наступного члена списку. Мова зручна для обробки інформації, зміст та обсяг якої заздалегідь не визначено, і для реалізації рекурсивних процедур. ЛІСП-2 є розширенням осн. мови ЛІСП засобами мови АЛГОЛ-60.

В окремий клас М. п. слід виділити мови для обслуговування *інформаційно-довідкових систем*, у яких виділяються засоби для задавання запитів до системи, з одного боку, та алгоритмів формування на них відповідей — з другого. Мовою запитів є, напр., мова Easy English.

Особливим класом процедурно-орієнтованих мов є мови моделювання, які поділяють на мови моделювання дискретних і неперервних систем. Мови цього класу становлять собою насамперед матем. апарат для формального визначення динамічних систем, для яких характерною є залежність зі збігом часу змінної стану від зовн. впливів та внутр. стану, який визначається законом динаміки системи. Відмінність у моделюванні дискретних і неперервних процесів визначається дискретним і неперервним часом їхнього перебігу. Дискретне моделювання характеризується серією миттєвих актів і станами чекання, яким відповідає, напр., час чекання черги, час посадки пасажирів тощо; тривалість їх можна або визначити заздалегідь, або одержати як значення якоїсь випадкової величини, підпорядкованої заданому законові розподілу. Крім поняття «інтервал чекання», всі мови дискретного моделювання характеризуються наявністю списку майбутніх подій, який формується в ході еволюції системи. Цю систему розглядають як одну з багатьох систем-конкуренток, кількість яких може змінюватися в часі (напр., кількість претендентів на обслугову-

вання). Окремі процеси в ході еволюції системи можуть активуватися й дезактивуватися, припинятися й завершуватися тощо. При цьому для всіх елементів, що перебувають у цей час у системі, дані розглядають як такі, що існують паралельно. У випадку, коли виникають конфліктні ситуації (спроба одночасно ввійти в одну й ту саму чергу, несумісні вимоги двох різних процесів до одного й того самого об'єкта), використовується певний апарат черг (з урахуванням *пріоритетів*) або видається повідомлення, за яким програміст повинен сам прийняти певне рішення. Мови моделювання становлять собою загалом широкий клас мов, які відрізняються одна від одної, зокрема, способами визначення умов зміни стану системи. Так, мова GPSS грунтується на понятті проходження справ через блок-схему з топологічною структурою, яка подібна до структури модельованої системи, а мова CSL — на понятті діяльностей, які в певні моменти часу проглядаються циклічно доти, доки не з'явиться операція, яку можна виконати за цей час. У цьому випадку системний час просувається до часу дальшої майбутньої події, призначеної для якогось елемента. Мова моделювання SOL за структурою близька до звичайних М. п. і використовує поняття справи (мова GPSS) та процесу (мова CSL). Мова моделювання *СИМСКРИПТ* грунтується на мові ФОРТРАН. Вона допускає логічні маніпуляції з впорядкованими сукупностями даних і використовує складні спискові структури, що їх визначає програміст. Найзагальнішою і найефективнішою мовою моделювання є мова *СИМУЛА*, яка є розширенням мови АЛГОЛ-60. Мовою для моделювання неперервних процесів є, напр., мова DIANA, призначена для моделювання мех. систем. Мови цього класу надають засоби для специфікації результатів. Іншою мовою цього класу є мова MIDAS, що грунтується на мові ФОРТРАН та блок-схемному методі описування і використовує автомат. сортування процедур, призначених для виконання обчислень на функціональних блоках. Пізніша система MIMIC, що базується на мові ФОРТРАН, допускає описування динамічних систем у термінах алгебр. та дифер. рівнянь. Рівняння, описані у ФОРТРАНоподібній формі, розширеній операторами диференціювання та інтегрування, MIMIC-програма перетворює на MIDAS-подібну програму. Особливий інтерес з мов цього класу становить мова DSL/90, програми якої можна використовувати як підпрограми ФОРТРАН-програми, тим самим постачаючи засоби для моделювання складних гібридних систем. Чимало мов призначаються безпосередньо для гібридних машин, зокрема мова SLASH, що є розширенням мови MIDAS на базі мови АЛГОЛ. Особливий клас становлять мови, призначені для описування спец. проблем. Ці мови наз. непроцедурними, або описовими, мовами. Програма роботи такою мовою містить, крім опису умови задачі, вказівку розв'язати задачу цього класу. Мовою такого роду є, напр., мова STRESS, призначена для описування задач конструювання. Програма мовою STRESS містить ряд заг. характеристик системи (розмірності, кількість вершин тощо) і дані, а також вказівку розв'язати задачу й подати певні дані у вигляді певної таблиці. Для використання таких мов розробляють або універсальний для цього класу задач алгоритм, що інтерпретує первісні дані, або алгоритм аналізу первісних даних і визначення окремої задачі, для якої генерується відповідна розв'язувальна процедура. Ця процедура може породжуватися в машинній або в машинно-орієнтованій мові чи якійсь М. п. вищого рівня. Отже, при використанні мов даного класу припускають, що процесорові відомо, як треба розв'язувати будь-яку конкретну задачу, яку можна описати цією мовою. Хоча розроблення й удосконалення методів розв'язування задач є необмеженим процесом, а в певних випадках у принципі неможливо побудувати єдину розв'язувальну процедуру для розв'язування задач даного класу (див. *Нерозв'язні алгоритмічні проблеми*), розвиток таких мов має дуже важливе практичне значення в зв'язку з надзвичайною простотою використання їх.

На розвиток М. п. істотно впливають, з одного боку, дослідження з теорії *мов формальних*, а з другого — розширення засобів спілкування людини з ЦОМ (створення *екранних пультів*, введення інформації з голосу та звукового виведення тощо), вдосконалення засобів, призначених для підвищення ефективності обчисл. процесу (мультипрограмний режим роботи, розподіл часу, механізм переривань та інші засоби для реалізації операційних систем).

Незважаючи на значну кількість реалізованих процедурно-орієнтованих М. п., їх продовжують розробляти й тепер. З інших мов слід назвати М. п., орієнтовані на *автоматизацію проектування ЦОМ*, конструкцій суден, будівель та інших об'єктів та на програмне керування верстатами (див. *Мови керування технологічними процесами*). Істотного значення при цьому набуває розробка засобів маніпулювання з малюнками та просторовими об'єктами. Застосування процедурно-орієнтованих мов було істотним кроком у розвитку програмування, бо воно розв'язує завдання сумісності програм для різних машин, тобто дає змогу ставити одну й ту саму програму, описану деякою мовою (іноді з невеликими змінами), на різних машинах; полегшує *взаємодію людини з обчислювальною машиною*, тобто спрощує процес написання та наладжування програм (див. *Наладжувальні програми*), навчання програмування; веде до стандартизації в галузі застосувань шляхом високого ступеня стандартизації самої мови, створює базу для строгої документації програм.

Застосування М. п. для описування процесів обробки даних дає можливість розробляти методи еквівалентних перетворень алгоритмів, щоб задовольнити якийсь критерій оптималь-

ності (за швидкістю реалізації алгоритму, за мінімізацією використовуваної пам'яті тощо) і розробити певні вимоги до *алгоритмічних структур ЦОМ* з метою найзручнішого використання їх.

Розвиток сфер використання ЦОМ привів до необхідності розв'язувати задачі, компактний опис яких виходить за рамки однієї процедурно-орієнтованої мови. Так, у процесі обробки економ. інформації постала необхідність виконувати складні обчислення (пов'язані з *операцій дослідженням*, *програмуванням лінійним* і статистичними завбаченнями), а для здійснення науково-інженерних розрахунків була потрібна мова, зручна для представлення різних повідомлень, сортування, редагування даних тощо. Спроби використати процедурно-орієнтовані мови для розв'язування задач, що виходять за межі їхньої орієнтації, привели до практично непереборних труднощів. Отже, коли постала необхідність розв'язувати великі задачі, спеціалізація мов стала перешкодою для їхньої універсалізації. Треба було створити єдину базу, яка була б придатна й зручна для описування процесів обробки даних під час розв'язування будь-якого класу задач (який має практичне значення) і яка забезпечувала б уніфікацію стилю мов. Перед мовами такого рівня (їх можна назвати мовами машин 3-го покоління) було поставлено мету: поряд з засобами для описування процесів обробки даних, властивими й попереднім процедурно-орієнтованим мовам високого рівня, зберегти доступ до всіх наявних засобів ЦОМ і можливостей їхніх операційних систем — роботи в реальному масштабі часу, описування кількох завдань, які виконуються одночасно, мультипрограмування, переривання, розподіл часу, роботи з *світловим олівцем* та ін. пристроями введення — виведення тощо. Тенденція до розширення сфери застосування ЦОМ, з одного боку, та можливостей цих машин — з другого, поставила завдання створити системи мова-процесор, які містили б апарат для власного розвитку.

Під час дефіциту машинного часу до М. п. ставилася, як одна з основних, вимога можливості будувати такі транслятори з них, які могли б складати ефективні робочі програми, близькі за якістю до програм, складених умілими програмістами. Тепер критерієм ефективності використання ЦОМ стає проміжок часу, витрачений на розв'язування задачі від її постановки до одержання результатів у належній формі. У зв'язку з цим перед М. п. постала нова мета — спростити програмування, може, навіть за рахунок певної втрати ефективності використання ЦОМ. Отже, завдання оптимізації відокремлюється від завдання створення робочої програми. Засоби оптимізації в мові — це та її частина, яку не обов'язково повинен знати рядовий користувач. Водночас частину функцій оптимізації робочих програм може взяти на себе певний блок транслятора чи спец. транслятори, які залучаються до роботи в міру потреби. Мовами, що задовольняють усі ці вимоги, є мови заг. призначення ПЛ-1, СИМУЛА-67 та АЛГОЛ-68.

СИМУЛА-67 являє собою дуже розширену мову АЛГОЛ-60. Одним з осн. понять у цій мові є поняття класу, за допомогою якого можна визначати в мові класи подібних елементів, що мають неозначену кількість статистичних і динамічних означень та механізмів зв'язку. Це є могутнім засобом викликати потрібний контекст або навколишнє середовище поза цим блоком. Оскільки є великі можливості розвивати апарат описування цієї мови, вона є однією з найперспективніших.

Мова ПЛ-1, за задумом, призначається для широкого застосування — для наук. і комерційних цілей, для описування процесів, що їх виконують у реальному масштабі часу, і для використання системними програмістами. Істотною особливістю мови є її модульність, завдяки якій з мови можна виділити спрощені підмножини — мови для спец. цілей, призначені для використання неспеціалістами і програмістами-початківцями. Для цієї мови характерною є велика різноманітність типів даних (числа з фіксованою та плаваючою комою, числа, подані як десяткові і двійкові, числа з довільною точністю, дійсні й комплексні; рядки, масиви й структури будь-якої складності, об'єднані в списки) і операторів, компонентами яких можуть бути масиви, структури й списки, а також високий ступінь доступу до реальної машини та її операційної системи, вільність виразів, можливість розпаралелювання операцій та синхронізації гілок, блокова структура програм; у мові передбачено засоби наладжування програм (т. з. оператори періоду компіляції); послідовно проводиться ідея передавання інформації «за замовчуванням», коли в разі відсутності відповідних вказівок операторам чи даним приписуються найуживаніші варіанти використання їх. Дані й змінні мають певні властивості, які можуть бути описані укладачем програми або надані їм автоматично «за замовчуванням». Блокова структура в ПЛ-1 розвиненіша, ніж у мові АЛГОЛ-60, і дає змогу керувати механізмом динамічного розподілу пам'яті. Мова включає апарат рекурсивного використання процедур, просторий апарат введення — виведення та чимало засобів для керування роботою транслятора з метою створення ефективних робочих програм.

Мова АЛГОЛ-68, яку розроблено фактично на новій основі, увібрала в себе весь досвід попередніх М. п. і є розвиненішою за мову АЛГОЛ-60. У мові АЛГОЛ-68 допускається необмежена різноманітність видів даних (числові дані, дійсні, цілі, дані довільної точності, байтові, бітові дані, масиви даних та структури якнайширшої загальності). Поняття змінної визначається парою ім'я (назва) — значення, при цьому ім'я (назва) може бути, в свою чергу, значенням. Отже, в цій мові визначена можливість використовувати адреси вищих рангів. У мові є

широко розвинений апарат описів, який дає змогу за допомогою відповідного контексту визначати нові види й нові оператори, впроваджувати нові символи чи приписувати впровадженим символам нові операційні значення. Поняття процедури в мові АЛГОЛ-68 узагальнено до поняття програми, яке саме по собі є значенням; для значень введено певний апарат оптимізації в процесі виконання програми. Мова містить засоби для описування, вводу — виводу, забезпечення зручного використання каналів та масивів і засоби для описування паралельного виконання операцій. Отже, мови-оболонки (мови заг. призначення) увібрали в себе чимало засобів, які є в розвинених мов, що передували їм і виправдали себе (зокрема, апарат для обчислювання імен, принцип блокової структури програм; апарат процедур і можливості динамічного розподілу пам'яті). Нове в цих мовах — це наявність засобів, спрямованих на поліпшення якості й ефективності роботи трансляторів і створюваних ними робочих програм, а також наявного машинного обладнання, в т. ч. можливостей програмної реакції на переривання, можливості описувати паралельне виконання програм, наявність засобів для наладжування програм. Істотною особливістю цих мов є їхня модульність — можливість довизначати засоби або обирати комплект мови, потрібний для конкретних цілей.

Незважаючи на досить вдалі спроби побудувати такі мови, як ПЛ-1, СИМУЛА-67, АЛГОЛ-68, проблема створення єдиної універсальної М. п. фактично перебуває на стадії розвитку. Це зумовлене наявністю суперечностей між тенденцією створення заг. мови і необхідністю враховувати специфіку розв'язування задач у конкретних застосуваннях. У зв'язку з цим проблема створення М. п., практично зручних для формалізації задач та принципів розв'язування їх, і досі залишається однією з основних у теорії й практиці програмування поряд з проблемою розроблення ефективних методів побудови відповідних ефективних процесорів.

Для реалізації багатих зображальних засобів, що їх дають нові мови, першочергового значення набуває завдання автоматизації процесу проектування й створення відповідних систем автомат. програмування, що грунтуються на цих мовах, а також проблема побудови автоматизованих систем навчання мов користувачів ЦОМ. Розв'язання цих великих проблем пов'язане зі створенням машин 4-го покоління і з розроблянням для них операційних систем та ефективних тех. засобів спілкування з ЦОМ, з уніфікацією та стандартизацією периферійного обладнання і зовн. носіїв інформації та з розроблянням засобів автомат. збирання і первинної обробки даних, бібліотек заг. і спеціального призначення та інформаційно-довідкових систем, зокрема систем, які обслуговують системи *математичного забезпечення ЦОМ* та їхні комплекси.

Літ. див. до ст. *Автоматизація програмування, Адресна мова, АЛГОЛ-60, АЛГОЛ-68, КОБОЛ, КОМІТ, Мова машинно-орієнтована, Мова ЦОМ внутрішня, ФОРТРАН.*

В. М. Глушков, К. Л. Ющенко.

МОВИ СПИСКОВІ — спеціалізовані алгоритмічні мови, призначені для описування процесів обробки інформації, поданої у вигляді списків об'єктів з різними властивостями. В пам'яті електронних цифрових машин такі списки утворюються або розміщенням членів списку в комірках пам'яті з адресами, кількість яких послідовно зростає, або зазначенням для кожного члена списку *адреси* наступного члена списку. До осн. М. с. належать IPL-V, LISP-1 · 5, FLPL, SLIP, L[6]. Крім того, в багатьох універсальних *алгоритмічних мовах* є спец. засоби для описування операцій над списками (*ПЛ-1*, *АЛГЕМ*, мова асоціативного програмування, адресна мова тощо). В ряді сучасних машин є спец. пристрої, що виконують елементарні спискові операції. Осн. засобами М. с. є використання адрес зв'язку для побудови списків різних видів, що об'єднують об'єкти з заг. ознаками; використання спискових структур, що являють собою багаторівневі списки, тобто списки з підсписками, які відгалужуються від них для подання ієрархічних систем організації даних; використання т. з. просовуваних списків (стеків чи магазинів) для тимчасового запам'ятовування даних у певному порядку й відновлювання їх у зворотному порядку; організація вільної пам'яті у вигляді ланцюгового списку комірок, яка забезпечує гнучкість і повноту використання всього обсягу пам'яті й виключає необхідність у детальному попередньому розподілі її. Здебільшого, опрацьовуючи дані про деяку сукупність об'єктів, ці об'єкти розподіляють між різними списками, причому той самий об'єкт може бути одночасно в кількох списках. Щоб багато разів не повторювати в усіх списках усю інформацію про об'єкт, її записують в окремі ділянки пам'яті (як правило, на *стрічках магнітних*), у вигляді т. з. записів. Кожному об'єктові відповідає окремий запис зі своєю адресою. У списках об'єкти позначають їхніми машинними найменуваннями, якими здебільшого є початкові адреси ділянок пам'яті, де зберігаються записи їх. Списки об'єктів будують із спискових слів. У найпростішому випадку спискове слово складається з двох частин: в одній частині зберігається машинна адреса об'єкта, що є членом цього списку, в другій — адреса зв'язку, яка вказує положення наступного члена списку. Для М. с. характерною рисою є ланцюгова організація вільних комірок (ВК) спискової ділянки пам'яті. Здебільшого вільні комірки зв'язані в т. з. список вільних комірок. Одна комірка в пам'яті постійно закріплюється як фіксатор (покажчик) вільних комірок. У 1-й половині фіксатора ВК зберігаються наявні ВК, у 2-й — адреса зв'язку, яка показує положення 1-ї комірки зі списку ВК. У 1-й комірці є адреса зв'язку, яка вказує 2-у комірку, у 2-й — адреса 3-ї комірки і т. д. В

останній комірці списку ВК (як і в останній комірці будь-якого ланцюгового списку) замість адреси зв'язку стоїть умовний код списку (КС), що показує кінець списку. Список ВК є резервом, з якого беруть комірки для побудови списків і до якого повертаються комірки, що звільнилися зі списків. Для кожного ланцюгового списку об'єктів виділяють одну комірку, що відіграє роль фіксатора цього списку. Адреса комірки (чи *ідентифікатор* списку при автоматичному програмуванні) відома програмістові й зазначається в усіх командах, у яких є звертання до цього списку. Фіксатори списків можна будувати різними способами. Напр., фіксатор списку, як і покажчик ВК, може мати дві частини: 1-у, яка вказує кількість членів у списку, й 2-у, що вказує адресу 1-го члена списку. На відміну від списку ВК, у якому 1-і частини комірок не використовуються, в списках об'єктів 1-і частини комірок містять у собі машинні найменування (адреси записів) об'єктів, які є членами цих списків. Друга частина кожної комірки містить у собі адресу зв'язку, яка вказує положення наступного члена списку. Комірки з членами ланцюгових списків можуть розміщуватися в пам'яті довільно; зв'язки їх між собою забезпечуються адресами зв'язку. При цьому не треба заздалегідь виділяти під кожний список певну кількість комірок. Ці комірки беруть із загального резерву ВК в міру потреби. Т. ч. забезпечується гнучкість використання пам'яті. Другою важливою позитивною якістю ланцюгового способу організації списків є зручність включання нових і виключання непотрібних членів списків. Включання членів, як і виключання їх, провадять з будь-якого місця списку, не переміщуючи решти членів. Включення нового члена до ланцюгового списку здебільшого пов'язане з появою нового об'єкта, для якого складають запис і заносять до однієї з вільних зон ділянки пам'яті, відведеної для записів. Адреса цього запису стає машинним найменуванням нового об'єкта. Далі за значеннями ознак об'єкта встановлюють, до яких списків його належить віднести, й провадять послідовне включання цього об'єкта до відповідних списків. Для включення нового члена до будь-якого списку (та в будь-яке місце списку) спочатку треба взяти вільну комірку з резерву. До лівої половини цієї комірки записується машинне найменування (адреса запису) нового об'єкта. Далі процес включання може відбуватися двома способами. Якщо новий об'єкт включається на початок списку, то на місце адреси зв'язку в нову комірку записують значення адреси зв'язку, взяте з фіксатора цього списку, а в фіксатор на місце адреси зв'язку записується адреса нової комірки. Якщо новий член включається в середину списку, то спочатку відшукується попередній член списку, після якого необхідно включити новий член, а далі замінюються адреси зв'язків: у попередньому члені ставиться адреса зв'язку, яка вказує новий член, а в новому члені ставиться адреса зв'язку, що її взято з попереднього члена. В обох випадках провадиться збільшення кількості членів у фіксаторі цього списку на одиницю. Процес виключання членів з ланцюгових списків здійснюється також заміною адрес зв'язку. Відшукується член, що передує тому, який виключається (для 1-го члена — це фіксатор списку), і в попередньому члені адреси зв'язку замінюють адресою зв'язку, що її взято з члена, який виключається. Водночас зменшують кількість членів у фіксаторі цього списку на одиницю. Модифікаціями ланцюгових списків є так звані *гніздові списки* та *вузлові списки*. М. с. мають деякі особливості.

Так, мова АІСА грунтується на використанні спискових членів і служить для описування обчислювальних процесів ряду елементарних *рекурсивних функцій*. Мова *IPL-V* має в своєму складі ряд спец. операторів, які реалізують елементарні процеси перегляду списків, включання й виключання членів списків, створення та стирання списків і підсписків тощо. Особливістю мови SLIP є подвійна ланцюгова адресація спискових членів. При цьому кожний член списку містить у собі не тільки адресу наступного, а й адресу попереднього члена списку. Це дає змогу здійснювати рух по списках у двох напрямах (уперед і назад) і забезпечувати контроль адресних переходів. Недоліком цього способу є збільшення витрат пам'яті та ускладнення операцій з адресами зв'язку під час включання й виключання членів списків. Мова асоціативного програмування забезпечує можливість описувати алгоритми обробки списків, які мають різні структури спискових членів. Мова L^6 використовує ті самі осн. принципи обробки списків, але відрізняється наявністю ряду складних операторів (процедур). В адресній мові програмування (див. *Адресна мова*), яку також можна частково віднести до М. с., за допомогою штрих-операції можна здійснювати переходи по адресах зв'язку в ланцюгових списках і провадити шукання даних, включання й виключання членів у ланцюгових списках.

Застосування М. с. і способів асоціативного програмування забезпечує зручне, наочне й компактне подавання складних алгоритмів розв'язування інформаційно-логічних задач (планування виробництва й матеріально-техніч. постачання, пошук науково-техніч. інформації, пошук довідкових даних, облік кадрів, побудова самонавчальних і евристичних програм для оцінки обстановки й вибору рішень).

Літ.: Ющенко Е. Л. Адресное программирование. К., 1963 [бібліогр. с. 285—286]; Ефимова М. Н. Алгоритмические языки. М., 1965 [бібліогр. с. 86]; Китов А. И. Программирование информационно-логических задач. М., 1967 [бібліогр. с. 327].

А. І. Китов.

МО́ВИ ФОРМА́ЛЬНІ — множини скінченних послідовностей символів, що їх описують системами правил певного виду, які наз. граматикою або синтаксисом мови (див. *Граматика формальна*). В тому випадку, коли

кожному слову формальної мови зіставляється його *семантика* (смисл, значення, інтерпретація), М. ф. наз. інтерпретованою. М. ф. можна класифікувати залежно від характеру формального апарату, який застосовують для описування їх,— мова автоматна, мова безконтекстна, мова категоріальна, мова, породжена граматиками залежностей тощо,— або залежно від застосування — *алгоритмічна мова, мова інформаційна, мова логіко-математична, мови моделі математичні*. Більшість формальних мов, створених з практичною метою, є інтерпретованими мовами. Важливий клас інтерпретованих мов становлять *мови програмування* та алгоритмічні мови.

МОДЕ́ЛЕЙ ТЕО́РІЯ — розділ математики, межовий між *логікою математичною* й алгеброю. Всяка теорія T класу об'єктів K пов'язана з названим сигнатурою набором Ω понять, відношень і операцій, які є осн. в теорії T, а сама ця теорія T є множиною висловлювань мови L сигнатури Ω, істинних на кожному об'єкті з K. Ця множина висловлювань залежить від логіки $Л$ і від мови L, які використовують, вивчаючи клас K. Отже, матем. модель наукової теорії є послідовність $<K, \Omega, L, Л, T>$, де K — клас досліджуваних об'єктів, Ω — обрана сигнатура, L — обрана мова, $Л$ — використовувана логіка, T — сукупність висловлювань мови L сигнатури Ω, істинних у логіці $Л$ на всіх об'єктах з K. Як правило, за K обирають клас алгебр. систем сигнатури Ω, а за $Л$ — класичну двозначну систему. Змінюючи мову L, одержуємо різні теорії класу K. М. т. вивчає послідовності $\langle K, \Omega, L, Л, T\rangle$. Найбільш вивченим є випадок, коли L є мова першого ступеня — мова $L_{\omega\omega}$ (див. *Числення предикатів вузьке*), хоч цікаві результати одержано і в інших випадках (коли за L обирають т. з. мову $L_{\alpha\beta}$).

Елементарною теорією $\mathrm{Th}(K)$ класу K алгебр. систем сигнатури Ω наз. сукупність усіх висловлювань мови $L_{\omega\omega}$, істинних на всіх системах з K. Алгебр. система A сигнатури Ω наз. моделлю сукупності ф-л T мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω, якщо всі висловлювання з T істинні в A. Пишуть: $A \models T$, якщо A є модель T. Через $\mathrm{Mod}(T)$ позначають клас усіх моделей для T. Клас K алгебр. систем сигнатури Ω наз. аксіоматизовним, якщо $K = \mathrm{Mod}(T)$ для певної сукупності T висловлювань мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω.

T наз. повною теорією, якщо T є $\mathrm{Th}(K)$, а K складається з однієї системи A. T наз. сумісною, якщо клас $\mathrm{Mod}(T)$ непустий. Алгебр. системи A і B сигнатури Ω наз. елементарно еквівалентними, якщо $\mathrm{Th}(\{A\}) = \mathrm{Th}(\{B\})$.

Початок М. т. відноситься до 30-х років 20 ст., коли було доведено дві осн. теореми.

Теорема 1 (Геделя — Мальцева). Якщо кожна скінченна підсукупність сукупності T висловлювань мови $L_{\omega\omega}$ сумісна, то сумісна й уся сукупність T.

Теорема 2 (Левенгейма — Сколема — Мальцева). Якщо сукупність висловлювань мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω має нескінченну модель, то вона має модель будь-якої нескінченної потужності, не меншої за потужність сигнатури Ω.

Теорема 1, яку часто наз. теоремою компактності, набула широкого застосування в алгебрі. На підставі цієї теореми рад. математик А. І. Мальцев (1909—68) створив метод доведення т. з. локальних теорем алгебри. Сукупність A_i $(i \in I)$ підсистем системи A наз. локальним покриттям A, якщо будь-який елемент з A міститься в деякій A_i і будь-які дві підсистеми A_i і A_j містяться в якійсь третій підсистемі A_k. Алгебр. система локально має властивість Φ, якщо вона має локальне покриття підсистемами, кожна з них має властивість Φ. Кажуть, що для Φ справджується локальна теорема, якщо з того, що якась алгебр. система локально має властивість Φ, випливає, що ця система має властивість Φ. Наприклад, для властивості групи бути абелевою справджується локальна теорема, а для властивості бути скінченною локальна теорема не справджується. Предметно-універсальною наз. випереднену ф-лу мови другого ступеня, яка не містить кванторів існування, що належать до предметних змінних. Квазіуніверсальною наз. замкнену ф-лу мови другого ступеня, одержану з булевої комбінації предметно-універсальних ф-л навішуванням кванторів загальності за предикатними змінними. Якщо квазіуніверсальна ф-ла Φ є істинною на підсистемах, що локально покривають алгебр. систему, то Φ є істинною і на цій системі. Наприклад, класи простих і довпорядкованих груп задають квазіуніверсальними ф-лами і, отже, для цих класів справджується локальна теорема.

Багато досліджень з М. т. пов'язані з вивченням властивостей, що зберігаються під час операцій над алгебр. системами. До найважливіших операцій належать гомоморфізми, прямі й фільтровані добутки та інші. Кажуть, що висловлювання Φ стійке відносно гомоморфізмів, якщо з істинності Φ в алгебр. системі A випливає істинність Φ в усіх епіморфних образах A. Ф-лу Φ мови $L_{\omega\omega}$ наз. позитивною, якщо Φ не вміщує знаків заперечення, імплікації та еквівалентності. Висловлювання Φ мови $L_{\omega\omega}$ є стійким відносно гомоморфізмів тоді й тільки тоді, коли Φ є еквівалентним позитивному висловлюванню.

Нехай A_i $(i \in I)$ — алгебр. системи сигнатури Ω, а D — фільтр на I, тобто така сукупність підмножин множини I, яка є замкненою відносно надмножин і скінченних перетинів і не містить пустої множини. На декартовому добутку $M = \Pi |A_i|$ $(i \in I)$ осн. множин систем A_i $(i \in I)$ розглянемо відношення еквівалентності $\sim_D$, вважаючи $a \sim_D b \Leftrightarrow \{i | a(i) = b(i)\} \in D$ для будь-яких a, b з M. Через aD для $a \in M$ позначимо клас ек-

вівалентності, що містить a. Множину $|A|$ всіх одержаних класів еквівалентності позначають через $\Pi |A_i| /D$ $(i \in I)$. На множині $|A|$ визначимо *предикати* й операції, що інтерпретують відповідні символи з Ω. Припускаємо

$$R(a_1D, \ldots, a_n D) \Leftrightarrow \{i \mid R^{A_i}(a_1^{(i)}, \ldots, a_n^{(i)})\} \in D$$

для n-місного предикатного символу R з Ω та будь-яких $a_1, \ldots, a_n \in M$. Для n-місного символу операції $f \in \Omega$ та будь-яких a, $a_1, \ldots, a_n \in M$ вважаємо

$$f(a_1D, \ldots, a_nD) = aD \Leftrightarrow \{i \mid f^{A_i}(a_1(i), \ldots, a_n(i)) = a(i)\} \in D.$$

Множина $|A|$ разом з так визначеними предикатами й операціями утворює алгебр. систему A сигнатури Ω, яку наз. фільтрованим добутком систем A_i $(i \in I)$ за фільтром D і позначають через $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$. Якщо A_i збігається з однією і тією самою системою B для всіх $i \in I$, то $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$ наз. фільтрованим ступенем системи B за фільтром D і позначають через B^I/D. У випадку, коли фільтр D на I є ультрафільтром, тобто не є власною частиною ніякого фільтра на I, фільтрований добуток за фільтром D наз. ультрадобутком, а фільтрований ступінь — ультраступенем. Ф-лу $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω наз. фільтруючою (умовно фільтруючою) за фільтром D, якщо для кожного набору алгебр. систем A_i $(i \in I)$ сигнатури Ω і кожних $a_1, \ldots, a_n \in \Pi |A_i|$ $(i \in I)$ маємо $\{i \mid A_i \models \Phi(a_1(i), \ldots, a_n(i))\} \in D \Leftrightarrow \Pi A_i/D (i \in I) \models \Phi(a_1D, \ldots, a_nD)$ (відповідно, $\{i \mid A_i \models \Phi(a_1(i), \ldots, a_n(i))\} \in D \Rightarrow \Pi A_i/D$ $(i \in I) \models \Phi(a_1D, \ldots, a_nD)$). Ф-лу $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω наз. хорнівською, якщо її можна одержати кон'юнкціями і навішуванням кванторів з ф-л виду $(\Phi_1 \& \ldots \& \Phi_s) \to \Phi$, $\neg(\Phi_1 \& \ldots \& \Phi_s)$, де $\Phi_1, \ldots, \Phi_s, \Phi$ — атомні (елементарні) ф-ли мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω. Прикладами хорнівських ф-л є тотожність і квазітотожності. Центральною в теорії ультрадобутків є теорема Лося: будь-яка формула $L_{\omega\omega}$ фільтрується за будь-яким ультрафільтром. Ф-ла мови $L_{\omega\omega}$ умовно фільтрується за будь-яким фільтром тоді й тільки тоді, коли ця ф-ла еквівалентна хорнівській ф-лі. Цікавою є також теорема Кіслера — Шелаха: алгебричні системи A і B тоді й тільки тоді елементарно еквівалентні, коли існує такий ультрафільтр D на множині I, що $\mathfrak{A}^I/D$ та B^I/D ізоморфні. З теореми Лося виходить, що аксіоматизовні класи є замкненими відносно операції взяття ультрадобутку (ультразамкненими). Всякий ультразамкнений і замкнений відносно елементарної еквівалентності клас алгебр. систем однієї сигнатури є аксіоматизовним. Відомі різні критерії аксіоматизовності і в інших термінах. Якщо для кожного натурального n множина тих індексів, для яких відповідний співмножник має потужність n, не належить D, то потужність ультрадобутку за неголовним ультрафільтром D на лічбовій множині дорівнює континууму. Отже, якщо аксіоматизовуваний клас містить скінченні системи з яким завгодно великим числом елементів, то він містить і нескінченні системи. Наприклад, клас скінченних груп не є аксіоматизовуваним.

Нехай (A, P) означає збагачення алгебр. системи A за допомогою предиката P, а $\langle\Omega, P\rangle$ означає сигнатуру, одержувану з Ω приєднанням предикатного символу P. В багатьох випадках важливо зрозуміти, коли в кожній системі з класу K алгебр. систем сигнатури $\langle\Omega, P\rangle$ предикат P задають ф-лою мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω. Часткову відповідь на це запитання дає теорема Бета: тоді й тільки тоді існує така формула $\Phi(x)$ мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури Ω, що формула $(\forall x)(P(x) \leftrightarrow \Phi(x))$ є істинною на всіх системах аксіоматизовного класу K сигнатури $\langle\Omega, P\rangle$, коли множина $\{(A, P) \mid (A, P) \in K\}$ містить не більше як один елемент для кожної алгебр. системи A сигнатури Ω. Відомі й тонші теореми такого роду. Важливим поняттям М. т. є поняття насиченої системи. Через $\langle\Omega, X\rangle$ позначимо сигнатуру, одержувану з Ω доданням символів c_a виділених елементів для всіх $a \in X$, а через (A, X) для $X \subseteq |A|$ позначимо алгебр. систему сигнатури $\langle\Omega, X\rangle$, яка є збагаченням алгебр. системи A сигнатури Ω і в якій символ c_a інтерпретується елементом a для кожного $a \in X$. Систему A сигнатури Ω наз. α-насиченою, якщо для кожного $X \subseteq |A|$, потужність якого менша за α, і кожної сукупності Σ формул мови $L_{\omega\omega}$ сигнатури $\langle\Omega, X\rangle$, які не містять вільних змінних, відмінних від x_0, із скінченної здійсненності Σ в (A, X) випливає здійсненність Σ в (A, X). Систему A наз. насиченою, якщо потужність A дорівнює α і A є α-насиченою. Дві елементарно еквівалентні насичені системи однієї потужності є ізоморфними. Велику кількість прикладів α-насичених систем дають ультрадобутки. Наприклад, якщо D — неголовний ультрафільтр на лічбовій множині I (неголовним наз. ультрафільтр, перетин усіх елементів якого пустий), то $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$ є α_1-насиченою системою для будь-яких алгебр. систем A_i $(i \in I)$ лічбової сигнатури Ω.

М. т. розвивається. Найбільшими її розділами є: теорія розв'язних і нерозв'язних теорій, теорія нумерованих моделей, вивчення категоричних моделей, вивчення властивостей повних теорій, особливо властивостей, близьких до категоричності, нестандартний аналіз, теорія мов $L_{\alpha\beta}$, вивчення моделей теорії множин, теорія екваціональної компактності, теорія неперервних і булевозначних моделей та інші.

Літ.: Мальцев А. И. Алгебраические системы. М., 1970 [бібліогр. с. 384—387]; Тайцлин М. А. Теория моделей. Новосибирск, 1970; Робинсон А. Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 356—372].

А. Д. Тайманов, М. А. Тайцлін.

МОДЕЛІ ВИРОБНИЦТВА — математичний опис основних взаємозв'язків процесу виробництва, на підставі якого можна вивчати за-

кономірності виробничих процесів і давати прогноз на майбутнє. Побудування М. в. й вивчення на їхній основі явищ є осн. засобом розв'язування задач керування підприємством. Загалом М. в. можна подати так. Нехай можливості виробн. характеризуються скінченною множиною базисних технологіч. способів $k = 1, 2, ..., l$, кожному з яких відповідає інтенсивність використання його x_k. Припустимо, що для виробн. n продуктів використовують s ресурсів (працю, виробничі фонди чи потужності, природні ресурси), і що ресурси можна подати в будь-якому ступені диференціації якості. Позначимо продукти через $i = 1, 2, ..., n$, а ресурси — через $j = 1, 2, ..., s$. Інтенсивність розглядуваної економ. системи загалом можна представити l-вимірним вектором $X = (x_1, x_2, ..., x_l)$, компоненти якого невід'ємні й характеризують інтенсивність використання відповідних базисних способів. Для характеристики системи з технологічного боку слід вказати і на векторні ф-ції $V(X) = (V_1(X), ..., V_n(X))$ і $r(X) = (r_1(X), ..., r_s(X))$, де $V(X)$ — вектор обсягів виробн. продукції, якщо підтримувати систему на рівні інтенсивності X, $r(X)$ — вектор затрат ресурсів, потрібних для функціонування системи з інтенсивністю X. Тоді щодо виробн. продукції розглядувана економ. система (нар. г-во, галузь, підприємство тощо) цілком характеризується векторами X, $V(X)$, $r(X)$ і R — вектором наявних ресурсів. Нехай критерій ефективності системи виражено співвідношенням

$$(C, V(X)) = \sum_{i=1}^{n} C_i V_i(X), \qquad (1)$$

тоді задача виробн. полягає у знаходженні рівня інтенсивностей $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, що надає екстремуму функціоналові (1) за умов $X \geqslant 0$, $r(X) \leqslant R$. Сформульована в такому вигляді М. в. є задачею *програмування нелінійного*, яка водночас включає й аспект оптим. нормування, бо затрати й випуск є ф-ціями інтенсивності. Описуючи динамічні макромоделі виробництва, можна не розрізняти виробничі ресурси і продукти. Практично найбільшого поширення набув лінійний спосіб:

$$r(X) = AX', \ V(X) = BX',$$

де A — матриця затрат, рядки якої відповідають продуктам, а стовпчики — технологіч. процесам; B — матриця випуску (або виробнича матриця); $'$ — знак транспонування.

Будь-яка М. в. характеризується обмеженнями, тобто умовами, за яких модель буде правильною. Обмеження моделі залежить від міри деталізації, яку прийнято в досліджуваному процесі. Те, наскільки модель повинна бути близька до досліджуваного процесу і які фактори повинні бути відображені в моделі, залежить від досліджуваної проблеми. Залежно від міри агрегації номенклатури продукції і виробничих ресурсів М. в. поділяють на макромоделі виробн. (напр., виробничі моделі Кобба — Дугласа, модель фон Неймана); М. в. середньої агрегації; мікромоделі виробн. (див. *Мікромодель економічна*). Серед М. в. можна виділити клас моделей, що вкладаються в точні матем. схеми (напр., схеми лінійного, нелінійного, динамічного програмування), та клас імітаційних моделей, що їх описують різними математично-логіч. схемами. Найпоширенішими М. в. є моделі *календарного планування*.

В. В. Дем'яненко, В. А. Коноплицький, Т. П. Підчасова.

МОДЕ́ЛІ ЕКОНО́МІКИ — опис математичними методами процесів для встановлення кількісних і логічних залежностей між різними елементами економічних систем. Першою чітко оформленою М. е. були т. з. «Таблиці» франц. економіста кінця 18 ст. Ф. Кене. Схеми відтворення К. Маркса також являють собою М. е. Зокрема, відома модель — *баланс міжгалузевий* виробн. й розподілу продукції є деталізацією схем відтворення К. Маркса. За останні 20—30 років методи моделювання економіки розробляли дуже інтенсивно. М. е. будують для теор. цілей (економ. аналізу) і для практич. цілей (планування, керування та прогнозу). Відповідно до цього їх класифікують за такими типами: моделі планування (зокрема, оптим. планування); моделі управління; моделі прогнозу; *моделі зростання*; *моделі рівноваги*.

Змістова М. е. об'єднує такі осн. процеси: виробн., споживання, планування, управління, фінанси тощо. Проте в існуючих моделях майже завжди осн. увагу звертають на один якийсь процес (напр., процес планування), а решту подають у спрощеному вигляді. Залежно від того, на який економ. процес звертають увагу, будуючи й аналізуючи М. е., використовують різний матем. апарат. Моделі планування спираються на системи алгебр. (як правило, лінійних) рівнянь і нерівностей, бо осн. задача планування являє собою балансову ув'язку виробн. й споживання (виробничого й невиробничого) різних складових частин, які математично зображують у вигляді рівнянь і нерівностей. Моделі оптим. планування математично являють собою екстрем. задачі з обмеженнями. Як правило, це задачі *програмування лінійного*, розширення чи узагальнення їх. Заг. задачу лінійного програмування: «Знайти максимум лінійної ф-ції $\sum_{j=1}^{m} a_{0j} x_j$, при обмеженнях $x_j \geqslant 0$, $j = 1, ..., m$, $\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \geqslant b_i$, $i = 1, ..., n$» можна добре інтерпретувати економічно. Вектори $(a_{0,j}, a_{1,j}, ..., a_{n,j})$, $j = 1, ..., m$ інтерпретують як виробничі способи, де числа a_{ij} — це затрати або випуск (залежно від знака) складової частини з номером i в способі з номером j, x_j — ін-

тенсивність застосування способу j, b_i — ресурси або планове завдання щодо випуску (залежно від знака) складової частини i. Тоді задача лінійного програмування є не що інше, як задача оптим. планування. Вона полягає в тому, щоб визначити інтенсивності виробничих засобів так, щоб було виконано планові завдання, не перевитрачено наявних ресурсів, а якусь виділену складову частину було випущено в максимальній кількості.

Моделі керування грунтуються на різного роду екстрем. задачах, зокрема, на задачах оптим. керування в розумінні Понтрягіна. Моделі росту породжують екстрем. задачі особливого роду. Ідея побудування груп М. е., які грунтуються на екстрем. задачах, випливає з тези про конструктивний характер економіки, про керованість економ. процесів, вона притаманна соц. економіці. В моделях прогнозу використовують апарат кореляційного й регресійного аналізу, ймовірнісні процеси та інші методи, що їх можна застосовувати при прогнозуванні. Моделі рівноваги базуються на *ігор теорії*. Загальної М. е., яка охоплювала б як часткові випадки більшості розглянутих моделей, не існує. Проблеми й задачі, які ставлять і розв'язують на М. е., зручно ілюструвати на якійнебудь конкретній моделі, напр., на динамічній моделі Леонтьєва, що пристосована для теор. і практич. використання. Виробничі можливості в цій моделі задають трьома матрицями A, B, Φ порядку ($n \times n$) і n-вимірним вектором w. Тут $A = \| a_{ij} \|$ — матриця поточних технологіч. коеф., a_{ij} — кількість продукції галузі j, потрібна для виробн. одиниці продукції галузі i; $B = \| b_{ij} \|$ — матриця капітальних коеф., b_{ij} — кількість продукції галузі j, потрібна для створення одиниці фондів галузі i; Φ — діагональна матриця фондоємностей, у якій по гол. діагоналі стоять числа $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$, де φ_i — фондоємність продукції галузі i, $w = (w_1, \ldots, w_n)$ — вектор трудомісткостей, тобто w_i — кількість праці, потрібна, щоб створити одиницю продукції галузі i. Початковий стан моделі задається вектором наявних обсягів фондів у кожній галузі $F(0) = (F_1(0), \ldots, F_n(0))$ і наявною кількістю трудових ресурсів $w(0)$.

Позначимо через $x_i(t)$ обсяг виробн. галузі i в році t, через $k_i(t)$ — обсяг капіталовкладень у фонди галузі i в році t і через $c_i(t)$ — обсяг невиробничого (особистого й громадського) споживання продукції галузі i в році t. Нехай $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$, $k(t) = (k_1(t), \ldots, k_n(t))$, $c(t) = (c_1(t), \ldots, c_n(t))$. Тоді задача планування полягає у знаходженні послідовності $\{x(t), k(t), c(t)\}_{t=0}^{T}$, такої, щоб було виконано такі співвідношення (баланси):

$$x(0)\,\Phi \leqslant F(0); \quad (1)$$

$$x(t)\,\Phi \leqslant F(0) + \sum_{\tau=1}^{t-1} k(\tau), \; t = 1, \ldots, T; \quad (2)$$

$$x(t)\,A + k(t)\,B + c(t) \leqslant x(t); \quad (3)$$

$$x(t)\,w \leqslant w(t); \quad (4)$$

$$c(t) \geqslant 0. \quad (5)$$

Тут T — число років планового періоду, $w(t)$ — трудові ресурси за рік t, в правій частині нерівностей стоїть наявність фондів (1) — (2), продукції (3) і трудових ресурсів (4), а в лівій частині, відповідно, витрати їх. Задача оптим. планування полягає в знаходженні такого плану $\{\overline{x}(t)\,\overline{k}(t), \overline{c}(t)\}_{t=0}^{T}$, який збалансовано (тобто він задовольняє нерівності (1) — (5), і приводить до максимуму якоїсь ф-ції U, що залежить, напр., від $c(0), \ldots, c(T)$.

Цю модель за певних умов можна розглядати і як модель росту, і як модель рівноваги. Властивості оптим. і рівноважних планів вивчено досить докладно. Важливою властивістю цих планів є те, що оптимальному (рівноважному) шляхові розвитку (і тільки йому) відповідає певна система чисел, що їх інтерпретують як ціни. За цією системою цін можна перевірити, чи є довільно обчислений план оптимальним, чи ні, легко дізнатися, чи можна за допомогою якого-небудь винайденого виробничого способу поліпшити оптим. план, чи не можна. Теорія оптим. цін виникла й розвивається в межах теорії математичних М. е.

Літ.: Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960; Экономико-математические модели. М., 1969; Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 401—406].

В. Л. Макаров.

МОДЕ́ЛІ ЗРОСТА́ННЯ — один з типів *моделей економіки*. М. з. будують, маючи на меті з'ясувати максимально можливі темпи зростання економ. системи за тих чи ін. умов, зокрема за як завгодно великий інтервал часу. Більшість моделей економ. динаміки можна розглядати як М. з., бо це поняття пов'язано не з конкретним типом моделі, а з постановкою проблеми, яку вивчають на цій моделі. Найвідомішою М. з. є модель зростаючої економіки, що її запропонував і вивчив амер. матем. Дж. фон Нейман (1903—1957). Нейманову модель задають двома невід'ємними матрицями A і B порядку ($m \times n$). Матриця $A = \|a_{ij}\|$ наз. матрицею затрат, $B = \|b_{ij}\|$ — матрицею випуску. Коеф. a_{ij} показує розмір затрат продукту з номером i при технологічному або виробничому способі з номером j, коеф. b_{ij} — випуск продукту i при способі j. Модель має задовольняти такі умови: 1) всі способи можна застосовувати з будь-якими невід'ємними інтенсивностями (умова лінійності); 2) в усіх способах є ненульові затрати (виробництво не можливе без затрат) і для кожного продукту i існує спосіб виробництва цього продукту (замкне-

ність). Формально це означає, що в матриці A немає нульових рядків, а в B — нульових стовпчиків. Позначимо інтенсивність застосування способу j через λ_j. Осн. задача для моделі Неймана полягає в тому, щоб відшукати макс. технологічний темп зростання α, який система може витримати як завгодно довго, за такою ф-лою:

$$\alpha = \max_{\lambda} \min_{i} \frac{\sum_{j} \lambda_j b_{ij}}{\sum_{j} \lambda_j a_{ij}}. \qquad (1)$$

Тут max береться по всіх $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m) \geqslant 0$, а min — по всіх $i = 1, 2, ..., n$, за винятком таких, для яких чисельник і знаменник одночасно дорівнюють нулеві. Вектор інтенсивностей способів $\overline{\lambda}$, на якому досягається max у формулі (1), наз. нейманівським і характеризується цінами $p = (p_1, ..., p_n)$ всіх продуктів, подібно до того, як розв'язок задачі *програмування лінійного* характеризується двоїстими оцінками.

Узагальненням моделі Неймана є модель Неймана—Гейла, що задається опуклим замкненим конусом Z, який лежить у прямому добутку $R_+^n \times R_+^n$ невід'ємних ортантів n-вимірного евклідового простору R^n. Довільний вектор (x, y) з Z інтерпретується як виробничий процес із затратами всіх продуктів $x = (x_1, ..., x_n)$ і випуском $y = (y_1, ..., y_n)$, причому затрати і випуск належать до двох суміжних інтервалів часу. Стан збалансованої М. з. визначається виробничим процесом $(\overline{x}, \overline{y}) \in Z$, вектором цін $p = (p_1, ..., p_n)$ і темпом зростання α, які задовольняють співвідношення: $\alpha\overline{x} = \overline{y}$, $p\alpha x \geqslant py$ для всіх $(x, y) \in Z$, $\overline{y}p > 0$. Т. ч., якщо модель має запаси продуктів $\overline{x}$, то наступного року ці запаси можна зробити рівними $\alpha\overline{x}$, ще через рік — рівними $\alpha^2\overline{x}$ і т. д. Максимально можливий технологічний темп зростання визначається найбільшим α.

Літ.: Гейл Д. Замкнутая линейная модель производства. В кн.: Линейные неравенства и смежные вопросы. М., 1959; Канторович Л. В., Макаров В. Л. Оптимальные модели перспективного планирования. В кн.: Применение математики в экономических исследованиях. М., 1965.

В. Л. Макаров.

МОДЕ́ЛІ ОБ'ЄКТІВ РОЗПІЗНАВА́ННЯ — математичні описи тих множин сигналів, які відповідають класам розпізнаваних об'єктів відповідно до певних гіпотез про властивості класів. У загальнішому випадку М. о. р. описують множини сигналів, які відповідають фіксованим значенням шуканих при розпізнаванні параметрів. Напр., при розпізнаванні треків (слідів) електрично заряджених частинок за їхніми фотографіями, коли шуканими параметрами є геом. параметри трека, М. о. р. описує множину сигналів для кожного набору значень шуканих параметрів. При класифікації сигналів шуканим параметром є номер класу, а М. о. р. у цьому разі визначають множини сигналів для окремих класів.

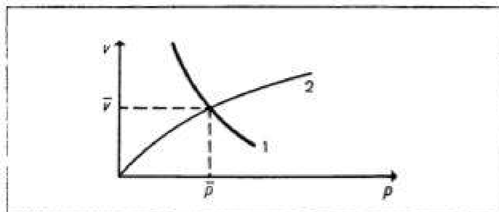
М. о. р. можна задавати в різній формі. Модель може бути кількісним втіленням певної гіпотези про відношення сигналів одного класу. Напр., якщо вважають, що сигнал, який дорівнює півсумі двох сигналів одного класу, завжди належить до того самого класу, то моделлю сукупності сигналів одного класу є якась *опукла множина*. Модель може описувати й процес, який породжує сигнали кожного з класів, що розпізнаються. Напр., у випадку телеграфних сигналів приймають певну гіпотезу про правила чергування тривалості посилань і пауз та про розподіл імовірностей завад. Відповідно до цієї гіпотези будують певний процес, що описується матем. засобами і генерує функції часу, які схожі на спостережуваний телеграфний сигнал, викривлений завадами.

М. о. р.— неодмінна складова частина будь-якої постановки задачі розпізнавання, якщо цією постановкою ставлять якісь вимоги до результатів розпізнавання всіх можливих у розглядуваному випадку сигналів. Такою вимогою є, напр., вимога мінім. імовірності *похибки* або мінім. *риску розпізнавання*. Коли модель сигналів не задано, тобто не зроблено жодних припущень щодо множин сигналів, які розпізнаються, то не можна нічого сказати про те, як працюватиме те чи інше правило розпізнавання на всіх розглядуваних сигналах. Існують і такі постановки задач розпізнавання, при яких М. о. р. не задається. Заданою при цьому вважають лише т. з. *навчальну вибірку*. Треба за допомогою *правила вирішувального* з заданого класу правил (напр., за допомогою лінійного вирішувального правила) правильно класифікувати якомога більшу кількість сигналів з цієї вибірки. Така постановка задачі цілком правомірна, але розв'язок подібної задачі не дає змоги твердити щось про правильність класифікації сигналів, які не увійшли до навчальної вибірки, якщо не взято до уваги якусь М. о. р. Найпоширенішою є проста імовірнісна модель, що характеризує множину сигналів кожного класу за допомогою відповідних умовних розподілів імовірності. Напр., коли припустити, що сигнали одного класу виникають в результаті спотворення єдиного фіксованого сигналу гауссовим шумом, то в цьому разі кожному класові відповідатиме багатовимірний *нормальний розподіл* із середнім сигналом, однаковим із зазначеним фіксованим сигналом, що його наз. *еталоном* класу. У складніших і частіших випадках кожен клас характеризують множиною еталонів. Цю множину задають, описавши залежність еталона від т. з. заважаючих параметрів. Кожний із спостережуваних сигналів являє собою спотворений завадами еталон, який відповідає якимось певним значенням заважаючих параметрів. Щодо *розподілу імовірностей* завад роблять деякі припущення. Так, напр., будують т. з. параметричну модель сигналів. Множину сигналів можна задати, ще й опи-

суючи процедуру утворення за заданими правилами складного сигналу з заданих елементарних частин. На таких моделях грунтується т. з. лінгвістичний підхід до розпізнавання. Тоді ці правила подібні до правил *граматики формальної*, розглядуваної в *лінгвістиці математичній*. Розглядають і моделі, в яких поєднано якості параметричних та лінгвістичних моделей. М. о. р. дають змогу формулювати й розв'язувати складні задачі розпізнавання, застосовувані при аналізі зображень, дослідженні звуків мовлення тощо. *В. А. Ковалевський.*

МОДЕ́ЛІ РІВНОВА́ГИ — один з типів *моделей економіки*. Гол. об'єктом моделювання є взаємодія економ. сил чи факторів, що протиборствують за умов вільної конкуренції. Найчастіше йдеться про взаємодію попиту й пропозиції на товари. Графік найпростішої М. р. наведено на мал. На осі абсцис відкладають величину ціни на якийсь товар (p), а на осі ординат — фіз. обсяг цього товару (v). Крива *1* (крива попиту) показує попит на товар залежно від змінювання ціни, а крива *2* (крива пропозиції) — обсяг виробництва товару при різних цінах. Точка перетину цих кривих з координатами $(\overline{p}, \overline{v})$ відображує рівноважну ціну $\overline{p}$ та обсяг $\overline{v}$ виробництва товарів. У наведеній схемі закладено припущення про ринковий механізм змінювання попиту й пропозиції на якийсь продукт в умовах простого товарного виробництва. М. р. для ринкового господарства, яка враховує всю сукупність товарів і виробників, сформулював австр. економіст початку 20 ст. Л. Вальрас. Надалі такі моделі розвивали в основному західні економісти й математики.

Заг. М. р. стосується l видів «продукції» ($k = 1, 2, \ldots, l$), причому «продуктами» можуть бути послуги, трудові й природні ресурси та виробничі потужності. Економіка в моделі уявляється складеною з $m + n$ частин, що діють певною мірою незалежно. Перші m частин ($i = 1, \ldots, m$) — це виробники (підприємства, фірми і т. д.), що їх визначають залежно від ступеня агрегації моделі, n частин ($j = 1, \ldots, n$), — це споживачі кінце-



Графік моделі рівноваги.

вої продукції (категорії населення). Кожного виробника i описують множиною виробничих можливостей X_i, що складається з l-вимірних векторів $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, \ldots, x_l^{(i)})$, які задають наявні виробничі способи. Від'ємні компоненти вектора $x^{(i)}$ показують затрати, додатні — випуск відповідних видів «продукції». Кожного споживача j описують ф-цією переваги або корисності u_j, аргументами якої є невід'ємні l-вимірні вектори — набори «продуктів» для споживання, а значення ф-ції — числа, що вимірюють «корисність» від споживання відповідних наборів продуктів. Зв'язок між споживачами й виробниками задається матрицею $\theta = \|\theta_{ij}\|$ розподілу прибутку. Елемент θ_{ij} показує частку прибутку i-го виробника, яку одержує j-ий споживач, $\theta_{ij} \geqslant 0$, $\sum_j \theta_{ij} = 1$.

Стани М. р. — це такий набір виробничих планів виробників $(\overline{x}^{(1)} \in X_1, \ldots, \overline{x}^{(n)} \in X_n)$, векторів споживання споживачів $(\overline{y}^{(1)}, \ldots, \overline{y}^{(n)})$ і такий вектор цін $p = (\overline{p}_1, \ldots, \overline{p}_l)$ на всі «продукти», які задовольняють умови: 1) $\sum_i \overline{x}^{(i)} = \sum_j \overline{y}^{(j)}$ (попит на всі товари $\sum_j \overline{y}^{(j)}$ дорівнює пропозиції $\sum_i \overline{x}^{(i)}$); 2) $\overline{x}^{(i)}\overline{p} = \max\limits_{x^{(i)} \in X_i} x^{(i)}\overline{p}$ ($i = 1, \ldots, m$) (кожний виробник i одержує в стані рівноваги макс. прибуток $\overline{x}^{(i)}\overline{p}$ при рівноважних цінах $\overline{p}$); 3) $u_j(\overline{y}^{(j)}) = \max\limits_{y^{(j)}p \leqslant \sum_i \theta_{ij}\overline{x}^{(i)}\overline{p}} u_j \times (y^{(j)})$ ($j = 1, 2, 3, \ldots, n$) (кожний споживач j одержує максимум корисності при відповідному бюджетному обмеженні). Кілька теорем існування стану рівноваги доведено при деяких додаткових обмеженнях на множини X_i і ф-ції u_j. Крім описаної М. р., є й інші, що відрізняються формою задавання залежності величин виробництва і споживання від цін. У всіх цих моделях закладено принцип простого товарного господарства або принцип вільної конкуренції, відповідно до якого кожний виробник впливає на ціни незначною мірою. Спроби врахувати в М. р. монопольні та ін. ефекти наштовхуються на труднощі, схожі на труднощі в *ігор теорії* з допущенням коаліцій.

Літ.: Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 798—819].

В. Л. Макаров.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ВЕСТИБУЛЯ́РНОГО АНАЛІЗА́ТОРА — створення *моделей математичних* процесів приймання і перетворювання інформації у вестибулярних органах. Вестибулярний аналізатор (в. а.) — це орган, що інформує про зміну характеру руху та положення тіла. Адекватними подразниками для в. а. є кутове прискорення, зміна напряму та величини прискорення сили тяжіння, прямолінійне прискорення та відцентрова сила. Експериментально доведено, що кутове прискорення викликає збудження в нервових закінченнях півколових каналів. Три півколові канали (горизонтальний, передній вертикальний та задній вертикальний) розміщені в трьох взаємно перпендикулярних пло-

щинах. Кожний з них утворює на одному з своїх кінців розширення, яке наз. ампулою. Рецепторні ділянки (купули) розміщені в ампулах кожного каналу. При подразненні відбувається відхилення купули, причому кут відхилення її пропорційний кутовому прискоренню обертання. Відхилення купули подразнює рецепторні закінчення аферентних волокон вестибулярних *нейронів*. Збудження передається далі по вестибулярному нерву до стовбурових та кіркових центрів в. а. За існуючими в нейрофізіології уявленнями, робота в. а. в нормальних умовах є основою для нормального приймання та відповідної переробки зорових, звукових, тактильних, пропріоцептивних та ін. сигналів і для вироблення необхідної рухової реакції. Ритміка нервових клітин в. а., очевидно, є осн. складовою фонової активності нервових клітин інших *аналізаторних систем*.

Розглянемо динаміку кута відхилення купули α, залежність макс. кута відхилення купули — $\alpha_{\text{макс.}}$ від прискорення обертання ε. При складанні дифер. рівнянь істотне значення має розміщення купули в ампулі й точка її закріплення. В основу моделі покладено таку гіпотезу: в процесі еволюційного розвитку вестибулярного апарата пружні сили конструкції купули G скомпенсували силу тяжіння. Врахувавши всі сили, що діють на купулу під час обертання, одержимо дифер. рівняння для кута відхилення купули

$$\frac{d\alpha}{dt} + b\alpha = F + (P - G), \quad F = m\varepsilon,$$

де P — вага купули, F — зовн. сила, m — маса купули та ендолімфи, b — коефіцієнт, що характеризує параметри купуло-ендолімфатичної системи. Для вертикальних каналів

$$b = \frac{m\varepsilon + (P - G)}{\operatorname{arc\,tg} \dfrac{[m\varepsilon + (P - G)]\, l^2}{8EI}},$$

де l — довжина купули, E — модуль пружності купули, I — момент інерції купули. Для горизонтального каналу

$$b = \frac{F - T}{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{m\varepsilon l^2}{8EI} - \dfrac{Tl^2}{3EI}\right)}, \quad T = kF,$$

$$k = d\,(P - G),$$

де T — сила тертя, d — коеф. пропорційності.

До складу в. а., крім півколових каналів, входить і отолітовий апарат, анатомічно представлений двома мішечками (сакулюс та утрикулюс), заповненими ендолімфою. Рецепторні ділянки лежать у двох взаємно перпендикулярних площинах. На цих ділянках — нервовоепітеліальні клітини: волоскові, опорні та крайові. Біля волоскових клітин закінчуються волокна сакулярного та утрикулярного нерва, щільно обплітаючи їх. Адекватними подразниками для отолітового апарата є прямолінійне прискорення та відцентрова сила. Вважають, що рецептори отолітового апарата сприймають складову прискорення, спрямовану впоперек волосків рецепторних клітин. Отже, причиною виникнення ритмічних розрядів є поточне значення кута відхилення волосків-стереоцилій j. Як і для відхилення купули, будемо вважати, що швидкість відхилення стереоцилій пропорційна діючим на них зовнішнім силам, і вона тим менша, чим на більший кут відхилилися стереоцилії

$$\frac{dj}{dt} = (F + P - G)\sin(\beta + \theta) - nj, \quad F = ma,$$

де P — вага отолітів та стереоцилій, β — кут піднімання утрикулюса над горизонталлю; θ — кут нахилу корпуса відносно горизонту, F — зовн. сила, m — маса отолітів, a — лінійне прискорення, n — коефіцієнт, що характеризує параметри отолітової системи,

$$n = \frac{(ma + P - G)\sin(\beta + \theta)}{\operatorname{arctg} \dfrac{l^2\,(ma + P - G)\sin(\beta + \theta)}{8EI}},$$

де l — довжина волосків-стереоцилій, E — модуль пружності стереоцилій, I — момент інерції отоліта.

Зазначені матем. моделі рецепторного апарата в. а. дають динаміку зміни кута відхилення купули та стереоцилій. А кут повороту, в свою чергу, є причиною виникнення ритмічних розрядів рецепторних клітин (див. *Модель нервової клітини*). Моделі дають змогу провести якісне дослідження ритміки рецепторних клітин в умовах нормальної вагомості ($P = G$), дослідження можливих порушень ритміки в умовах зміненої вагомості. Так, в умовах невагомості, напр., пружні сили купули й отолітів не компенсуються вагою. Це приводить у вертикальних півколових каналах до відхилення купули догори без діяння прискорення, до розтягання купули горизонтальних каналів та прогинання догори отолітів. Зміна початкового положення рецепторів веде до зміни ритміки рецепторних клітин і, кінець-кінцем, до появи у людини ілюзій діяння на неї лінійних та кутових прискорень. Після закінчення процесу адаптації внаслідок зміни конструктивних особливостей рецепторів та зміщення нуля ритміки може спотворюватися сприймання реальних прискорень і зорових та слухових відчуттів.

Ю. Г. Антомонов, А. Б. Котова, О. Г. Пустовойт.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІ́ТНИХ ПОЛІ́В НА ЦОМ — метод досліджування електромагнітних полів за допомогою *цифрових обчислювальних машин*. М. е. п. на ЦОМ дає змогу одержати розподіл поля в просторі або в якійсь його частині, використовуючи як первісну інформацію електр. і магн. характеристики середовища, розміщення й інтенсивність первісних джерел. Його широко застосовують у проектуванні електр. машин і апаратів, магн. систем прискорювачів елементарних

частинок та електронної оптики, в *обчислювальній техніці* й мікроелектроніці, в радіотехніці тощо. М. е. п. на ЦОМ охоплює: постановку *крайової задачі*, вибір методу розв'язування її, складання програм для ЦОМ і числовий експеримент на ЦОМ з різними первісними даними.

Первісними рівняннями при М. е. п. на ЦОМ у нерухомих провідниках і діелектриках є рівняння Максвелла. Щодо надпровідників використовують рівняння Лондонів — Максвелла, Гінзбурга — Ландау — Максвелла та інші системи (залежно від типу надпровідника, величини магн. поля, т-ри й ін.). Щодо напівпровідників широко застосовують систему рівнянь Пуассона, неперервності, дрейфу й дифузії для дірок та електронів. Щодо рідинних провідників первісними є рівняння магн. гідродинаміки. До цих рівнянь необхідно додати крайові й початкові умови, щоб виділити з множини їхніх розв'язків один, який описує модельоване електромагн. поле. Звичайно немає необхідності розв'язувати названі рівняння в повному обсязі. Виходячи з конструктивних міркувань і особливостей режимів роботи пристроїв, у яких моделюється поле, в рівняннях нехтують членами, що обумовлені явно малими ефектами. Напр., в електр. машинах, апаратах і струмопроводах, які працюють на промислових частотах, не враховують струмів зміщення, тобто поля вважають квазістаціонарними. При цьому первісні рівняння істотно спрощуються. В антенах і хвилеводах такого припущення зробити не можна. Але в цьому разі задачу моделювання поля можна спростити, припустивши ідеальну провідність металевих поверхонь. Часто роблять припущення стосовно топології поля, напр., нехтують залежністю векторів, які описують поле, від однієї або двох просторових координат. Внаслідок цього розрахунок зводять до розв'язання двовимірних або одновимірних рівнянь. Так, у середній частині турбогенераторів, у струмопроводах, які складаються з паралельних циліндричних достатньо довгих провідників, магн. поле вважають плоскопаралельним.

Для М. е. п. на ЦОМ використовують методи розв'язування крайових задач, які дають змогу розробляти *програми*. Ці програми допускають варіювання геометрією пристрою, електр. і магн. характеристиками матеріалів і враховують нелінійні залежності властивостей матеріалів від поля тощо. Такі програми дають змогу при проектуванні електромагн. пристроїв замінювати фіз. експеримент матем., знайти кількісні залежності та якісні закономірності, які важко встановити за допомогою фіз. експерименту. Ці вимоги задовольняють *чисельні методи*. Можливості аналітичних методів у розв'язуванні задач електромагн. поля обмежуються найпростішими випадками щодо геометрії й щодо характеристик середовищ. Серед чисельних методів необхідно відзначити скінченнорізницеві методи, яким властива велика універсальність. Успіхи, досягнуті в розвитку цих методів, дали змогу розв'язати багато задач магн. гідродинаміки, напівпровідникової інтегральної електроніки тощо. Проте розв'язування задач електромагнітного поля скінченнорізницевими методами пов'язано з додатковими похибками, зумовленими штучним обмеженням досліджуваної ділянки поля. В деяких задачах проектування це призводить до великих похибок. Тому для М. е. п. на ЦОМ широко застосовують метод вторинних джерел (інтегр. рівнянь). Особливість цього методу полягає в тому, що розрахунок поля виконують двома етапами: на першому етапі внаслідок розв'язання інтегральних рівнянь знаходять розподіл джерел поля — струми в масивних провідниках, поверхневі та об'ємні зв'язані струми і заряди, на другому — за знайденим і заданим розподілом джерел розраховують поле в тій частині простору, в якій це необхідно, а для цього обчислюють відповідні інтеграли за об'ємами й поверхнями, що їх займають ці джерела. Цей метод використовують при моделюванні електромагнітних полів антен і струмопроводів, вихрових струмів у провідниках складної форми, електромагн. полів у неоднорідних нелінійних і анізотропних середовищах, у тонкоплівкових надпровідникових структурах, у напівпровідникових *інтегральних схемах* тощо.

Літ.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1959; Петрушенко Е. И. К расчету вихревых токов в проводниках сложной формы. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1966, № 6; Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 2. Л., 1967; Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. К., 1967 [бібліогр. с. 249—250]; Петрушенко Е. И., Захарченко О. Е. Численный анализ распределения токов и индуктивностей в тонкопленочных сверхпроводящих структурах. «Математическое моделирование и теория электрических цепей», 1970, в. 7; Петрушенко Е. И. К расчету перемагничивания ферромагнетиков сложной формы в квазистатическом приближении. «Математическое моделирование и теория электрических цепей», 1971, в. 9.

Є. І. Петрушенко, О. В. Тозоні.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ЖИВИ́Х СИСТЕ́М на молекулярному рівні — математичне дослідження біологічних процесів регулювання й керування молекулярними комплексами *біологічних систем*. Осн. об'єктом такого моделювання є взаємодія молекулярних комплексів у клітині. Є два осн. підходи до М. ж. с.: створення динамічних моделей та алгоритмічне моделювання.

Динамічні моделі основані на даних біохімії, молекулярної біології та цитології; вони використовують методи статистичної фізики, хім. кінетики і біофізики. В клітині виділяють дві системи регулювання: «тонку» й «грубу». Обидві вони спрямовані на те, щоб підтримувати постійну концентрацію осн. продуктів метаболізму. «Тонка» система регулювання використовує механізм *зворотного зв'язку*: якщо концентрація якоїсь речовини в клітині перевищує потрібну, то один з ферментів, що бере участь у синтезі цього продукту, пригнічується і вироблення даної речовини припиняється. У «грубому» регулю-

ванні, яке забезпечує пристосування клітини до зовн. середовища, бере участь спец. ділянка в носії генетичної інформації — ДНК — оперон. Якщо в клітині є в достатній кількості необхідна речовина, синтез відповідних ферментів пригнічений, але якщо такої речовини немає, то включається необхідний оперон і відбувається синтез ферментів, які забезпечують вироблення цієї речовини. Елементарні процеси регулювання — ферментативний каталіз хім. реакції, активне перенесення речовин крізь мембрану, біосинтез макромолекули, пригнічення ферменту, «включення» оперона — можна описати з допомогою рівнянь для концентрацій відповідних речовин. При цьому повна динамічна модель саморегуляції клітини описується системою дифер. рівнянь. Теор. аналіз таких систем показав, що при нормальних фізіол. умовах деякі біохім. процеси нестійкі й мають коливальний характер. Але можливості аналітичного дослідження обмежені. Тому великий інтерес становить моделювання процесів динаміки клітини на *електронних обчислювальних машинах*. Це дає змогу одержати дані щодо кінетики зміни концентрацій початкових, проміжних та кінцевих речовин для багатьох взаємопов'язаних реакцій метаболізму при діянні на клітину різних речовин, зокрема отрут, антиметаболітів, а також фіз. умов — тиску, іонізуючого випромінювання та ін. фізичних факторів.

Гол. мета алгоритмічного моделювання — вивчати процеси реалізації записаної в ДНК генетичної інформації під час побудови клітинних ультраструктур та під час ділення клітини. Для запису *алгоритму* використовують методи матем. теорії самовідтворення. За допомогою такого підходу до моделювання можна вивчити закономірності мутагенезу — вплив помилок у ДНК на потомство, способи виправлення таких помилок, алгоритм. можливості клітин при ускладненні «програми» (у зв'язку з проблемами ембріології) та ін. питання. Такі моделі клітини є евристичними.

Ю. Г. Остапов.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ІНЖЕНЕ́РНИХ МЕРЕ́Ж НА АОМ — моделювання (розрахунок) режимів інженерних мереж на *аналогових обчислювальних машинах* і пристроях. Інженерні мережі (водопровідні, теплофікаційні й міські газові та вентиляційні мережі шахт) у стаціонарному режимі описують системами рівнянь типу

$$\sum_{m=1}^{p} Q_m = 0, \quad (1)$$

$$\sum_{m=1}^{s} H_m = 0, \quad (2)$$

$$H_m = \alpha_m Q_m^n, \quad (3)$$

де Q_m— потік рідини чи газу по m-й вітці, що підходить до вузла або витікає з нього, p — кількість віток, з'єднаних у цьому вузлі; $\sum_{m=1}^{s} H_m$ — сума депресій по замкненому контуру; s—кількість віток у контурі; H_m—падіння депресії на m-й вітці; n — число, яке визначає характер руху потоку; для водопровідних і теплофікаційних мереж та вентиляційних мереж шахт $n = 2$, для міських газових мереж (мережі низького тиску) $n = 1{,}75$; α_m — аеро- або гідродинамічний опір m-ї вітки.

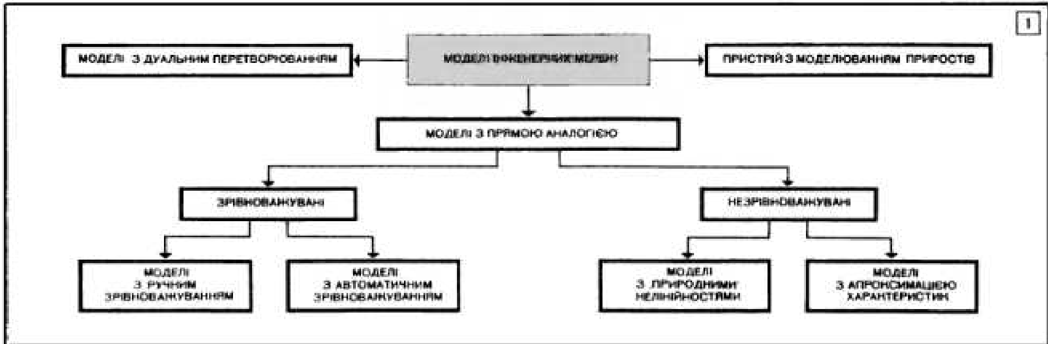
Існуючі машини й прилади для розраховування інженерних мереж можна класифікувати так (мал. 1). Всі моделі поділяють на три великі групи: моделі з прямою аналогією, моделі з дуальним перетворенням і установки з моделюванням приростів. У пристроях з прямою аналогією депресію моделюють напругою, а потік — струмом. Конфігурація моделюючого кола збігається з *графом* мережі. Моделі з прямою аналогією бувають зрівноважуваними і незрівноважуваними (див. *Зрівноважування методи*). У незрівноважуваних моделях як нелінійні елементи, що моделюють вітки мережі, використовують пасивні чи активні двополюсники, вольт-амперні характеристики яких мають вигляд

$$U = ai^n, \quad (4)$$

де n— показник степеня, величина якого залежить від виду модельованої мережі. Природну тягу, газорозподільні пункти, насоси теплофікаційних мереж моделюють стабілізаторами напруги (U = const), абоненти інженерних мереж — стабілізаторами струму (i = const), витікання — омічними опорами, резервуари й водонапірні башти — спец. *перетворювачами функціональними*, які реалізують, напр., за допомогою *слідкуючих систем*. Характеристики витрат компресорів моделюють двополюсником, який являє собою послідовне з'єднання джерела напруги, омічного опору й нелінійного елемента з характеристикою (4). В моделях осьових компресорів нелінійний елемент не ставлять. Внаслідок такого вибору нелінійних елементів рівняння мережі подібні до рівнянь моделі. Моделі такого типу відрізняються одна від одної видом використовуваних нелінійних елементів. Залежно від цього моделі поділяють на пристрої з «природними» нелінійностями (лампи розжарювання, транзисторні й лампові елементи із спец. схемами керування тощо) і машини з кусковолінійною апроксимацією характеристик елементів. Розроблено серію моделей, побудованих за описаним принципом. Найефективнішими є моделі «ЭМВС-6» (Інститут гірничої справи АН СРСР), «ППРВС-ДГИ-4» (Дніпропетровський гірничий інститут) і ВМК фірми «Монтан-Форшунг» (ФРН).

У зрівноважуваних моделях роль нелінійних елементів відіграють керовані двополюсники різної природи. Дуже часто це потенціометри. В процесі зрівноважування одного елемента, змінюючи величину опору, досягають того, щоб на елементі встановили-

ся напруга і струм таких величин, для яких виконувалася б залежність (4). Потім починають регулювати наступний елемент. Процес зрівноважування вважають завершеним, якщо в усіх елементах після якогось кроку регулювання виконується рівність (4). Залежно від виду зрівноважування розрізняють моделі з ручним і автомат. зрівноважуванням. У першому випадку зрівноважування здійснює оператор, у другому — електромех. слідкуючі системи. На лінійних елементах з ручним зрівноважуванням побудовано прилад ПРВС-2, на елементах з автомат. зрівноважуванням — модель ВОДГЕО (ВНДІ водопостачання, каналізації, гідротехнічних споруд і газових мереж), обчислювач проводових мереж «Монтан-Форшунг» і автоматичну машину Дніпропетровського гірничого ін-ту.



1. Класифікація моделей для розраховування інженерних мереж.

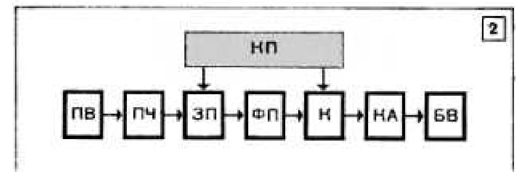
До зрівноважуваних машин з прямою аналогією належить *гібридна обчислювальна машина* «Сейм» (Ін-т електродинаміки АН УРСР). У машині (мал. 2) є пристрій введення (ПВ), перетворювач десяткових чисел на двійкові (ПЧ), запам'ятовувальний пристрій (ЗП), блок функціональних перетворювачів (ФП), блок ключів (К), квазіаналог (КА), блок вимірювання й контролю (БВ) і пристрій керування (ПК). Як *аналог* гілки використовують нелінійний динамічний *квазірезистор*, вольт-амперна характеристика якого має вигляд (4). Набір квазірезисторів і пристроїв для моделювання елементів мережі становить квазіаналог (див. *Квазіаналогова модель*). Зрівноважування квазіаналога здійснюється груповими функціональними перетворювачами. На вхід функціонального перетворювача з квазірезистора надходить напруга U, а на виході формується ф-ція

$$\varphi = U - \frac{R}{\sqrt[n]{a}} \sqrt[n]{U}, \tag{5}$$

де n — показник степеня в формулі (4), a — число, пропорційне опорові гілки, R — омічний опір квазірезистора. Конденсатор квазірезистора підмикають до виходу функціонального перетворювача й заряджають до напруги (5), внаслідок чого вольт-амперна характеристика квазірезистора має вигляд (4). Циклічне підключування групового функціонального перетворювача до квазірезисторів здійснюють аналогові ключі К за сигналами ПК. Вхідна інформація про величину опорів з клавіатури (пристрій введення) на пульті керування машини через ПЧ вводиться в цифровому вигляді в ЗП. В процесі зрівноважування квазіаналога з ЗП *коди* чисел надходять на *опори цифрові керовані*, що містяться в функціональних перетворювачах. У машині потік моделюється струмом, депресія — напругою, БВ здійснює індикацію розв'язування за допомогою приладу, який працює в режимі мікроамперметра або вольтметра.

Моделі з дуальним перетворенням також побудовано за принципом прямої аналогії з модельованими мережами, але тут депресія моделюється струмом, а потік — напругою. В процесі підготовки задачі до розв'язування вихідний граф мережі треба перетворити за певними правилами, щоб одержати конфігурацію моделюючого кола. В результаті таких перетворень вузлóві мережі відповідає контур моделі і навпаки. В моделях з дуальним перетворенням застосовують нелінійні елементи з вольтамперними характеристиками

$$i = aU^n. \tag{6}$$



2. Блок-схема гібридної обчислювальної машини «Сейм».

Це здебільшого варистори або спец. двополюсники з електронними лампами або транзистори.

Обчисл. пристрої для розраховування інженерних мереж з моделюванням приростів грунтуються на розв'язуванні систем нелі-

нійних алгебр. рівнянь ітераційним методом Ньютона. Вихідний вектор невідомих задають оператором. На моделі обчислюють вектор приростів, який треба додати до початкового вектора невідомих, щоб одержати нове наближення. Модель виконано на лінійних елементах. Параметри елементів моделі на кожному кроці ітерації залежать від вектора невідомих на попередньому кроці. Ці обчислення виконує оператор. Розв'язок вважається знайденим, якщо, починаючи з якогось кроку, вектор невідомих не змінюється.

Літ.: Нейман Л. Р., Бередникова В. Ф. Электрическое моделирование сложных нелинейных тепловых сетей и вентиляционных систем. «Электричество», 1954, № 3; Багриновский А. Д. Электрическое моделирование рудничных вентиляционных сетей. М., 1957 [бібліогр. с. 53]; Абрамов Ф. А., Бойко В. А., Фролов Н. А. Моделирование вентиляционных сетей шахт. М., 1961 [бібліогр. с. 215—218]; Цой С., Петрович С. И. Электромоделирующие приборы для расчета вентиляционных сетей. Алма-Ата, 1965 [бібліогр. с. 182—183]; Моделирующие математические машины с переменной структурой. К., 1970 [бібліогр. с. 243—246]. *М. М. Кулик.*

МОДЕЛЮВА́ННЯ МАТЕМАТИ́ЧНЕ — метод досліджування процесів або явищ шляхом побудови їхніх *моделей математичних* і досліджування цих моделей. В основу методу покладено ідентичність форми рівнянь і однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу й моделі, тобто їхні *аналогії*. Матем. моделі досліджують, як правило, за допомогою *аналогових обчислювальних машин* і *цифрових обчислювальних машин*, тому говорять про аналогове й дискретне М. м. На початку 60-х років 20 ст. розроблено один із методів М. м.— *квазіаналогове моделювання*. Цей метод полягає у вивченні не досліджуваного явища, а явища або процесу іншої фіз. природи, яке описується матем. співвідношеннями, еквівалентними відносно одержуваних результатів. Див. також *Моделювання ЦОМ імітаційне*.

МОДЕЛЮВА́ННЯ МИ́СЛЕННЯ — процес побудови *штучного розуму*. Див. також *Моделювання пам'яті*.

МОДЕЛЮВА́ННЯ НА СУЦІ́ЛЬНИХ СЕРЕДО́ВИЩАХ, електричне моделювання — розв'язування крайових задач методом електроаналогій. Уперше цей метод застосував Г. Кірхгоф 1845; пізніше М. Фарадей, Г. Гельмгольц і Дж. Максвелл встановили матем. аналогії електр., магн., гідродинамічних і теплових полів. У Росії на електрогідродинамічну аналогію вперше звернув увагу М. Є. Жуковський. У 1918—22 М. М. Павловський теоретично обгрунтував електрогідродинамічну аналогію (ЕГДА), заклавши цим основу моделювання фіз. полів на суцільних середовищах; згодом цей метод дістав широке практичне застосування при проектуванні та будівництві гідротех. споруд.

Основою методу електр. аналогій є зіставлення рівнянь, наведених нижче в табл.

Перевагою методу є простота моделюючих пристроїв і велика точність відповідності між граничними умовами натури й моделі. Проте цей метод можна застосовувати лише до крайових задач, що в основному зводяться до рівняння Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0, \qquad (1)$$

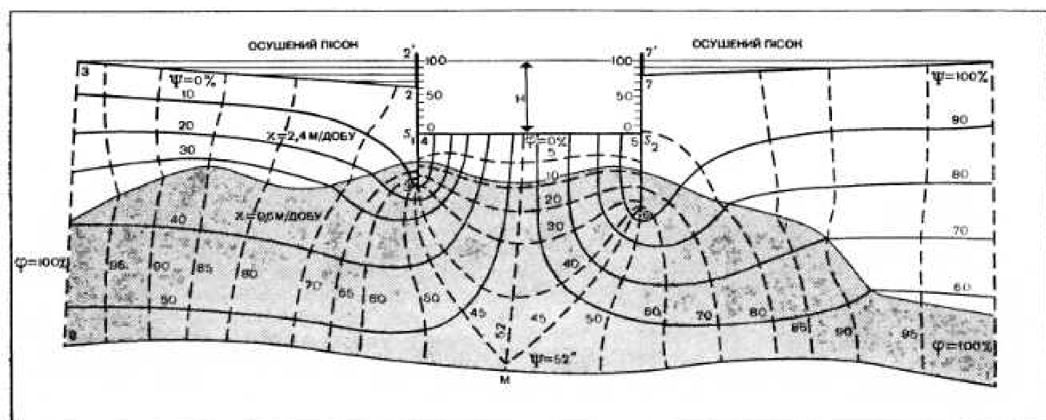
де x, y, z— поточні координати точок моделі; $\varphi(x, y, z)$ — потенціал цих точок, який є шуканою ф-цією (про одержання ф-цій φ і ψ на моделі див. «*ЭГДА*»). Методом М. на с. с. можна розв'язувати задачу лише в тому разі, якщо відомі граничні умови. Для більшості задачі ці умови зводяться до задавання значення ф-ції $\varphi(x, y, z)$ на замкненій поверхні (задача Діріхле) і похідної ф-ції $\frac{\partial\varphi}{\partial n}$ у напрямі нормалі до замкненої поверхні (задача Неймана). Метод М. на с. с., коли розв'язують рівняння (1), складається з трьох осн. етапів. 1. Провідне середовище змінюється за правилами геом. подібності, відображуючи форму оригіналу. 2. Величини напруг або

Стаціонарне електричне поле струму в провідному середовищі	Стаціонарне поле фільтрації рідини	Стаціонарне поле температур
Закон Ома $\vec{J}=-\sigma\,\mathrm{grad}\,\varphi$ $I=\int_S \vec{J}ds$ $\mathrm{div}\,\vec{J}=0$ $\mathrm{rot}\,\vec{E}=0,\ \vec{J}=\sigma\vec{E}$ φ — електричний потенціал $\vec{J}$ — щільність струму σ — питома електропровідність I — сила струму $\vec{E}$ — напруженість електричного поля	Закон Дарсі $\vec{v}=-\varkappa\,\mathrm{grad}\,h$ $Q=\int_S \vec{v}ds$ $\mathrm{div}\,\vec{v}=0$ $\mathrm{rot}\,\frac{1}{\varkappa}\vec{v}=0$ h — п'єзометричний напір $\vec{v}$ — швидкість фільтрації $\varkappa$ — коефіцієнт фільтрації Q — фільтраційна витрата	Основне рівняння теплопровідності $\vec{q}=-\lambda\,\mathrm{grad}\,t$ $Q=\int_S \vec{q}ds$ $\mathrm{div}\,\vec{q}=0$ $\mathrm{rot}\,\frac{1}{\lambda}\vec{q}=0$ t — температура $\vec{q}$ — тепловий потік λ — коефіцієнт теплопровідності Q — кількість тепла (витрата тепла)

струмів добирають так, щоб у моделі відтворювалися граничні умови поля оригіналу. 3. Розподіл напруг, що його одержують у провідному середовищі, фіксує вимірювальний пристрій. Одержані напруги моделі пропорційні розподілові потенціалів досліджуваного поля.

На підставі М. на с. с. розв'язують два типи задач: 1) задачі, в яких потрібно одержати ізолінії поля на всій модельованій ділянці або частині її; 2) задачі, в яких треба одержати величини, що характеризують досліджува-

100 000 *ком* на квадрат. ЕПП має істотні переваги перед ін. матеріалами: з нього можна без особливих труднощів виготовляти моделі з будь-якою конфігурацією меж; окремі аркуші паперу можна склеювати, поєднуючи різні провідності на всій площині й по контуру електропровідним клеєм простого складу (напр., сажа газова, розведена емалітом чи цапон-лаком); провідність паперу легко змінюють, перфоруючи його або покриваючи електропровідними лаками; електронна провідність сажі дає змогу використовувати для



Модель припливу грунтових вод.

не поле загалом, тобто інтегр. характеристики поля. Моделюючи поля за допомогою електр. струму, що поширюється в суцільному середовищі, модель ділянки виконують з провідника, провідність якого значно більша за провідність ізолятора, але значно менша за провідність металевих шин, за допомогою яких задають граничні умови. За провідне середовище може правити рідкий електроліт, що його залито в посудину з ізоляційного матеріалу, який за формою відтворює модельовану ділянку. Цей метод моделювання наз. методом електролітичної ванни. Проте застосування цього методу обмежене через іонну провідність електроліту і складність при виконанні моделі з криволінійними межами й різними зонами провідностей. Але електроліти мають і свої переваги — однорідність за провідністю та можливість утворення тривимірних моделей. Металева фольга, що її застосовували для М. на с. с., через свою велику питому провідність не набула широкого застосування.

Особливо широко почали застосовувати М. на с. с. з 1947, коли як провідне середовище почали використовувати електропровідний папір (ЕПП), який виготовляють за спец. технологією, вводячи в паперову масу електропровідні компоненти — сажу чи графіт. Такий папір наз. електротермічним папером (ЕТП). В СРСР для М. на с. с. випускають спец. ЕПП з підвищеною однорідністю і з широким діапазоном опорів від 20 *ом* до

живлення моделі постійний струм; шукані еквіпотенціальні лінії можна накреслювати олівцем безпосередньо на самій моделі тощо. Але ЕПП має такі вади: неможливо створити об'ємну модель для моделювання тривимірних полів; існує значна анізотропія біля виробничих країв паперу; локальна неоднорідність.

Для моделювання на ЕПП розробили й виготовляють серійно інтегратори ЕГДА, на яких моделюють багато тех. задач. На мал. зображено модель задачі фільтрації, тобто модель припливу грунтових вод до котлована при бічних контурах живлення; склеєно її з двох сортів ЕПП, провідності яких пропорційні коеф. фільтрації грунтів натури.

М. на с. с. можна застосовувати й для дослідження полів з розподіленими внутр. джерелами. Для цього джерела струму підмикають до моделі через резистори чи конденсатори за допомогою спец. електродів — дискретне підмикання, або модель ЕПП і листовий металевий електрод розділяють ізолятором — поліетиленовою плівкою — спосіб розподільної ємності, що його використовують в інтеграторі ЕІНП-1, який випускають серійно.

Літ.: Гутенмахер Л. И. Электрические модели. М.—Л., 1949 [бібліогр. с. 396—401]; Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. К., 1961 [бібліогр. с. 157—165]; Дружинин Н. И. Изучение региональных потоков подземных вод методом электрогид-

родинамических аналогий. М., 1966 [бібліогр. с. 322—333]; Математическое моделирование на интеграторах ЭГДА-9/60. К., 1968; Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Пер. с англ. М., 1962. *В. Г. Панчишин.*

МОДЕЛЮВА́ННЯ ПАМ'ЯТІ — побудова математичних або фізичних моделей процесу запам'ятовування, зберігання в пам'яті й одержування з неї інформації. Цей метод досліджування пам'яті дуже поширився, бо як універсальний моделюючий пристрій дає змогу використовувати *електронні обчислювальні машини.* Місце, яке займає М. п. в моделюванні психічних ф-цій, зумовлюється значенням пам'яті в психічній діяльності людини. Пам'ять моделюють, щоб перевіряти конкретні гіпотези про її механізми, оцінювати повноту наших знань про неї, з'ясовувати необхідність проведення нових фізіол. і психолог. експериментів, перевіряти можливість використовування деяких корисних особливостей пам'яті людини в *запам'ятовувальних пристроях* та інформаційних системах. Є моделі довгочасної й короткочасної, а також слухової, зорової й смислової (вербальної) пам'яті. За принципами роботи моделі можна поділити на аналогові й дискретні, детерміновані й імовірнісні.

Особливий інтерес становить моделювання смислової пам'яті й, зокрема, процесу вибирання з неї необхідної інформації. В цих моделях широко використовують властивість людської пам'яті, запам'ятовуючи, утворювати асоціації й використовувати їх у процесі відтворювання. Сукупність асоціацій зображують звичайно у вигляді *графа.*

М. п. можна здійснити на будь-якому рівні її організації. Ці рівні можуть включати біохім. процеси при утворенні пам'яті, утворення нових синаптичних зв'язків між *нейронами,* закономірності обробки інформації безвідносно до конкретних нейрофізіол. механізмів.

Більшість моделей реалізовано у вигляді *програм* ЕОМ або тех. пристроїв. Ізольовану ф-цію, яка відтворює лише одну сторону досліджуваного процесу, можна змоделювати принципово різними способами. Така модель у кращому разі може правити за прообраз *автомата,* але не може довести тотожності механізму її функціонування з механізмами досліджуваного явища. Лише модель, яка відтворює властивості досліджуваного об'єкта в багатьох аспектах, має достатню ймовірність того, що механізми об'єкта й моделі збігаються.

Літ.: Братко А. А. [та ін.]. Моделирование психической деятельности. М., 1969 [бібліогр. с. 357—382]; Соколов Е. И. Механизмы памяти. М., 1969 [бібліогр. с. 169—175]; Штейнбух К. Автомат и человек. Пер. с нем. М., 1967 [бібліогр. с. 451—483].

Е. Т. Голованъ, С. Я. Заславський, К. О. Іванов-Муромський.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ПРОЦЕ́СІВ РОЗПІЗНАВА́ННЯ І НАВЧА́ННЯ РОЗПІЗНАВА́ННЯ НА ЦОМ — спосіб дослідження різних властивостей *алгоритмів розпізнавання* і навчання розпізнавання, за якого досліджувані алгоритми реалізуються у вигляді програм для універсальних цифрових обчислювальних машин. Моделювання є осн. експериментальним засобом для перевірки правильності первісних положень і висновків теорії *розпізнавання образів.* Позитивні результати моделювання дають змогу переходити до конструювання *розпізнавальних систем,* що реалізують досліджувані *алгоритми.* В практиці сучасного розпізнавання образів моделювання використовують, напр., під час реалізації процесів навчання *читаючих автоматів* (зокрема, коли вибирають *еталони* для *читаючих автоматів кореляційних*), під час *розпізнавання мовних сигналів* або коли аналізують різні схеми *персептрона.* Порівняно з іншими способами дослідження (напр., прямим макетуванням розпізнавальної системи) моделювання має ряд переваг. Завдяки йому, зокрема, можна легко переходити від одного типу досліджуваних алгоритмів до іншого, порівнювати різні алгоритми в ідентичних умовах на одному й тому самому розпізнаваному матеріалі, здійснювати зміни в модельованих алгоритмах у процесі досліджень, оцінювати кожну окрему зміну тех. характеристик функціональних блоків розпізнавальної системи та вплив її на *надійність розпізнавання* (щоб виробити раціональні вимоги до них), визначати, якою мірою прийняті матем. *моделі об'єктів розпізнавання* адекватні реальним сигналам. Доцільно розрізняти два можливі підходи до моделювання: при одному підході моделюються водночас і алгоритми, і самі розпізнавані сигнали (тобто дослідження проводиться в ідеалізованих умовах, на «модельних» наборах ознак); при іншому — інформацією для розпізнавання й навчання розпізнавати є реальні сигнали. В цьому випадку треба, щоб ЦОМ була оснащена тех. засобами для введення значень реальних сигналів. Такими засобами можуть бути, напр., скануючі пристрої для кодування оптичних зображень та пристрої для кодування мовних сигналів.

Системи моделювання, орієнтовані на розпізнавання певної категорії сигналів (напр., оптичні зображення, діагностичні вимірювання в техніці чи медицині, мовні сигнали), умовно можна поділити на дослідницькі системи широкого профілю й вузько спеціалізовані системи. Системи широкого профілю призначені здебільшого для вивчення робочих характеристик і порівняльного аналізу різних алгоритмів у межах певних класів задач розпізнавання й навчання розпізнавати, для оцінки впливу різних обмежень, що їх накладають на розпізнавані сигнали і *навчальні вибірки* сигналів, дослідження матем. моделей об'єктів розпізнавання. Треба, щоб у таких системах моделювання були: пристрої, що здійснюють кодування і введення в ЦОМ значень різних ознак розглядуваних сигналів; засоби оперативного зв'язку дослідника з системою, за допомогою яких можна втручатися в роботу модельованого алгоритму, коректувати його, базуючись на проміжних результатах, і представляти ці результати в зручній для дослідника формі (напр., графічній); розвинуте матем. забез-

печення (у вигляді стандартних підпрограм), за допомогою якого можна здійснювати осн. процедури обробки й розпізнавання сигналів, заданих у вигляді масивів числових значень ознак. Проблема створення ефективного *математичного забезпечення ЦОМ* дослідницької системи моделювання широкого профілю збігається, врешті-решт, із проблемою створення спеціалізованих *алгоритмічних мов*, орієнтованих на моделювання. Вузько спеціалізовані системи моделювання призначені для перевірки робочих характеристик одного конкретного алгоритму на великих масивах реальних сигналів. За допомогою таких систем можна програмно дослідити вплив можливих похибок апаратури проектованої розпізнавальної системи, оцінювати допустимі відхилення характеристик розпізнаваних сигналів (напр., якість друкування для читаючого автомата). На відміну від системи моделювання широкого профілю ввідний пристрій вузько спеціалізованої системи має забезпечувати значну швидкість введення в ЦОМ великих масивів значень ознак розпізнаваних сигналів у вигляді, найближчому до прийнятого в проектованій розпізнавальній системі. Напр., коли моделюють конкретний читаючий автомат, таким ввідним пристроєм може бути блок подавання документів і сканування знаків, взятий від реального автомата і доповнений відповідними елементами, що кодують значення ознак для введення в ЦОМ. *Г. Л. Гімельфарб, В. І. Рибак.*

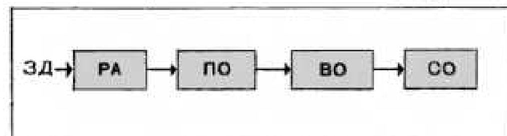
МОДЕЛЮВА́ННЯ ПСИХІ́ЧНИХ ФУ́НКЦІЙ — спрямоване на розкриття програми поведінки людини інформаційне моделювання психічних процесів, яке зводиться до побудови формалізованих моделей психічних функцій. М. п. ф. ведуть у двох напрямах: структурно-системному, який базується на даних нейрофізіології й психології, та в напрямі *програмування евристичного* — моделювання, при якому мозок розглядають як *«чорний ящик»* і його діяльність описують у вигляді системи окремих інформаційних актів, що відбуваються за певними *алгоритмами.*

М. п. ф. грунтується на твердженні, що виділення *інформації* мозком і в ході чуттєвого пізнання й під час абстрактного мислення поняттями відбувається в процесі відображення мозком зовн. і внутр. середовища у вигляді створення внутрішньомозкових моделей. Психофізіологічний субстрат мозкових моделей багато в чому ще не ясний, але матеріальною їхньою основою є, без сумніву, кірко-підкіркові структури. Процес моделювання у вищих організмах здійснюється не шляхом пасивного відображення, а в ході орієнтовно-пошукової діяльності, при активному відбиранні інформації. Відбирання інформації для побудови необхідної стратегії й тактики поведінки створює можливість діяти «розумно». Моделювальний характер рефлекторної діяльності доведено експериментально. Узагальнення обширного матеріалу психології й фізіології вищої нервової діяльності дає змогу прийти до висновку, що робота мозку як інструмента динамічного інформаційного моделювання базується ось на чому: утворення внутрішньомозкових моделей відбувається в результаті переробки інформації, перекодування її з нижчого у вищий код за законами ізоморфного відображення, при порівнянні природжених або набутих у ході онтогенезу моделей з нововиниклими, коли сигнали надходять у мозок. Моделювання відбувається при циркуляції інформації по «функціональній системі»: кора — підкіркові утворення, периферія — центр. Створення моделей у мозку веде до зменшення *ентропії*; внаслідок надходження інформації в мозок збільшується впорядкованість і зменшується невизначеність у цій системі. Робота мозку грунтується й на ймовірнісному прогнозуванні й забезпеченні найменшої взаємодії центрів, коли завдання системи в даній ситуації полягає в тому, щоб мінімізувати аферентацію. Формалізовані моделі психічних функцій реалізують у вигляді *програм* для ЦОМ. Тепер створено програми, які моделюють процес *доведення теорем на ЕОМ*, програми в галузі планіметрії й алгебри, створення музики, прийняття рішень людиною, гру в шахи та ін. ігри, постановки діагнозу, декодування шифру та визначення авторства літературних творів. *К. О. Іванов-Муромський.*

МОДЕЛЮВА́ННЯ СЕНСО́РНИХ СИСТЕ́М — побудова та дослідження математичних і фізичних *аналогів* відділів сенсорних (відчуваючих) систем та *біологічних систем* у цілому. М. с. с. дає змогу встановити кількісні характеристики їхньої роботи, взаємозалежність відділів аналізаторів та виявити динаміку реакцій біол. системи або динаміку процесу навчання її при зміні зовн. діянь і при різних внутр. станах. Сенсорні, або аналізаторні, системи є осн. каналами зв'язку людини з навколишнім середовищем. Деякі клітини, розміщені на зовн. поверхні тіла тварин, у процесі еволюції набули здатності сприймати певні різноманітні зовн. подразнення, які діяли на організм. Ця різноманітність обумовила спеціалізацію аналізаторів.

В організмі розрізняють п'ять сенсорних систем, зв'язаних з п'ятьма органами чуттів: зором, слухом, дотиком, нюхом і смаком. На роботу всіх аналізаторних систем впливає вестибулярний апарат. Хоч у ф-ціях і будові аналізаторів є значні відмінності, проте є й дещо загальне. Спостережувана структурна «поверховість» сенсорних систем пов'язана з функціональними особливостями обробки інформації. Мабуть, кожний структурно виділений «поверх» систем несе своє функціональне навантаження. Спрощену схему «поверхової» організації сенсорної системи показано на мал. Різноманітні зовнішні діяння (ЗД) за допомогою рецепторного апарата (РА) перетворюються в нервовій сітці первинної обробки інформації (ПО), структурно розміщеної поряд з рецепторами. Потім іде одна

(в зоровому аналізаторі) або кілька (в слуховому аналізаторі) підкіркових структур, які провадять повторну обробку інформації з метою виділення деяких узагальнених ознак (ВО), відповідних даному наборові зовнішніх дій. У кіркових структурах мозку здійснюється синтез образу (СО) зовн. середовища, відповідного даній системі узагальнених ознак. Синтезований образ являє нейрофізіол. модель образу зовн. середовища. Нейрофізіол. модель виробляється в процесі навчання, вона може запам'ятовуватись



Спрощена блок-схема «поверхової» організації сенсорної системи.

і потім, на вищих «поверхах», взаємодіяти з моделями інших образів, напр., у процесі асоціативного мислення брати участь у виробленні рухової або мовної реакції організму, яка є відповіддю на дію навколишнього середовища, або використовуватись у процесах керування внутр. сферою організму.

Будь-яка сенсорна система включає в себе рецепторний апарат і ряд послідовних перемикань, пов'язаних між собою нервовими волокнами. Імпульси збудження, які виникають у рецепторах і які зв'язані з перетвореннями зовн. діянь різних модальностей, по нервових волокнах передаються до підкіркових, а потім до кіркових центрів мозку. Загальноприйнятою вважають таку схему перетворення інформації в аналізаторній системі. Рецепторний апарат перетворює різні дії (світло, тепло, тиск, прискорення, звук і т. п.) навколишнього середовища на специфічні розряди нервових імпульсів. Відмічено, що частота цих розрядів може нести інформацію про амплітуду зовн. подразнення, швидкість її зміни і (або) інтегр. діяння подразника. Збудження рецепторної клітини W часто визначається лінійною сумою цих складових зовн. подразника x:

$$W = \alpha x + \beta \frac{dx}{dt} + \gamma \int_0^{\tau} x dt,$$

де α, β, γ — коеф., які визначають властивості даної рецепторної клітини. Якщо в кожний момент часу збудження перевищує поріг рецепторної клітини ($W > W_n$), то клітина посилає імпульс далі, в наступні за рецепторним апаратом нервові утворення. Наведене вище співвідношення при різних значеннях коеф. дозволяє охопити роботу клітин, які спеціалізуються на аналізі амплітуди подразнення та швидкості зміни амплітуди.

Для оптимізації прийому рецепторним апаратом сигналів зовн. середовища організм використовує спец. механізми настроювання. Сигнал, що надходить ззовні, приводить у дію систему м'язів, пов'язану з цим рецепторним апаратом. Система м'язів орієнтує рецепторний орган або все тіло в цілому відносно джерела енергії. Крім того, настроювання може змінювати кількість енергії, що надходить на рецептор (напр., діафрагмування зіниці ока), а також здійснювати стеження за джерелом енергії. Стан апарата настроювання за допомогою м'язових рецепторів передається в його аналізатор і використовується для вимірювання просторових параметрів джерела енергії.

Первинна обробка інформації відбувається в нервових (гангліозних) клітинах рецепторного апарата аналізатора. При такій обробці загострюються просторові та часові границі дії подразника, виділяються просторовий контур зовн. образу, динамічні параметри подразника, змінного в часі, тощо. Усі властивості подразника відбиваються на частоті імпульсації відповідних рецепторних клітин.

При первинній обробці інформації замикаються спец. нейронні механізми концентрації уваги (зосередження), що їх приводить у дію кірковий відділ аналізатора. Концентрація уваги дозволяє виділити й підсилити саме ту інформацію, яка цікавить організм, який сприймає цей сигнал. Виділення узагальнених ознак, властивих тільки даному подразнику, відбувається, очевидно, в підкіркових центрах аналізатора. Саме тут, мабуть, відбувається просторово-часова селекція образів, яка дозволяє біосистемі розрізняти та класифікувати їх. Механізми роботи підкіркових центрів складні, вивчені мало, і їх поки що важко пояснити. Тому важливе значення мають евристичні методи описування цих процесів.

Кіркові відділи аналізаторів, як вважають, відповідають за синтез (за виділеними в підкіркових центрах узагальненими характерними ознаками) образів зовн. середовища. При цьому збудження відповідних нейронних структур кіркового відділу, які представляють нейрофізіол. модель образу, біосистема (людина) ототожнює з усвідомленням зовн. образу. Важливу роль у цих процесах відіграють різні моделі образів навколишнього середовища та аналізу образів, що утворилися раніше. Керування вмиканням і вимиканням моделей здійснюється внаслідок поширення збудження й гальмування, утворення домінантних осередків посилення й гальмування. Кіркові відділи аналізаторів у свою чергу утворюють складну ієрархічну структуру, заповнену нейрофізіол. моделями навколишнього світу. У відповідності з принципом абстрактнішого аналізу сприйняття зовн. світу кожній моделі вищого «поверху» відповідає якась множина моделей нижчого «поверху».

Взаємодія аналізаторів, що відбувається в кіркових і підкіркових структурах мозку, дозволяє за відповідною реакцією біосистеми судити про правильність усвідомлення зовн. образу, послідовності образів тощо. Внаслідок такої взаємодії відбувається формування умовних рефлексів, утворення складних

реакцій біосистеми в режимі навчання, перенавчання, адаптації та ін. Маючи змогу спостерігати впливи на вході рецепторного апарата аналізаторної системи та відповідні реакції біосистеми, можна охопити аналізаторну систему або групу аналізаторних систем з двох боків. Таке вивчення, суміщене з детальним дослідженням рецепторного апарата й фіз. моделюванням *нейронних сіток*, допоможе одержати відповіді на багато питань, пов'язаних з роботою аналізаторних систем.

М. с. с. охоплює побудову моделей кожного з розглянутих структурних «поверхів». Найлегше моделювати процеси перетворення фіз. величин на специфічний нервовий *код*, тобто моделювати рецепторний апарат. Це пояснюється відносною простотою фіз.-хім. реакцій у рецепторах, можливістю одержувати надійні експериментальні дані й використовувати апарат класичної математики для побудови адекватних *моделей математичних* (див. *Модель нервової клітини*).

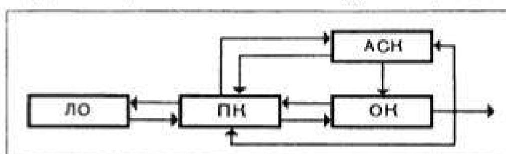
Побудова моделей роботи сіток первинної обробки інформації пов'язана з вивченням нейронних сіток. Ведеться моделювання сіток з досить простих (формальних) моделей нейронів на цифрових машинах, вивчення принципів первинної обробки інформації на сітках, побудованих з фіз. моделей *нейронів* з різними властивостями. Це дозволяє встановити принципи загострення контрасту, виділення меж образу, селекції рухомих об'єктів, вимірювання різних часових та просторових властивостей об'єктів.

Створювати моделі роботи підкіркових та кіркових вузлів сенсорних систем дуже складно. Тому розвиваються евристичні моделі мислення, емоцій і поведінки, побудовані на різних системах початкових гіпотез, і моделі, пов'язані з тех. задачами *розпізнавання образів*. Розвиваються й евристичні моделі «поверхової» обробки інформації, відомі спроби моделювати роботу нейронних сіток із складних елементів, які включають досить велику сукупність нейронів, що виконують одну функцію. За критерій корисності евристичної моделі править збільшення класу задач або спрощення *алгоритму* (програми) розв'язування якоїсь типової задачі. Моделювання аналізаторів як систем сприйняття й переробки інформації є однією з важливих задач *психології інженерної*.

Ю. Г. Антомонов, А. Б. Котова.

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ «ЛЮДИНА — МАШИНА» — побудова й аналіз математичних або фізичних аналогів досліджуваної системи чи елементів її. Предметом моделювання можуть бути й системи, що реально існують, і системи, що їх ще треба конструювати. Для визначення характеристик і раціональних способів конструювання їх застосовують моделювання. Модельний експеримент як засіб дослідження дає змогу відтворювати й вивчати системи, над якими важко або економічно не вигідно провадити прямий експеримент. Вивчаючи *проблему «людина — машина»*, застосовують різні види моделювання: математичне, фізичне, предметне, за допомогою *обчислювальних машин* та ін. На мал. зображено блок-схему типової системи «людина—автомат — об'єкт», а в таблиці наведено різні варіанти моделювання її. Таблицю складено з урахуванням, що пульт керування (ПК) передає інформацію між елементами системи, не спотворюючи її.

У таблиці прийнято позначення: ЛО — людина-оператор; АСК — автомати системи керування; ОК — об'єкт керування; М —



Блок-схема системи «людина — автомат — об'єкт».

математичне, Ел — електронне, Пр — предметне моделювання. Матем. модель системи «людина—машина» (в табл. — 1-й рядок) будують за допомогою матем. опису, в якому адекватно відображаються властивості, що їх виявляє система в різних умовах. Цей опис, що його супроводять інтерпретація елементів опису й зазначення відповідності між експериментально виявленими властивостями системи чи її елементів й властивостями опису, і є моделлю системи й відображає в матем. формі існуючі залежності, зв'язки й закони. Людину-оператора в цьому разі подають, напр., у вигляді *передавальної функції*, використовуючи апарат диференціальних рівнянь, методи *імовірностей теорії* та *математичної статистики*, абстрактної алгебри, матем. логіки тощо. За допомогою матем. моделей можна подати поведінку системи під впливом різних факторів середовища, пошук оптим. розподілу ф-цій між людиною та автоматами й визначення критеріїв роботи системи (надійність, точність, швидкодія та ін.).

№ варіанту	Модельовані елемент системи	Вид моделювання	Елементи, що їх використовують без моделювання
1	ЛО, АСК, ОК	М, Ел, Пр + Ел	—
2	ЛО	Ел	АСК, ОК
3	АСК	Ел, Пр, Ел + Пр	ЛО, ОК
4	ОК	Ел, Пр, Ел + Пр	ЛО, АСК
5	ЛО, АСК	Ел, Пр, Ел + Пр	ОК
6	ЛО, ОК	Ел, Пр, Ел + Пр	АСК
7	АСК, ОК	Ел, Пр, Ел + Пр	ЛО

При цьому визначають умови, параметри й критерії якості роботи осн. елементів системи: вимоги до об'єкта керування як до елемента системи, кількість і вид допоміжних пристроїв, необхідний і достатній для нормального функціонування системи обсяг інформації, яку виведено на пульт керування, вимоги до

персоналу тощо. Так, для опису роботи *системи керування замкненої* в термінах теорії автомат. регулювання було запропоновано матем. модель людини-оператора, що подає її у вигляді системи регулювання з такою передавальною ф-цією:

$$W(p) = e^{-p\tau} \frac{T_{ф}p + 1}{(T_{о}p + 1)(T_{н}p + 1)},$$

де $T_{ф}$ — коеф. форсуючої ланки; $T_{о}$ — коеф. інтегрувальної ланки, зумовленої інерційністю обробки оператором вхідної інформації та прийняття рішень; $T_{н}$ — коеф. інтегрувальної ланки, зумовленої нервово-м'язовою затримкою оператора; τ — час запізнювання людини-оператора. Ця ф-ція визначає залежність величини рухової реакції оператора від величини розузгодження між потрібним і наявним станами об'єкта (відношення першої до другої). Далі цю модель уточнювали, доповнювали й використовували для вивчення конкретних систем і розробляли методики одержування оптим. динамічних властивостей оператора в системі ручного керування. Для цього вводили коректуючі ланки, щоб одержувати передавальну ф-цію керуючої системи, подібну до передавальної ф-ції пропорційної ланки. Пропонували й передавальні ф-ції, для побудови яких використовували інший матем. апарат, зокрема гармонічний аналіз і теорію ймовірностей. Для електронного М. с. «л.—м.» використовують великі можливості обчисл. техніки. Будували моделі таких об'єктів керування, як мартенівський цех, космічний корабель, підводний човен тощо. Для моделювання людини-оператора, чия передавальна ф-ція містить у собі лише форсуючі та інтегрувальні ланки, можна використовувати аналогову обчислювальну машину (АОМ). Якщо ж треба врахувати й час реакції або коли використовують інший матем. апарат описування, то застосовують *цифрову обчислювальну машину* (ЦОМ). Електронне моделювання дає змогу перевіряти правильність різних матем. моделей та уточнювати їх, вносячи потрібні зміни, й легко здійснювати зв'язок з елементами системи, модельованими за допомогою ін. засобів. Внаслідок різнорідності елементів системи часто застосовують мішане моделювання. В цьому разі одні елементи зручніше моделювати за допомогою обчисл. машин, інші — предметним моделюванням, а ще інші — й зовсім не моделювати. Приклад такого моделювання наведено в 2-му рядку таблиці. 3-й варіант моделювання системи здійснюють для визначення обсягу й виду автоматики, яка доповнює оператора, для забезпечення якісного керування об'єктом і для випробовування експериментальних зразків автомат. системи керування та її вузлів.

Вивчаючи об'єкт з точки зору можливості застосування системи «людина—автомат», яка вже існує (частини системи «людина—машина»), і випробовуючи дослідний зразок об'єкта чи агрегатів системи, використовують 4-й варіант моделювання (див. табл.). 2-й, 3-й і 4-й варіанти моделювання використовують для аналізу окремих елементів системи. Ці три варіанти пов'язані з синтезом окремих систем — «людина — автомат», «людина — об'єкт» і «автомат — об'єкт». При цьому з'ясовують питання щодо розподілу ф-цій між людиною-оператором і автоматами, визначають ансамблі контрольованих параметрів, уточнюють вимоги до персоналу та випробовують дослідні зразки елементів системи. Варіант моделювання 7-й (у табл.) використовують при розробці й створенні навчальних макетів, тренажерів і апаратури для професійного добору й діагностики стану оператора. Навчальні макети, призначені унаочнювати принципи роботи осн. вузлів і агрегатів об'єкта керування та автоматики, створюють здебільшого за допомогою предметного, фіз. моделювання. Коли конструюють тренажери, створюють моделі, які відображують не тільки характеристики, зв'язки й закони керування реальної системи, а й обстановку, в якій доводиться діяти операторові, розв'язуючи завдання керування об'єктом, причому широко використовують окремі елементи й конструкції модельованої системи.

Моделі, що їх використовують для професійного добору, імітують основні риси діяльності оператора. Вони призначені виявляти здатності людини опановувати необхідні навики (діагностика навчальності). Контроль за станом оператора здійснюється за допомогою спец. моделей системи керування (або ситуацій, що виникають у них), які допускають вимірювання параметрів діяльності, що відображають рівень працездатності оператора. Своєчасне виявляння погіршень стану оператора дає змогу своєчасно вживати заходів, щоб запобігти аварії з вини персоналу. Див. також *Психологія інженерна*.

Літ.: Чавчанидзе В. В., Гельман О. Я. Моделирование в науке и технике. М., 1966; Система «человек и автомат». М., 1965; Проблемы инженерной психологии, в. 4. Л., 1966; Проблемы инженерной психологии. М., 1967 [бібліогр. с. 195]; Вопросы бионики. М., 1967; Бионика вчера и сегодня. М., 1969 [бібліогр. с. 188—190].

Ю. Г. Антомонов, В. Є. Кабикін, В. В. Павлов.

МОДЕЛЮВА́ННЯ СПРИЙНЯТТЯ́ — створення формальних та фізичних (біологічних) моделей процесу сприйняття (перцепції), тобто нервово-психічного процесу, який відбувається при пізнаванні біологічним об'єктом предметів та явищ зовнішнього середовища.

Нервово-психічний процес сприйняття при М. с. розглядають як інформаційний. Схематично його розбивають на такі етапи: первинне перетворення в рецепторах (нервових закінченнях) сенсорної системи, де відбувається розкладання образу на елементарні складові (виділення елементарних ознак); аналіз у середній ланці аналізатора (органа, який аналізує подразнення), де виробляються вторинні ознаки, та вищий аналіз і синтез образу в кірковому відділі головного мозку (див. *Моделювання сенсорних систем*).

При аналізі принципів, які лежать в основі обробки сенсорної інформації та сприйняття, застосовують два різні експериментальні підходи. В одному з них використовують методи електрофізіології для вивчення процесів, які відбуваються в різних відділах аналізаторів на рівні окремих *нейронів* та ансамблів їх. Другий підхід оснований на психофізіол. методиках. При такому підході реакцію або відповідь досліджуваного об'єкта R розглядають як функцію його особливостей P або функціонального стану, співвіднесених до заданої ситуації S. Поведінку R розглядають на різних рівнях (це і дія, й вербальна відповідь), ситуацію створюють фіз. стимули. Різним ситуаціям S_1, S_2, S_3 відповідають різні відповіді R_1, R_2, R_3, відношення між якими виявляють особливості об'єкта. За апарат обробки править факторний та регресійний аналіз.

У М. с. як інформаційного процесу є три напрями: 1) Побудова біонічних розпізнавальних пристроїв (*читаючі автомати*, пристрої, які розпізнають візуальні об'єкти й мову, пристрої, які синтезують вербальну відповідь). При цьому широко використовують моделювання механізмів виділення елементарних ознак і компресії інформації, тобто моделювання тих етапів перетворення інформації, які здійснюються в рецепторному та провідникових відділах аналізатора. 2) Алгоритмічне моделювання (евристичні програми розпізнавання ситуацій, вироблення рішень, організації пам'яті тощо), тобто моделювання переважно функцій кіркового відділу аналізатора. 3) Аналогове моделювання сенсомоторних зв'язків, коли перцептивний і руховий аспекти дії не розділяються. Цей напрям обумовлено вимогами *психології інженерної* у створенні автомат. регуляторів з мінім. запізнюванням.

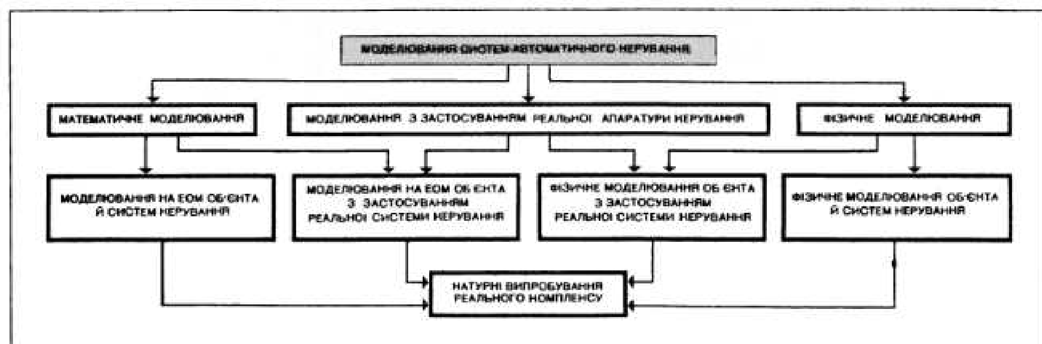


Схема моделювання систем автоматичного керування.

У перших біол. пристроях для *розпізнавання образів* (*персептрон*, Madalin — I, система «Альфа») використовували тільки деякі біол. принципи (напр., просторову сумацію), по суті досить далекі від імітації механізмів біол. сприйняття. Використання конкретних нейрофізіол. механізмів (латерального гальмування, рецептивних полів) приводить до ефективніших результатів. За перспективніше вважають моделювання розпізнавання образів на сітках з адаптивних нейронів, близьких за властивостями до біол., і моделювання деяких інтелектуальних дій.

Літ.: Веккер Л. М. Восприятие и основы его моделирования. Л., 1964; Братко А. А. [та ін.]. Моделирование психической деятельности. М., 1969 [бібліогр. с. 357—382]; Miller B. Satellites will test advanced avionics. «Aviation week and space technology», 1964, v. 81, № 3; Экспериментальная психология. Пер. с франц. М., 1970.

К. О. Іванов-Муромський, І. Д. Пономарьова.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ФІЗИ́ЧНЕ — дослідження об'єктів (систем) на *моделях фізичних*, при якому досліджуваний процес (явище) відтворюють, зберігаючи його фізичну природу, або використовують аналогічне інше фізичне явище. Основою для М. ф. є методи *подібності теорії*, що грунтуються на аналізі розмірностей фіз. величин. Необхідною умовою при М. ф. є додержання геом. подібності оригіналу й моделі та відповідних масштабів для параметрів досліджуваного процесу (явища). Для цього натурні значення відповідних параметрів множать на постійну величину, що її називають масштабом моделювання, або коефіцієнтом подібності, який для осн. параметрів є незалежним, а для похідних параметрів — залежить від основних.

Умовою здійснення подібності є рівність критеріїв — безрозмірних величин з комбінаціями значень фіз. параметрів, що характеризують досліджуваний процес у натурі й на моделі. За характером досліджуваного процесу розрізняють види подібності, для яких розроблено відповідні критерії гідравліч., електр., аеродинаміч. та ін. подібності. М. ф. доцільно застосовувати, досліджуючи такі складні системи, для яких або неможливо, або дуже складно дати досить точний матем. опис їхнього функціонування, а експериментально здобути потрібні для розв'язування задач автоматизації характеристики об'єктів у виробничих умовах неможливо без порушення експлуатаційних режимів технолог. процесів і устаткування, бо це в ряді

випадків неприпустиме (напр., коли досліджують роботу систем автоматики на граничних режимах в умовах великих збурень, наладжують схеми аварійного захисту тощо).

М. ф. складних систем, напр., електр., здійснюють на т. з. динамічних моделях, використовуючи спец. машини-моделі, що відтворюють осн. характеристики реальних елементів системи. М. ф. дає змогу відтворювати властивості систем автомат. керування (САК) повніше, ніж за *моделювання математичного*, що спирається, як правило, на ідеалізовані матем. описи об'єкта (див. *Модель математична*) й елементів системи й забезпечує можливість безпосереднього приєднання до фіз. моделі реальної вимірювальної та регулюючої апаратури без спец. перетворювальних пристроїв, які вносять додаткові похибки й спотворення. На мал. показано місце М. ф. в заг. схемі моделювання САК.

Метод М. ф. менш універсальний, ніж моделювання за допомогою ЕОМ, проте в деяких випадках він ефективний (коли досліджують нестаціонарні режими в регульованих енергосистемах, САК деякими агрегатами хім. і металург. виробництва й автоматики складних електроприводів та в аеродинаміці й буд. техніці, а іноді є єдиним можливим засобом (напр., при відпрацьовуванні бортових САК космічних літальних апаратів), який дає змогу досягти високого ступеня точності й надійності автомат. систем.

Літ.: Кирпичев М. В., Михеев М. А. Моделирование тепловых устройств. М.— Л., 1936 [бібліогр. с. 317—320]; Эйгенсон Л. С. Моделирование. М., 1952 [бібліогр. с. 367—370]; Веников В. А., Иванов-Смоленский А. В. Физическое моделирование электрических систем. М.—Л., 1956 [бібліогр. с. 353—358].

О. Л. Циганков.

МОДЕЛЮВА́ННЯ ЦОМ ІМІТАЦІ́ЙНЕ — метод дослідження, який полягає в імітації на цифровій обчислювальній машині процесу функціонування схем, алгоритмів або структури проектованої машини для визначення правильності проекту та його якості. Визначення цих даних є одним з важливих завдань під час проектування обчислювальних засобів на різних рівнях проектування (див. *Автоматизація проектування ЦОМ*). Для цього використовують різні показники, які відображають в узагальненому вигляді потреби користувачів і затрати на розробку й виробництво обчисл. засобів. За приклади таких показників можуть правити *швидкодія ЦОМ*, затрати на устаткування, оснащеність математичним забезпеченням, час безвідмовної роботи і т. д. Узагальнений показник якості ЦОМ представляють звичайно у вигляді лінійного функціоналу від окремих показників. Окремі показники складним чином залежать від набору внутрішніх характеристик ЦОМ, якими є її алгоритмічні, структурні й фіз. властивості. До них можна віднести, напр., структуру зв'язків між *регістрами* центр. *процесора*, структуру й кількість каналів обміну інформацією між центр. процесором і зовнішнім обладнанням, алгоритми керування обміном інформацією між оперативним і зовнішнім ЗП, часові характеристики пристроїв, розмір сторінок, кількість асоціативних регістрів, середній час *напрацювання на відмову* і т. ін. Такі внутрішні характеристики цікавлять скоріше розробника, аніж користувача, причому багато з них мають імовірнісний характер. Аналіз впливу значень властивостей ЦОМ на показники якості в процесі проектування дає змогу уникнути помилок і оптимізувати проект. Найпоширенішими є такі два методи аналізу: *моделювання математичне* та імітаційне моделювання.

За математичного моделювання процес функціонування структури або схеми ЦОМ подається в межах тієї чи іншої аналітичної моделі, причому для дослідження структур і схем ЦОМ найширше використовують моделі детермінованих автоматів і *автоматів імовірнісних*, моделі масового обслуговування, ігрові моделі графів і т. д. Матем. моделі дають змогу визначити аналітичні залежності окремих показників якості від внутр. характеристик ЦОМ і це полегшує виконання аналізу варіантів проекту. Але використання методу матем. моделювання стримується тим, що рівень деталізації, за яким процес функціонування схеми або структури ЦОМ можна вкласти в рамки *моделі математичної*, часто не задовольняє проектувальника. Не менш жорстким обмеженням застосування цього методу є й недостатній рівень розвитку аналітичного апарату. Так, напр., найцікавіші результати в *масового обслуговування теорії* одержано для найпростішого потоку заявок, але ж потоки заявок в обчислювальних системах, як правило, не описуються моделлю найпростішого потоку.

Сутність методу імітаційного моделювання полягає в розробці програмного *алгоритму* процесу функціонування структури або схеми ЦОМ з урахуванням обраного рівня деталізації та його випробувань для одержання потрібних внутр. характеристик структури або схеми. Цей метод дає змогу в принципі дослідити структури й схеми ЦОМ будь-якої складності й на будь-якому рівні деталізації. Водночас є очевидними й вади цього методу: на відміну від методу матем. моделювання, який дає змогу одержати аналітичні залежності показників від внутрішніх характеристик ЦОМ, одиночне випробування моделі може дати лише значення певного показника за заданими значеннями характеристик ЦОМ. Характерно, що одержання формульних або графічних залежностей показників від характеристик ЦОМ потребує багаторазових випробувань; розробка *програм* складних імітаційних моделей є трудомістким процесом. Зазначені вади використання методу імітаційного моделювання відображуються і в проблематиці осн. напрямів розвитку й використання цього методу: 1) в розробці стандартних прийомів представлення імітаційних моделей; 2) до-

слідженні ступеня подібності імітаційних моделей реальним об'єктам і 3) в розробці засобів *автоматизації програмування*, орієнтованих на задачі моделювання.

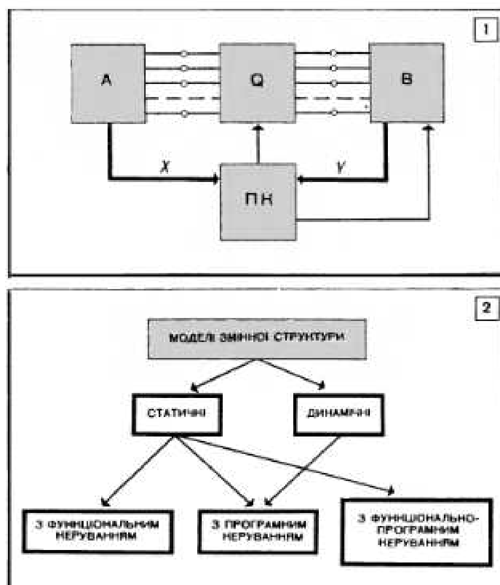
Стосовно до імітаційного моделювання структур і схем обчисл. засобів до першого напряму належать задачі розробки моделей потоків вхідної інформації й типових моделей підсистем обчисл. машини, задачі використання матем. моделей як елементів імітаційних моделей, а також задачі перетворення імітаційних моделей для спрощення програм та збільшення їхньої швидкодії; другий напрям становлять задачі використання й обробки статистичного матеріалу, задачі дослідження відповідності імітаційної моделі реальному об'єктові на основі нагромадженого статистичного матеріалу; третій напрям становлять задачі розробки систем автоматизації програмування, орієнтованих на задачі моделювання. Останній напрям набув широкого розвитку.

Специфіка задач моделювання на різних етапах проектування дає змогу виділити, принаймні, два підкласи систем, орієнтованих на реалізацію системного й логічного моделювання. До першого підкласу належать системи, що мають розвинуті загальноалгоритмічні засоби, широкий набір засобів описування паралельно виконуваних дій та опис часових діаграм виконання процесів, а також розвинуті засоби збирання і обробки статистичного матеріалу. До систем програмування цього підкласу належать мови програмування *СИМУЛА*, GPSS, *СИМСКРИПТ* і *СЛЕНГ*. Вхідні мови зазначених систем, за винятком GPSS, є підмножинами процедурно-орієнтованих мов програмування (напр., *АЛГОЛ-60* або *ФОРТРАН*), розширеними засобами динамічних структур даних, операторами керування квазіпаралельними процесами, спец. засобами збирання статистики й засобами обробки списків. Зважаючи, що цей арсенал засобів дає змогу вести статистичні дослідження моделей, то системи моделювання 1-го підкласу іноді наз. системами статистичного моделювання. До 2-го підкласу належать системи, що дають змогу зручно й стисло відобразити логічні й топологічні особливості схем, які мають засоби роботи з частинами слів, засоби перетворення форматів, а також засоби записування мікропрограм. До цього підкласу систем належать мови програмування ЛОТІС, ЦІМОД, *АВТОКОД* та ін. За своїми можливостями ці мови наближаються до таких алгоритмічних мов, як *ЛЯПАС* і АЛОС.

Літ.: Применение вычислительных машин для проектирования цифровых устройств. М., 1968 [бібліогр. с. 252—254]; Глушков В. М. [та ін.]. СЛЭНГ — система программирования для моделирования дискретных систем. К., 1969 [бібліогр. с. 412—413].

В. В. Литвинов.

МОДЕ́ЛЬ ЗМІННОЇ СТРУКТУ́РИ — модель, структура якої змінюється в процесі моделювання якогось об'єкта (при цьому структура й параметри модельованого об'єкта можуть бути постійними). М. з. с. належать до класу алгоритм. моделюючих пристроїв. Розв'язування задач на таких моделях забезпечується виконанням послідовних операцій, на які поділяється процес пошуку, а керування роботою окремих блоків і вузлів моделі здійснюється відповідно до цього поділу. Така побудова моделюючих пристроїв дає змогу значно збільшити їхні функціональні можливості, а в ряді випадків — істотно спростити їх. Кожна М. з. с. складається з таких осн. функціональних частин (мал. 1): А — багатополюсник постійної структури, що містить інформацію про розв'язувану задачу; В — багатополюсник, що його структура й параметри можуть змінюватися в часі. Багатополюсники А та В в процесі розв'язування задачі з'єднуються за допомогою ключової матричної схеми Q відповідно до *алгоритму*, що його задає пристрій керування (ПК). За принципом одержання розв'язку М. з. с. можна поділити на статичні й динамічні (мал. 2). У статичних М. з. с. розв'язок одержується в результаті послідовного виконання окремих матем. залежностей, що становлять заг. алгоритм пошуку. Щоб реалізувати матем. операції за командами ПК, формують моделі постійної структури. Розв'язок можна одержати, виконавши один або кілька циклів зрівноважування. На відміну від статичних М. з. с., в динамічних задані й модельовані рівняння еквівалентні лише в режимі змінювання структури моделі відповідними комутаціями. Розв'язок задачі одержують як певний усталений періодичний процес циклічним перемиканням зрівноважувального елемента. Як запам'ятовувальний елемент у



1. Блок-схема моделі змінної структури.
2. Класифікація моделей змінної структури.

таких моделях використовують конденсатори, тому треба, щоб процес зрівноважування був неперервним, бо інакше досягнутий розподіл струмів і напруг почне змінюватися внаслідок розряджання запам'ятовувальних конденсаторів.

Залежно від способів керування параметрами ключової матриці Q М. з. с. поділяють на моделі з функціональним, програмним і функціонально-програмним керуванням. У моделях з функціональним керуванням момент переходу з одного структурного стану в інший у процесі пошуку розв'язку залежить від ступеня виконання окремих матем. операцій із заданою точністю. Реалізовуваний алгоритм пошуку містить логічні операції умовного переходу, які й формують команди перемикання. Ключова матриця такої моделі є ф-цією аналогових змінних $Q = Q(X, Y)$. У моделях з програмним керуванням моменти змінювання структурного стану не залежать від змінних X і Y, а блоки й вузли працюють за заздалегідь визначеною жорсткою програмою. Структура ключової матриці такої моделі є ф-цією часу $Q = Q(t)$, бо положення ключових елементів і порядок комутації їх визначається заздалегідь, перед розв'язуванням задачі, й реалізується незалежно від величин і знаків, що їх набувають змінні у процесі розв'язування. Як правило, М. з. с. з програмним керуванням являє собою моделююче коло з циклічно змінюваною структурою, тобто структура моделі повторюється через певні проміжки часу. Способи реалізації програмного зрівноважування в М. з. с. можуть бути дуже різноманітні. Динамічні моделі допускають реалізацію лише програмного виду керування ключовою матрицею Q. В цьому разі найпоширенішим і найбільш дослідженим є спосіб покоординатного зрівноважування. Він полягає в тому, що за кожний момент часу лише одна компонента ключової матриці набуває значення «1» (ключ замкнено), а решта — дорівнює «0», що відповідає розімкненим ключам.

У заг. випадку алгоритм пошуку будують так, що послідовність виконання частин матем. операцій для всіх циклів зрівноважування (ітерацій) встановлено заздалегідь, а порядок виконування ін. операцій може змінюватися від ітерації до ітерації залежно від перебігу обчисл. процесу. В цьому разі $Q = Q(X, Y, t)$, а моделі такого роду наз. моделями з функціонально-програмним керуванням. Точність розв'язування задач на М. з. с. залежить від принципів побудови таких моделей. Для статичних М. з. с. вона залежить від точності моделювання окремих матем. операцій, що становлять заг. алгоритм розв'язування, та від кількості циклів зрівноважування. Точність розв'язування на них може бути не гірша, ніж на звичайних *аналогових обчислювальних машинах.* Динамічні машини мають принципово неусувну похибку, зумовлену неідеальністю запам'ятовування на конденсаторах. Цю похибку можна зменшувати, скорочуючи тривалість циклу зрівноважування та збільшуючи ємність запам'ятовувальних конденсаторів.

Літ.: Пухов Г. Е., Борковский Б. А. Принципы построения динамических цепей. «Теоретическая электротехника», 1966, в. 1; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Пухов Г. Е., Борковский Б. А. Динамическое моделирование и специализированная вычислительная техника. — Грездов Г. И. Вопросы теории моделей переменной структуры. «Математическое моделирование и теория электрических цепей», 1968, в. 6.

Ю. П. Космач.

МОДЕ́ЛЬ ЗОРОВО́ГО АНАЛІЗА́ТОРА — 1) математичний опис процесів приймання та перетворення інформації в зоровому органі *(модель математична)*; 2) фізичний пристрій, що відтворює обробку сигналів подібно до того, як це відбувається в біологічному аналізаторі (модель фізична). До складу зорового біологічного аналізатора входять рецепторний апарат та ряд послідовних структур нервових клітин, зв'язаних між собою нервовими волокнами. Нервові клітини зорового аналізатора організовані в певні структурно-функціональні ансамблі — рецептивні поля. Рецептивні поля клітин нервових вузлів сітківки, а також нервові клітини підкіркової структури — зовн. колінчастого тіла (ЗКТ) та кори мозку поділяють на три класи: такі, що реагують на вмикання світла, реагують на вимикання світла й такі, що реагують на вмикання й вимикання світла. Встановлено, що рецептивні поля сітківки мають ще й здатність виявляти межу опуклої темної області, зміни освітленості, контрастну поверхню, яка змінюється або рухається. Рецептивні поля підкіркової структури ЗКТ здійснюють подальшу обробку інформації, пов'язану в основному з виділенням деяких узагальнених ознак зорового образу. Рецептивні поля кори організовані складніше, ніж поля сітківки та ЗКТ. У зоровій корі є прості, складні й надскладні рецептивні поля, які відповідають за розрізнювання форми, яскравості та кольору зорового образу, а також за формування класу образів при навчанні.

Досить повних матем. моделей, які б охоплювали одночасно переробляння інформації рецепторним апаратом, підкірковими та кірковими структурами зорового аналізатора, поки що немає. Дослідження щодо моделювання зору можна поділити на кілька груп: а) моделювання діяння світлового сигналу на чутливі елементи зорових органів; б) моделювання руху ока під час переміщення об'єкта; в) моделювання інерції та іррадіації зору; г) моделювання відчуття кольору; д) моделювання виділення ознак та узагальнення ознак у зоровий образ. Осн. властивість зорового аналізатора, яку слід враховувати, будуючи модель рецепторного апарата,— наявність для зорової системи мінімуму порогової енергії подразнюючого стимулу. Зорове сприйняття дискретне в часі. У найбільш явному вигляді інерція та іррадіація зору виявляються, напр., у злитті частих світлових миготінь та злитті досить густо

розміщених смуг різної яскравості. Побудовано матем. модель інерції та іррадіації зору на основі аналогії між зором та тепловими явищами. Ці властивості зору описують дифер. рівнянням 2-го порядку в частинних похідних. В основі моделювання руху ока при сприйнятті рухомих об'єктів лежить уявлення зорового аналізатора у вигляді *слідкуючої системи*. Властивості зорового аналізатора можна з'ясувати за допомогою аналізу рефлекторних рухів ока, спричинених зміщенням точки фіксації. Цей аналіз дає змогу припустити, що фіксацію здійснює не поодинокий елемент сітківки, а «зона нечутливості», всі точки якої є рівноцінними для підтримання фіксації. Ряд моделей (фізичних і математичних) побудовано з припущенням про стрибкоподібність руху ока за мішенню. Така модель являє собою імпульсну слідкуючу систему. Є моделі, здатні описувати неперервні й дискретні рухи ока.

Основою моделювання колірного зору є гіпотези про природу відчуття кольору. За трикомпонентною теорією колірного зору світлочутливі елементи — палички — не розрізняють кольору, реагуючи тільки на яскравість, а колірний зір забезпечують колбочки. Інша модель колірного зору заснована на припущенні про існування в сітківці тільки двох приймачів світла: колбочок та паличок. Припускають, що колбочки та палички відрізняються лише тим, що мають різні спектральні характеристики. Сигнал від колбочок іде по одному каналу, а від паличок — по другому. Колірний зір виникає в процесі одночасного передавання сигналів по обох каналах і сприйняття цих сигналів кірковими структурами мозку.

Є спроби математично описати деякі процеси, що виникають у рецептивних полях сітківки ока, в детермінованому та стохастичному поданнях. З'явилися праці, автори яких намагаються розглядати процеси, що відбуваються в процесі зорового сприйняття, спираючись на *інформації теорію*. Побудовано моделі осн. операцій у зоровій системі й розглянуто з заг. теоретично-інформаційних позицій багато явищ фізіол. оптики та психології зору. Докладно вивчаються нейронні сітки, пов'язані з роботою зорового аналізатора. Теор. дослідження щодо виділення ознак, узагальнення та розпізнавання образів, як правило, не мають на меті безпосередньо моделювати процеси в зоровому аналізаторі. Незважаючи на це, розроблювані *алгоритми розпізнавання* відображують багато властивостей зорового аналізатора.

Літ.: Глезер В. Д. К характеристике глаза как следящей системы. «Физиологический журнал», 1959, т. 45, № 3; Кравков С. В. Цветовое зрение. М., 1951 [бібліогр. с. 164—171]; Ляпидевский В. К. Модель цветного зрения. «Доклады АН СССР», 1960, т. 134, № 2; Глезер В. Д. Механизмы опознавания зрительных образов. М.— Л., 1966 [бібліогр. с. 189—202]; Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Рвачов В. Л., Мурашко А. Г. Математичні моделі зору. К., 1966.

А. Б. Котова, А. О. Петров.

МОДЕЛЬ МАТЕМАТИЧНА — система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. Для створення М. м. можна використовувати будь-які матем. засоби — мову дифер. або інтегр. рівнянь, *множин теорію*, абстрактну алгебру, *логіку математичну*, *імовірностей теорію* тощо. Процес створення М. м. наз. *моделюванням математичним*. Це найзагальніший і найуживаніший у науці, зокрема в кібернетиці, метод досліджень.

МОДЕЛЬ НЕРВОВОЇ КЛІТИНИ — а) математична — система рівнянь, розв'язок якої описує активність клітини; б) фізична — технічний пристрій, що відтворює певні властивості, характерні для оригіналу. Робота клітини дуже складна, бо пов'язана з молекулярними процесами в ній, потоками різних іонів через мембрану і синаптичними подразненнями (див. *Збудження клітини теорія* і *Біологічні системи*). Вона полягає в генеруванні специфічних імпульсів — потенціалів дії — у відповідь на подразнення. Імпульсна активність клітини характеризується детермінованою складовою, що відображає перетворення певних параметрів подразнення на частоту розрядів, і випадковою складовою, пов'язаною зі спонтанною активністю клітини.

Осн. метою при побудові *моделей математичних* (статистичних) імпульсної активності *нейронів* є одержання теор. залежностей, що зв'язують параметри вхідних імпульсних послідовностей, які надходять на синапси нейрона, з його вихідною імпульсацією, тобто визначення способів перетворення нейроном інформації, що до нього надходить. В основу моделей покладено уявлення про нейрон як пороговий елемент, який здійснює лінійне додавання місцевих постсинаптичних потенціалів (ПСП) та генерує потенціал дії, коли сумарний ПСП досягає порога. Для ряду моделей вважають, що «випадковість» властива не вхідному сигналові, а самому нейронові, тобто імпульсація, що надходить на нейрон, є детермінованою, а поріг нейрона флуктуює випадково. Теорія збудження клітини, що відбиває детерміновану складову її активності, пов'язана з вибірковою проникністю клітинної мембрани до різних іонів. Під час нервового імпульсу спочатку збільшується проникність її для іонів натрію; натрій входить усередину клітини, і потенціал мембрани може навіть змінювати свій знак. Повільніше наростає проникність для іонів калію. Проникність для іонів натрію в цей час зменшується і внутр. поверхня мембрани знову заряджається негативно по відношенню до зовнішньої.

Матем. модель збудження Ходжкіна — Хакслі визначає повний струм (I) через мембрану клітини через провідність по відношенню до іонів калію, натрію та ін. Записують її у вигляді:

$$I = c\frac{du}{dt} + \bar{g}_k n^4 (u - u_k) +$$

$$+ \bar{g}_{\text{Na}}\, m^3 h\,(u - u_{\text{Na}}) + g_l\,(u - u_l);$$

$$\frac{dn}{dt} + (\alpha_n + \beta_n)_n = \alpha_n;$$

$$\frac{dm}{dt} + (\alpha_m + \beta_m)\, n = \alpha_m;$$

$$\frac{dh}{dt} + (\alpha_h + \beta_h)\, h = \alpha_h; \qquad (1)$$

$$\alpha_n = 0{,}01\,(v + 10)\,\frac{1}{e^{\frac{v+10}{10}} - 1};$$

$$\beta_n = 0{,}125 e^{\frac{v}{80}};$$

$$\alpha_m = 0{,}1\,(v + 25)\,\frac{1}{e^{\frac{v+25}{10}} - 1};$$

$$\beta_m = 4e^{\frac{v}{18}};$$

$$\alpha_h = 0{,}07 e^{\frac{v}{20}};$$

$$\beta_h = \frac{1}{e^{\frac{v+30}{10}} + 1},$$

де $\bar{g}_k n^4$ — провідність мембрани по відношенню до іонів калію; $\bar{g}_{\text{Na}} m^3 h$ — провідність мембрани по відношенню до іонів натрію; c — питома ємність мембрани, u — потенціал мембрани; v — зсув мембранного потенціалу по відношенню до первісного значення; u_k, u_{Na}, u_l — рівноваги потенціали для відповідних іонів, що їх відраховують від потенціалу спокою; α, β — коеф. дифер. рівнянь, n, m, h — додаткові безрозмірні змінні для точнішої апроксимації експериментальних даних.

Система рівнянь (1) дуже громіздка, і розрахунок потенціалу дії можливий лише на *цифровій обчислювальній машині*. Її можна модифікувати, якщо ввести між зміною натрієвої та калієвої провідності мембрани такий зв'язок:

$$\frac{dg_{\text{K}}}{dt} = k_1 g_{\text{Na}},$$

$$\frac{dg_{\text{Na}}}{dt} = kv - a_1 g_{\text{Na}} - a_0 g_{\text{K}}, \qquad (2)$$

де k_1, k, a_1, a_0 — відповідно коеф. розмірності й пропорційності.

З системи рівнянь (1) випливає, що зовн. подразнення діє незалежно на провідність мембрани по відношенню до іонів натрію й калію, а з системи рівнянь (2) — що зовн. подразнення змінює провідність по відношенню до іонів натрію, а потік іонів натрію приводить у дію механізм зміни провідності по відношенню до іонів калію.

Першу і другу модель динаміки проникності мембрани можна застосувати для пояснення роботи одного або двох незалежних каналів мембрани. Зміну мембранної провідності для різних іонів покладено в основу матем. опису зміни мембранного потенціалу:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{c}\,(g_{\text{K}} - g_{\text{Na}})\, u = kv. \qquad (3)$$

Система рівнянь (2) та рівняння (3) дають можливість, змінюючи співвідношення провідностей на різних стадіях збудження, одержати характеристики форми потенціалу дії та особливості ритміки для нейронів різних типів і з різними видами адаптації. Система рівнянь (2) охоплює зміну мембрани нервового волокна при $a_1 = 2\sqrt{a_0}$, випадок фазичної реакції клітини при $0 < a_1 < 2\sqrt{a_0}$ та тонічної реакції клітини при $a_1 = 0$. Т. ч., різні адаптаційні властивості клітини визначаються динамікою іонних провідностей мембрани. Системі рівнянь (2) та рівнянню (3), в якому простіше описується робота нервової тканини, можна віддати перевагу перед системою рівнянь (1).

Нейрон є складним пристроєм перетворення інформації. Вхідне коло нейрона перетворює частотно-модульовані дискретні вхідні послідовності у величину неперервно змінюваного потенціалу, який, у свою чергу, визначає частоту вихідної дискретної послідовності. У цьому разі нейрон виступає як дискретно-неперервно-дискретний перетворювач. З цього погляду він являє собою неперервний аналоговий пристрій, а дискретна форма сигналів служить для зручності передачі інформації по нервових волокнах від нейрона до нейрона і для збільшення точності роботи нейрона. Важливе значення для обробки інформації має амплітудно-частотна характеристика нейрона, що зв'язує величину збуджувального потенціалу з частотою виходу.

При конструюванні **фізичних** М. н. к. осн. увагу звертають на відображення в моделі ритмічних властивостей нейрона, властивостей просторово-часової сумації та фаз рефрактерності.

Фіз. модель нейрона наз. по-різному: нейристор, артрон, симурон, адалін, нейромім, мемістор і т. п. Фізичні М. н. к. являють собою електронні пристрої, зібрані на лампах, напівпровідникових тріодах або тунельних діодах. Основу електронних моделей становлять, як правило, різні модифікації релаксаційних генераторів або мультивібраторів. Недоліком моделей нейронів на електронних лампах є їхня громіздкість, що обмежує використання їх у сіткових структурах. Перспективнішими щодо цього є моделі нейронів

виконані на напівпровідникових тріодах та тунельних діодах. Основу таких моделей становить очікуючий мультивібратор. Вхідне інтегруюче коло здійснює просторово-часову сумацію. Багато параметрів цієї моделі відповідають даним, що їх одержано в електрофізіол. експериментах. Розроблено також моделі нейронів, в основі функціонування яких лежать електрохім. процеси (хімотрони).

Літ.: Антомонов Ю. Г. [та ін.]. Элементы теории нейрона. К., 1966 [бібліогр. с. 110—112]; Ходоров Б. И. Проблема возбудимости. Л., 1969 [бібліогр. с. 289—301]; Hodgkin A. L., Huxley A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. «The journal of physiology», 1952, v. 117, № 4.

Ю. Г. Антомонов, А. Б. Котова.

МОДЕЛЬ СЛУХОВОГО АНАЛІЗАТОРА — 1) математичний опис процесів перетворення інформації в органі слуху (математична модель); 2) фізичний пристрій, що відтворює обробку сигналів аналогічно до того, як така обробка відбувається у відділах біологічного аналізатора (фізична модель). М. с. а. дає уявлення про принципи організації аналізатора і її практично застосовують для побудови біонічних пристроїв для аналізу та розпізнавання складних акустичних сигналів. Основу для моделювання аналізатора становлять результати фізіол. експериментів, узагальнення яких приводить до побудови обгрунтованої гіпотези про характер обробки сигналів біол. структурами аналізаторів. Обробка слухової інформації відбувається в аналізаторі за кілька послідовних етапів. У рецепторному відділі аналізатора — завитку відбувається перетворення звукового тиску на просторово-часовий розподіл збудження рецепторних клітин, яке далі обробляється 12 — 14 шарами нейронних структур. Є принаймні 5 відділів аналізатора, що складаються з одно- та багатошарових структур *нейронів.* Кожний відділ, крім висхідних аферентних шляхів, якими надходить інформація, має й кілька *зворотних зв'язків* від верхніх структур (мал.), будучи, отже, інформаційним фільтром, робота якого регулюється згори. В роботі аналізатора велику роль відіграють механізми *адаптації* і настроювання на сигнал. Встановлено вибірковість реакції нейронів на частотні стимули, тому моделі *нейронних сіток* враховують просторовий розподіл частот в аналізаторі та підвищення вибірковості в міру висхідного аналізу. Структури з нейронів з боковими гальмівними зв'язками здатні підвищувати роздільну здатність аналізатора за частотою шляхом просторового диференціювання збудження. На цій основі виникла концепція «узорів», яка ставить у відповідність кожному сигналові певну просторово-часову комбінацію «узорів» збудження й гальмування нейронів у проекційних ділянках слухової кори головного мозку. Матем. та електронне моделювання нейронних механізмів поки що охоплює перші два рівні нейронів (нейрони спірального ганглія та кохлеарних ядер). Осн. результати одержано на аналогових електронних моделях та шляхом розрахунків на обчисл. машинах. Найменше вивчено й змодельовано принципи часового аналізу сигналів слуховим аналізатором. Наприкінці 60-х рр. для побудови моделей застосовували матем. апарат теор. кібернетики, зокрема, теоретико-інформаційні методи. Розрахунки інформаційних можливостей відділів аналізатора та зіставлення їх з фізіол. даними показали, що в міру висхідного аналізу кількість перероблю-

Блок-схема слухового аналізатора.

ваної інформації зменшується, і на кожному рівні виділяють ознаки сигналів різної складності. На нижніх рівнях аналізуються прості характеристики типу частоти й інтенсивності, а на вищих провадиться синтез та пізнання образу і виробляються складні реакції. При моделюванні процесів синтезу та пізнання образів у слуховому аналізаторі натрапляють на недостатність докладних фізіол. даних про діяльність окремих елементів слухової системи та складність організації багаторівневої системи аналізу. Тому існуючі моделі описують окремі процеси здебільшого на нижніх рівнях, тут відбувається уточнення ряду фізіол. фактів, нагромаджуються матеріали щодо часової орг-ції слухового аналізу. Розвиток моделювання слухового аналізатора пов'язаний з розв'язанням складної проблеми *розпізнавання образів*, зокрема слухових, мовного керування машинами та механізмами, створення нових систем зв'язку та автомат. програмування й перекладу.

Літ.: Лабутин Б. К., Молчанов А. П. Слух и анализ сигналов. М., 1967 [бібліогр. с. 79]; Гершуни Г. В. [та ін.]. Синаптические преобразования афферентного потока на нейронах слуховой системы. В кн.: Синаптические процессы. К., 1968; Позин Н. В. Моделирование нейронных структур. М., 1970 [бібліогр. с. 248—259]; Долятовский В. А. Первичное преобразование сигнала в слуховой системе.— Долятовский В. А., Пономарева И. Д., Цепков Г. В. К анализу структурной и функциональной организации сенсорных систем. В кн.: Кибернетические аспекты в изучении работы мозга. М., 1970; Фланаган Дж. Л. Анализ, синтез и восприятие речи. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 378—392].

В. А. Долятовський.

МОДЕ́ЛЬ «СМИСЛ↔ТЕКСТ» — модель системи автоматичного перекладу з однієї мови на іншу, що є водночас і програмою описування природної мови. М. «с. ↔ т.» опирається на досягнення першого десятиріччя робіт з автомат. перекладу (АП) в СРСР і за рубежем (1954—64) — перехід від бінарних алгоритмів перекладу до ідеї незалежності синтаксичного аналізу від наступного синтезу, метод фільтрів, методи семантичного *тезауруса* й семантичних множників та на уявлення про описування мови як про *числення*, запроваджене в лінгвістику теорією *граматик породжувальних*. М. «с. ↔ т.» виходить з таких принципів: опанування мовою проявляється у того, хто говорить, у здатності висловити потрібний йому смисл за допомогою відповідного тексту, а в того, хто слухає,— в умінні видобути з тексту смисл, що є в ньому; при АП з мови на мову основні операції руху від смислу до тексту і навпаки постають у явному вигляді: смисл, закодований вхідною мовою, підлягає декодуванню й незалежній фіксації, а потім кодуванню вихідною мовою. Тому завдання АП й наукового описування мови, тобто побудови її діючої моделі, збігаються. Істотною властивістю природної мови є багатозначність функції «смисли ↔ тексти»; один і той самий смисл можна виразити багатьма різними способами (так, для фрази «Только обилие специальных терминов в этом тексте мешает ему перевести его» в російській мові є принаймні 10^7 синонімічних перифраз). У М. «с. ↔ т.» цій властивості відповідає принцип множинності синтезу — щодо заданого смислу. М. «с. ↔ т.» покликана будувати всі відповідні йому тексти; для цілей АП породжування може обмежуватися одержанням першого задовільного в усіх відношеннях варіанта перекладу. Рух від смислу до тексту (і навпаки; але досі М. «с. ↔ т.» розробляли в основному в аспекті синтезу) можна уявити як такий, що проходить кілька рівнів — від «максимально семантичного» уявлення до реального тексту.

З розробкою М. «с. ↔ т.» пов'язане відкриття такої фундаментальної лексико-семантичної властивості природних мов: існує 50—100 значень, таких, що кожне з них часто виражається в тексті; загальне число різних виражень кожного з них дуже велике — понад 100; у кожній даній точці тексту вибір конкретного вираження строго визначається *ключовим словом* C, яким виражається це значення. Ці значення названо стандартними лексичними функціями (ЛФ) від ключових слів, а їхні вираження — значеннями ЛФ, або лексичними корелятами. Приклади ЛФ наведено в табл. 1.

Деякі ЛФ, які відіграють важливу роль у М. «с. ↔ т.», відповідають досить абстрактним значенням, які перебувають на межі *семантики* й синтаксису. До них належать т. з. лексичні заміни, тобто ЛФ, які ставлять у відповідність ключовому слову C кореляти з тим самим значенням, належні до тієї самої частини мови (синоніми — Syn) або до інших частин мови (похідні — V_0, S_0, A_0, Adv_0), напр., S_0 (будувати) = будівництво; A_0 (будувати) = A_0 (будівництво) = будівельний; Syn (вважати) = думати; S_0 (вважати) = думка; V_0 (вважати) = думка тощо; ЛФ $Oper_1$, $Func_i$ та $Labor_{ij}$, які є одієслівленим вираженням синтаксичного зв'язку між назвою ситуації та її учасниками (табл. 2).

Рух у М. «с. ↔ т.» від смислу до тексту, або семантичний синтез, припускається за такою схемою. 1. Семантичний компонент: від смислового запису (складного графа семантичних елементів) до синтаксичних структур. 2. Синтаксичний компонент: від синтаксичної структури до лінійних послідовностей абстрактних характеристик словоформ. 3. Морфологічний компонент: від абстрактної характеристики словоформи до її фонемного зображення. 4. Фонологічний компонент: від фонемного зображення до орфографічного запису.

Найменш розробленим у лінгвістиці й найактуальнішим є семантичний компонент, у якому М. «с. ↔ т.» виділяє три рівні: а) початкове мовне оформлення смислу: від абстрактного семантичного запису до т. з. базових структур; б) мовне перифразовування: від базової структури до всіх глибинних лексико-синтаксичних структур (ЛСС), синонімічних їй; в) синтаксична реалізація ЛСС: від ЛСС до всіх відповідних їй поверхневих синтаксичних структур (ПСС).

Таблиця 1

ЛФ	С			
	зміна	розгромити	рудий	любити
Magn (≃дуже)	докорінна	вщент	вогняно	дуже, надзвичайно, до нестями

ЛФ	С				
	рада	запрошення	наказ	вирок	мрія
Real (≃виконувати)	послухатися поради	прийняти ~ я, скористатися ~ ям	виконати	виконати	здійснити

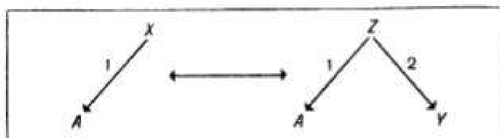
ЛФ	С				
	блокада	відчай	лихо	пристрасть	злидні
Figur (образ)	кільце	безодня	вир	полум'я	лабети

Таблиця 2

ЛФ	С				
	агресія	арешт	перемога	почуття	—
$Oper_1$	здійснювати ~ ю	робити ~ и серед	здобувати ~ у	мати ~ я	—
$Oper_2$	зазнавати ~ ї	потрапляти під ~, зазнавати ~ у	—	—	—
$Func_0$	відбуватися	вироблятися	—	—	—
$Func_1$	—	—	бути на боці	бути притаманним	—
$Func_2$	бути спрямованою проти	—	—	—	—
$Labor_{12}$	—	брати під ~	—	—	брати, одержувати в ~

ПСС і ЛСС являють собою дерева, де в місцях відгалужень стоять слова, а гілками є синтаксичні відношення. В ЛСС у цих місцях можуть бути ключові слова або символи ЛФ, а як гілки виступають лише 6 узагальнених синтаксичних відношень: 1—4 — актантні, 5 — загальновизначальне, 6 — сурядне. В ПСС місцями відгалужень є основи конкретних слів, що входять до відповідного речення, а гілками — близько 30—50 синтаксичних відношень, необхідних для відображення в ПСС тих зв'язків між словами, які в реальному реченні виражаються морфологічно та порядком слів. Множину синонімічних ЛСС представляє одна базова ЛСС. Рівень базової ЛСС має ті самі 6 глибинних відношень, що й усі ЛСС, але його лексика дужче обмежена: кожне гніздо похідних і синонімів представлене лише одним членом, немає «порожніх» $Oper_i$, $Func_i$ і $Labor_{ij}$.

Синонімію ЛСС, у тому числі зведення їх до базових ЛСС, забезпечує система перифразовування. Вона складається із зв'язаних один з одним лексичних і синтаксичних правил. Лексичні правила (їх близько 50) задають еквівалентності між різними формулюваннями одного й того самого смислу, застосовуючи назви лексичних функцій, напр., $C \rightarrow Oper_1 + S_0(C)$: «він оглянув хворих» → «він провів огляд хворих». Синтаксичні перебудови, необхідні для реалізації лексичних еквівалентностей, здійснюються за допомогою



синтаксичних правил. За формою кожне синтаксичне правило являє собою пару синтаксичних дерев, на яких у місцях відгалужень можуть стояти змінні, що відсилають до відповідних компонентів лексичних правил, і сталі слова. Як приклад випишемо синтаксичне правило, що забезпечує наведене вище лексичне (див. мал.), де X відповідає C, тобто «оглянув», $Z - Oper_1$, тобто «провів», а $Y - S_0$, тобто «огляд».

Послідовний поділ усіх операцій М. «с. ↔ ↔ т.» на рівні, зокрема виділення рівнів лексичних і синтаксичних правил, відповідає загальному принципові, прийнятому в М. «с. ↔ т.», згідно з яким синонімія — це семантична еквівалентність, тобто взаємозамінність, але тільки на рівні смислу. Практично замінність обмежується фільтрами, розсіяними по всіх ділянках моделі; найважливішу роль у розв'язуванні питання про допустимість породжуваного варіанта відіграє словник, побудований на основі ЛФ, які відображають лексичну поєднуваність ключових слів. Крім ЛФ, про кожне слово в словнику повідомляється багато іншої інформації й насамперед модель керування зі вказівками щодо кількості синтаксичних валентностей слова, способів заповнення їх, можливості (неможливості) або необхідності поєднувати вирази різних місць тощо, тобто щодо синтаксичної поєднуваності.

Літ.: Жолковский А. К., Мельчук И. А. О возможном методе и инструментах семантического синтеза. «Научно-техническая информация», 1965, № 6; Жолковский А. К., Мельчук И. А. О семантическом синтезе. «Проблемы кибернетики», 1967, в. 19; Жолковский А. К., Мельчук И. А. К построению действующей модели языка «смысл—текст». «Машинный перевод и прикладная лингвистика», 1969, в. 11.

О. К. Жолковський.

МОДЕЛЬ ФІЗИЧНА — установка або пристрій, що дають змогу здійснювати *моделювання фізичне*, тобто провадити дослідження системи (об'єкта) при заміщуванні досліджуваного фізичного процесу подібним до нього процесом тієї самої фізичної природи. Установки та пристрої, на яких провадять дослідження, є М. ф., якщо вони зберігають фіз. подібність процесів моделі до процесів у досліджуваній системі (об'єкті, натурі, оригіналі), відтворюючи їх у тому самому чи іншому масштабі. При цьому під фіз. подібністю, здійснюваною в моделі, розуміють однозначну відповідність між параметрами об'єкта і його моделі, яка виявляється в тотожності безрозмірних матем. описів процесів досліджуваного об'єкта і моделі. Схожі величини, що характеризують процеси, відрізняються лише масштабами, і за заданими характеристиками одного явища можна однозначно одержати характеристики другого.

М. ф. широко застосовують в електро- і теплоенергетиці, в гідро- та аеродинаміці, у буд. справі, суднобудуванні, геології, радіотехніці, в різноманітних задачах кібернетики й біоніки. Див. також *Аналогова модель.*

В. А. Веников.

МОДЕЛЬ ЧУТЛИВОСТІ — схема-аналог рівнянь для визначення функцій чутливості методом математичного моделювання. Нехай

$$F_i(\ddot{x}_j, \dot{x}_j, x_j, t, q_0) = 0; \quad i = 1, 2, \ldots, n;$$
$$j = 1, 2, \ldots, n -$$

початкова система диференціальних рівнянь, а

$$\frac{\partial F_i}{\partial \ddot{x}_j}\ddot{U}_{0j} + \frac{\partial F_i}{\partial \dot{x}_j}\dot{U}_{0j} + \frac{\partial F_i}{\partial x_j}U_{0j} = \frac{\partial F_i}{\partial q_0} -$$

рівняння чутливості, де

$$U_{0j}^{(k)} = \frac{\partial^k}{\partial t^k} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial q_0} -$$

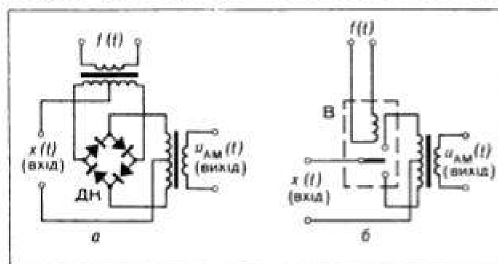
ф-ції чутливості. Рівняння чутливості відрізняються від вихідних лінійних дифер. рівнянь, що залежать від малої варіації параметра q_0, тільки правою частиною $\frac{\partial F_i}{\partial q_0}$, яка в рівняннях чутливості визначається за розв'язком початкової системи рівнянь. Тому М. ч. можна подати як таку, що складається з моделі початкового рівняння і моделі однорідних рівнянь чутливості, з'єднаних блоком формування правої частини $\frac{\partial F_i}{\partial q_0}$.

Коли початкові рівняння — нелінійні, то від розв'язання їх залежать не тільки праві частини рівнянь чутливості, а й їхні коефіцієнти $\frac{\partial F_i}{\partial \ddot{x}_j}$, для формування яких необхідні додаткові блоки. Якщо початкова система рівнянь залежить від m параметрів q_m, то для одночасного обчислення всіх ф-цій чутливості треба, щоб було m моделей однорідних рівнянь чутливості. Якщо допустимим є обчислення ф-ції чутливості відносно кожного параметра q_m по черзі, то внаслідок збігу систем однорідних рівнянь для всіх ф-цій чутливості, необхідною є (крім моделі початкових рівнянь) тільки одна модель рівнянь чутливості. Це значно спрощує обчислюван-

ня цих функцій. Розглянуту схему побудови М. ч. (хоча вона й найзагальніша) застосовувати не завжди доцільно, бо вона відносно складна, особливо тоді, коли необхідно одночасно обчислювати всі U_{mj}. Розроблено методи побудови значно простіших М. ч. (див. *Динамічних систем теорія чутливості*).

А. Г. Шевельов.

МОДУЛЯ́ТОР — пристрій, що здійснює модуляцію сигналів. При гармонічній несучій залежно від виду *модуляції* розрізняють амплітудні, частотні й фазові М. Аналогічно при



Принципові схеми модуляторів: *а* — діодного кільцевого; *б* — вібраційного.

імпульсній несучій, коли М. здійснює *модуляцію імпульсну*, розрізняють амплітудно-, широтно-, частотно- і фазо-імпульсні М. Залежно від виду модуляції та способу її здійснення М. містить елементи нелінійні або лінійні, але зі змінними за часом параметрами. Так, напр., широтно- і частотно-імпульсні М. завжди нелінійні, а амплітудні й амплітудно-імпульсні М. можуть бути як нелінійними, так і лінійними нестаціонарними ланками.

На мал. зображено принципові схеми двох найпростіших амплітудних М.— діодного кільцевого (мал., *а*) і вібраційного (мал., *б*), які часто застосовують в автомат. регуляторах, компенсаційних вимірювальних приладах та ін. пристроях. Тут $x(t)$ — низькочастотний модулюючий (вхідний) сигнал, $f(t)$ — високочастотна гармонічна несуча, $u_{АМ}(t)$ — амплітудно-модульовані коливання (вихідний сигнал М.). Діодний кільцевий М. містить істотно нелінійну ланку — діодну кільцеву схему ДК, а вібраційний М.— лінійну ланку з параметрами, які періодично змінюються за часом,— вібратор В. Обидві схеми оборотні, і їх можна вмикати як *демодулятори*.

М. широко застосовують у різних галузях техніки, пов'язаних з передаванням чи перетворюванням сигналів (повідомлень), зокрема в техніці зв'язку та автомат. регулювання, вимірювальній техніці, у цифровій і аналого-цифровій обчисл. техніці тощо. *Ю. М. Чеховий.*

МОДУЛЯ́ЦІЯ — змінювання в часі параметрів якогось регулярного фізичного процесу відповідно до поточного значення передаваного сигналу. Функція часу

$$f = f(a_1, a_2, \ldots a_n, t), \qquad (1)$$

що описує цей фіз. процес, називається функцією-переносником (несучою функцією). Математично М. виражається у встановленні функціональної залежності між параметрами $a_1, a_2, \ldots, a_n$ функції-переносника і передаваним сигналом $x(t)$. М. застосовують у різних галузях техніки, пов'язаних з передаванням або перетворенням сигналів (повідомлень), у т. ч. в техніці зв'язку й автомат. регулювання, у вимірювальній техніці, в цифровій і аналого-цифровій обчислювальній техніці і т. п. Залежно від характеру функції-переносника (1) розрізняють М. з гармонічною і з імпульсною несучою (див. *Модуляція імпульсна*). Можливі й інші функції-переносники (напр., стаціонарні випадкові процеси), але на практиці їх застосовують значно рідше. Для даної функції-переносника (1) можливі n різних форм М. (за числом незалежних параметрів a_k); можливі й комбіновані форми М., при яких змін зазнають одночасно два або більше параметрів.

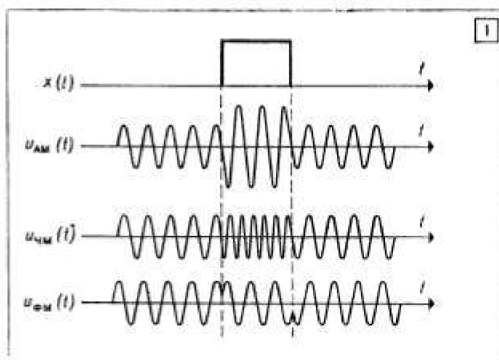
При М. з гармонічною несучою функція-переносник

$$f = c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (2)$$

повністю визначається трьома незалежними параметрами: $a_1 = c_0$ — амплітуда, $a_2 = \omega_0$ — частота і $a_3 = \varphi_0$ — початкова фаза. В залежності від того, який з параметрів зазнає М., розрізняють такі модуляції: амплітудну (АМ), частотну (ЧМ) і фазову (ФМ). Графіки модульованих коливань для цих випадків дано на мал. 1. Тут $x(t)$ — передаваний сигнал; $u_{АМ}(t)$, $u_{ЧМ}(t)$ і $u_{ФМ}(t)$ — модульовані коливання, одержані при АМ, ЧМ і ФМ відповідно. Математично процес М. можна зобразити як множення модульованого параметра на змінну величину

$$1 + mx(t), \qquad (3)$$

де m — постійний коефіцієнт, що характери-



1. Графіки модульованих коливань.

зує ступінь модулюючого впливу й називається глибиною модуляції.

Якщо передаваний сигнал

$$x(t) = \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega_0, \qquad (4)$$

тоді АМ коливання має вигляд:

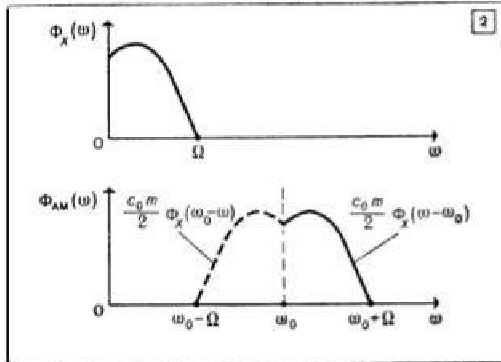
$$u_{АМ}(t) = c_0[1 + mx(t)] \sin(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + c_0 m \sin \Omega t \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) =$

$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{c_0 m}{2} \cos\Big[(\omega_0 - \Omega) t +$

$+ \varphi_0\Big] - \frac{c_0 m}{2} \cos\Big[(\omega_0 + \Omega) t + \varphi_0\Big]. \quad (5)$

Крім несучої частоти ω_0, модульоване коливання $u_{AM}(t)$ має дві бічні частоти $\omega_0 - \Omega$



2. Спектри сигналів при амплітудній модуляції.

і $\omega_0 + \Omega$. В загальнішому випадку, коли $x(t)$ має неперервний спектр $\Phi_x(\omega)$, розміщений у смузі частот $0 \div \Omega$, спектр АМ коливання $\Phi_{AM}(\omega)$, крім несучої частоти ω_0, має дві бічні смуги частот $\frac{c_0 m}{2}\Phi_x(\omega - \omega_0)$ і $\frac{c_0 m}{2}\Phi_x(\omega_0 - \omega)$ і займає смугу $(\omega_0 - \Omega) \div \div (\omega_0 + \Omega)$ (мал. 2). При цьому спектр правої бічної смуги точно відтворює спектр передаваного сигналу $\Phi_x(\omega)$, зсунутий праворуч на величину ω_0; відбувається т. з. транспозиція (перенесення) спектра на величину несучої частоти. Спектр лівої бічної смуги являє собою дзеркальне відображення спектру передаваного сигналу, також зсунуте праворуч на величину ω_0.

При ЧМ кругова частота модульованого коливання згідно з (3—4) дорівнює:

$$\omega(t) = \omega_0(1 + m \sin \Omega t), \quad (6)$$

звідки можна одержати такий вираз для ЧМ коливання:

$$u_{ЧМ}(t) = c_0 \sin[\omega_0(1 + m \sin \Omega t) t + \varphi_0] =$$

$$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \beta) \cos(\beta \cos \Omega t) -$$

$$- c_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \beta) \sin(\beta \cos \Omega t). \quad (7)$$

де $\beta = \frac{m\omega_0}{\Omega} = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$ — індекс модуляції, $\Delta\omega = m\omega_0 = \max|\omega - \omega_0|$ — частотне відхилення, тобто найбільший приріст, одержуваний несучою частотою в процесі М. При досить малій глибині М., коли виконується нерівність $\beta \ll 1$, співвідношення (7) можна замінити наближеним співвідношенням

$$u_{ЧМ}(t) \approx c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) -$$

$$- c_0\beta \cos \Omega t \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \ \beta \ll 1,$$

яке принципово не відрізняється від виразу (5) для АМ коливання. Тому спектр ЧМ коливань у цьому випадку, як і спектр АМ коливань, складається з несучої частоти ω_0 і двох бічних частот $\omega_0 - \Omega$ та $\omega_0 + \Omega$. При великій глибині М. аналіз ЧМ коливань значно ускладнюється. На практиці, щоб визначити дійсну ширину спектра ЧМ коливань, часто користуються наближеною формулою $\delta \approx 1 + \beta$, де δ — відношення дійсної ширини бічної смуги до ширини спектра передаваного сигналу. При малому індексі модуляції ($\beta \ll 1$) $\delta \approx 1$, тобто ширина бічної смуги ЧМ коливання (як і при АМ) дорівнює ширині спектра передаваного сигналу. ФМ має багато спільного з ЧМ і еквівалентна ЧМ з додатковим диференціюванням передаваного сигналу.

Літ.: Гоноровский И. С. Основы радиотехники. М., 1957; Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., 1962 [бібліогр. с. 235—236].

Ю. М. Чеховий.

МОДУЛЯ́ЦІЯ ІМПУЛЬСНА — *модуляція* послідовності імпульсів (імпульсної несучої). Розрізняють такі модуляції: амплітудно-імпульсну (АІМ), широтно-імпульсну (ШІМ), частотно-імпульсну (ЧІМ) та фазо-імпульсну (ФІМ).

Розглянемо докладніше різні види модуляції послідовності прямокутних імпульсів. Нехай

$$i(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 0 \\ 1 \text{ при } t \geqslant 0 \end{cases} \quad (1)$$

— одинична ступінчаста ф-ція. Тоді імпульсна несуча

$$f = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t - nT) - i(t - nT - \tau)], \quad T \geqslant \tau, \quad (2)$$

де T — інтервал між імпульсами, a і τ — амплітуда й тривалість імпульсу відповідно, n — порядковий номер імпульсу (мал., *а*). Відповідно до (2) АІМ коливання

$$\overset{*}{u}_{AIM}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n [i(t - nT) - i(t - nT - \tau)],$$

$$a_n = a[x(nT)], \quad (3)$$

де ф-ція $a(x)$ (закон АІМ) визначає залежність амплітуди a_n від миттьового значення $x(nT)$ передаваного сигналу $x(t)$; такий тип модуляції наз. АІМ 2-го роду (мал., *б*). Часто застосовують різновид АІМ, при якому модулюючі імпульси не є прямокутними, а повторюють форму модулюючої ф-ції в інтервалі $(nT, nT + \tau)$; такий тип мо-

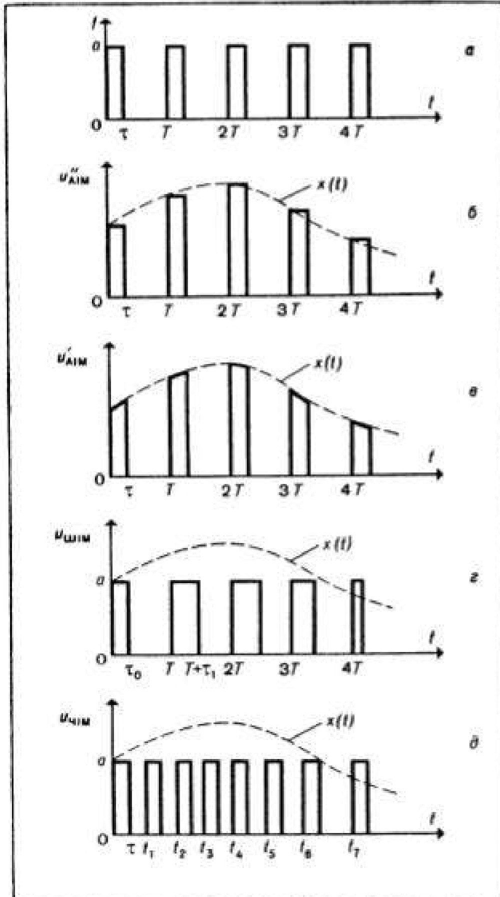
дуляції наз. А І М 1-го роду (мал. *в*). В цьому випадку

$$u'_{\text{АІМ}}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(t)\,[i(t-nT) - i(t-nT-\tau)].$$

ШІМ коливання має вигляд:

$$u_{\text{ШІМ}}(t) = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t-nT) - i(t-nT-\tau_n)],$$

$$\tau_n = \tau\,[x(nT)].$$



Графіки модульованих коливань з імпульсною несучою.

Тут ф-ція $\tau(x)$ (закон ШІМ) визначає залежність тривалості імпульсу τ_n від миттьового значення $x(nT)$ передаваного сигналу $x(t)$. У цьому випадку ШІМ здійснюється за рахунок зміщення заднього фронту імпульсу (мал. *г*), але застосовується також і зміщення переднього фронту. ШІМ, при якій один фронт імпульсу зміщується, а другий залишається незмінним, наз. односторонньою ШІМ; якщо в процесі модуляції зміщуються обидва фронти, тоді ШІМ наз. двосторонньою.

При ЧІМ і ФІМ відповідно до передаваного сигналу змінюється інтервал між імпульсами (напр., між їхніми передніми фронтами):

$$u_{\text{ЧІМ}}(t) = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t-t_n) - i(t-t_n-\tau)],$$

$$t_n = \sum_{\nu=0}^{n-1} T_\nu,\quad T_n = T\,[x(t_n)],$$

де $T_n = t_{n+1} - t_n$ — інтервал між n і $(n+1)$ імпульсами, а ф-ція $T(x)$ визначає залежність інтервалу T_n від миттьового значення $x(t_n)$ передаваного сигналу $x(t)$ (мал. *д*). У ФІМ багато спільного з ЧІМ; співвідношення між цими видами модуляції є аналогічним співвідношенню між ФМ і ЧМ. М. і., при якій полярність несучих імпульсів не змінюється, наз. однополярною (однотактною); а якщо є додаткова модуляція за знаком несучих імпульсів, М. і. наз. двополярною (двотактною). Можливі її численні види М. і. за параметрами, які характеризують форму несучих імпульсів, але на практиці такі модуляції поки що не застосовують; несучі імпульси звичайно мають незмінну форму.

Літ.: Сифоров В. И. [та ін.]. Теория импульсной радиосвязи. Л., 1951 [бібліогр. с. 405—407]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [бібліогр. с. 330—336].

Ю. М. Чеховий.

МОЖЛИВИХ НАПРЯМІВ МЕТОД — метод чисельного розв'язування задач *програмування опуклого*, що грунтується на побудові послідовності точок, кожну з яких одержують з попередньої шляхом зсування вздовж напряму, що не виводить за межі допустимої області і вздовж якого мінімізовувана функція спадає.

Нехай задачу опуклого програмування зведено до такого вигляду: мінімізувати $g_0(x) = (p, x)$ при обмеженнях

$$g_i(x) \leqslant 0,\quad i = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

де $g_i(x)$ — опуклі диференційовні ф-ції, x — n-вимірний вектор. Крім того, припускають, що існує точка y така, що $g_i(y) < 0$, $i = 1, \ldots, m$. Для кожного $\delta \geqslant 0$ позначимо через $I(x, \delta)$ множину тих індексів i, для яких $-\delta \leqslant g_i(x) \leqslant 0$. Нехай точка x^k, що задовольняє умови (1), вже побудована і є $\delta_k > 0$. Крок алгоритму, тобто перехід від точки x^k до x^{k+1}, виконуємо за такими правилами.

1) Розв'язуємо задачу *програмування лінійного* — мінімізувати η при обмеженнях:

$$(p, e) \leqslant \eta;\quad (\nabla g_i(x^k), e) \leqslant \eta,\quad i \in I(x^k, \delta_k);$$

$$|e_i| \leqslant 1,\quad i = 1, \ldots, n,$$

де e — n-вимірний вектор, $\nabla g_i(x)$ — *градієнт* ф-ції $g_i(x)$ в точці x. Позначимо розв'язок цієї задачі відповідно через η_k і e^k.

2) Розрізняють три випадки залежно від співвідношення δ_k, η_k:

а) $\eta_k < -\delta_k$, беремо $\delta_{k+1} = \delta_k$,

б) $-\delta_k \leqslant \eta_k < 0$, беремо $\delta_{k+1} = {}^1/_2\delta_k$,

в) $\eta_k = 0$, розв'язуємо задачу мінімізації η при обмеженнях:

$$(p, e) \leqslant \eta,$$

$$(\nabla g_i(x^k), e) \leqslant \eta, \quad i \in I(x^k, 0), \qquad (2)$$

$$|l_i| \leqslant 1, \ i = 1, \ldots, n.$$

Нехай e^*, η^* — розв'язок цієї задачі. Якщо після розв'язування одержимо $\eta^* = 0$, то точка x^k — розв'язок вихідної задачі. Якщо $\eta^* < 0$, то $\delta_{k+1} = \frac{1}{2}\delta_k$, а за e^k приймаємо вектор e^*.

3) Беремо $x^{k+1} = x_k + t_k e^k$, де t_k — найбільше значення t, за якого задовольняються всі нерівності

$$g_i(x^k + te^k) \leqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m.$$

На цьому крок алгоритму закінчується. Точку x^{k+1} приймають за початкову і все повторюють.

Для початку процесу необхідно знайти точку x^0, що задовольняє обмеження (1). Для цього М. н. м. розв'язують допоміжну задачу: мінімізувати x_{n+1} при обмеженнях $g_i(x) - x_{n+1} \leqslant 0$. Застосування скінченного числа кроків М. н. м. до цієї задачі, для якої вже легко знайти початкову точку, приводить до знаходження точки, що задовольняє умову (1). Доведено, що М. н. м. породжує послідовність, усі граничні точки якої є розв'язком задачі опуклого програмування.

Б. М. Пшеничний.

«МОЗКОВИЙ ШТУРМ» — один з популярних методів висування творчих ідей у процесі розв'язування наукової чи технічної проблеми. Сеанси «М. ш.» стимулюють творче мислення. У процесі сеансу здійснюється поступовий логічний підхід до розв'язуваної проблеми. Для проведення сеансу комплектують спец. групу з представників н.-д., конструкторських, виробничих та ін. підрозділів фірми — переважно від 6 до 10 чол. Призначають голову групи, який добре обізнаний з технікою застосування методу «М. ш.». До групи, як правило, входять 1—2 чол., які взагалі не обізнані з проблемою і є спеціалістами з ін. галузей науки і техніки. Сеанс «М. ш.» здійснюється в два етапи. На першому етапі сеансу допускається (й навіть заохочується) висування навіть безглуздих, як на перший погляд, ідей, що їх записують, як правило, на магнітну стрічку всі без винятку за принципом: що більше ідей, то краще. Критикувати висловлені ідеї забороняється, тому що передчасне оцінювання ідей може вбити творчий ентузіазм, особливо у неспеціалістів, і завадити проведенню сеансу. Допускається уточнення чи комбінування ідей. На другому етапі всі висунуті ідеї уважно вивчають висококваліфіковані спеціалісти-експерти й оцінюють за допомогою спеціальних таблиць критеріїв, розроблених заздалегідь. Значну частину висловлених пропозицій відкидають, а ті ідеї, які найбільшою мірою відповідають усім критеріям, передають на розробку і впровадження у виробн.

Ефективність застосування методу «М. ш.» зменшується, якщо постійно залучати до сеансів тих самих осіб, коли в групі є сильна особа, що домінує над іншими, якщо недостатньо висока кваліфікація учасників або їх дуже багато.

Літ.: Roberts J. C. H. Profitable ideation — The key to successful value analysis. «Instrument practice», 1968, v. 22, № 8; Roberts J. C. H. How to introduce a value analysis programme. «Instrument practice», 1968, v. 22, № 12.

О. О. Корінний, В. С. Миронова.

МОМЕ́НТІВ МЕ́ТОД — один з найпростіших і найбільше застосовуваних методів оцінки невідомих параметрів у математичній статистиці. Див. *Статистичні оцінки.*

МОНІТО́Р — 1) Частина керуючої програми *операційної системи*, яка здійснює керування однією з фаз обчислювального процесу на ЦОМ (напр., трансляцією програм або налагоджуванням їх). 2) Допоміжний (обслуговуючий) пристрій ЦОМ, напр., пульт з друкарською машинкою.

А. І. Нікітін.

МОНОТО́ННІ ФУ́НКЦІЇ А́ЛГЕБРИ ЛО́ГІКИ — функції *алгебри логіки*, для яких виконується така умова: якщо набори їхніх значень аргументів $\tilde{\alpha}$ та $\tilde{\beta}$ такі, що $\tilde{\alpha} \leqslant \tilde{\beta}$, то $f(\alpha) \leqslant f(\beta)$. Відношення $\leqslant$ для наборів $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ і $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$ визначають так, що $\alpha \leqslant \beta$ в тому й лише в тому разі, коли $\alpha_i \leqslant \beta_i$ для будь-якого $i = 1, \ldots, n$. Клас усіх М. ф. а. л. є *класом замкненим функцій алгебри логіки.* Монотонними є, напр., ф-ції x, $x \& y$, $x \vee y$.

МО́НТЕ-КА́РЛО МЕ́ТОД — чисельний метод, оснований на відтворюванні великої кількості реалізацій випадкового процесу, спеціально побудованого за умовами задачі. Цей *випадковий процес* формулюється таким чином, щоб його імовірнісні характеристики (імовірності деяких подій, *математичне сподівання* випадкових величин, імовірності попадання траєкторій процесу в задану ділянку фазового простору і т. д.) дорівнювали шуканим величинам розглядуваної задачі.

Суть М.-К. м. можна пояснити таким прикладом. Нехай треба обчислити значення

$$I_1 = \int_0^1 f(x)\,dx, \qquad (1)$$

де $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$ для всіх x, які задовольняють умову $0 \leqslant x < 1$. Припустимо, що в нас є достатньо велика сукупність незалежних *випадкових чисел* x (напр., одержуваних внаслі-

док якогось випадкового експерименту), які є можливими значеннями випадкової величини ξ, розподіленої рівномірно в інтервалі (0, 1). Очевидно, що пари випадкових чисел (x_{2i-1}, x_{2i}), $i = 1, 2, \ldots$, можна інтерпретувати як випадкові точки, рівномірно розподілені в одиничному квадраті. Останнє означає, що ймовірність попадання випадкової точки (x_{2i-1}, x_{2i}) в якусь ділянку Ω, що належить одиничному квадратові, пропорційна площі ділянки Ω й не залежить від розміщення її в одиничному квадраті. Для будь-якої пари (x_{2i-1}, x_{2i}) можна перевірити правильність нерівності

$$x_{2i} \leqslant f(x_{2i-1}). \quad (2)$$

Якщо цю нерівність виконано, точка (x_{2i-1}, x_{2i}) лежить на кривій $f(x)$ або нижче від неї (подія A), в протилежному випадку ця точка розміститься вище від кривої $f(x)$ (подія $\overline{A}$). Проведено N випробувань, що полягають у виборі пар (x_{2i-1}, x_{2i}) і перевірці нерівності вигляду (2). Нехай кількість точок, для яких ця нерівність виконується, дорівнюватиме m. Тоді відношення $\frac{m}{N}$ є частотою наставання події. Відомо, що згідно з *великих чисел законом* частота якоїсь події при достатньо великих N досить близька до *імовірності* цієї події. В розглядуваному випадку ймовірність $P(A)$ являє собою частку площі одиничного квадрата, що припадає на ту його частину, яка розміщена під кривою $f(x)$ і тому дорівнює шуканому значенню інтеграла (1). Т. ч., частоту $\frac{m}{N}$ приймають за наближене значення $\overline{I}$ інтеграла I_1.

Для розглядуваної задачі можливий і інший підхід. Нехай $g(x)$ — ф-ція щільності ймовірностей випадкової величини ξ в інтервалі (a, b), який збігається з ділянкою інтегрування. Тоді вираз

$$I_2 = \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}\,g(x)\,dx \quad (3)$$

є матем. сподіванням ф-ції $\frac{f(x)}{g(x)}$. Як відомо, за наближене значення величини матем. сподівання можна приймати середнє арифметичне

$$\overline{I}_\circ = \frac{1}{N}\sum_{=1}^{N} \frac{f(x_i)}{g(x_i)}, \quad (4)$$

якщо N достатньо велике. У виразі (4) x_i — незалежні випадкові числа, які є можливими значеннями випадкової величини ξ з законом розподілу $g(x)$.

Уявлення про точність М.-К. м. і необхідне число реалізацій N можна одержати з таких міркувань. Нехай ідеться про обчислення значення $\overline{I}_1 = \frac{m}{N}$ інтеграла I_1 (1) відповідно до розглянутої вище процедури. Значення I_1 має точність ε і достовірність α, якщо ймовірність

$$P\left(\left|\frac{m}{N} - I_1\right| < \varepsilon\right) = \alpha. \quad (5)$$

Згідно з теоремою О. Я. Хінчина частота $\frac{m}{N}$ при достатньо великих N має розподіл, близький до нормального, тому

$$\varepsilon = t_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)^p}{N}}, \quad (6)$$

де, в нашому випадку, $p = I_1$ і, за таблицями *нормального розподілу*, для $\alpha = 0{,}95$ $t_\alpha = 1{,}96$; для $\alpha = 0{,}997$ $t_\alpha = 3$ і т. д. Звідси число реалізацій N, необхідне для обчислення $\overline{I}_1$ з точністю ε й достовірністю α, дорівнює

$$N = t_\alpha^2\,\frac{p(1-p)}{\varepsilon^2}. \quad (7)$$

Внаслідок порівняно великого числа реалізацій, необхідного для обчислення результату з достатньою точністю й достовірністю, широкого практичного застосування М.-К. м. набули в зв'язку з використанням цифрових обчислювальних машин (ЦОМ), де виробляються випадкові числа, які є первісним матеріалом для реалізації цих методів.

Загальна схема застосування М.-К. м. полягає в побудові й запам'ятовуванні можливих значень якоїсь випадкової величини $\xi = \xi[\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_n]$, що залежить від траєкторій випадкового процесу. Середнє значення цієї величини, одержане в результаті здійснення достатньо великого числа реалізацій процесу, і є шуканим розв'язком відповідної задачі.

М.-К. м., незважаючи на свою універсальність, має специфічну галузь застосування. Передусім до неї належать різні багатовимірні задачі. Обсяг обчислень для звичайних чисельних методів зростає при збільшенні розмірності задачі приблизно як показникова ф-ція розмірності, а для М.-К. м.— лише як лінійна ф-ція розмірності. Цю закономірність легко проілюструвати на прикладі обчислення многократних інтегралів. Якщо число операцій ЦОМ, необхідне для обчислення k-кратного інтеграла М.-К. м. при $k = 4$, у два рази менше, ніж для *кубатурних формул*, то при $k = 6$ воно в двісті раз менше, а при $k = 8$ — у $5 \cdot 10^5$ раз. Крім того, до області застосувань належать і задачі, при розв'язуванні яких потрібно достатньо повно враховувати суттєві випадкові фактори.

Тепер М.-К. м., реалізованими на ЦОМ, розв'язують багато практичних задач. Крім обчислювання кратних інтегралів, слід назвати розв'язування систем алгебричних рівнянь високого порядку, обернення матриць, відшукування характеристичних чисел і

власних ф-цій інтегральних рівнянь, обчислювання континуальних інтегралів і т. д.

Велике теоретичне й практичне значення мають дослідження М.-К. м. процесів проникання частинок через речовину, передавання повідомлень, масового обслуговування, кінетики хім. реакцій та процесів функціонування складних систем, до яких належать різні виробничі й інформаційні системи, автоматизовані системи управління, деякі економічні й біологічні системи та ін.

При розв'язуванні задач М.-К. м. без ЦОМ джерелами випадкових чисел були різні експерименти (кидання монети, витягання карт з добре перетасованої колоди, вертіння рулетки і т. д.).

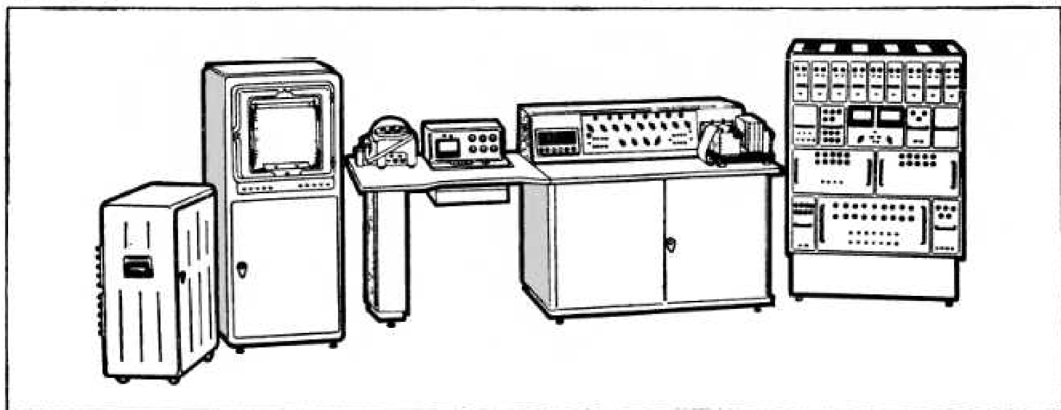
Літ.: Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах. М., 1961 [бібліогр. с. 224—226]; Бусленко Н. П. [та ін.]. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло). М., 1962 [бібліогр. с. 313—327]; Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., 1968 [бібліогр. с. 353—355].

М. П. Бусленко.

«МППИ-1», машина первинної переробки інформації — інформаційно-обчислювальна машина. Ця машина (мал.) автоматично здійснює централізоване збирання інформації шляхом програмного опитування давачів, математичної обробки поточних значень параметрів (у т. ч. усереднення, нормалізацію, корекцію, порівнювання з уставками, інтегрування, згладжування й деякі екон. розрахунки), видає операторові (диспетчерові) відомості про стан осн. обладнання, реєструє значення поточних і комплексних параметрів, сигналізує про порушення технологічного режиму, передає інформацію в пристрої системи оперативного керування (якщо в цій системі використано «МППИ-1»). Застосовували її в хім., нафтопереробній, металург. та ін. галузях пром-сті. Створено її в 1962 в Сєвєродонецькому н.-д. ін-ті керуючих обчисл. машин.

Вхідний пристрій розраховано на підмикання до 128 давачів постійного струму (1 ÷ 5 *ма* або 2 ÷ 10 *в*) без вузла зв'язку і виносних групових перетворювачів, з вузлом зв'язку та 16 груповими виносними перетворювачами аналогових сигналів, до 63 двопозиційних давачів постійного струму (20 *ма*, 12 *в*), до 9 числоімпульсних давачів постійного струму (20 *ма*, 12 *в*).

Розрядність коду на виході неперервно-дискретних перетворювачів — 9 двійкових розрядів, похибка перетворення за нормальних умов експлуатації — 0,5% від верх. значення шкали; швидкодія — не менше як 100 перетворень за 1 *сек.* Макс. частота опитування двопозиційних давачів — 1000 за секунду; макс. частота проходження імпульсних сигналів — 0,2 *гц.* Система числення — двійкова, інформацію в арифм. пристрої представлено у вигляді 16-розрядних чисел у додатковому модифікованому коді з фіксованою комою і у вигляді 15-розрядних логарифмів. Система команд — одноадресна, програма роботи — фіксована. Швидкість виконання операцій типу додавання — 900 операцій за 1 *сек*; ємність ОЗП — 512 26-розрядних слів, статичного нагромаджувача — 4096 слів та 128 уставок.



Машина первинної переробки інформації «МППИ-1».

Виведення результатів обробки інформації відбувається періодично (за часовим сигналом) або за викликом оператора (на стандартному бланку друкується 128 показників); за відхиленням будь-якого з 60 найважливіших параметрів від номінальних чи аварійних меж; набиранням потрібного номера із 128 параметрів на клавішному пристрої. В машині використано ферит-діодні логічні елементи. Споживана потужність — 2,5 *ква.*

Літ.: Афанасьев В. А. [та ін.]. Машина первичной переработки информации МППИ-1. В кн.: Средства вычислительной техники в системах управления технологическими процессами. К., 1965.

В. В. Резнов.

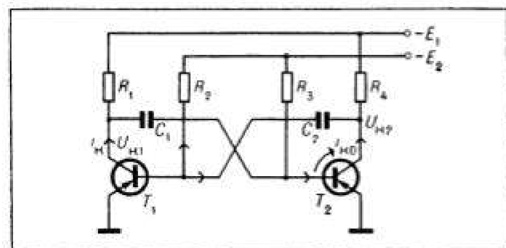
МУЛЬТИВІБРÁТОР — релаксаційний генератор імпульсів прямокутної форми в якому позитивний *зворотний зв'язок* створюється за допомогою фазозсувних підсилюючих каскадів. Розрізняють гідравлічні, пневматичні, електромагнітні, електронні та ін. М., які можуть працювати в 4 режимах: автоко-

ливань, синхронізації, ділення частоти й очікувальному. В режимі *автоколивань* М. стрибком переходить з одного квазістійкого стану в інший під впливом *перехідних процесів*, які відбуваються в реактивних ланках підсилюючих каскадів. Режим синхронізації одержують з автоколивального, діючи на входи всіх n підсилюючих каскадів зовнішнім n-фазним періодичним сигналом, частота якого дещо перевищує частоту автоколивань М. Частота коливань синхронізованого М. дорівнює частоті зовнішнього сигналу, бо перехід М. з одного квазістійкого стану в інший відбувається примусово під впливом фазових компонент зовнішнього сигналу. Режим ділення частоти одержують аналогічно попередньому, але період повторення автоколивань М. встановлюють при цьому кратним періодові синхронізуючого сигналу. Очікувальний режим одержують, якщо вхід одного з каскадів підсилювання М. держать постійно відкритим, щоб не допустити виникнення автоколивань. Зовн. запускальний імпульс замикає вхід відкритого каскаду й переводить очікувальний М. у квазістійкий стан, повернення з якого відбувається в момент закінчення перехідних процесів в усіх реактивних ланках М.

Найширше застосовують в імпульсних пристроях автоматики й обчисл. техніки електронні (лампові й транзисторні) М. Серед них розрізняють М. з симетричною або несиметричною схемами каскадів і з різними видами міжкаскадних зв'язків, напр., з емітерними або колекторно-базовими зв'язками. Схему двофазного транзисторного автоколивального М. з колекторно-базовими ємнісними міжкаскадними зв'язками подано на мал. В умовно першому квазістійкому стані транзистор T_1 відкритий по базі сумою струмів, які протікають через опір R_2 і заряджуваний конденсатор C_2. Через це колекторний струм $i_к$ транзистора T_1 створює на опорі R_1 падіння напруги $i_к R_1 \approx E_1$, $U_{к1} = E_1 - i_к R_1 \approx 0$ і C_1 повільно розряджається через R_3, утримуючи базу T_2 й сам транзистор у закритому стані. Оскільки колекторний струм у T_2 дорівнює 0, то колекторна напруга $U_{к2} \approx E_1$ і C_2 заряджається до величини $U_{к2}$. Коли базова напруга T_2, яка дорівнює сумі напруг на C_1 і колекторі T_1, стане (внаслідок розряджання C_1) негативною, трохи відкриється T_2. Внаслідок цього виникає малий перепад напруги на колекторі транзистора T_2, який ще більше відкриває (через C_1) базу T_2. Цей процес наростає лавиноподібно, і через дуже короткий час транзистор T_2 виявляється відкритим до насичення, а T_1 — повністю закритим, отже, М. стрибком перейшов у другий квазістійкий стан. Після розряду C_2 М. повертається у первісний стан і т. д. В моменти таких стрибків змінюються величини колекторних напруг, які є вихідними напругами М. Умова самозбудження схеми $K = K_1 K_2 > 1$, де K_1 і K_2 — коефіцієнти підсилення відповідно 1-го і 2-го підсилюючих каскадів. Період повторення імпульсів, генерованих симетричною схемою ($R_1 = R_4$, $R_2 = R_3$, $C_1 = C_2 = C$), визначається виразом

$$T = 2R_2C\,[\ln(E_1 + E_2 + i_{кз}R_2) - \ln(E_2 + i_{кз}R_2)],$$

де $i_{кз}$ — зворотний струм закритого колекторного переходу транзистора. Відносна температурна нестабільність частоти розглянутої схеми $\delta = 0{,}2-0{,}25\%$ *град*$^{-1}$. Розроблено багато стабільніших схем транзисторних М., нестабільність частоти яких ($0{,}05 \leqslant \delta \leqslant 0{,}005\%$ *град*$^{-1}$) майже порівнянна з нестабільністю стабілізованих кварцом генераторів.



Принципова схема мультивібратора з колекторно-базовими резисторно-ємнісними міжкаскадними зв'язками.

В автоколивальному режимі М. застосовують у різних пристроях як задавальний генератор. Синхронізовані М. застосовують, коли потрібні потужні коливання стабільної частоти або треба строго узгодити в часі роботу різних пристроїв, у яких є окремі М. У режимі ділення частоти М. застосовують, будуючи прості й дешеві подільники частоти. В очікувальному режимі М. застосовують для формування неперіодичних імпульсів прямокутної форми, а також щоб збільшити тривалість вузьких імпульсів та щоб створити регульовані затримки сигналів у часі.

Осн. тенденція розвитку М. — підвищення загальної стабільності частоти генерування, особливо в діапазоні 0,01—0,001 *гц* (шляхом відокремлення хронуючих кіл від баз транзисторів за допомогою високоякісних кремнієвих діодів, введення зовнішнього збудження тощо), а також підвищення макс. частот генерування М. Перспективною є розробка М. на тунельних діодах.

Літ.: Доронкин Е. Ф., Воскресенский В. В. Транзисторные генераторы импульсов. М., 1968 [бібліогр. с. 319—321]; Гольденберг Л. М. Теория и расчет импульсных устройств на полупроводниковых приборах. М., 1969 [бібліогр. с. 743—749]; Самойлов В. Ф., Маковеев В. Г. Импульсная техника. М., 1971 [бібліогр. с. 224].

М. І. Пелипенко.

МУЛЬТИПРОГРА́МНА ОБРО́БКА ІНФОРМА́ЦІЇ — див. *Багатопрограмна обробка інформації.*

МУЛЬТИПРОГРАМУВА́ННЯ — спосіб організації й використання ЦОМ для спільного виконання кількох програм. В однопроцесорній *обчислювальній системі* М. до-

сягають, розподіляючи час (див. *Режим розподілу часу*) роботи одного центр. процесора (ЦП) між виконуваними *програмами*. В мультипроцесорній обчисл. системі (ОС) кілька ЦП дійсно одночасно виконують кілька програм (мультиопрацювання). Решту пристроїв ОС також або закріплюють за окремими програмами, або ці програми використовують їх спільно, відповідно до певної дисципліни обслуговування.

М. організують за допомогою комплексу програмно-апаратних засобів, з яких: а) керуючі програми *операційної системи* (супервізор та ін.) планують черговість програм за їхніми *пріоритетами*, виділяють їм ресурси ОС, включають їх у роботу, контролюють хід спільного виконання та виключають з роботи; б) система переривання забезпечує швидку реакцію ОС на сигнали про внутр. і зовн. події (аварійна затримка у виконуваній програмі, готовність пристроїв, що звільнилися, до наступної операції, запит з пульта, закінчення відведеного часу тощо), перериваючи роботу ЦП над поточною програмою, запам'ятовуючи інформацію про перервану програму для наступного відновлення її роботи, перемикаючи ЦП на керуючу програму для аналізу причини переривання й вибирання наступної програми; в) захист пам'яті захищає виконувані спільно програми від небажаного впливу одних на одних.

М. використовують для підвищення пропускної здатності ОС внаслідок суміщення операцій при виконанні «суміші» програм, яка рівномірніше завантажує всі пристрої, та утилізації затримок (виконування під час затримок корисної роботи в ін. програмах); для підвищення реактивності (швидкості відгуку) систем реального часу за допомогою оперативного перемикання на потрібні програми контролю та керування за сигналами про хід керованого процесу; для забезпечення прямого зв'язку програмістів з машиною в системах колективного користування внаслідок поділу часу потужного ЦП між багатьма користувачами, що перебувають біля виносних пультів. Швидке перемикання ЦП створює ефект безперервного зв'язку з ОС, а утилізація затримок забезпечує невисоку вартість обслуговування кожного окремого користувача.

Літ.: Системы с разделением времени. Пер. с англ. М., 1969; Современное программирование. Мультипрограммирование и разделение времени. Пер. с англ. М., 1970. *Г. К. Столяров.*

МУЛЬТИПРОЦЕ́СОРНИЙ РЕЖИ́М — режим *багатопрограмної обробки інформації*, що її реалізує *обчислювальна система*, в якій є не менше як два основні процесори. Ці процесори або провадять паралельну обробку інформації в межах однієї задачі, або розв'язують кілька різних задач. В обох випадках можливий взаємний обмін інформацією і *програмами*.

МУЛЬТИСТІ́ЙКІ СИСТЕ́МИ — системи, що мають багато стійких структур і реалізують одну з основних властивостей *гомеостатичних систем*.

МУ́РА АВТОМА́Т — *автомат скінченний*, вихід якого в даний такт t залежить від його стану в цьому такті і не залежить від значення входу, тобто $y(t) = \lambda(g(t))$. Таке визначення автомата вперше запровадив амер. математик Е. Мур. Див. також *Алгебрична теорія автоматів*.

НАБІ́РНЕ ПО́ЛЕ — панель *аналогової обчислювальної машини* (АОМ), на якій розміщено вхідні й вихідні гнізда розв'язувальних блоків, гнізда кіл керування цими блоками, гнізда стабілізованих джерел напруги, операційних резисторів, потенціометрів і конденсаторів, паралельні гнізда для розмножування тощо. Набирання розв'язуваної задачі здійснюється на Н. п. шляхом з'єднування вхідних і вихідних гнізд окремих розв'язувальних блоків за допомогою комутаційних провідників. Н. п. виконують знімними, й це дає змогу здійснювати комутацію задачі поза машиною. Завдяки цьому машина вивільнюється для розв'язування інших задач, а набрані задачі можна зберігати для повторного використання. Кількість гнізд на полі звичайно обмежується величиною порядку 3000. Це наслідок механічних і конструктивних вимог, компромісу між розмірами поля й потрібними розмірами одного гнізда, зручності комутацій і т. д. В деяких АОМ вхідні й вихідні гнізда розв'язувальних блоків розміщено безпосередньо на лицьових панелях цих блоків, і це дає змогу зменшити величини паразитних ємностей та опорів і витікання струмів у монтажних колах. У таких АОМ Н. п. не становить єдиного цілого. Задачу можна набирати й за допомогою релейних пристроїв, причому не обов'язково, щоб у машині було Н. п. *В. С. Годлевський.*

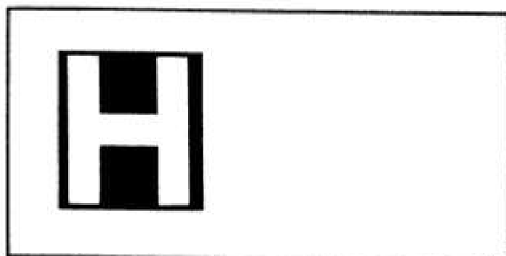
НАБЛИ́ЖЕНИХ МЕ́ТОДІВ ЗАГА́ЛЬНА ТЕО́РІЯ — розділ обчислювальної математики, предметом дослідження якого є взаємні зв'язки між точними й відповідними наближеними рівняннями. Н. м. з. т. виникла на основі застосування апарату функціонального аналізу до розв'язування різних проблем *обчислювальної математики.* Широкий клас задач обчисл. математики зводиться до розв'язування операторних рівнянь вигляду

$$Ax = y \qquad (1)$$

де A — матем. *оператор* з областю визначення $D(A)$ й областю значень $R(A)$, y — заданий елемент ($y \in R(A)$), x — шуканий елемент ($x \in D(A)$). Звичайно $D(A)$ і $R(A)$ належать якимсь *просторам абстрактним* (метричним, лінійним нормованим або гільбертовим) відповідно X і Y. Наближений метод ставить у відповідність рівнянню (1) наближене рівняння

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{y}, \qquad (2)$$

де $\tilde{A}$ — наближений оператор з областю визначення $D(\tilde{A}) \subset x$ і областю значень $R(\tilde{A}) \subset \subset Y$, $\tilde{y}$ — заданий, а $\tilde{x}$ — шуканий елемент. Випадок, коли $D(\tilde{A})$ і $R(\tilde{A})$ не належать X і Y, звичайно легко зводиться до розглядуваного. Як правило, $\tilde{A}$ і $\tilde{Y}$ залежать від параметрів, змінювання яких дає послідовність наближених рівнянь (2). Осн. задачі Н. м. з. т.: на основі даних про точне рівняння (1)



встановити розв'язність наближеного рівняння (2) і близькість наближеного розв'язку до точного, і, навпаки, на основі результатів наближеного розв'язування встановити розв'язність точного рівняння і близькість обох розв'язків. При визначенні близькості розв'язків у порядку зростаючої точності і труднощів виникають такі троє питань: установлення збіжності наближеного методу; дослідження швидкості збіжності; ефективна оцінка похибки. Розглянемо наведені задачі й питання стосовно до лінійних операторних рівнянь та до деяких нелінійних рівнянь.

У випадку лінійних рівнянь 2-го роду

$$Ax \equiv x - \lambda Tx = y, \qquad (1')$$

$$\tilde{A}\tilde{x} \equiv |\tilde{x}| - \tilde{\lambda}\tilde{T}\tilde{x} = \tilde{y}, \qquad (2')$$

де λ — параметр, T і $\tilde{T}$ — цілком неперервні лінійні оператори. $D(A) = R(A) = X$, $D(\tilde{A}) = R(\tilde{A}) = \tilde{X} \subset X$, X — лінійний нормований простір. Припустимо, що існує лінійна операція P, яка проектує простір X на $\tilde{X}: Px = \tilde{x}$, $P^2 = P$, і приймемо $\tilde{y} = Py$. Нехай, напр., $X = C$ — простір неперервних функцій, а $\tilde{X}$ — сукупність многочленів степенів, які не перевищують $(n+1)$-го. Операція P зіставляє з неперервною ф-цією $x \in \in C$ її інтерполяційний многочлен, побудований за наперед заданою системою n вузлів. Простори X і $\tilde{X}$ та оператори T і $\tilde{T}$ згодом будемо зв'язувати такими трьома умовами.

1. Умова близькості операторів T і $\tilde{T}$ для будь-якого $\tilde{x} \in \tilde{X}$: $\|PT\tilde{x} - \tilde{T}\tilde{x}\| \leqslant \eta \|\tilde{x}\|$.
2. Умова доброї апроксимації елементів вигляду Tx елементами з $\tilde{X}$: для кожного $x \in X$ знайдеться $\tilde{x} \in \tilde{X}$ так, що $\|Tx - \tilde{x}\| \leqslant \eta_1 \|x\|$.
3. Умова доброї апроксимації вільного члена точного рівняння: існує елемент $\tilde{y} \in \tilde{X}$ такий, що $\|y - \tilde{y}\| \leqslant \eta_2 \|y\|$, де η_2 на відміну від попередніх умов залежить від y. Тоді, якщо оператор A має обернений оператор A^{-1} і $q = |\lambda| [\eta(1 + |\lambda| \eta_1) + \eta_1 \|PA\|] \|A^{-1}\| \leqslant 1$, то рівняння (2′) має єдиний розв'язок $\tilde{x}$ за будь-якої правої частини $\tilde{y} \in \tilde{X}$, тобто оператор $\tilde{A}$ має обернений оператор $\tilde{A}^{-1}$, причому *похибка* $\|\tilde{x} - x\| \leqslant p\|x\|$, де $p =$

$= 2|\lambda|\eta\|\tilde{A}^{-1}\| + (\eta_1|\lambda| + \eta_2\|A\|) \quad (1 + \|\tilde{A}^{-1}PA\|, \|\tilde{A}^{-1}\| \leqslant \frac{(1+|\lambda|\eta_1)\|A^{-1}\|}{1-q}$; якщо, крім того, $p < 1$, то $\|\tilde{x} - x\| \leqslant \frac{p}{1-p}\|\tilde{x}\|$ (пряма теорема). Обернена теорема стверджує, що коли оператор $\tilde{A}$ має обернений оператор і $r = |\lambda|\eta(1 + |\lambda|\eta_1)\|\tilde{A}^{-1}\| + |\lambda|\eta_1(1 + \|\tilde{A}^{-1}PA\|) < 1$, то оператор A має обернений оператор A^{-1}, $\|A^{-1}\| \leqslant$

$$\leqslant \frac{1 + \|\tilde{A}^{-1}P\| + |\lambda|\eta\|\tilde{A}^{-1}\| + \|\tilde{A}^{-1}PA\|}{1-r},$$

причому $\|\tilde{x} - x\| \leqslant p'\|x\|$, де $p' = |\lambda||\eta_1(1 + \|\tilde{A}^{-1}PA\|) + |\lambda|\eta\|A^{-1}\|(\|T\| + \eta_1)]$; якщо крім того, $p' < 1$, то $\|\tilde{x} - x\| \leqslant \frac{p'}{1-p'}\|\tilde{x}\|$.

Часто наближене рівняння (2′) будують спеціальним чином. А саме, як оператор $\tilde{T}$ розглядають оператор PT. Умова 1 при такому виборі, очевидно, виконується з $\eta = 0$ і формулювання теорем відповідно спрощуються. При прямуванні η, η_1 $\|p\|$ η_2 $\|P\|$ до нуля характеристичні значення $\tilde{\lambda}$ можуть збігатися лише до характеристичних значень λ. Разом з тим кожне з характеристичних значень λ є границею характеристичних значень $\tilde{\lambda}$. Конкретним прикладом рівнянь (1′) і (2′) можуть бути інтегральні рівняння Фредгольма 2-го роду.

Для гільбертових просторів $X = \tilde{X}$: $Y = \tilde{Y}$ і лінійних операторних рівнянь, відмінних від (1′), розрізняють такі чотири чимраз загальніші випадки: а) A і $\tilde{A}$ — додатно означені обмежені оператори, тобто $m(x, x) \leqslant (Ax, x) \leqslant M(x, x)$ і $\tilde{m}(x, x) \leqslant (\tilde{A}x, x) \leqslant \tilde{M}(x, x)$, де (,) — знак скалярного добутку; б) A і $\tilde{A}$ — так звані нормально розв'язні обмежені оператори, в яких області значень $R(A)$ і $R(\tilde{A})$ замкнені; в) A і $\tilde{A}$ — обмежені оператори; г) A і $\tilde{A}$ — замкнені оператори (оператор A наз. з а м к н е н и м, якщо з $x_n \to x$, $x_n \in D(A)$ і $Ax_n \to y$ випливає, що $x \in D(A)$ і $Ax = y$). Лінійні рівняння з замкненими операторами охоплюють лінійні диф., інтегральні та інтегро-диф. рівняння (див. *Рівнянь класифікація*), тобто всі найважливіші класи лінійних рівнянь. У 1-му випадку допускають, що

$$\|Ax - \tilde{A}x\| \leqslant \eta_1(x), \tag{3}$$

і

$$\|y - \tilde{y}\| \leqslant \eta_2(x), \tag{4}$$

де η_1 і η_2 прямують до нуля для послідовності наближених рівнянь при фіксованих x і y, а $\|\tilde{A}\|$ залишається рівномірно обмеженою. Цю умову задовольняють практично будь-які наближені методи. Користуючись явним зображенням обернених операторів

$$A^{-1} = P_m(A) + \Delta(A),\ \tilde{A}^{-1} = P_m(\tilde{A}) + \Delta(\tilde{A}), \tag{5}$$

де

$$P_m(\lambda) = \frac{1}{\lambda_1}\sum_{k=0}^{m}(-1)^k\frac{(\lambda - \lambda_1)^k}{\lambda_1^k},$$

$$\Delta(\lambda) = \frac{1}{\lambda_1}\sum_{k=m+1}^{\infty}\cdot(-1)^k\frac{(\lambda - \lambda_1)^k}{\lambda_1^k}, \tag{6}$$

$$\lambda_1 > \max\left(\frac{M}{2}, \frac{\tilde{M}}{2}\right);$$

подамо похибку у вигляді $x - \tilde{x} = A^{-1}y - A^{-1}\tilde{y} = [P_m(A) - P_m(\tilde{A})]y + P_m(\tilde{A}) \times (y - \tilde{y}) + \Delta(A)y - \Delta(\tilde{A})\tilde{y}$. За рахунок вибору m, η_1 і η_2 норму похибки $\|x - \tilde{x}\|$ можна зробити як завгодно малою, тобто в цьому випадку наближені методи будуть завжди збіжними. На основі (5) і (6) можна одержати й ефективну оцінку похибки методу.

У 2-му випадку, окрім (4), допускається й сильніша за (3) умова

$$\|Ax - \tilde{A}x\| \leqslant \eta_1\|x\|, \tag{7}$$

де η_1 не залежить від x. Ця умова справджується далеко не для всіх наближених методів і доведення її звичайно пов'язане з великими труднощами. Але якщо (7) доведено, то мають місце такі результати. Нехай $L(A)$ — простір нулів оператора A, $X \dot{-} L(A)$ — ортогональне доповнення до $L(A)$ і A^{-1} — оператор, який відображає $R(A) = Y$ на $X \dot{-} L(A)$ і обернений до оператора A (з областю визначення $X \dot{-} L(A)$). Якщо $\eta_1\|A^{-1}\| < 1$, то оператор $\tilde{A}^{-1} = A^{-1} + A^{-1}(A - \tilde{A})A^{-1} + A^{-1}[(A - \tilde{A})A^{-1}]^2 + \ldots$ є обернений до $\tilde{A}$ (з областю визначення $X \dot{-} L(A)$), причому похибка

$$\|x - \tilde{x}\| \leqslant \|A^{-1}\|\frac{\eta_1(1 + \|A^{-1}\|\|y\|)}{1 - \eta_1\|A^{-1}\|}$$

Якщо $\tilde{A}^{-1}$ існує і $\eta_1\|\tilde{A}\| < 1$, то A^{-1} теж існує, причому

$$A^{-1} = \tilde{A}^{-1} + A^{-1}(\tilde{A} - A)A^{-1} + \tilde{A}^{-1}[(\tilde{A} - A)\tilde{A}^{-1}]^2 + \ldots \text{ і } \|x - \tilde{x}\| \leqslant \|\tilde{A}^{-1}\| \times \frac{\eta_1(1 + \|A^{-1}\|\|y\|)}{1 - \eta_1\|\tilde{A}^{-1}\|}$$

В 3-му випадку оператор A^{-1} з $R(A)$ в $D(A) \dot{-} L(A)$, взагалі кажучи, не буде обмеженим і попередні результати не справ-

дяться. Один із підходів до наближеного розв'язування рівняння (1) з таким оператором полягає в попередній регуляризації задачі (див. *Некоректно поставлені задачі* і *Некоректно поставлених задач способи розв'язування*). Введемо рівняння $(\alpha I + A^*A)x = A^*y$, де A^* — оператор, спряжений до A:

$$(Ax, y) = (x, A^*y) \tag{8}$$

для будь-яких $x \in D(A)$ і $y \in R(A)$; $\alpha > 0$, I — одиничний оператор. Позначимо розв'язок рівняння (8) через $x^{(\alpha)}$ і розв'язок рівняння (1), ортогональний до всіх нулів оператора A, через x^*. Тоді

$$\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \frac{\delta_R}{2} + \sqrt{\left(\frac{\delta_R}{2}\right)^2 + \frac{\alpha R^2}{4}},$$

де $\delta_R = \inf \|x^* - A^*w\| \to 0$, коли $R \to \infty$.

Зокрема, якщо $x^* \equiv A^*w^*$, то $\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \leqslant \frac{\sqrt{\alpha}}{2}\|w^*\|$. Точніше, $\|x^* - x^{(\alpha)}\| = \alpha\|w^{(\alpha)}\|$, де $\alpha w^{(\alpha)} + A^*Aw^{(\alpha)} \equiv x^*$. Тому, якщо $x^* \equiv \equiv A^*Av^*$, то $\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \alpha \frac{\|A^*A\|}{\alpha + \|A^*A\|} \times \times \|v^*\| < \alpha\|v^*\|$. Введемо тепер рівняння $(\alpha I + \tilde{A}^*\tilde{A})\tilde{x} = \tilde{A}^*\tilde{y}$, розв'язок якого позначимо через $\tilde{x}^{(\alpha)}$. Окрім умов (3) і (4), допустимо ще, що

$$\|A^*y - \tilde{A}^*y\| \leqslant \eta_3(y), \tag{9}$$

де $\eta_3 \to 0$ для послідовності наближених рівнянь при фіксованому y. Тоді на основі додатної визначеності операторів $\alpha I + A^*A$ і $\alpha I + \tilde{A}^*\tilde{A}$ величина $\|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| \to 0$, коли $\eta_1 \to 0$ $\eta_2 \to 0$, $\eta_3 \to 0$ і α — фіксоване. Тому, позначивши через $\tilde{x}^*$ розв'язок наближеного рівняння (2), ортогональний до всіх нулів оператора A, одержимо, що похибку $\|x^* - \tilde{x}^*\| \leqslant \|x^* - x^{(\alpha)}\| + \|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| + \|\tilde{x}^{(\alpha)} - x^*\|$ можна зробити як завгодно малою, якщо $\delta_R = \inf_{\|w\| < R}\|\tilde{x}^* - \tilde{A}^*w\| \to 0$, коли R рівномірне відносно η_1, η_2 і η_3.

У 4-му випадку y може не належати області визначення $R(A^*)$ оператора A^*. Замість рівняння (8) введемо рівняння $(\alpha I + AA^*) \times u^{(\alpha)} = y$ і приймемо $x^{(\alpha)} = A^*u^{(\alpha)}$. Для збіжності $x^{(\alpha)}$ до x^* необхідно й достатньо, щоб x^* можна було як завгодно близько апроксимувати елементами з $R(A^*)$. Крім того,

$$\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \frac{\delta_R}{2} + \sqrt{\left(\frac{\delta_R}{2}\right)^2 + \frac{\alpha R^2}{4}},$$

де $\delta_R = \inf\|x^* - A^*w\|$. Вводячи рівняння $(\alpha I + \tilde{A}\tilde{A}^*)\tilde{u}^{(\alpha)} = \tilde{y}$, беручи $\tilde{x}^{(\alpha)} = \tilde{A}^*\tilde{u}^{(\alpha)}$ і застосовуючи оцінку $\|x^* - \tilde{x}^*\| \leqslant \|x^* - x^{(\alpha)}\| + \|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| + \|\tilde{x}^{(\alpha)} - \tilde{x}^*\|$, одержимо, що в умовах (3), (4) і (9) наближений метод буде збіжним, якщо $\delta_R = \inf\|x^* - A^*w\| \to 0$, коли $R \to \infty$ рівномірно відносно η_1, η_2 і η_3.

Конкретними прикладами операторних рівнянь розглядуваних типів є сингулярні інтегральні рівняння, фредгольмові інтегральні рівняння 1-го роду та лінійні інтегро-диф. рівняння (конкретні наближені методи для цих рівнянь див. *Інтегральних лінійних рівнянь способи розв'язування*, *Інтегральних лінійних сингулярних рівнянь способи розв'язування* і *Операторних рівнянь способи розв'язування*).

Яким би наближеним методом не розв'язувалося рівняння (1), для одержання наближеного розв'язку з високою точністю і для економії кількості необхідних операцій доцільно застосовувати такі обчисл. схеми ітераційного уточнювання наближеного розв'язку. Неважко переконатися, що

$$x - \tilde{x} = \tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)(x - \tilde{x}) + \tilde{A}^{-1}(y - A\tilde{x}). \tag{10}$$

Рівняння (10) розв'язують методом простої ітерації:

$$(x - \tilde{x})^{(r+1)} = \tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)(x - \tilde{x})^{(r)} + \tilde{A}^{-1}(y - A\tilde{x}),\quad r = 0, 1, 2, \ldots\ (x - \tilde{x})^{(0)} = 0. \tag{11}$$

Достатня умова збіжності цього методу — $\|\tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)\| \leqslant q < 1$. Обчисл. схему (11) можна переписати так, що значення оператора $\tilde{A}^{-1}$ у явному вигляді не буде потрібне. Справді, $(x - x)^{(r+1)} = y^{(r)} + (x - \tilde{x})^{(1)}$, де $Ay^{(r)} = (\tilde{A} - A)(x - \tilde{x})^{(r)}$ і $\tilde{A}(x - \tilde{x})^{(1)} = y - A\tilde{x}$. Інший спосіб ітераційного уточнення полягає в багаторазовому застосуванні вихідного наближеного методу до послідовності рівнянь

$$A\Delta x^{(r+1)} = y - A\left(\tilde{x} + \sum_{s=1}^{r}\Delta\tilde{x}^{(s)}\right), r = 0, 1, 2 \ldots.$$

При цьому $\tilde{A}\Delta\tilde{x}^{(r+1)} = \tilde{v}^{(r)}$, де $\tilde{v}^{(r)} = y - A\left(\tilde{x} + \sum_{s=1}^{r}\Delta\tilde{x}^{(s)}\right)$ потрібно обчислювати зі зростаючою точністю.

Розглянемо осн. питання Н. м. з. т. стосовно нелінійних операторних рівнянь вигляду (1) і (2) в умовах застосовності методу простої ітерації. Нехай оператори φ і $\tilde{\varphi}$ відображають взаємно однозначно простір X в Y: φx, $\tilde{\varphi}\tilde{x} \in Y$, $\varphi^{-1}y$, $\tilde{\varphi}^{-1}\tilde{y} \in X$, причому $\theta \in D(A)$, θ — нуль-елемент простору X. Подамо рівняння (1) у вигляді

$$x = Dx + v, \tag{12}$$

а рівняння (2) — у вигляді

$$\tilde{x} = \tilde{D}\tilde{x} + \tilde{v}, \qquad (13)$$

де $Dx = \varphi^{-1}Ax + x - \tilde{\varphi}^{-1}A\theta$, $v = -\varphi^{-1}y + \varphi^{-1}A\theta$, $\tilde{D}\tilde{x} = \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\tilde{x} + \tilde{x} - \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\theta$, $\tilde{v} = \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{y} + \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\theta$. За таких умов $D\theta = \tilde{D}\theta = \theta$. Вважатимемо оператори $\tilde{D}$ і D продовженими на весь простір Y. Якщо виконано умови $\|Dx_1 - Dx_2\| \leqslant C(\rho)\|x_1 - x_2\|$, $\|x_i\| < \rho$, $i = 1,2$; $\gamma = c(\rho) < 1$, $\|v\| < (1-\gamma)\rho$, які забезпечують існування єдиного розв'язку x^* рівняння (12) у кулі $\|x\| \leqslant \rho$, який можна знайти методом простої ітерації: $x^{(k)} = Dx^{(k-1)} + v$, $x^{(0)} = v$, $\|x^* - x^{(k)}\| \leqslant \frac{\gamma^{k+1}}{1-\gamma} \times \|v\|$ і якщо, крім того, $\|Dx - \tilde{D}x\| \leqslant \eta_1(x)$, $\|v - \tilde{v}\| \leqslant \eta_2$: $\|\tilde{D}x_1 - Dx_2\| \leqslant \tilde{C}(\tilde{\rho})\|x_1 - x_2\|$, $\|x_i\| \leqslant \tilde{\rho}$, $i = 1, 2$: $\tilde{\gamma} = \tilde{C}(\tilde{\rho}) < 1$, де $\tilde{\rho} = \frac{(1-\gamma)\rho + \eta_2}{1-\tilde{\gamma}}$, то рівняння (13) має єдиний розв'язок $\tilde{x}^*$ в кулі $\|x\| \leqslant \tilde{\rho}$, який можна знайти методом простої ітерації: $\tilde{x}^{(k)} = \tilde{D}\tilde{x}^{(k-1)} + \tilde{v}$, $\tilde{x}^{(0)} = \tilde{v}$, причому $\|x^* - \tilde{x}^{(k)}\| \leqslant \frac{\eta_1(x^*) + \eta_2}{1-\tilde{\gamma}} + \frac{\tilde{\gamma}^{k+1}}{1-\tilde{\gamma}}\|\tilde{v}\|$. При $\delta = (1-\gamma)\rho - \|v\| > 0$ аналогічне твердження має місце з $\tilde{\rho} = \rho$. Справджуються й певні обернені висновки, які дають змогу зробити висновок про розв'язність рівняння (12) на основі властивостей рівняння (13). Зокрема, якщо для рівняння (13) виконано зазначені вище умови застосовності методу простої ітерації і, крім того, $\delta = (1-\tilde{\gamma})\tilde{\rho} - \|\tilde{v}\| > 0$, то при $|\gamma - \tilde{\gamma}| < 1 - \tilde{\gamma}$ і $\rho|\gamma - \tilde{\gamma}| + \eta_2 < \delta$ рівняння (12) матиме в кулі $\|x\| \leqslant \rho = \tilde{\rho}$ єдиний розв'язок x^*, причому

$$\|x^* - \tilde{x}^{(k)}\| \leqslant \frac{\eta_1(x^*) + \eta_2}{1 - \tilde{\gamma} - (\gamma - \tilde{\gamma})} + \frac{\tilde{\gamma}^{k+1}}{1-\tilde{\gamma}}\|\tilde{v}\|.$$

Важливе значення на практиці мають двосторонні наближені методи, коли окрім рівняння (1) розглядаються й двоє наближених рівнянь: $\tilde{A}_1\tilde{x}_1 = \tilde{y}_1$, $\tilde{A}_2\tilde{x}_2 = \tilde{y}_2$ і доводиться, що

$$\tilde{x}_1 \leqslant x \leqslant \tilde{x}_2. \qquad (14)$$

При цьому будь-яка нерівність вигляду $u < v$ в абстрактному лінійному просторі X означає, що $v - u \in K_x$ — конусові в X (конусом K_x наз. замкнена опукла множина елементів, яка разом з довільним елементом $w \in K_x$ містить промінь λ_w, $\lambda \geqslant 0$, і, крім того, з $w, -w \in K_x$ випливає, що $w = \theta$). Прикладами конусів є сукупності невід'ємних функцій і сукупності векторів з невід'ємними координатами. Оператор A наз. монотонним, якщо з $x_1 \leqslant x_2$ випливає $Ax_1 \leqslant Ax_2$; A наз. оператором монотонного вигляду, якщо з $Ax_1 \leqslant Ax_2$ випливає $x_1 \leqslant x_2$. Співвідношення (14) виконується за умови, що A є оператором монотонного вигляду, $A\tilde{x}_1 - y \leqslant \tilde{A}_1\tilde{x}_1 - \tilde{y}_1 = \theta$ і $A\tilde{x}_2 - y \geqslant \tilde{A}_2\tilde{x}_2 - \tilde{y}_2 = \theta$. Оператори $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$ і елементи $\tilde{y}_1$, $\tilde{y}_2$ одержуються звичайно на основі зображень $A = A_1 - A_2$ і $y = y_1 - y_2$, де A_i — монотонні оператори й $y_i \in K_y$ — конусові в $У$, $i = 1, 2$, а також на основі побудови мажорант $A_i x \leqslant B_i x$, $x \in K_x$; $y_i \leqslant v_i$ і мінорант $A_i x \geqslant C_i x$, $x \in K_x$; $y_i \geqslant w_i$ монотонних операторів та елементів конуса K_y (конкретні наближені методи розв'язування нелінійних операторних рівнянь див. *Інтегральних нелінійних рівнянь способи розв'язування*). Всі попередні побудови залишаються правильними, якщо під операторами $\tilde{A}$ і елементами $\tilde{y}$ розуміють довільні наближення відповідно до A і y, які виникли не лише внаслідок застосування наближених методів. Наближення $\tilde{A}$ і $\tilde{y}$ можуть виникнути як наслідок неточності первісних даних і тоді Н. м. з. т. буде давати відповіді про вплив спадкової похибки розв'язку рівняння (1). Оцінку похибки заокруглень часто зводять до оцінок еквівалентного збурення оператора A і елемента y, і після цього Н. м. з. т. також набуває чинності.

Літ.: Канторович Л. В., Акилов Г П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., 1959 [бібліогр. с 671—680]. Иванов В В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. К., 1968 [бібліогр с. 281—285]; Красносельский М. А. [та ін.] Приближенное решение операторных уравнений М., 1969 [бібліогр. с. 437—452]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика Пер с нем М., 1969 [бібліогр. с. 422—431].

В. В. Іванов.

НАБЛИ́ЖЕННЯ ФУНКЦІЙ — те саме, що й *апроксимація функцій*.

НАВАНТА́ЖЕНЕ РЕЗЕРВУВА́ННЯ — спосіб резервування елементів, при якому резервні елементи перебувають у тому самому режимі роботи, що й основні. При Н. р. закон розподілу часу безвідмовної роботи резервних елементів збігається з відповідним розподілом для осн. елементів. У тех. системах Н. р. застосовується в разі, коли неможливо перервати роботу системи щоб ввімкнути резервні елементи. Розрізняють невідновлюване й відновлюване Н. р. Невідновлюване Н. р. Нехай є n осн. і m резервних елементів; час безвідмовної роботи кожного елемента має показниковий розподіл зі щільністю $\lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$. Відмова системи настає в момент відмови $m + 1$-го елемента. Тоді середній час безвідмовної роботи системи

$$T = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+m}\right).$$

Відновлюване Н. р. Нехай n, m, λ — ті самі параметри, що й при невідновлюваному Н. р., і елементи, що відмовили, відновлюються r операторами, кожний з яких відновлює один елемент протягом випадкового часу зі щільністю $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$. Нехай при $t = 0$ є k елементів, що відмовили. Тоді середній час T_k до відмови системи визначається розв'язуванням системи рівнянь

$$T_k = \frac{1}{\lambda_k + \mu_k} + \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \mu_k} T_{k+1} + \frac{\mu_k}{\lambda_k + \mu_k} T_{k-1},\ k = 0, 1, \ldots, m,$$

де $\lambda_k = \lambda(n + m - k)$; $\mu_k = \mu k$ при $k \leqslant r$; $\mu_k = \mu r$ при $k > r$; $T_{-1} = T_{m+1} = 0$. Нехай, далі, є система з n основних та m резервних елементів, причому всі елементи функціонують незалежно. Якщо $\frac{1}{\lambda}$ — середній час перебування елемента в робочому стані, $\frac{1}{\mu}$ — в стані відмови, то стаціонарна ймовірність перебування системи в справному стані дорівнює

$$\sum_{k=1}^{m} C_{n+m}^{k}\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{k}\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{n+m+k},$$

а середній час між відмовами системи дорівнює $(\lambda + \mu)^{n+m+1} / [nC_{n+m}^{n} \lambda^{n}\mu^{m}]$.

І. М. Коваленко.

НАВЧА́ЛЬНА ВИ́БІРКА — сукупність зображень, поданих *розпізнавальній системі,* в режимі *навчання розпізнавати образи* або *самонавчання розпізнавати образи.* У процесі навчання подавання кожного зображення супроводжується вказівкою на клас, до якого належить це зображення. При самонавчанні цих відомостей немає. У проміжному випадку вказівками на те, що зображення належить до того чи іншого класу, супроводиться лише частина зображень у навчальній вибірці.

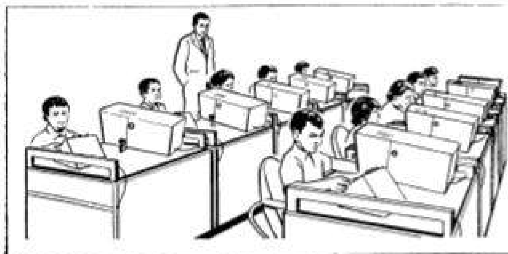
М. І. Шлезінгер.

НАВЧА́ЛЬНА МАШИ́НА — пристрій для реалізації навчальних програм. Способи тех. реалізації Н. м. надзвичайно різноманітні. Здебільшого Н. м. виконує такі функції: 1) дає навчуваному порції навч. матеріалу й контрольні завдання, ставить запитання; 2) вимагає, щоб навчуваний відповів на запитання, виконав завдання і ввів відповіді в машину; 3) повідомляє навчуваному, чи правильно він відповів, а в ряді випадків вказує й на тип допущеної помилки; 4) забезпечує індивідуальну роботу в зручному для навчуваного (чи контрольованого) темпі, а часто — й ту чи іншу міру *адаптації* до індивідуальних особливостей навчуваного. Ці функції (хоча й з різною мірою повноти) виконують *програмовані підручники* й навчальні комплекси, тобто системи на базі електронних цифрових обчисл. машин (див. *Автоматизованого навчання клас*). На відміну від Н. м., решта засобів автоматизації навч. процесу виконують лише частину перелічених функцій. Так, інформаційні пристрої, або машини-інформатори, тільки дають навчуваному навч. матеріал. Контролюючі пристрої (машини-екзаменатори) забезпечують здебільшого виконання 2 і 3-ї з перелічених функцій.

Ще в 2-й пол. 19 ст. були спроби розробити найпростіші тех. пристрої й застосувати їх на допомогу вчителеві. Серйозніші роботи провадили амер. вчені, які, починаючи з 1915, намагалися механізувати операції навчання й перевірки знань. Потім — аж до середини 50-х рр. 20 ст.— досить широко застосовували різні тренажери — спеціалізовані Н. м., призначені переважно для вироблення навичок роботи зі складною апаратурою, при обслуговуванні пром. устаткування й агрегатів, при навчанні керування літаками й ракетами тощо. Н. м. в сучасному розумінні цього слова з'явилися в 50-х рр. 20 ст.— практично водночас із *програмованим навчанням.*

Інтерес до Н. м. як засобів реалізації *навчальних програм* пояснюється тим, що вони мають переваги порівняно з програмованими підручниками. По-перше, Н. м. дають змогу чітко регламентувати й контролювати навч. діяльність навчуваних, як правило, позбавляючи їх можливості ознайомитися з матеріалом не в тому порядку, який передбачено навч. програмою, і вгадати правильну відповідь на завдання ще до спроби дати її самостійно, та ін. По-друге, Н. м. дають змогу давати навчуваному матеріал у різній формі — друкований текст, ілюстрації, кінофрагменти, діапозитиви, звукові та світлові сигнали тощо. Відповідь навчуваний вводить у машину різними способами — натискуючи кнопки й клавіші, графічним шляхом, записуючи текст від руки або друкуючи його на друкарській машинці, читаючи його усно в мікрофон і т. д. По-третє, ці машини забезпечують реєстрацію перебігу процесу навчання та контролю за ним, даючи змогу викладачам та адміністрації навч. закладу швидше прийняти рішення. Крім того, за допомогою Н. м. можна забезпечити гнучке керування пізнавальною діяльністю навчуваних, адаптацію до їхніх індивідуальних особливостей на основі автоматичного збирання та обробки даних про перебіг процесу їхнього навчання; вони дозволяють створювати ігрові чи змагальні ситуації для підвищення рівня мотивації навчуваних, змушуючи їх набувати необхідних навичок, щоб обіграти партнера — машину. В зв'язку з цим одним з перспективних шляхів підвищення ефективності навчання є застосування адаптивних (самопристосовуваних) Н. м. Адаптивними наз. Н. м., які на основі обробки послідовних відповідей навчуваних можуть змінювати способи викладу навч. матеріалу зі збереженням якості навчання за довільних зовн. і

внутр. умов навчання. Ці машини забезпечують вищий ступінь індивідуалізації навчання, ніж традиційні форми групового навчання та звичайні форми програмованого навчання. Вони дають змогу повніше використати здібності кожного з навчуваних і відкривають нові можливості для скорочення строків навчання і поліпшення його якості. За наявними даними, завдяки застосуванню адаптивних Н. м. час навчання скорочується пересічно на 30%, а якість навчання така сама, як і при навчанні за розгалуженою навч. програмою.



Навчальні машини в автоматизованому класі.

У розробці адаптивних Н. м. визначилися два осн. напрями. Перший з них пов'язаний з побудовою вузькоспеціалізованих тренажерів, призначених для формування навичок роботи на цифро- та букводрукувальних апаратах, навичок швидкого читання тощо. Принцип роботи таких адаптивних Н. м. базується на тому, що темп подавання, складність і відносна частота сигналів змінюються залежно від того, наскільки правильно й швидко реагує навчуваний на сигнал, що йому подається. Ці зміни відбуваються в машині на підставі оцінки кількох (часто — всіх) відповідей навчуваних під час навчання. Другий напрям ставить своєю метою побудову адаптивних Н. м. широкого призначення, придатних для того, щоб навчати різних дисциплін, формувати найрізноманітніші знання та вміння. Навч. програма адаптивної Н. м. широкого призначення передбачає кілька варіантів викладу того самого навч. матеріалу, інакше кажучи, складається з кількох навч. програм звичайного типу, які, проте, мають різні характеристики (різний розмір порцій, неоднакові схеми галуження й число завдань тощо). Треба, щоб варіант програми передбачав достатню кількість пунктів, у яких можливий перехід до інших варіантів. На основі оцінки послідовності відповідей навчуваного адаптивна Н. м. обирає той варіант навч. програми, який дає змогу оптимізувати процес навчання.

Впровадження досить гнучких та ефективних способів керування пізнавальною діяльністю навчуваних (зокрема, адаптивних Н. м.) останнім часом іде по шляху використання ЕЦОМ як Н. м. Це дає змогу не лише забезпечити високий ступінь адаптації до кожного навчуваного, а й навчати методів розв'язування складних задач. Тут обчисл. машина може забезпечити таке керування, при якому навчуваний від тієї самої первісної ситуації може йти різними шляхами; одні з них хибні, а інші — правильні (але не однаковою мірою раціональні). Крім того, при такому керуванні навчуваному надається відповідна специфічна допомога, яка відповідає обраному шляхові розв'язування задачі. Все це дає змогу організувати навчання, близьке до рівня індивідуальних занять з досвідченим педагогом-репетитором.

Перелічені особливості ЕЦОМ особливо яскраво виявляються в тих випадках, коли обчисл. машина є не лише засобом навчання, а й об'єктом вивчення. У користувачів ЕЦОМ, що навчаються, при цьому є змога звертатися до машини практично мовою предмета, який вони вивчають,— *мовою програмування*, тобто застосовувати вільно конструйовану форму введення своїх відповідей; ця форма, в свою чергу, позитивно впливає на ефективність навчання. Використання обчисл. машин як Н. м. дає змогу розв'язати проблему комплексної автоматизації навч. процесу. При цьому *масиви* даних про хід і результати навчання різних контингентів можна використати як «інформаційний банк» для довідкових та керуючих систем навч. закладів і установ, які керують нар. освітою.

Літ.: Программированное обучение и кибернетические обучающие машины. М., 1963; Гребень И. И., Довгялло А. М. Автоматические устройства для обучения. К., 1965 [бібліогр. с. 183—194]; Применение ЭВМ в учебном процессе. М., 1969; Применение цифровых вычислительных машин для обучения программированию. К., 1970; Столаров Л. М. Обучение с помощью машин. Пер. с англ М., 1965; Ричмонд У К Учителя и машины Пер с англ. М., 1968.

Й. І. Гребінь, О. М. Довгялло.

НАВЧА́ЛЬНА ПРОГРА́МА — навчальний матеріал, у якому описують знання, вміння й навики, що підлягають засвоєнню, а також (і досить докладно) способи формування їх. Інакше кажучи, у Н. п. описують не лише те, що саме треба учневі знати й уміти після проходження навчального курсу, а й те, як саме йому треба працювати в процесі навчання, щоб засвоїти зміст цього курсу. Матеріал, який описує способи роботи учня, часто становить більшу частину всього навчального курсу, й це в багатьох випадках може бути основною (зовнішньою) відмінністю Н. п. від звичайних підручників. Крім того, Н. п. оформляють у вигляді сукупності відносно невеликих розділів навчального матеріалу, які закінчуються контрольним запитанням, завданням або вказівками учневі щодо його подальших дій. Ці розділи наз. «порціями навчального матеріалу» (або просто «порціями»). Н. п. становлять основу процесу *програмованого навчання*. Їх можна виконувати в друкованій формі — у вигляді книги (див. *Програмований підручник*), на кінострічках, діапозитивах і магнітофонній стрічці. Ці програми розміщують і в пам'яті використовуваних для навчання *цифрових обчислювальних машин* (див. також *Навчальна машина*, *Автоматизованого навчання клас*).

О. М. Довгялло.

НАВЧА́ННЯ РОЗПІЗНАВА́ТИ О́БРАЗИ — процес змінювання алгоритму розпізнавальної системи для поліпшення або досягнення максимального значення певного заданого критерію, що характеризує якість розпізнавання. Для розв'язування задачі *розпізнавання образів* без навчання необхідно, щоб у якійсь множині X розпізнаваних зображень x було задано підмножини $X_1, X_2, ..., X_n$, що відповідають різним образам. Розв'язати задачу розпізнавання — значить знайти таку систему правил — *алгоритм розпізнавання*, який для будь-якого зображення x указує номер підмножини, до якої входить це зображення.

Задача Н. р. о. виникає тоді, коли підмножини $X_1, X_2, ..., X_n$ заздалегідь не відомі і їх треба встановити на основі т. з. *навчальної вибірки*. Навчальна вибірка являє собою певну сукупність зображень, що подаються навчуваній *розпізнавальній системі*, при цьому подавання кожного зображення супроводиться вказівкою на те, до якої підмножини воно належить. Найцікавішим є випадок, коли до навчальної вибірки входять не всі зображення з множини X, а лише частина їх. Отже, задача навчання полягає в тому, щоб за частиною підмножини знайти всю підмножину. Таку задачу можна розв'язати лише тоді, коли на підмножини $X_1, X_2, ..., X_n$ накладено певні обмеження. Ці обмеження можна задавати у вигляді залежності множин $\{X_i\}$ від якогось невідомого параметра, який треба визначити. Напр., припускають, що множина X_i є сфера з невідомим центром або об'єднання невеликого числа таких сфер.

У загальнішому випадку кожному образові відповідає не підмножина X_i у множині зображень X, а якийсь умовний розподіл імовірностей $p(x/i)$, заданий на множині X. Задача навчання виникає тоді, коли розподіли $p(x/i)$ відомі не повністю, а лише з точністю до невідомого параметра, значення якого треба оцінити на основі відомої навчальної вибірки. При цьому як оцінку найчастіше беруть або найімовірніше значення параметра, коли для цього параметра відомий апріорний розподіл, або найвірогідніше значення, коли апріорний розподіл невідомий. Є й така постановка задачі навчання розпізнавання (т. з. *Байєсівське навчання)*, коли метою навчання є не найбільша точність визначення невідомих параметрів образів, а найбільша надійність наступного розпізнавання. Результатом навчання в цьому разі є не якась оцінка невідомого параметра, а апостеріорний розподіл його значень. Цей апостеріорний розподіл повністю використовують під час наступного розпізнавання.

Як правило, повне задання розподілів імовірностей $p(x/i)$ або множин X_i є надмірним, тобто містить інформації більше, ніж це потрібно для знаходження розв'язувальної функції. Тому досить часто задачу навчання формулюють не як знаходження функцій $p(x/i)$ або множин X_i, а як безпосереднє знаходження розв'язувальної функції на основі навчальної вибірки. При цьому на розв'язувальну функцію накладають обмеження. Припускають, що розв'язувальну ф-цію представлено поліномом невеликого степеня, напр., що вона лінійна, або припускають, що розв'язувальну ф-цію представлено сумою кількох відомих функцій, помножених на наперед невідомі коефіцієнти і т. ін. Своєрідним різновидом задачі навчання є задача *самонавчання розпізнавати образи*.

Літ.: Глушков В. М. Теория алгоритмов. К., 1961 [бібліогр. с. 165—166]; Пугачев В. С. Оптимальное обучение автоматических систем в изменяющихся условиях. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 10; Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., 1970 [бібліогр. с. 384]. *М. І. Шлезінгер.*

НАГРОМА́ДЖУВАЛЬНІ СХЕ́МИ — клас схем дискретної дії, які використовують т. з. нагромаджувальний принцип переробляння інформації. При використанні цього принципу заг. процес переробляння інформації складається з послідовності однотипових елементарних циклів. Результат переробляння в кожному такому циклі визначається як поточною інформацією, так і інформацією, яка є результатом виконання попереднього циклу. За цим принципом, крім сигналів, що несуть поточну інформацію, як вхідні сигнали Н. с. використовують і сигнали, що становлять результат перетворення інформації в попередньому циклі, а значення вихідного сигналу, що є результатом перетворення в даному циклі, запам'ятовується на час виконання відповідного перетворення в наступному циклі. Напр., якщо при послідовному підсумовуванні двох n-розрядних ($n > 1$) чисел використовують нагромаджувальний принцип, то елементарним циклом є підсумовування двох цифр відповідних розрядів доданків з урахуванням переносу, який виникає в результаті додавання попередніх (молодших) розрядів. Н. с. однорозрядного *суматора* в цьому випадку має три входи, на які подаються сигнали, що представляють відповідні розряди доданків і перенос з молодшого розряду, а сигнал на виході, що представляє перенос, запам'ятовується на час виконання наступного елементарного циклу. Можливість реалізувати нагромаджувальний принцип переробляння інформації в схемах дискретної дії забезпечується використанням запам'ятовувальних елементів з колами *зворотного зв'язку*, які при цьому можуть бути щодо власне схеми запам'ятовувального елемента або внутрішніми, або зовнішніми. Найпростішим прикладом Н. с. на основі запам'ятовувального елемента з внутр. колом зворотного зв'язку є перелічувальна схема на магнітному осерді з матеріалу з прямокутною петлею гістерезису, який працює в режимі перемагнічування за окремими циклами. Прикладом Н. с. із зовнішнім колом зворотного зв'язку є *тригер*. У заг. випадку в Н. с., окрім запам'ятовувальних, можна викорис-

товувати й логічні елементи. Для надійного функціонування повинна виконуватись така умова правильного обміну інформацією між запам'ятовувальними й логічними елементами Н. с.: сигнал, згідно з яким інформація знімається з виходу запам'ятовувального елемента (тригера), і сигнал, що перемикає цей елемент, не повинні співпадати в часі. Оскільки у використовуваних на практиці схемах сигнали знімання й перемикання утворюються, як правило, одночасно, то перемикальний сигнал затримують на час діяння сигналу знімання за допомогою спец. засобів, напр., лінії затримки або додаткового запам'ятовувального елемента.

Особливості тех. реалізації дискретних пристроїв у класі Н. с. багато в чому визначаються вибором типів запам'ятовувальних та логічних елементів, а також системами зв'язків між ними. Зокрема, при використанні потенціальної системи для синхронізації обміну інформацією в схеми вводять додаткові тригери і застосовують двотактне передавання інформації. Це певною мірою ускладнює їх. При використанні імпульсної системи через необхідність суворого часового узгодження сигналів у пристроях з багатотактним перетворенням інформації особливо ефективна побудова їх саме на основі Н. с. В цілому побудова дискретних пристроїв у класі Н. с. має тенденцію до зниження затрат обладнання та підвищення швидкодії порівняно з побудовою таких пристроїв у класі *комбінаційних схем*. Див. також *Імпульсна елементна структура, Потенціально-імпульсна елементна структура, Потенціальна елементна структура ЦОМ*.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]. *Ю. Л. Іваськів.*

НАГРОМА́ДЖУВАЧ, блок зберігання інформації — частина запам'ятовувального пристрою (ЗП), що включає середовище (носій запису інформації), стан якого відображає закодовану інформацію, і засоби перетворювання цього стану на сигнали, природа яких аналогічна до природи сигналів цифрової обчислювальної машини (ЦОМ). Часто Н. має й засоби зворотного перетворювання. Здебільшого сучасні ЦОМ працюють з електр. сигналами, а носії інформації використовуються різні — від магнітних і електр. до акустичних і оптичних. Конструктивно Н. являє собою окремий блок, однак іноді в ньому розміщують елементи й інших блоків ЗП. Так буває, коли за принципом роботи *запам'ятовувальні елементи* подібні до елементів керування (ЗП на інтегральних схемах та останній ступінь адресного *дешифратора* на феритах у феритових ЗП з лінійним вибиранням) або коли треба зменшити довжину *шин*, що передають малі сигнали (розміщування підсилювачів відтворювання в Н. на тонких магнітних плівках).

У ряді випадків елементи зберігання інформації, окрім основної функції, можуть виконувати й функцію останнього ступеня дешифратора адреси, напр., у феритових ЗП матричного типу (див. *Матриця феритова багатовіконна, Матриця феритова шарувата*). Як носій інформації в ЗП можна використовувати дискретні запам'ятовувальні елементи або безперервне запам'ятовувальне середовище (напр., магнітну поверхню). Швидкодіючі ЗП будують майже виключно з дискретних запам'ятовувальних елементів, кожний з них призначений для зберігання одного двійкового розряду — біту. Сукупність запам'ятовувальних елементів, призначена для зберігання одного n-розрядного маш. слова (числа), становить комірку Н. Іноді в комірці зберігається кілька маш. слів. Крім того, слово може бути й поділене на байти. *Ф. Н. Зиков.*

НАГРОМА́ДЖУВАЧ НА МАГНІ́ТНІЙ СТРІ́ЧЦІ — *запам'ятовувальний пристрій*, у якому *носієм запису інформації є стрічка магнітна*.

НАДІ́ЙНІСТЬ КІБЕРНЕТИ́ЧНИХ СИСТЕ́М — здатність систем зберігати свої властивості (безвідмовність, довговічність, ремонтопридатність і збережуваність) протягом заданого проміжку часу за певних умов експлуатації. Дедалі зростаюча різноманітність та відповідальність завдань з передавання, переробки й зберігання інформації приводить до постійного ускладнення кібернетичних систем. Але чим складніші ці системи, тим вони менше надійні. Осн. шляхами подолання цієї суперечності є: підвищення надійності елементів і побудова надійних киберн. систем з ненадійних елементів; розробка систем контролю, які запобігають відмовам і виявляють їх; розробка методів обслуговування складних систем і впровадження структурної та інформаційної надмірності. Істотну роль при цьому відіграє розробка нових матем. методів дослідження Н. к. с.

Осн. методами дослідження Н. к. с. є методи *імовірностей теорії* і *математичної статистики*. Широко застосовують і методи *інформації теорії*, теорії відновлення, *масового обслуговування теорії* і методи статистичного моделювання. Перспективним є застосування теорії напівмарковських і *марковських процесів*, а також теорії старіючих елементів. Коли методи дослідження надійності приводять до аналітичних труднощів, то використовують асимптотичні методи й наближені формули. Розраховані показники надійності можна істотно уточнювати експериментальним аналізом надійності.

З погляду теорії надійності кібернетичні системи звичайно розподіляють на два класи: невідновлювані системи, працездатність яких при відмові звичайно не піддається або не підлягає відновленню в процесі експлуатації, і відновлювані системи, працездатність яких при відмові може відновлюватися в процесі експлуатації (під працездатністю розуміють стан системи, за якого вона здатна виконувати задані функції з параметрами, які встановлено тех. вимогами). Ступінь надійності систем визначають показниками, пов'язаними з явищем

відмови — подією, що полягає в порушенні працездатності. Розрізняють відмови поступові й раптові. Для систем передавання та переробки інформації характерні збої, тобто самоусувні відмови. Поступові відмови проявляються у вигляді поступового виходу параметрів системи за межі встановлених допусків, а раптові — у вигляді різкої зміни параметрів, які визначають якість системи.

Показниками надійності невідновлюваних систем звичайно є: імовірність безвідмовної роботи $P(t)$, інтенсивність відмов $\Lambda(t)$ (імовірність відмови невідновлюваної системи за одиницю часу після даного моменту часу за умови, що відмова до цього моменту не виникла) і середнє напрацювання до відмови $T_{серед}$ (напрацювання — тривалість або обсяг роботи системи). Ці показники визначають за формулами:

$$\Lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)},$$

$$P(t) = \exp\left\{-\int_0^t \Lambda(t)\,dt\right\},$$

$$T_{серед} = \int_0^\infty P(t)\,dt.$$

Показниками надійності відновлюваних систем звичайно вважають: імовірність безвідмовної роботи $P(t)$; *напрацювання на відмову* (середній час безвідмовної роботи) T; середній час відновлювання $T_в$ — середній час вимушеного не регламентованого простою внаслідок відшукування та усування відмови; параметр потоку відмов $\omega(t)$ — середню кількість відмов відновлюваної системи за одиницю часу, взяту для розглядуваного моменту часу; коеф. готовності $K_г$ — імовірність того, що система буде працездатна в довільно обраний момент часу в проміжках між плановими тех. обслуговуваннями; коеф. тех. використання $K_т$ — відношення напрацювання системи в одиницях часу за якийсь період експлуатації до суми цього напрацювання і часу, витраченого на тех. обслуговування й ремонт за той самий період експлуатації.

Вивчення надійності невідновлюваних систем звичайно базується на припущенні про незалежність їхніх відмов від ін. відмов елементів системи. При осн. з'єднуванні елементів, коли відмова будь-якого елемента призводить до відмови системи, імовірність безвідмовної роботи її

$$P(t) = p_1(t)\,p_2(t)\ \ldots\ p_N(t),$$

де $p_i(t)$ — імовірність безвідмовної роботи i-го елемента системи; N — кількість елементів системи. Коли в системі не всі елементи працюють одночасно, стан системи визначає група тих елементів, які працюють. Постійні інтенсивності відмов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_N$ відповідають кожному з N станів. При стаціонарному й ергодичному процесах змінювання станів імовірність безвідмовної роботи визначають за наближеною формулою

$$P(t) \approx \exp\left\{-\sum_{k=1}^{N} \lambda_k P_k t\right\},$$

де P_k — імовірність того, що в будь-який момент часу система перебуває в стані k.

Щоб спростити аналіз надійності відновлюваної системи, елементи якої утворюють осн. з'єднання, звичайно припускають, що робота, відмови та відновлювання одного елемента не впливають на надійність інших, а густота розподілу часу безвідмовної роботи елементів системи є неперервною. Якщо час безвідмовної роботи елементів значно більший за час відновлювання, то вважають, що відновлювання відбувається миттєво. Моменти відмов кожного елемента системи утворюють потік відмов, а сума потоків відмов усіх елементів утворює потік відмов системи. З урахуванням зроблених вище припущень потік відмов системи наближено буде *Пуассона потоком* зі змінним параметром. При тривалій експлуатації потоки відмов елементів стають стаціонарними, а потік відмов системи — Пуассона потоком зі сталим параметром, тобто найпростішим потоком. Це дає змогу одержувати прості й практично прийнятні вирази для показників надійності відновлюваних систем. Якщо часом відновлювання знехтувати не можна, то

$$K_г = T\,(T + T_B)^{-1}, \quad P(t) = K_г \cdot \exp\{-t/T\},$$

де величини T і $T_в$ визначають, припускаючи, що потоки відмов елементів і системи є сталими на заданій дільниці часу.

Одним з осн. методів підвищення Н. к. с. є резервування, основане на введенні резервних частин, які є надлишковими щодо мінім. функціональної структури системи, необхідної й достатньої для виконання заданих функцій. Залежно від способу включання резерву резервування ділять на загальне та роздільне (або поелементне), а за станом резерву — з постійно включеним резервом і з заміщенням при навантаженому резерві та ненавантаженому резерві й полегшеному його стані. При постійному резервуванні резервні системи приєднано до основних протягом усього часу роботи й перебувають вони в однаковому стані з основними. При резервуванні заміщенням резервні системи включаються на місце основних, коли ці останні відмовляють. У випадку навантаженого стану резервних систем режими їхньої роботи такі самі, як і в основної системи. Коли час вмикання резервної системи на місце основної практично дорівнює нулеві, а перемикальні пристрої (якщо вони є) абсолютно

надійні, то для невідновлюваних резервних систем маємо

$$P_n(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - P_i(t)],$$

де $P_i(t)$ — імовірність безвідмовної роботи i-ї системи; n — кількість резервних систем, разом з основною; $T_{серед} = \int_0^\infty P_n(t)\,dt$.

При ненавантаженому стані резервних систем режими їхньої роботи полегшено настільки, що практично резерв починає втрачати надійність лише з моменту заміщення системи, яка відмовила. При цьому

$$P_n(t) = P(t) + \int_0^t q(t-\tau)\,P_{n-1}(\tau)\,d\tau,$$

де $P(t)$ — імовірність безвідмовної роботи нерезервованої системи; $P_{n-1}(\tau)$ — імовірність безвідмовної роботи системи, резервованої $(n-2)$ рази; $q(t-\tau)$ — густота ймовірності відмови нерезервованої системи; $T_{серед} = \sum_i^n M\tau_i$, де $M\tau_i$ — *математичне сподівання* часу безвідмовної роботи i-ї системи. При полегшеному стані резервних систем режими їхньої роботи полегшено настільки, що до моменту заміщення системи, яка відмовила, резервна може відмовити з меншою ймовірністю, ніж у робочому стані. В цьому випадку

$$P_n(t) = 1 + \int_0^t [1 - P_n^{(н)}(\tau)\,P_n^{(р)}(\tau, t)]\,dP_{n-1}(\tau),$$

де $P_{(n)}^{(н)}(\tau)$ — імовірність безвідмовної роботи n-ї системи в неробочому стані; $P_{(n)}^{(р)}(\tau, t)$ — умовна ймовірність того, що n-а система не відмовить у робочому стані на дільниці часу (τ, t) за умови, що вона не відмовила на дільниці $(0, \tau)$; $P_{n-1}(\tau)$ — ймовірність безвідмовної роботи системи з однієї робочої та $(n-2)$ резервних систем.

При аналізі надійності відновлюваних резервованих систем звичайно припускають, що час безвідмовної роботи і час відновлювання осн. та резервних систем розподілені за показниковим законом. Це дає змогу використати однорідні марковські процеси. Якщо час безвідмовної роботи і час відновлювання розподілено за довільним законом, то розрахувати надійність таких систем стає значно складніше, й через це одержують і застосовують наближені формули, які задовольняють запити практики. Для дубльованої системи, в якій час безвідмовної роботи осн. та резервної систем розподілено за показниковим законом, а час відновлювання розподілено довільно, при малій імовірності відмови дубльованої системи за час між послідовними моментами відновлювання,

$$T = (\Lambda)^{-1} + [(\Lambda + \Lambda_1)\int_0^\infty (1 - e^{-\Lambda t})\,dG(t)]^{-1},$$

де Λ — інтенсивність відмови робочої системи; Λ_1 — інтенсивність відмови резервної системи; $G(t)$ — закон розподілу часу відновлювання. Ймовірність безвідмовної роботи визначають за наближеною формулою: $P(t) \approx \exp\left\{-\frac{t}{T}\right\}$. При навантаженому резерві $\Lambda = \Lambda_1$, а при ненавантаженому $\Lambda_1 = 0$. Якщо час безвідмовної роботи і час відновлювання розподілено довільно, то середній час безвідмовної роботи дубльованої системи для ненавантаженого резерву

$$T = T_1 + \frac{T_1}{\alpha},\ \alpha = \int_0^\infty [1 - G(t)]\,dF(t),$$

а ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) \approx \exp\left\{-\frac{\alpha t}{T_1}\right\},$$

де T_1 — серед. час безвідмовної роботи осн. та резервної систем; $G(t)$ — закон розподілу *часу відновлення* осн. та резервної систем; $F(t)$ — закон розподілу часу безвідмовної роботи осн. та резервної систем. Останні дві формули справджуються, якщо припустити, що час відновлювання системи значно менший за час безвідмовної роботи системи, тобто величина α мала. Для навантаженого резерву, як це ми вище припустили щодо часу безвідмовної роботи та відновлювання, напрацювання на відмову для резервованої системи, яка складається з $(n-1)$ резервних систем, визначають так:

$$T = \frac{T_2}{n}\left[\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)^n - 1\right],$$

де T_1 — середній час безвідмовної роботи осн. та резервних систем; T_2 — серед. час відновлювання осн. та резервних систем. Остання формула припускає, що час роботи резервованої системи в середньому значно більший за час роботи однієї системи, а час відновлювання резервованої системи в середньому значно менший за час відновлювання однієї системи.

Літ.: Половко А. М. Основы теории надежности. М., 1964 [бібліогр. с. 439—443]; Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., 1965 [бібліогр. с. 516—521]; Козлов Б. А., Ушаков И. А. Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., 1966 [бібліогр. 425—430]; Ежов И. И., Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения. «Кибернетика», 1967, № 5; Теория надежности и массовое обслуживание. М., 1969; Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. Пер. с англ М., 1969 [бібліогр. с. 471—482].

А. М. Бондаренко, А. Ф. Верлань.

НАДІЙНІСТЬ РОЗПІЗНАВА́ННЯ — ступінь відповідності між рішеннями, що їх приймає *розпізнавальна система,* і справжньою належністю розпізнаваних об'єктів. Кількіс-

ною мірою Н. р. може бути будь-яка зростаюча ф-ція ймовірності правильних відповідей розпізнавання. Н. р. є окремим випадком *риску розпізнавання*. Існує аналогія між Н. р. та правильністю передавання інформації дискретного *каналу зв'язку*. Для розрахунку Н. р. треба знати властивості розпізнаваних об'єктів, *алгоритм розпізнавання* й точність тех. реалізації його, тобто похибки обчислення й порівняння між собою мір схожості (див. *Схожості критерій*). Якщо такий розрахунок неможливий, вдаються до експериментального аналізу Н. р., що основується на одержуванні статистичних оцінок імовірності потрапляння в область правильних відповідей. Якщо є змога реєструвати значення мір схожості, такі оцінки будують за вибірковими розподілами цих мір. У противному разі обмежуються аналізом частот правильних відповідей. Це дає грубіші оцінки Н. р. Для будь-яких експериментальних оцінок Н. р. зазначають їхню точність у вигляді *довірчих інтервалів*, залежних від точкових оцінок Н. р., обсягів виборок і заданих довірчих імовірностей. *В. К. Єлисеєв.*

НАДМІРНІСТЬ ПОВІДОМЛЕНЬ — величина r, яка показує, наскільки ефективним є подання повідомлень в алфавіті A. В разі дискретних повідомлень величина $r = 1 - \frac{H}{n \log M}$, де H — ентропія повідомлень, M — кількість символів алфавіту A, що використовується для подання (кодування) повідомлень; n — середня довжина кодових слів; основа логарифма збігається з основою логарифма у виразі для H. Прикладом неефективного кодування є подання повідомлень, напр., російською мовою за допомогою букв російського алфавіту. Надмірність російської мови лежить у межах від 0,5 до 0,8. Приблизно в тих самих межах лежить надмірність і інших розмовних мов.

Методи оптимального статистичного кодування дають змогу зменшувати Н. п. Для кодування статистично незалежних повідомлень з нерівномірним розподілом імовірностей можна використовувати метод Шеннона — Фано, метод Хаффмена та ін. Осн. методом кодування статистично залежних повідомлень є укрупнення повідомлень, тобто об'єднання повідомлень у блоки та наступне кодування блоків одним з відомих методів кодування незалежних повідомлень. У разі неперервних повідомлень тривалості T і скінченного алфавіту A під Н. п., поданих в алфавіті A з точністю ε (про вибір міри точності див. *Епсилон-ентропія*), розуміють величину $1 - \frac{TH_\varepsilon}{n \log M}$, де H_ε — ентропія повідомлень, тобто мінімальна кількість одиниць інформації за 1 *сек*, яка дає змогу відновити неперервне повідомлення з точністю, не нижчою за ε. Зменшення Н. п., що зберігає міру точності, наз. стисненням повідомлень. Стиснення можна виконати за допомогою двох операцій: *дискретизації* (тобто подання повідомлень скінченною кількістю дійсних чисел) і *квантування* (тобто подання кожного дійсного числа за допомогою символів деякого скінченного алфавіту). Задача дискретизації зводиться до вибору апроксимації повідомлень скінченним рядом. Задача квантування аналогічна задачі оптимального статистичного кодування. *В. Д. Колесник.*

НАДМІРНІСТЬ СИСТЕМИ — перевищення обсягу сигналів або міри складності структур системи порівняно з їхніми мінімальними значеннями, необхідними для того, щоб виконати поставлене завдання. Так визначають Н. с., коли цю систему розглядають на рівні тех. реалізації, тоді осн. видами Н. с. є сигнальна й структурна надмірності. На абстрактному рівні говорять про інформаційну Н. с., тобто про надмірність у кількості інформації, яку переробляють, і про алгоритмічну Н. с., тобто надмірність у складності *алгоритму* функціонування системи. Розрізняють штучну й природну надмірності. Проблема Н. с. пов'язана з трьома осн. завданнями: 1) введенням штучної надмірності з метою поліпшення осн. характеристики системи (завадостійкості або точності, надійності тощо); 2) зменшенням природної інформаційної надмірності, щоб спростити систему (див. *Надмірність повідомлень*); 3) раціональним використанням надмірності універсальних багатофункціональних систем і *масового обслуговування систем* у періоди недовантаження. Сигнальну надмірність застосовують для підвищення як завадостійкості, так і надійності, структурну надмірність — лише для підвищення надійності системи.

На рівні тех. реалізації обробки інформація відображається у своїх фіз. носіях — сигналах, а алгоритм реалізують структури — тех. пристрої, які виконують задані алгоритмом перетворювання сигналів. Для вимірювання Н. с. вводять двоє понять: 1) сигнали мінім. обсягу V_0, потрібні для відображення використовуваних інформаційних процесів із заданою точністю за умови, що сигнали не буде спотворено в системі; 2) структури мінім. складності S_0, які реалізують алгоритм системи з заданою точністю за умови, що структури в процесі роботи не змінюють своїх робочих характеристик. Для оцінювання складності структури не існує загальноприйнятого способу; певні переваги має інформаційний спосіб. Введення одного виду Н. с. приводить до необхідності застосувати й другий. У цьому випадку коефіцієнт сигнальної надмірності $r = \alpha V/V_0$, де V — фактичний обсяг сигналів; α — коефіцієнт просторового дублювання сигналів ($\alpha > 1$, якщо структури з надмірністю). Отже, сигнальна надмірність може бути пов'язана як з ускладненням сигналів порівняно з найпростішими можливими, так і з просторовим дублюванням їх у блоках надмірної структури. Аналогічно, коеф. структурної надмірності $S = \beta S/S_0$, де S — фактична

складність структури, β — коеф. тимчасового завантаження структури ($\beta > 1$, якщо обробляються сигнали з надмірністю). Отже, структурна надмірність може бути пов'язана як з ускладненням структури порівняно з найпростішою можливою, так і зі збільшенням часу завантаження при обробці сигналів з надмірністю.

Щоб знайти граничне можливе значення сигнальної надмірності, систему поділяють на дві частини: 1) підсистему, до якої в тій чи іншій формі входить канал передавання інформації; 2) підсистему, до якої в тій чи іншій формі входить канал обчислень. У першій підсистемі граничну Н. с. визначають за інформаційним резервом $R_c = V_к/V_c$, де $V_к$ — верхня, обмежена пропускною здатністю каналу границя кількості інформації, яку можна передати по каналу за час T його роботи; V_c — обсяг сигналів, що дорівнює мінім. кількості інформації, яку має бути передано для відтворення повідомлень джерела із заданою точністю. Резерв можна подати у вигляді трьох співмножників: резерву за часом, частотою й за числом градацій інтенсивності. Вводячи Н. с., практично використовують лише перші два види резерву. Для обчисл. каналу не доведено, чи існує скінченна швидкість обчислень при якій завгодно малій імовірності помилок, тобто пропускна здатність. Тому оцінку інформаційного резерву для другої підсистеми можна дати тільки наближено: $R_0 \leqslant C_0T/I$, де C_0 — швидкість обчислень при малій імовірності помилок (меншій за допустиму); I — кількість інформації, яку треба обробити за час T. Є три осн. способи введення надмірності в сигнали: багаторазове повторювання інформації, введення в дискретні сигнали додаткових елементів і метод надмірних змінних. Багаторазове повторювання інформації можливе в часі і за частотою. В першому випадку інформація повторюється через послідовні інтервали часу. В другому — при передаванні інформації використовують широкосмужні методи модуляції — частотний (ЧМ) та імпульсний (ІМ). Так, у спектрі сигналів з ІМ передавана інформація багаторазово повторюється навколо гармонік частоти слідування імпульсів. Під час приймання провадиться когерентне додавання. Виграш у завадостійкості можливий тоді, коли завади в інтервалах повторення — слабко кориговані. Хиба методу — наявність порога, при перевищенні завадами якого завадостійкість різко зменшується внаслідок втрати «стандарту когерентності». Введення в дискретні сигнали додаткових елементів застосовують при передаванні та обробці інформації. Для цього найчастіше використовують *коди* з надмірністю. Для обчисл. пристроїв перспективним є використання кодів у системі залишкових класів. При цьому можна здійснити контроль і виправлення помилок у всіх вузлах ЦОМ. Недолік кодування з надмірністю — воно потребує значного ускладнення апаратури. Метод надмірних змінних застосовують в обчисл. пристроях. При цьому початкова задача у вигляді скінченних, диференціальних, різницевих чи інтегральних рівнянь містить n змінних x_i, замість яких вводять $l > n$ нових змінних y_j. Змінні x_i та y_j можуть бути пов'язані довільно, але так, щоб початкові змінні можна було обчислити у ф-ції від нових змінних. На них накладають додаткові умови, і замість початкової задачі розв'язують перетворену початкову задачу, змішану з додатковою задачею. З того, чи правильний відомий розв'язок додаткової задачі, можна робити висновок про правильність перебігу обчисл. процесу загалом і вживати заходів, щоб виправити помилки, які виникають. Метод можна застосовувати й у вимірювальних та керуючих системах.

Структурну надмірність можна вводити на таких рівнях організації системи: 1) на рівні елементів; 2) на рівні функціональних блоків; 3) на рівні підсистем. Перспективним є введення Н. с. на рівні функціональних блоків. Принцип побудови системи з надмірністю зводиться до того, що систему поділяють на функціональні блоки; надмірність розподіляють між блоками; кожен блок будують за мажоритарним принципом — у вигляді непарного числа паралельних однотипних гілок, виходи яких подаються на розв'язувальний орган, що приймає рішення за більшістю. Розв'язувальний орган коригує помилки і перешкоджає їхньому надходженню в наступні блоки. Розподіл надмірності має бути такий, щоб забезпечувалась однакова надійність усіх блоків, незалежно від відносних затрат.

Щоб оцінити виграш від введення надмірності, доцільно використати критерій функціональної ефективності системи, який зіставляє досягнуту ймовірність виконання задачі P (що має бути не менша за потрібну) з загальними затратами C, які об'єднують інформаційні, алгоритмічні й тех. затрати: $F = P/C$. Імовірність виконання задачі залежить в основному від завадостійкості (точності) й надійності системи. При введенні одного виду надмірності неминуче вводиться й другий, тому поліпшення завадостійкості, як правило, супроводиться погіршанням надійності, і навпаки; крім того, збільшуються загальні затрати. Все це враховує критерій функціональної ефективності, який одразу показує, чи поліпшується система з введенням надмірності. Дослідження можна провести в заг. вигляді, якщо виникнення спотворень у сигналах через перешкоди або виникнення відмов у структурах внаслідок діяння випадкових збурень описує однакова схема з незалежними подіями.

Нехай у робочі сигнали (або, відповідно, в структури) вводиться $r - 1$ надмірний елемент, де r — коефіцієнт надмірності. Спотворення елементів сигналів (або відмови елементів структури) виникають незалежно з імовірністю p. В системі з'являється помилка

в сигналах (або порушується робота структури), якщо не менш як в n елементах виникли помилки (або відмови), де $n = [Cr]$ і $0 < C < 1$ ($[Cr]$ — ціла частина числа в квадратних дужках). Імовірність помилки в сигналах (або відмови в структурі) при введенні надмірності визначаються за формулою:

$$p_r = \sum_{k=n}^{r} C_r^k p^k (1-p)^{r-k}.$$

Щоб оцінити зміну функціональної ефективності підсистеми, в яку введено надмірність, застосовують коефіцієнт $F_1 = \gamma/B$, де γ враховує зміну ймовірності виконання задачі, а B — зміну відносних затрат. Практично найцікавішим є випадок, коли коеф. надмірності порівняно невеликий ($r \leqslant 20$), так само як і здатність розв'язувального органа виправляти ($n \leqslant 5$), а вихідна ймовірність помилок у сигналах (або відмов у структурах) $p \leqslant 10^{-2}$. Тоді в наведеній вище сумі для ймовірності помилок (або відмови) при введенні надмірності можна обмежитися першим членом, що в зазначених умовах дає похибку, меншу за 10%:

$$p_r \approx$$
$$\approx \frac{r(r-1)\ldots(r-n+1)}{n!} p^n [1-(r-n)p].$$

Граничний ефект від введення надмірності реалізується тоді, коли $r = r_0 = 2n - 1$. При цьому Н. с. використовується найефективніше, але й розв'язувальний орган повинен мати граничну чутливість. У таблиці подано результати розрахунків для цього випадку, якщо припустити, що вихідна ймовірність помилки (чи відмови) $p = 10^{-2}$, а затрати змінюються пропорційно до введеної надмірності $B = br$, при $b = 1$.

Розрахунок надмірності системи

n	r_0	Виграш у завадостійкості (надійності), разів	Виграш у функціональній ефективності, разів
2	3	$3{,}3 \cdot 10^1$	$1{,}1 \cdot 10^1$
3	5	10^3	$2 \cdot 10^2$
4	7	$2{,}8 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^3$
5	9	$8{,}1 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^4$

Ці результати є граничними для сигнальної (чи структурної) надмірності й розв'язувального органа, побудованого за мажоритарним принципом, коли помилки (чи відмови) описує схема з незалежними подіями. За цих умов виграш у функціональній ефективності системи може бути значний.

Розвиткові досліджень з теорії та практичного застосування Н. с. в СРСР сприяли 1-й, 2-й і 3-й симпозіуми з цієї проблеми (Ленінград, 1964, 1966, 1968), на яких було подано й обговорено результати досліджень щодо розробки осн. понять теорії надмірностей, а також з питань дослідження виграшу у функціональній ефективності системи з надмірністю, щодо дослідження методу надмірних змінних та його застосування, щодо використання кодування в залишкових класах для підвищення надійності ЕЦОМ, з дослідження загальних законів систем і ролі надмірності тощо.

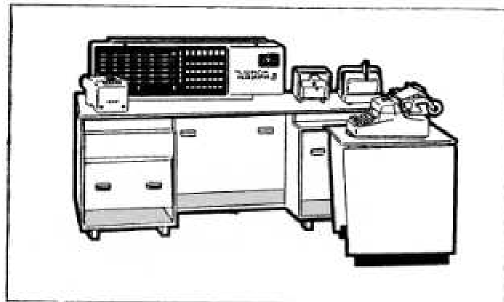
Літ.: Игнатьев М. Б., Михайлов В. В. Метод повышения функциональной надежности и точности вычислительных устройств. Л., 1964 [бібліогр. с. 35]; Железнов Н. А. Проблема использования избыточности в информационных системах.— Торгашев В. А. Корректирующие коды в системе остаточных классов. В кн.: Системы обработки и передачи информации. Л., 1966; Акушский И. Я., Юдицкий Д. И. Машинная арифметика в остаточных классах. М., 1968 [бібліогр. с. 430—433]; Использование избыточности в информационных системах. Л., 1970.

М. А. Железнов.

«НАЇРІ» — сімейство електронних цифрових обчислювальних машин загального призначення з мікропрограмним принципом побудови і структурно реалізованою системою автоматичного програмування. Ці машини призначено для розв'язування широкого кола інженерних і науково-тех., а також деяких типів планово-економ. і обліково-статистичних задач. Їх розроблено в Єреванському н.-д. ін-ті матем. машин. До складу сімейства «Н.» входять машини: «Наїрі-1» (розробляти її закінчили 1964) і модифікації «Наїрі-М» (1965), «Наїрі-С» (1967), «Наїрі-2» (1967) та інші машини, виконані на дискретних напівпровідникових елементах, та «Наїрі-3» (див. мал.), розроблена 1970, з модифікацією «Наїрі-3-1» на інтегральних гібридних мікросхемах. Зазначені моделі різняться елементною базою, ємністю оперативної пам'яті ($1K$ — $16K$ слів), кількістю й складом зовн. пристроїв (введення — виведення з перфокарт, алфавітно-цифровий друк, зовнішній ЗП, дистанційні пульти).

У ЦОМ сімейства «Н.» застосовано великої ємності постійний ЗП (ПЗП) на феритових осердях для зберігання бібліотеки підпрограм і ОЗП невеликої ємності для запам'ятовування вводжуваної інформації та оперативної обробки її. Пристрій керування створено за мікропрограмним принципом з використанням певної частини ПЗП для зберігання мікропрограм, арифм. пристрій (АП) побудовано на одному універсальному регістрі — суматорі з фіксованими комірками ОЗП, які є допоміжними регістрами ЗП. Принцип паралельної дії й методи побудови та організації структури, закладені в «Н.», дають можливість легко переналаджувати машини відповідно до вимог, які виникають у процесі експлуатації, складати ефективні мікропрограмні діагностичні тести, економно і просто реалізувати засоби, які полегшують зв'язок людини з машиною (вбудована система автомат. програмування; гнучка й універсальна мова машини, близька до звичайної математичної), зберігати в касетах ПЗП програми задач, які часто трапляються, й виконувати їх без попередньої підготовки, а також зберігати програми нових задач, які не входять до складу матем. забезпечення машини, закомутованими в додаткових касетах ПЗП, й це дає змогу розширити бібліотеку програм.

«Наїрі-3» являє собою новий етап розвитку малих вітчизняних машин «Н.» з використанням гібридних мікросхем. Цю машину побудовано за агрегатно-блоковим принципом. Новий принцип організації мікропрограмного керування в ній забезпечив високу щільність зберігання великих масивів мікрокоманд (до 120 тис.) і значне зменшення часу такту машини, дав змогу спростити подавання мікропрограм і зменшити обсяг потрібної інформації для подавання їх та використовувати загальний ПЗП для зберігання



Цифрова обчислювальна машина «Наїрі-3».

мікропрограм і програм при змінному розподілі пам'яті між ними, а також зберігати мікропрограми в ОЗП та використовувати мікропрограми як процедури. Конфігурація «Наїрі-3-1», а також закладені в структуру «Наїрі-3» апаратні засоби дають можливість здійснити на основі методів мікропрограмної емуляції програмну сумісність її з іншими ЦОМ.

Літ.: Овсепян Г. Е., Эйлезян Х. К., Оганян Г. А. Некоторые особенности микропрограммного принципа, примененного в ЭЦВМ «Наири». «Вопросы радиоэлектроники. Серия 7. Электронная вычислительная техника», 1966, в. 7; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181].

Х. К. Ейлеаян.

НАЙКВІСТА КРИТЕ́РІЙ — один із *стійкості критеріїв.*

НАЙМЕ́НШИХ КВАДРА́ТІВ МЕ́ТОД — один з найпоширеніших *прямих методів* розв'язування задач прикладної математики. Широкого застосування Н. к. м. набув у теорії *похибок* для відшукування однієї або кількох невідомих величин за результатами вимірювань, які містять випадкові похибки. Напр., у найпростішому випадку Н. к. м. застосовують так. Нехай для відшукування значення невідомої величини x проведено n незалежних вимірювань, що дали значення $y_1, y_2, \ldots, y_n$, тобто $y_i = x + \delta_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, де випадкові похибки δ_i є незалежними *випадковими величинами* з середнім значенням, яке дорівнює 0, і *дисперсією* σ_i^2. Згідно з Н. к. м., за величину x беруть таке $\bar{x}$, для якого буде найменшою сума квадратів

$$S(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} p_i (y_i - \bar{x})^2.$$

Тут $p_i = \dfrac{k}{\sigma_i^2}$ — ваги здійснених вимірювань, коеф. $k > 0$ можна вибирати довільним. Для того, щоб сума $S(x)$ була найменшою, необхідно за $\bar{x}$ вибрати

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}.$$

Н. к. м. використовують також для наближеного представлення заданої ф-ції іншими, простішими (див. *Апроксимація функції середньоквадратична*).

Н. к. м. було узагальнено й застосовано також до розв'язування операторних рівнянь (див. *Рівнянь класифікація*). Згідно з цим методом наближений розв'язок операторного рівняння $Ax = y$ звичайно відшукують у вигляді розвинення за заданою системою елементів, яка належить тому ж просторові (див. *Простір абстрактний*), що й x, і невідомі коеф. цього розвинення знаходять з умови мінімуму $\| Ax - y \|^2$ — квадрата норми відхилу (див. *Операторних рівнянь способи розв'язування, Проекційні методи*). *А. І. Березовський.*

НАЙШВИ́ДШОГО СПУ́СКУ МЕ́ТОД — метод мінімізації функції $f(x)$ на всьому просторі E^n. Полягає він у побудові послідовності $\{x^k\}$ за ф-лою:

$$x^{k+1} = x^k - t(x^k) \cdot \nabla f(x^k), \qquad (1)$$

де $\nabla f(x^k)$ — *градієнт функції* $f(x)$ в точці x^k, а $t(x^k)$ вибирають з умови

$$\min_t f(x^k - t\nabla f(x^k)) = f(x^k - t(x^k)\nabla f(x^k)). \qquad (2)$$

Метод уперше запропонував франц. математик О. Коші (1789—1857). Широке використовування цього методу зумовлено тим, що в напрямі антиградієнту — $\nabla f(x)$ похідна ф-ції по напряму досягає найменшого значення. Якщо градієнт $\nabla f(x)$ неперервний за x, а $f(x) \to \infty$ при $x \to \infty$, то при будь-якому початковому наближенні $\nabla f(x^k) \to 0$ при $k \to \infty$. Якщо при цьому x^* — єдина стаціонарна точка, то $x^k \to x^*$, де $f(x^*) = \min_x f(x)$. Якщо ж $f(x)$ неопукла і стаціонарних точок кілька, то послідовність $\{x^k\}$ може, взагалі кажучи, не збігатися навіть до *екстремуму локального* ф-ції $f(x)$. Нехай існує *матриця* Гессе $H(x) = \left\{ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right\}_{i;\, j=1}^{n}$, додатно означенна в кожній точці x. Тоді для послідовності (1) $x^k \to x^*$ і, починаючи з деякого номера N, виконується нерівність $\sum_{i=1}^{n} (x_i^{k+1} - x_i^*)^2 \leqslant q \sum_{i=1}^{n} (x_i^k - x_i^*)^2$

при $k \geqslant N$, де $q = \left| \frac{M(x^*) - m(x^*)}{M(x^*) + m(x^*)} \right| < 1$, x_i^k — i-та координата x^k, $M(x^*)$ і $m(x^*)$ — відповідно найбільше й найменше власні значення матриці $H(x^*)$. Є модифікація методу, коли $t(x^k) = \tau > 0$ — const, тобто

$$x^{k+1} = x^k - \tau \nabla f(x^k). \qquad (3)$$

Якщо градієнт $\nabla f(x)$ задовольняє умову Ліпшиця, то для послідовності (3) при виконанні вищевказаних припущень справджуються відповідні властивості послідовності (1).

Р. А. Поляк, М. О. Примак.

НАЛА́ДЖУВАЛЬНІ ПРОГРА́МИ — програми, призначені для спрощення процесу виявлення помилок у заданій програмі, допущених під час складання її. В Н. п. широко використовують метод прокручування, що дає змогу одержувати додаткову інформацію під час виконання заданої програми. В ряді випадків сукупність Н. п. організовують у систему, для якої розробляють спец. мову. Цією мовою Н. п. подаються інформація про режим виконання програми та відомості про процес обробки. Одиницями мови наладжування є оператори, які задають дії, що їх звичайно виконують при наладжуванні на машині. До таких дій належать, напр., замінювання, видаляння або вставляння окремих фрагментів програми, друкування значень заданих величин, міток, кількості повторень заданих циклів тощо. За приклад системи Н. п. може бути альфа-наладжувальник, що входить до складу *альфа-системи.* *Г. Д. Фролов.*

НАПІВМА́РКОВСЬКИЙ ВИПАДКО́ВИЙ ПРОЦЕ́С — випадковий процес із скінченною або зліченною множиною станів, у якого, на відміну від *марковського процесу,* імовірність переходу з одного стану до іншого залежить від часу, проведеного ним у першому стані. Математично Н. в. п. визначають так. Нехай задано множину станів процесу $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, процес визначено на $[0, \infty)$, $x(t)$ — його стан у момент t. Припустимо, що в початковий момент процес перебуває в якомусь стані x_i, позначимо через τ момент виходу процесу з цього стану, $x(\tau + 0)$ — його стан відразу після виходу зі стану x_i. Визначимо набір ф-цій, що визначають Н. в. п. $F_{ij}(t) = P\{x(\tau + 0) = x_j, \tau < t/x(0) = x_j\}$, $i \neq j$. Припускають, що перейшовши у стан x_j, процес протікає надалі так само, ніби він в x_j перебував у початковий момент і для його наступної еволюції не має значення, як він потрапив у стан x_j. Н. в. п. можна перетворити на марковський процес, якщо додати ще одну компоненту ξ_t, яка означає час, проведений процесом у стані $x(t)$ з моменту попадання в цей стан. Отже, пара $\{x(t), \xi_t\}$ утворює марковський процес, фазовим простором якого є множина пар $\{x_i, s\}$, де $x_i \in X$, $s \in [0, \infty]$. Числа $F_{ij}(\infty)$ дають імовірність того, що Н. в. п. перейде із стану x_i у стан x_j. Якщо розглянути послідовність $\tau_1, \tau_2, \ldots$ — моментів, коли система здійснює переходи із стану в стан, то послідовність $x(0), x(\tau_1 + 0), \ldots, x(\tau_n + 0), \ldots$ буде однорідним марковським ланцюгом з імовірностями переходу $P\{x(\tau_n + 0) = x_j/x(\tau_{n-1} + 0) = x_i\} = F_{ij}(\infty)$. Цей марковський ланцюг наз. вкладеним ланцюгом Маркова для Н. в. п. Його властивості істотно впливають на ергодичні властивості Н. в. п. Важливим завданням теорії Н. в. п. є визначення імовірностей $P_{ij}(t)$ того, що Н. в. п. в момент t перебуватиме у стані x_j, якщо в початковий момент часу він перебував у стані x_i. Для виведення співвідношень зручно користуватися перетвореннями Лапласа ф-цій $P_{ij}(t)$: якщо покласти для

$$\lambda > 0 \quad L_{ij}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} P_{ij}(t)\,dt,\ a_{ij}(\lambda) = = \int_0^\infty e^{-\lambda t} d_t F_{ij}(t),\ b_i(\lambda) = \int_0^\infty \left[1 - \sum_j F_{ij}(t)\right] \times \times e^{-\lambda t} dt,$$

то справджується система рівнянь

$$L_{ij}(\lambda) = b_i(\lambda)\,\delta_{ij} + \sum_k a_{ik}(\lambda)\,L_{kj}(\lambda),$$

з якої у випадку скінченної множини станів однозначно визначають ф-ції $L_{ij}(\lambda)$, а за їхньою допомогою — імовірності $P_{ij}(t)$. Для Н. в. п., якщо припустити, що вкладений ланцюг — ергодичний, встановлюють ергодичні теореми про існування границі $\lim\limits_{t \to \infty} P_{ij}(t)$ та існування з імовірністю 1 границі середніх за часом

$$\lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \int_0^t g(x(s))\,ds,$$

де $g(x)$ — якась обмежена ф-ція на станах процесу. Див. також *Ергодична теорія.*

А. В. Скороход.

НАПРАЦЮВА́ННЯ НА ВІДМО́ВУ — середній час роботи обчислювальної машини між двома відмовами, що виникли послідовно. Розрізняють обчисл. машини відновлювані й невідновлювані (залежно від тех. можливості та економ. доцільності усунення відмови). Н. на в. використовують, щоб задати рівень надійності відновлюваних обчисл. машин. Для невідновлюваної обчисл. машини використовують термін «середній час безвідмовної роботи обчислювальної машини», що його визначають як матем. сподівання часу від моменту початку роботи обчисл. машини до моменту виникнення відмови. *І. В. Сафонов.*

НАПРАЦЮВА́ННЯ НА ЗБІЙ — середній час роботи обчислювальної машини між двома послідовно виниклими збоями (див. *Збій ЦОМ*). Н. на з. використовують, коли задають рівень *надійності кібернетичних систем,* у яких можлива корекція помилок, спричине-

них збоєм. Коли ж корекція помилок неможлива, використовують термін «середній час беззбійної роботи обчислювальної машини», визначуваний як матем. сподівання часу від моменту початку роботи обчисл. машини до моменту виникнення першого збою.

І. В. Сафонов.

НАУКА УПРАВЛІННЯ — міжгалузева наука, яка охоплює систему знань про управління як цілісне, комплексне соціальне явище й синтезує всі аспекти, функції й стадії процесів управління. Розрізняють три класи систем управління: керування механізмами, машинами й технологічними процесами; керування процесами, що відбуваються в живій природі; управління суспільними (соціальними) процесами. Предметом вивчення Н. у. є системи соціального типу. В системі управління соціальними процесами в умовах соціалістич. суспільства виділяють три осн. сфери управління: політичну, державну й економічну. Потреба вивчати проблеми управління в усій їхній багатоманітності зумовлює необхідність комплексного, інтегрального підходу, який реалізується в рамках Н. у. Формування Н. у. відбувається в тісній взаємодії з *кібернетикою*, аналізом систем, *інформації теорією*, *операцій дослідженням* та ін. Так, кібернетика, виходячи з заг. поняття керування, формулює принципи, застосовні до будь-якої системи, математично описує спільні для різних систем закономірності керування. Специфіка управління соціальними процесами потребує досліджень з економіки, соціології, психології й правових питань. Для формування єдиної Н. у. узагальнюють різні теоретичні та емпіричні дані. Особливе місце в Н. у. посідає проблема «людина в управлінні». Створення *складних систем керування* типу *систем «людина—машина»*, в яких процес розв'язування проходить у *діалога режимі* між людиною й ЕЦОМ, є найперспективнішим.

Н. у. виходить з теоретичної спадщини класиків марксизму-ленінізму, спирається на досвід партійного, державного, господарського, військового й культурного будівництва в СРСР, критично вивчає практику керування в капіталістич. країнах і використовує теор. праці вітчизняних і закордонних учених у галузі управління.

В. І. Ленін уперше висунув тезу про те, що науковість керівництва треба забезпечувати як комплексом марксистсько-ленінських наук, так і особливою наукою — наукою управління, створив цілісну систему принципів керівництва й на її основі дав зразки розв'язання завдань управління. В. І. Ленін розмежовував проблеми управління суспільством, державою, економікою й виробництвом. Не раз підкреслюючи зв'язок усіх проблем управління в суспільстві, він разом з тим відзначав, що ці проблеми зосереджуються насамперед у сфері економіки. Як першочергове завдання Радянської влади В. І. Ленін поставив організацію управління країною на нових, соціалістич. засадах. Питанням наукового управління суспільством зараз приділяється велика увага. Важливість наукового управління підкреслено в Звітній доповіді ЦК КПРС XXIV з'їздові партії, в Директивах з'їзду по п'ятирічному плану розвитку народного господарства СРСР на 1971—75 роки. Головні напрями вдосконалення системи управління на сучас. етапі, накреслені XXIV з'їздом КПРС, полягають у підвищенні наукового рівня планування; в удосконаленні організаційної структури; в послідовному запровадженні ленінського принципу індивідуальної відповідальності; в посиленні економ. стимулювання, в ширшій участі трудящих в управлінні. В Директивах з'їзду по дев'ятому п'ятирічному плану записано: «Вдосконалення системи й методів управління і планування повинно бути спрямоване насамперед на забезпечення всебічної інтенсифікації суспільного виробництва і підвищення його ефективності, що є основною лінією економічного розвитку країни як на найближчі роки, так і на тривалу перспективу, найважливішою умовою створення матеріально-технічної бази комунізму» (Матеріали XXIV з'їзду КПРС. К., 1971, с. 333). Актуальність питань вдосконалення управління всіма ланками нар. г-ва визначається рядом об'єктивних факторів: зростання масштабів виробн. та якісними зрушеннями в економіці; переходом від екстенсивних до інтенсивних тенденцій розвитку економіки; значним прискоренням науково-тех. прогресу. Сучас. науково-тех. революція, яка спричинює глибокі якісні зміни в усіх областях матеріального виробн. і суспільства, пропонує раціональне використання наявних у ній потенціальних можливостей, науково обгрунтоване управління цим процесом. Ряд специфічних характеристик науково-тех. прогресу в сучас. епоху обумовлює нові вимоги до соціального управління.

Зросла складність керованих систем потребує узгодженого управління всім комплексом організаційних, інформаційних та екон. зв'язків і відносин. Масштабність сучас. науково-тех. прогресу і його впливу на соціальні процеси, які відбуваються в суспільстві, вимагають, щоб управління дедалі більшою мірою виходило з загальносистемних критеріїв соціальної ефективності й народногосп. доцільності, а не з інтересів окремих частин керованої системи. Прискорені темпи науково-тех. прогресу спричинюють потребу частіше оновлювати склад тех. засобів, продуктів виробн., професійну структуру кадрів та інші параметри керованих систем. Науково-тех. прогрес викликає до життя цілком нові завдання управління. Прикладом таких завдань є завдання сумісного планування наук. досліджень і практ. використовування їхніх результатів на основі широкого застосування методів прогнозування й програмного управління розвитком економіки.

Науково обгрунтоване й ефективне управління суспільством передбачає наявність відповідної інформаційної й технічної бази. В

зв'язку з цим у Директивах XXIV з'їзду КПРС по дев'ятому п'ятирічному плану поставлено проблему побудови загальнодержавної автоматизованої системи збирання й обробки інформації для обліку, планування й управління нар. г-вом СРСР (ЗДАС). ЗДАС — це людино-машинна система для розв'язування завдань організації та управління всім соціалістич. суспільством. Тому однією з головних функцій ЗДАС буде підготовка можливих варіантів рішень (у режимі взаємодії з вищими органами політ. управління) щодо мети й програм розвитку суспільства. Інформація, яку збиратиме ЗДАС, дасть змогу разом із завданням управління економікою розв'язувати завдання соціального, виховного та ідеологічного характеру.

Становлення й розвиток Н. у. має яскраво виражений класовий характер. Критичний аналіз практики управління в капіталістичних країнах свідчить про те, що за останні роки в зв'язку зі зростанням масштабів капіталістич. корпорацій і сфери екон. операцій змінювалися й системи органів і методів управління в капіталістич. суспільстві при збереженні експлуататорської сутності цього управління. В деяких областях управління буржуазні вчені одержали сукупність фактичних даних і методів, які при належному критичному ставленні можна використати в практиці управління.

За соціалізму докорінно змінюється не лише форма, а й зміст управління суспільством. В. І. Ленін обгрунтував нові цілі управління при соціалізмі, які випливають з осн. закону соціалізму й нерозривно пов'язані з забезпеченням «... повного добробуту і вільного всебічного розвитку всіх членів суспільства» (Ленін В. І. Повне зібрання творів, т. 6, с. 218). Істотним фактором управління при соціалізмі є вміле поєднання й використання економ. і моральних стимулів праці, які є джерелом постійного підвищення трудової активності, зростання продуктивності праці й суспільного багатства, формування високих духовних рис члена соц. суспільства. Комплексний характер Н. у. в умовах соціалізму потребує комплексної розробки її проблем. При цьому важливо синтезувати принципи й методи, які відображають найзагальніші властивості й елементи управління, його всеохопну сутність. «Вдосконалення системи управління — не разовий захід, а динамічний процес розв'язання проблем, що висуваються життям,— відзначається у Звітній доповіді ЦК КПРС XXIV з'їздові партії.— Ці проблеми і надалі мають бути в центрі нашої уваги» (Матеріали XXIV з'їзду КПРС. К., 1971, с. 76).

Літ.: Гвишиани Д. М. Социология бизнеса. М., 1962; Правовые проблемы науки управления. М., 1966; Дейнеко О. А. Наука управления в СССР. М., 1967 [бібліогр. с. 63]; Афанасьев В. Г. Научное управление обществом. М., 1968; Попов Г. Х. Проблемы теории управления. М., 1970; Организация управления. М., 1971 [бібліогр. с. 208—235]; США: современные методы управления. М., 1971 [бібліогр. с. 326—332]; Афанасьев В. Г. XXIV съезд КПСС о научном управлении советским обществом. М., 1972; Старосьцяк Е. Элементы науки управления. Пер. с польс. М., 1965; Ханика Ф. де. Новые идеи в области управления. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 121—124].

Г. М. Добров, О. О. Корінний.

НАУКОВА ОРГАНІЗАЦІЯ ПРАЦІ (НОП) — організація праці, основана на досягненнях науки й на передовому досвіді, систематично впроваджуваних у виробництво. НОП дає змогу найкращим чином поєднати техніку й людей у єдиному виробничому процесі, забезпечує найефективніше використання матеріальних і трудових ресурсів, безперервне підвищення продуктивності праці, сприяє збереженню здоров'я людини й поступовому перетворенню праці на першу життєву потребу. Цей загальний підхід справджується і щодо такого специфічного виду праці, як праця в науці.

За останні 3—4 десятиріччя наука невпізнанно змінила своє обличчя. Тепер наука як сфера діяльності людини за темпами збільшення чисельності зайнятих у ній людей випереджає провідні галузі нар. господарства. В СРСР у сфері науки зайнято понад 3 млн. чол. Наука переросла в «промисловість досліджень» з великою матеріально-тех. базою та дуже диференційованим складом співробітників. Перехід до колективних форм праці й зростаючі розміри фінансових, матеріальних і людських ресурсів, залучуваних до науки, викликали потребу вдосконалити організацію наук. процесу. Це завдання стало особливо настійним у наші дні в зв'язку з необхідністю підвищити ефективність науки, бо економічна могутність будь-якої країни великою мірою залежить від ступеня використання у виробництві новітніх наук. досягнень.

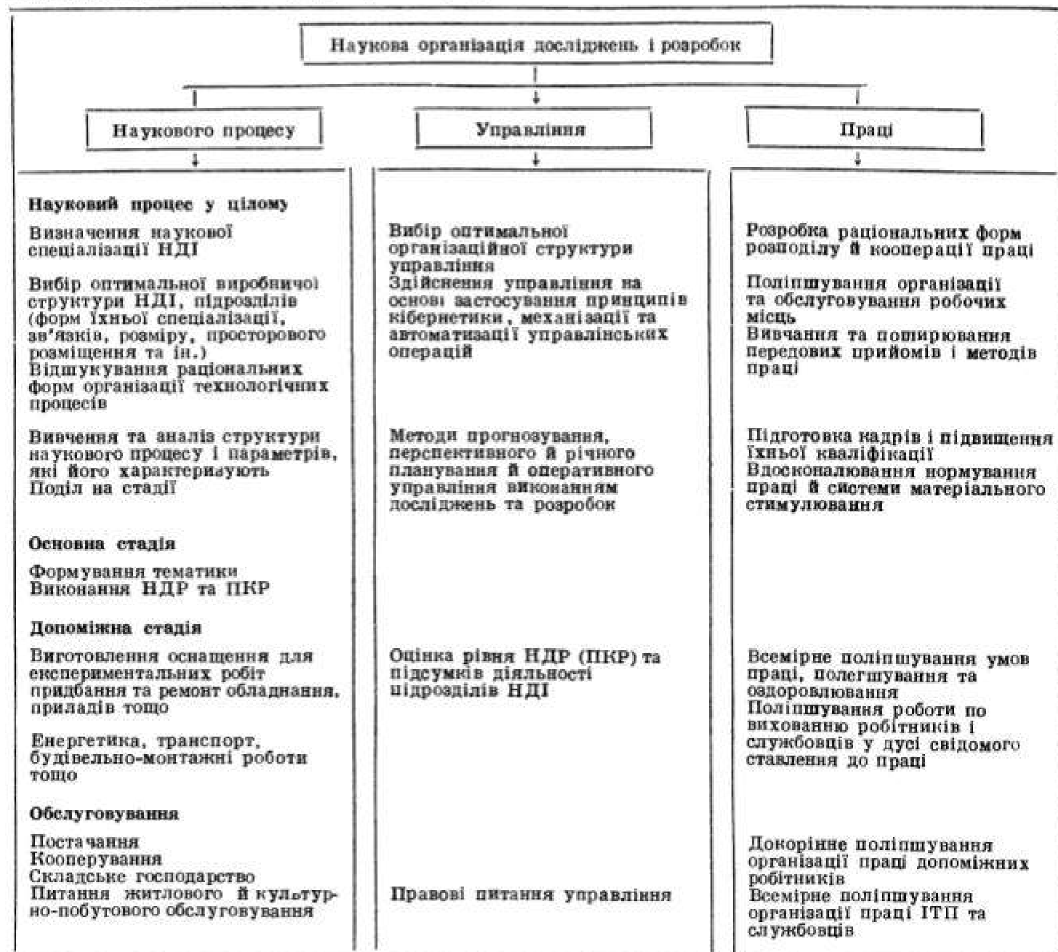
Розгортання робіт з НОП у науці потребує враховувати своєрідність наук. творчості. Організацією всієї наук. діяльності в НДІ можна характеризувати як наук. організацію досліджень і розробок, яка поділяється на наук. організацію процесу досліджень і розробок (аналогічно до організації виробництва в промисловості), наук. організацію управління (сюди віднесено й планування) і НОП. Приблизний розподіл питань, які становлять предмет кожного з названих напрямів наук. організації управління і НОП, показано на схемі (див. табл.).

Одним з важливих напрямів НОП у дослідженнях та розробках є вдосконалення управління наук.-дослідними роботами (НДР), дослідно-конструкторськими роботами (ДКР) і проектно-конструкторськими роботами (ПКР). Першочерговим завданням НОП є складання схеми управління НДР в науковій установі. Часто на схемі виявляється, що деякі осередки-підрозділи підпорядковано одразу кільком керівникам, а певні підрозділи взагалі не мають безпосередніх начальників. Одні керівники управляють надмірно великою, а інші, навпаки,— малою кількістю підрозділів. Аналіз такої структури дає змогу реорганізувати управління НДР, що обов'язково відо-

бражається й на схемі. При цьому слід суворо додержувати таких принципів: треба, щоб у кожного підрозділу був один безпосередній керівник; щоб кожному керівникові було підпорядковано не більше як 5—7 структурних підрозділів. При додержанні цих принципів трансформована структура управління набуває пірамідальної форми й характеризується чіткою супідпорядкованістю підрозділів різних рівнів. Проте розробку раціональної структури не можна вважати завершеною, якщо для кожного підрозділу не складено «Положень», які визначають його функціональні обов'язки, і для кожного співробітника НДІ не розроблено посадових інструкцій. Лише при виконанні цих умов структура стане остаточно завершеною, і її можна реалізувати.

Другий аспект проблеми управління — планування наук. тематики. Поточну й перспективну тематику наукових установ треба планувати, враховуючи загальну спрямованість досліджень. Для цього треба, щоб планування тематики базувалося на даних прогнозних розробок. Важливо, щоб теми, які включають до плану наукових робіт, було забезпечено людськими, матеріальними й фінансовими ресурсами. Недодержання цих положень призводить до розробки малоперспективних тем або до зриву важливих досліджень через недостатню забезпеченість їх ресурсами. Ефективність функціонування будь-якої наукової системи багато в чому залежить від того, наскільки кожна її структурна ланка допомагає своїми методами, ідеями й науковими результатами досягати мети кількох інших ланок і тим самим — мети всієї системи. В цьому аспекті у плануванні НДР неодмінно слід передбачати комплексування зусиль науковців і всіляко сприяти підвищенню його рівня. Досвід багатьох НДІ свідчить про те, що за комплексної організації робіт скоро-

Структура наукової організації досліджень і розробок



чується дрібнотемність, повніше використовуються наявні наукові результати й можливості, різко підвищується результативність роботи НДІ, навіть коли чисельність персоналу залишається незмінною. Проблема розподілу та кооперації праці в науці є специфічною.

Крім науковців, тепер у науці працює велика кількість інж.-тех. та допоміжного персоналу — понад 70% загальної чисельності зайнятих тут людей.

У сфері науки можна спостерігати дві форми кооперації праці: тематичні лабораторії та відділи (стаціонарні колективи) з постійним складом співробітників переважно однієї спеціальності і проблемні лабораторії та відділи (тимчасові колективи), які розв'язують конкретні проблеми й об'єднують учених різних спеціальностей. Розподіл праці всередині цих лабораторій провадиться відповідно до кваліфікації співробітників, які становлять колектив. При цьому необхідно дотримуватися певного співвідношення між чисельністю осн. та допоміжного наукового персоналу. В галузі тех. наук. воно становить 1 : 4, а в суспільних науках — приблизно 1 : 1,5. В разі інших співвідношень спостерігаються великі втрати робочого часу у висококваліфікованих вчених, які бувають змушені самі виконувати допоміжні операції наукового процесу. Економія на допоміжному й тех. персоналі коштує дуже дорого — розтрачуються невідтворні цінності: творча енергія, думка, ідеї вченого. Якщо врахувати, що майже дві третини докторів і кандидатів наук щодня витрачають на допоміжну роботу від 2 до 3 годин, то стане очевидним, що резерв підвищення результативності праці цієї категорії вчених — дуже великий. Цей аспект не вичерпує всієї проблеми раціонального використання бюджету робочого часу, але й він дає змогу уявити її значення в НОП. Розв'язуючи питання організації та обслуговування робочих місць, треба обов'язково брати до уваги, що на постійних робочих місцях у НДІ працює близько 20% співробітників (служба інформації, експериментальне виробництво), а переважна частина співробітників наукових відділів використовує кілька робочих місць. Тому в плані НОП окрім організації та обслуговування індивідуальних робочих місць треба передбачати розв'язування цих питань і для колективно використовуваних засобів обслуговування таких, як бібліотека, читальний зал, кабінети служби інформації тощо. Водночас важливе значення має й раціональне використовування робочої площі. Але при цьому слід уникати надмірностей, коли «ущільнення» робочих площ призводить до збитків. Адже НДІ використовує щодалі складніше й дорожче обладнання. Коефіцієнт, який характеризує відношення вартості обладнання до вартості робочих площ, тепер часто буває більшим за одиницю і далі невпинно зростає. Така «економія» на робочих площах призводить до незручностей в обслуговуванні обладнання, а часто — й до простою його. Невід'ємною частиною загальної проблеми НОП у науці є розробка й застосування раціональних режимів праці й відпочинку на основі психофізіологічних досліджень, бо в наукових установах на першому плані — не фіз., а нервова втома.

На сучасному рівні розвитку науки високі вимоги поставлено до механізації та автоматизації дослідницької праці. На промисловому підприємстві необхідно мати в середньому на одного інж.-тех. та управлінського працівника: засобів *оргатехніки* — на суму 50—80 крб., засобів зв'язку й сигналізації — на суму 50—70 крб., засобів обчисл. та логіч. техніки — на суму 100—150 крб. Науковців треба забезпечувати обладнанням значно краще, а насправді вони мають у своєму розпорядженні набагато менше тех. засобів.

Механізація й автоматизація дослідницьких робіт — це важливий шлях підвищення результативності праці вчених в умовах переходу від екстенсивного до інтенсивного розвитку науки. Впровадження засобів оргатехніки в роботі НДІ істотно зменшує затрати праці на пошук, обробку й розмноження інформації. За сучасними оцінками, одна година роботи портативного диктофона й лічильної машинки за 8-годинний робочий день за 1—2 роки повністю окупає їхню вартість. Так само швидко окупаються й інші засоби оргатехніки. Високого ефекту досягають при механізації та автоматизації експерименту. Тут осн. завдання полягає в тому, щоб перейти від механізації записування даних до повної автоматизації експерименту під час моделювання складних процесів. Поєднання систем записування даних з ЕОМ дає змогу в 3 рази й більше підвищити швидкість обробки даних при одночасному зниженні вартості робіт.

Лише комплексно проводячи роботи в усіх напрямах НОП у науці, можна найповніше використати досягнення науки і привести в дію резерви продуктивності праці. За оцінкою економістів, використання всіх наявних резервів дасть змогу в 10—15 разів збільшити результативність праці вчених, а це є рівноцінним припливові в науку величезної армії науковців.

Літ.: Всесоюзное совещание по организации труда (26—29 июня 1967 г.). М., 1967; Планирование научных исследований и разработок. Казань, 1969; Цвєтков В. В. Ленінська наука організації праці й управління. К., 1969 [бібліогр. с. 388—400]; Добров Г. М. [та ін.]. Организация науки. К., 1970 [бібліогр. с. 199—202].

Г. М. Добров, А. О. Савельєв.

НАУКО́ВА РА́ДА З КО́МПЛЕКСНОЇ ПРОБЛЕ́МИ «КІБЕРНЕ́ТИКА» АН СРСР — науково-організаційний центр, що координує найважливіші науково-дослідні роботи інститутів АН СРСР, академій наук союзних республік, вищих навчальних закладів, Академії медичних наук, Академії педагогічних наук та ін. відомств з комплексної проблеми «Кібернетика». Створена 1959. Головою ради з дня її заснування є акад. АН СРСР А. І. Берг.

Роботу щодо координації досліджень проводять такі секції (1971): матем. проблеми кібернетики; обчислювальні системи; загальні та матем. питання теорії інформації; тех. кібернетика; теорія надійності; кібернетика енергетич. систем; транспортні проблеми кібернетики; біоніка; біол. і мед. кібернетика; матем. теорія експерименту; хім. кібернетика; філософські проблеми кібернетики; застосування кібернетики у психології; економ. кібернетика; семіотика; кібернетика і право. Рада розглядає стан досліджень у галузі кібернетики в СРСР і за рубежем, визначає зміст та осн. напрями н.-д. робіт з кібернетики і сприяє розвиткові їх; здійснює контроль за виконанням найважливіших робіт з проблеми і розробляє пропозиції щодо впровадження завершених робіт у нар. г-во й культуру, організовує науково-тех. інформацію про стан і результати робіт, координує міжнар. наукові зв'язки в галузі кібернетики. Наукова рада проводить роботу щодо організації всесоюзних і міжнар. конференцій та симпозіумів, при секціях Ради систематично працюють наукові семінари. Випускає «Информационные материалы», а також продовжувані видання «Проблемы кибернетики», «Кибернетику — на службу коммунизму», «Кибернетический сборник». *С. С. Масчан.*

НАУКО́ВА РА́ДА З ПРОБЛЕ́МИ «КІБЕРНЕ́ТИКА» АН УРСР — науково-консультативна рада, що координує дослідження в галузі кібернетики та обчислювальної техніки на Україні. Її створено 1964. Головою ради з дня заснування її є акад. АН УРСР і АН СРСР В. М. Глушков.

Осн. завдання й функції ради: вивчати тенденції розвитку кібернетики та обчислювальної техніки в республіці, визначати перспективні напрями й ефективні шляхи розв'язування проблеми та координувати дослідження з проблеми й організовувати обмін науково-технічною інформацією між установами, які входять до сфери діяльності ради. Наукова рада розробляє пропозиції з зазначених питань і щодо використання в нар. г-ві результатів закінчених науково-дослідних робіт, по підготовці кадрів спеціалістів тощо і вносить рекомендації до Президії АН УРСР та ін. органів планування й керування наукою й технікою. Рада ділиться на окремі секції, що координують дослідження по окремих напрямах кібернетики. Свою діяльність рада здійснює, розглядаючи питання на своїх засіданнях та на засіданнях бюро чи секцій, проводячи координаційні наради, конференції та симпозіуми й створюючи тимчасові експертні групи або комісії для підготовки пропозицій, пов'язаних з розробкою проблеми тощо.

Оперативне керування радою здійснює бюро, до складу якого входять голова ради, його заступники, голови секцій і вчений секретар. Велику роботу по координуванню досліджень по окремих напрямах кібернетики та обчисл. техніки в республіці проводять секції ради, бюро яких складаються з голови секції, вченого секретаря та членів — відомих вчених певного напряму. В 1970 працювали такі секції: теоретичної кібернетики, цифрових обчисл. машин і систем; матем. проблем керування; системотехніки; наукознавства, прогнозування та інформатики; технічної кібернетики; матем. забезпечення ЕЦОМ; матем. методів у кібернетичній техніці; кібернетичної техніки; біол. і медичної кібернетики та біоніки; конструювання та впровадження нових засобів обчисл. техніки. З вужчих питань відповідних напрямів секції організують наукові семінари. Найцікавіші доповіді, обговорені на семінарах або загалом на секції, публікують у вигляді тематичних збірників праць Наукової ради. *П. В. Походзіло.*

НАУКО́ВО-ІНФОРМАЦІ́ЙНА ДІ́ЯЛЬНІСТЬ — певним чином організований, оформлений різновид наукової праці. Н.-і. д. виконується для підвищення ефективності досліджень і розробок і полягає в збиранні, переробці, зберіганні й пошуках зафіксованої в документах наукової інформації та в наданні її вченим і фахівцям у потрібний час і в зручній для них формі. Процес суспільного поділу праці в сучасній науці відбувається в різних аспектах. За методами дослідження наук. праця поділяється на експериментальну й теоретичну роботу, за функціями — на науково-дослідну, науково-інформаційну й науково-організаційну діяльність. Н.- і. д. охоплює найзначнішу частину сфери наукової праці, до якої належать і науково-інформаційні процеси, що їх виконують самі вчені, неформальні способи поширення наук. інформації (особисте спілкування, нерегульований обмін *документами науковими* і т. п.). Межа між власне дослідницькою і Н.-і. д. надто умовна й рухома; вона залежить від міри формалізації мови даної галузі науки в певну епоху, від традицій, що склались у цій галузі, і т. д. В міру вдосконалювання науково-дослідницької, інженерної й науково-організаційної праці в різних галузях науки й техніки, в міру формалізації спец. мов цих галузей інформаційним службам, що організаційно виділилися, передається виконання дедалі складніших задач щодо відбирання й переробки наукової інформації. Ці задачі можна розв'язувати лише за одночасного використання досягнень *інформатики* й теорій та методик цих конкретних галузей. Див. також *Інформація документальна*, *Інформація наукова*. *Р. С. Гіляревський, А. І. Чорний.*

НАУКО́ВО-ТЕХНІ́ЧНЕ ПРОГНОЗУВА́ННЯ — напрям наукознавчих досліджень щодо розробки принципів і методів прогнозування, а також сам процес розробки науково-технічних прогнозів. Науково-тех. прогноз — це ймовірнісна оцінка можливих шляхів і результатів розвитку науки й техніки та потрібних для досягнення їх ресурсів і організаційних заходів. Сучасне Н.-т. п. має характер систематичного аналізу тенденцій і періодично уточнюваної оцінки перспектив. Прогнозисти, разом зі спеціалістами відповідної

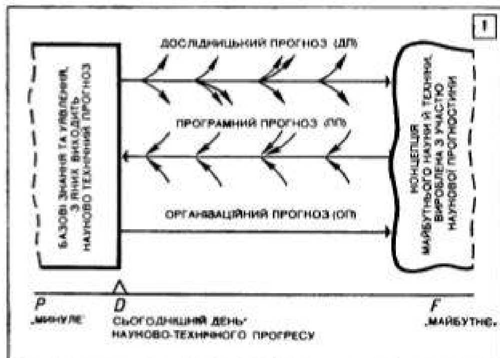
галузі знання, виходячи з пізнаних об'єктивних закономірностей та тенденцій розвитку суспільних та інших потреб, а також конкретних умов розвитку науки й техніки прагнуть сформулювати можливі альтернативи цього розвитку і обгрунтувати вибір дальших його шляхів. При цьому прогнозування відбувається тим успішніше, чим органічніше воно пов'язане з плануванням наук.-тех. і соціально-економ. розвитку.

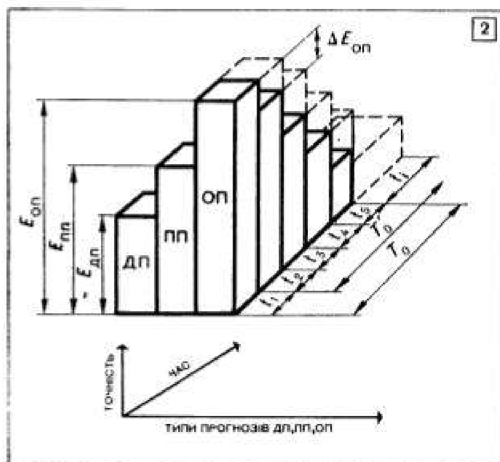
Узагальнюючою особливістю Н.-т. п. є його системний характер, який враховує і природу наук.-тех. нововведення (різноманітність зв'язків і масштабність наслідків), і вихідні потреби, стимули та умови розвитку науки й техніки, що швидко оновлюються. Тепер відомі прогнози різної спрямованості: ресурсів, суспільних потреб, пром. потенціалу, розвитку соціальних умов, демографічні, комплексні прогнози розвитку економіки та інші, що мають тенденцію формуватись у взаємопов'язану систему уявлень. Н.-т. п. безпосередньо примикає до системи прогнозів соціально-економ. процесів і його можна трактувати як її *підсистему;* але при цьому Н.-т. п. зберігає всю свою специфіку, зумовлену своєрідністю об'єктів, цілей та методів прогнозування. В основу класифікації наук.-тех. прогнозів покладено ідею, що випливає з прийнятого визначення прогнозу як комплексу взаємопов'язаних оцінок: цілей, шляхів досягнення їх і потреб у ресурсах (мал. 1).

Прогноз 1-го типу, що спирається на пізнані потреби, на тенденції та закономірності розвитку науки і техніки й використовує досвід, нагромаджений у конкретних науках, повинен виявити й сформулювати нові можливості й перспективні цілі (напрями) науково-тех. розвитку. Цей тип прогнозу в наук. прогностиці наз. дослідницьким прогнозом (ДП). Його найважчим і найвідповідальнішим, здебільшого останнім етапом, є оцінка гіпотетичної результативності або, кажучи узагальнено, значимості можливих варіантів цілей наук.-тех. політики. Одержані так відомості є істотною частиною концепції майбутнього науки і техніки, яку створюють за участю наук. прогностики.

Науково-технічний прогноз 2-го типу названо програмним прогнозом (ПП). Він виходить з пізнаних суспільних потреб, тенденцій і закономірностей наук.-тех. розвитку та з даних ДП. Його завдання — надати цим знанням прикладного характеру: сформулювати програму можливих шляхів і наук.-тех. умов для досягнення цілей та розв'язання завдань розвитку науки й техніки. Сформулювавши гіпотезу про перспективні для даних умов можливості взаємного впливу різних факторів, ПП (найчастіше на останньому своєму стані) намагається дати оцінку гіпотетичних строків та черговості досягнення різних можливих цілей. Тим самим ПП розвиває розпочате на етапі ДП формулювання концепції майбутніх можливостей науки і техніки.

Наук.-тех. прогнозом 3-го типу є організаційний прогноз (ОП), який грунтується на знаннях та уявленнях про заг. закономірності й тенденції розвитку науки, в т. ч. одержаних ДП і ПП. Він виходить з уявлень про наявні економ. ресурси та нагромаджений наук. потенціал. Завдання ДП — сформулювати обгрунтовану гіпотезу про економ. й організаційні аспекти очікуваного прогресу науки і техніки, а також оцінити перспективи зростання наук. потенціалу, необхідного для виконання в прогнозований період





1. Типологія прогнозів.
2. Побудова системи неперервного прогнозування.

програм дослідницьких і проектно-конструкторських робіт.

Виступаючи в комплексі, ці три типи прогнозів взаємно доповнюють один одного, надаючи в розпорядження тих, хто приймає рішення, особливо цінну систему даних. Проте міра «керованості» ходом реалізації прогнозів, можливості безпосереднього впливу на них організаційних та економ. факторів і (відповідно до цього) можливості передбачення ходу розвитку істотно відмінні. У цьому відношенні ОП > ПП > ДП.

У наук.-тех. прогностиці можна досить чітко виділити три типові інтервали випере-

дження («ешелони прогнозування»). Прогнози 1-го ешелону розраховано звичайно на строк до 15—20 років. При сучасних темпах розвитку за згаданий період відбувається одне-двоє подвоєнь заг. чисельності виконаних наук. робіт, подвоюється кількість тех. засобів виробн., закінчується строк чинності більшості теперішніх патентів тощо. Дуже важливим є те, що в цей інтервал часу вкладаються типові строки, що мають тенденцію скорочуватися, і ті строки, протягом яких встановлені наук. факти, явища й принципи переходять з фундаментальних наук у прикладні, звідти — до тих, хто їх розробляє, і після дослідно-пром. перевірки — у стадію масового виробничого використання тех. засобів, які на них грунтуються. Істотним є й те, що за цей період на передову лінію наук.-тех. прогресу виходить нове покоління спеціалістів, які під кінець періоду становлять абсолютну більшість щодо тих, хто був учасником робіт на початку цього періоду. За такий відрізок часу в минулі роки відбувалося двоє подвоєнь чисельності вчених і принаймні три рази подвоювалася кількість інженерно-тех. працівників (чисельність їх збільшувалася в 8 — 10 раз). Прогнози цього ешелону виходять здебільшого (в усякому разі теоретично) з можливостей наук.-тех. прогресу, які тепер цілком визначилися. Вони містять не тільки якісні судження, а й, як правило, кількісні оцінки. У суспільстві з плановим управлінням ці прогнози безпосередньо стикують прогнозування з практикою перспективного планування.

Прогнози 2-го ешелону розраховано на строк до 40—45 років на майбутнє. Цей час випередження характеризується подвоєнням заг. обсягу прийнятих у сучас. науці концепцій, теорій і методів. За цей час подвоїться чисельність населення світу (≈ 35 років) і повністю зміниться покоління творців наук.-тех. прогресу (40 років — оцінка тривалості періоду самостійної творчої діяльності людини). У прогнозах, що стосуються цього періоду, кількісні оцінки дедалі частіше поступаються перед якісними. Видимими межами таких прогнозів вважають звичайно тільки ті, що викристалізувалися до теперішнього часу — фундаментальні закони й принципи природознавства. Та ще і вчений, що виробляє прогноз такої дальності, вже не може обмежитися уявленнями, властивими його конкретній галузі знання (ці уявлення буде істотно оновлено), а повинен виходити із значно ширшої системи наук. уявлень.

Прогнози 3-го ешелону орієнтовано на строк до 100 років, а іноді й більше в майбутнє. Такі прогнози мають, як правило, суто гіпотетичний характер. Враховуючи, що творці наук.-тех. прогресу такого далекого майбутнього виходитимуть з виробленої ними системи наук. уявлень, якої ми поки що не знаємо в багатьох її істотних аспектах, сучасний прогнозист у цьому разі покладається швидше на свій світогляд і творчу фантазію, ніж на певну систему природничонаукових уявлень. Кількісних оцінок тут, як правило, немає, а якісні оцінки та припущення обмежуються тільки рамками найзагальніших законів логіки, світогляду й природознавства.

Різні галузі й об'єкти прогнозування вимагають різної дальності передбачення в прогнозуванні. Уявлення світової прогностики з цього питання з урахуванням останніх даних подано в зведеній табл.

З наведених у табл. даних виразно видно, що існує значний розрив між необхідною глибиною прогнозування і тією, якої вдається досягти. Отже, з цього випливає актуальність удосконалювання методів наук.-тех. прогностики.

Галузі й об'єкти прогнозування	Необхідна дальність прогнозних оцінок, роки	Глибина, якої здебільшого досягають, роки
Обсяг доступних природних ресурсів	50 і більше	23—25
Нововведення й технічні засоби з виразно виявленим соціальними наслідками (автоматизація, масові засоби зв'язку, транспорт, проекти міст тощо)	30—50	10—15
Ядерна енергія	25	10—12
Космічні програми	20—30	10—12
Засоби озброєння	20—25	7—10
Національна економіка	20	5—7
Масове й великосерійне виробництво технічних засобів (напр., в електроніці, хімії тощо)	10—20	5—7
Виробництво нових товарів споживання	5—10	3—5

Врахування фактора наук.-тех. розвитку є тепер найважливішою умовою підвищення ефективності рішень, що їх ухвалюють у галузі управління економікою. Цим визначається потреба розробляти дійові методи наук.-тех. прогнозування, що є знаряддям, за допомогою якого можна буде визначити шляхи й наслідки майбутнього наук.-тех. розвитку та його вплив на соціально-економ. процеси. В сучасному Н.-т. п. понад 130 різних за рівнем обгрунтованості й ефективності методів і прийомів. Така різноманітність зумовлена, з одного боку, специфікою різних об'єктів прогнозування і різноманітністю цілей, поставлених перед тими, хто розробляє прогнози, а з другого — принциповою можливістю по-різному підходити до майбутнього розв'язання завдань, що є властивістю самого процесу наук.-тех. розвитку. Є різні підходи до методики розробки наук.-тех. прогнозів. Один з них грунтується на припущенні про збереження в майбутньому існуючих пропорцій та закономірностей наук.-тех.

розвитку. У рамках цього підходу розробляються методи екстраполяції. Інший підхід базується на припущенні, що на основі думок діячів науки і техніки (експертів) можна побудувати моделі аргументованих уявлень про майбутнє наук.-тех. розвитку. Метод, що розвивається з позицій цього підходу, названо *експертних оцінок методом.* У більшості випадків екстраполяції як початкову інформацію використовують ряди динаміки зміни певних параметрів різних тех. засобів у часі. Вихідною інформацією при використанні методу експертних оцінок є думки спеціалістів, які займаються дослідженнями й розробками в прогнозованій галузі. Виділяють також методи моделювання, що використовують як початкову інформацію відомості про тенденції розвитку прогнозованих об'єктів і думки експертів про можливі майбутні шляхи та результати розвитку прогнозованої галузі. Доцільність виділення методів моделювання в окремий клас зумовлена тим, що на відміну від методів екстраполяції та методів експертних оцінок, застосування методів моделювання передбачає побудову досить складної й логічно зв'язаної моделі майбутнього функціонування об'єкта прогнозування. При цьому відкриваються великі можливості для використання могутнього формального апарату *логіки математичної, графів теорії,* матрицевого аналізу тощо. Є методи інженерного прогнозування, що грунтуються на аналізі динаміки й тематичної структури світового потоку винаходів (патентів). До них належать і використовувані в прогнозуванні як допоміжний засіб методи інформаційного стеження за потоками публікацій і повідомлень, які відображають активність у розробці різних аспектів наук. проблем. Кожний з відомих тепер методів прогнозування має свої переваги, вразливі сторони й межі можливостей. Але в цілому взятий комплекс сучасних методів наук. прогнозування становить собою нове й могутнє знаряддя науково обгрунтованої політики в сфері розвитку науки й техніки. Під впливом зростаючих темпів світового наук.-тех. прогресу оптим. дальність прогнозування, що здійснюється одним і тим самим методом, звичайно має тенденцію скорочуватися. Звідси випливає настійна потреба цілеспрямовано вдосконалювати методи сучасної прогностики.

Особливо перспективним за цих умов є створення системи безперервного прогнозування (мал. 2). Розроблений комплексний прогноз (ДП, ПП, ОП) на оптим. дальність, що становить, напр., 10 чи 15 років, поділено на кілька характерних для кожної конкретної галузі етапів. За час реалізації першого етапу весь комплексний прогноз продовжують на Δt і кожен з його складників уточнюють на величину ΔE. Далі чинять так само. Така система прогнозування, що грунтується на використанні сучас. засобів *обчислювальної техніки,* може забезпечити оперативне розв'язання таких важливих завдань, як постійне інформаційне стеження за тенденціями наук.-тех. розвитку, систематична техніко-економ. оцінка рівня складних тех. систем, які вже діють чи ще перебувають на стадії дослідження і розробляння, формулювання уточнених варіантів прогнозних гіпотез та поточну переоцінку їх.

Літ.: Глушков В. М. О прогнозировании на основе экспертных оценок. «Кибернетика», 1962, № 2; Гвишиани Д. М., Лисичкин В. А. Прогностика. М., 1968 [бібліогр. с. 89]; Добров Г. М., Смирнов Л. П., Ершов Ю. В. Современные методы научно-технической прогностики. В кн.: Науковедение и информатика, в. 1. К., 1969; Bekker J. A. Research and development. «Automation», 1966, v. 13, № 7.

В. М. Глушков, Г. М. Добров.

НАУКО́ВО-ТЕХНІ́ЧНОЇ ІНФОРМА́ЦІЇ ОБРО́БКА — див. *Науково-інформаційна діяльність* і *Пошук інформації автоматичний.*

НАУКОЗНА́ВСТВО — комплексне дослідження досвіду функціонування наукових систем, щоб виробити методи підвищення потенціалу науки й ефективності наукового процесу за допомогою засобів організаційного впливу. Об'єктом його дослідження є наука як цілісна система. Метод Н. — комплексний аналіз функціонування науки як організаційної та інформаційної системи. В центрі уваги Н. — вивчення організаційних і соціальних аспектів науки. Воно вивчає наук. процес загалом і наук. діяльність як професійно самостійний рід занять. Осн. увагу дослідники, що вивчають науку як цілісну систему, зосереджують на питаннях загальних чи порівнянних для більшості різних наук. дисциплін. Такі дослідження вчені провадили з моменту зародження науки. Багато вчених досліджували різні аспекти розвитку науки. Наприкінці 30-х рр. 20 ст. англ. вчений Дж. Бернал уперше чітко вказав на необхідність базувати Н. на конкретних матеріалах інтернаціонального досвіду наук.-тех. розвитку, поєднуючи при цьому якісні та кількісні методи дослідження, здійснюючи природничонауковий, історичний і соціологічний підходи до вивчення проблем науки.

В 60-х роках 20 ст. відбувається активний процес становлення Н. Швидко росте кількість публікацій, у яких аналізуються різні аспекти організації, економіки й керування в науці. Увагу вчених привертають проблеми пошуку оптим. структури наук. установ і найефективніших методів організації науки, визначення швидкості розвитку й прогнозування майбутніх шляхів науки, аналізу тенденцій зростання кількості вчених, затрат на функціонування наук. установ і результативність їхньої роботи, вивчення частоти дальшого використання виконаних наук. праць, визначення індивідуальної та колективної продуктивності праці вчених, проблеми планування й найефективнішого керування наук.-тех. прогресом. У комплексі найголовнішу мету Н. можна сформулювати як забезпечення ефективності сучасної науки та її потенціалу, якого досить, щоб досягти накреслених перспектив наук.-тех. прогресу. Це дає змогу визначити три центр. проблеми Н.: аналіз ефективності наук. систем, наук.

потенціал і наук.-тех. прогнозування. Розв'язуванню зазначених проблем сприяє активне проникнення в Н. кількісних і матем. методів досліджування, ідей *кібернетики* й широке застосування сучасних тех. засобів перероблення масових статистичних відомостей. В СРСР та в ряді зарубіжних країн створено спец. наук. установи, що розробляють проблематику Н. В СРСР дослідження в галузі Н. провадять у Відділенні комплексних проблем наукознавства Інституту кібернетики АН УРСР, в Ін-ті історії природознавства й техніки АН СРСР та в ін. установах.

Літ.: Волков Г. Н. Социология науки. М., 1968; Налимов В. В., Мульченко З. М. Наукометрия. М., 1969 [бібліогр. с. 187—192]; Добров Г. М. [та ін.]. Потенциал науки. К., 1969 [бібліогр. с. 146—151]; Добров Г. М. Наука о науке. К., 1970 [бібліогр. с. 303—315]; Наука о науке. Пер. с англ. М., 1966.

Г. М. Добров, В. М. Клименюк.

НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ У КЕРУВАННІ — див. *Прийняття рішень в умовах невизначеності.*

НЕЗАЛЕЖНІСТЬ у теорії ймовірностей, статистична незалежність — одне з основних понять цієї теорії. Дві *випадкові події* A і B наз. взаємно незалежними, якщо *імовірність* їхнього спільного здійснення $P(AB)$ дорівнює добуткові ймовірностей цих подій: $P(AB) = P(A)P(B)$.

Для незалежних подій A і B *імовірність умовна* настання однієї з них за умови, що інша здійснилася, збігається з безумовною ймовірністю цієї самої події: $P(A/B) = P(A)$; $P(B/A) = P(B)$. Події $A_1, A_2, \ldots$ наз. незалежними в сукупності, якщо для будь-якого скінченного набору подій $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_k}$ $(i_1 \neq i_2 \neq \ldots \neq i_k)$ з первісної сукупності $P(A_{i_1}A_{i_2}\ldots A_{i_k}) = P(A_{i_1})\ldots P(A_{i_k})$. Дві *випадкові величини* ξ_1 і ξ_2 наз. взаємно незалежними, якщо за будь-яких $x_1 < y_1$, $x_2 < y_2$ події $\{x_1 < \xi_1 < y_1\}$ та $\{x_2 < \xi_2 < y_2\}$ — незалежні. Якщо $F_1(x)$ та $F_2(x)$ є ф-ціями розподілу відповідно величин ξ_1 і ξ_2, а $F(x, y)$ — їхньою сумісною ф-цією розподілу, то Н. ξ_1 і ξ_2 означає, що за будь-яких x і y $F(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$. Випадкові величини $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ наз. незалежними в сукупності, якщо

$$P\{\xi_1 < x_1, \xi_2 < x_2, \ldots, \xi_n < x_n\} = P\{\xi_1 < x_1\}P\{\xi_2 < x_2\}\ldots P\{\xi_n < x_n\}$$

для будь-яких $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Див. також *Імовірностей теорія.*

М. П. Слободенюк.

НЕЙРОБІОНІКА — напрямок у *біоніці*, мета якого — вивчати й моделювати діяльність центральної нервової системи людини й тварин для використання закономірностей їхньої будови при створенні нових технічних пристроїв, кібернетичних систем і засобів *обчислювальної техніки*. Див. *Штучний розум* і *Моделювання пам'яті.*

НЕЙРОКІБЕРНЕТИКА — напрям у *кібернетиці біологічній*, що вивчає організацію елементів, відділів аналізаторів, аналізаторних систем і всієї нервової системи організму. Предметом Н. є структурна й функціональна організація нервової системи при сприйманні організмом сигналів зовн. середовища, перетворюванні й переробці їх, при побудові моделей образів зовн. середовища, запам'ятовуванні цих моделей, взаємодії моделей образів у процесі мислення й вироблення відповідних цілеспрямованих дій при динамічній взаємодії організму з середовищем. Осн. методом Н. є метод матем. і фіз. моделювання (див. *Біологічних систем математичне моделювання*), а фізіол. експеримент, спрямований на з'ясування функціональних зв'язків, є основою для побудови матем. і фіз. моделей — гомо- або ізоморфних досліджуваним процесам.

Н. розвивається в основному в таких напрямах: моделювання властивостей *нейрона* й нейронних ансамблів; синтез штучних *нейронних сіток* і *моделювання сенсорних систем*; моделювання окремих ф-цій мозку — пам'яті, розпізнавання образів, утворювання уявлень, емоцій, прийняття рішень та ін.; дослідження взаємодії підсистем мозку при формуванні поведінки. Нейрофізіол. методи вивчення нейрона і простої взаємодії нейронів між собою та навколишнім середовищем стали основою для створення мембранної *збудження клітини теорії* й розробки відповідного матем. опису (див. *Модель нервової клітини*). Експериментальний і теор. аналіз роботи елемента нервової системи дав змогу приступити до побудови фіз. аналогів нейрона, які відображають логічні, дискретні, аналогові, порогові, частотні та ін. його властивості.

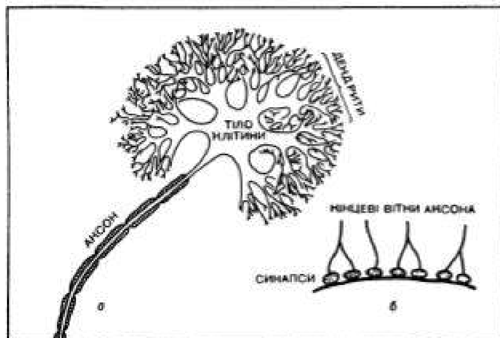
Досліджуючи нейронні сітки, використовують методи моделювання їхньої роботи на цифрових і аналогових обчисл. машинах, а також на спеціально створюваних сітках із фіз. моделей нейронів. У результаті такого дослідження нейронних сіток одержують моделі, що відображають різні сторони обробки інформації в біол. прототипі. Матем. і фіз. моделювання частково доповнюють експериментальне досліджування цих систем. Найповніше розвинуто моделювання рецепторного апарата й відносно простих сіток обробки аналізаторів. Моделей складних підкіркових і кіркових відділів аналізаторів, взаємозв'язку відділів аналізаторів та взаємозв'язку різних аналізаторів (крім моделей умовних рефлексів) практично ще не створено. Найповніше досліджено зоровий і слуховий аналізатори (див. *Модель зорового аналізатора* і *Модель слухового аналізатора*). Аналізаторні системи, що мають складні нейронні комплекси, є базою, на якій будують класифікацію й *розпізнавання образів* зовнішнього середовища, запам'ятовування й навчання та зміни рівня організації при взаємодії організму зі змінним середовищем. Розкриття цих закономірностей має велике значення для дальшого розвитку теорії роботи *біологічних си-*

стем і *біоніки*. Дослідження в області Н. тісно пов'язані з дослідженнями в *нейробіоніці*, яка вивчає й моделює діяльність центральної нервової системи людини й тварин і на основі цього здійснює новий підхід до розв'язування технічних завдань.

Літ.: Модели структурно-функциональной организации некоторых биологических систем. М., 1966; Брайнес С. Н., Свечинский В. Б. Проблемы нейрокибернетики и нейробионики. М., 1968 [бібліогр. с. 224—230]; Концепция информации и биологические системы. Пер. с англ. М., 1966.

Ю. Г. Антомонов, К. О. Іванов-Муромський, С. Я. Заславський.

НЕЙРО́Н — нервова клітина разом з її відростками, структурна й функціональна одиниця нервової системи. Складається з тіла (соми), в якому міститься ядро, й двох типів відгалужених відростків — коротких (дендритів), що галузяться, як дерево, і довгого (аксона), що, як правило, галузиться лише на кінці. Протоплазма одного Н. ніколи не переходить безпосередньо в протоплазму іншого. Нейрони з'єднуються в нервові ланцюги за допомогою особливих контактів — синапсів, у яких поверхнева мембрана розгалужень аксона одного Н. дуже близько підходить до поверхневої мембрани соми або дендритів іншого Н. і відокремлюється від неї лише субмікроскопічною щілиною діаметром у кількасот ангстремів. За розміщенням і характером відростків розрізняють кілька типів Н. Сома чутливих (аферентних) Н. міститься поза мозком — у рецепторах або периферичних нервових вузлах. Видозмінені дендрити утворюють рецепторні структури, що сприймають зовнішні подразнення, а аксон у складі чутливих нервів через задні корінці йде до мозку. Сома рухових (еферентних) Н. міститься в сірій речовині стовбура головного або спинного мозку, а аксон через передні корінці проходить до складу рухових нервів і своїми кінцевими розгалуженнями іннервує виконавчі органи (м'язи й залози). Основною масою



Схематичне зображення нейрона: *а* — тіло клітини; *б* — закінчення аксона.

мозку є вставні (проміжні) Н., відростки яких не виходять за межі мозку. Вставні Н. зв'язують між собою чутливі й рухові Н. і утворюють різні мозкові центри, в яких переробляється інформація, що надходить по чутливих Н., і виробляються рухові сигнали.

Функціонування Н. грунтується на основних нервових процесах, що розвиваються в них,— синаптичному збудженні, синаптичному гальмуванні й нервових імпульсах (див. *Збудження клітини теорія*). Синаптичні процеси розвиваються лише в ділянці синаптичних контактів. Їх спричинюють особливі хім. речовини (медіатори), які виділяються кінцевими закінченнями аксона одного Н. і дифундують крізь синаптичну щілину й взаємодіють з прилеглою поверхнею наступного Н. Розвиток синаптичного збудження або гальмування залежить від типу медіатора й особливостей структури поверхневої мембрани. Синаптичне збудження підвищує збудливість Н. і, досягши певного критичного рівня (порога), переходить у нервовий імпульс. Цей імпульс має здатність самопоширюватись і дуже швидко поширюється по відростках Н.— аж до їхніх кінцевих розгалужень. Синаптичне гальмування знижує збудливість Н. і тим утруднює перехід синаптичного збудження в нервовий імпульс.

Властивості Н. є предметом матем. моделювання, їх використовують при створенні тех. пристроїв (див. *Нейронні сітки*).

П. Г. Костюк.

НЕЙРО́Н ФОРМА́ЛЬНИЙ — див. *Нейронні сітки*.

НЕЙРО́ННІ СІТКИ́ — схеми з'єднань однорідних елементів — нейронів. Н. с. наз. також матем. і фіз. моделі біол. прототипів. Фізіологічні Н. с. складаються з *нейронів* — осн. структурних елементів. Нейрони в сітках зв'язуються між собою збуджувальними й гальмівними синапсами (контактами). Ваги (впливи) синапсів у процесі роботи сітки можуть змінюватись у широких межах. Нейрони, що працюють у різних відділах нервової системи, можуть мати різне число елементів: від 20 до 10 000, тобто число елементів і число зв'язків між ними є істотно змінною величиною.

Схеми з'єднання нейронів у Н. с. дуже різноманітні, але всі вони являють собою багатошарові просторові структури. Воднолінійних сітках кожний нейрон верхнього (вхідного) шару впливає на один нейрон нижчого шару. Прикладом такої сітки є безумовнорефлекторна дуга, що складається з послідовно включених трьох нейронів (чутливого, проміжного та мотонейрона). Пірамідальна схема з'єднань Н. с. передбачає вплив нейрона вищого шару обов'язково на кілька нейронів нижчого шару і т. д. В такій багатошаровій структурі можна виділити частину сітки, в якій нейрон верхнього (вхідного) шару через нейрони нижчих шарів зв'язаний з усіма нейронами нижчого (вихідного) шару. Лійкоподібна схема передбачає з'єднання всіх нейронів верхнього шару з одним нейроном нижнього шару. Деревоподібні схеми являють собою невпорядковані структури, які поєднують властивості пірамідальної та лійкоподібної схем. Схеми Н. с. можуть мати позитивні й негативні *зворотні зв'язки*, а також ут-

ворювати кільцеві структури. Реальні Н. с. становлять складні поєднання схем з'єднань нейронів кількох або й усіх типів. Функціональні завдання фізіологічних Н. с. дуже різноманітні. Перетворювати вхідні сигнали різної модальності на частотно-імпульсний код, оцінювати амплітуду, тривалість і частоту вхідних сигналів може й поодинокий нейрон, зокрема чутлива (рецепторна) клітина на вході Н. с. Звичайно такі нейрони відображають незмінні властивості вхідного сигналу якоюсь постійною частотою на виході. Поодинокий нейрон може виконувати й просторове підсумовування сигналів. Цю властивість нейрона можна ототожнити з виконанням обчисл. операції інтегрування за часом і простором. Складнішою і, мабуть, відповідною схемі з'єднань кількох нейронів є реакція, коли вихідний нейрон відповідає на постійний вхідний сигнал сигналами знижуваної частоти. Ця найпростіша адаптивна реакція є основою для виконання операцій диференціювання в часі й використовується в моделях Н. с. для обчислювання швидкості змінювання вхідного сигналу (або вхідної частоти). Вироджений випадок реакції такого типу являє собою реакція сітки на ввімкнення, вимкнення та ввімкнення — вимкнення вхідного сигналу. Н. с. із взаємноперехресними гальмівними зв'язками (латеральне, або бічне гальмування), організовані за однолінійною, пірамідальною чи лійкоподібною схемою, набувають властивостей підсилювати контраст вхідного сигналу (образу) і виділяти контур багатошаровою обробкою просторових і (або) часових сукупностей сигналів, відповідних образові. Використовуючи властивості латерального (бічного) гальмування Н. с., здійснюють і організацію руху організму в просторі, яка потребує координації напруги й розслаблення великої кількості груп м'язів-антагоністів. Н. с. схожої структури можуть розв'язувати й задачі виділення рухомих об'єктів, визначати напрям і швидкість руху та класифікувати зовнішні образи за обраною ознакою чи системою ознак. Як вважає ряд авторів, Н. с., які використовують позитивні зворотні зв'язки, є основою комірок динамічної (оперативної) пам'яті в нервовій системі.

Моделювання Н. с. пов'язують в основному з побудовою фіз. моделей та розв'язуванням задач на ЦОМ. Моделювання елемента сітки — нейрона відбувалося шляхом розширення набору функціональних властивостей і відображення їх у матем. або фіз. моделі (див. *Модель нервової клітини*). Первинною *моделлю математичною* елемента сітки був формальний нейрон, який відображає властивість появи чи відсутності імпульсу на виході. У поєднанні з властивостями порога та синапсів такий формальний нейрон став основою створення багатьох варіантів обчисл. або логічних схем. Реалізовану у вигляді *тригера* таку спрощену функціональну модель нейрона взято за осн. елемент ЦОМ, які використовують двійкову *систему числення*. Роботу сіток з порогових елементів, у тому числі й з використанням властивості абсолютної рефрактерності, моделювали на ЦОМ і у вигляді фіз. пристроїв типу *персептронів*. У міру розширення функціональних властивостей моделей нейронів зростають і можливості моделей сіток. Так, на моделях зі змінними порогами (адалін) і змінними порогами та вагами зв'язків між елементами (пластичний, або адаптивний нейрон) побудовано алгоритми і пристрої (типу персептронів), які дають змогу класифікувати й розпізнавати зовнішні образи, провадити навчання й моделювати деякі форми еволюції та цілеспрямованої поведінки. Динамічні частотні моделі нейрона дали змогу перейти до побудови неперервних обчисл., керуючих і самонавчальних середовищ з аналоговим типом обробки інформації і паралельною обробкою інформації та наблизити роботу моделей сіток до роботи фізіол. Н. с. Такі фіз. моделі сіток мають дві мети: 1) розширити клас задач, розв'язуваних сучасними тех. пристроями, і спростити процедуру розв'язування вже розв'язуваних задач; 2) заповнити прогалину у вивченні фізіологічних Н. с., зумовлену трудношами проведення експерименту й обробки даних, моделюючи конкретні акти *адаптації* та навчання біосистем. Матем. і фіз. моделі сіток можуть розв'язувати різноманітні задачі: логічні задачі; обчислювальні операції в однорідних середовищах; стохастичні задачі, що дають змогу виконати обчисл. операції шляхом обчислення імовірностей; задачі керування, реалізовувані за допомогою неперервних однорідних керуючих засобів; задачі пристосовування, класифікації та навчання, моделювання навколишнього середовища й організації реакцій за допомогою однорідних схем, придатних для зміни функціональної і структурної організації.

Літ.: Гутчин И. Б., Кузичев А. С. Бионика и надежность. М., 1966 [бібліогр. с. 280—281]; Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. М., 1969 [бібліогр. с. 306—316]; Антомонов Ю. Г. Системы. Сложность. Динамика. К., 1969 [бібліогр. с. 125—126]; Карпов Р. Г. Техника частотно-импульсного моделирования. М., 1969 [бібліогр. с. 243—245].

Ю. Г. Антомонов, Л. І. Тушенков.

НЕКОРЕ́КТНО ПОСТА́ВЛЕНИХ ЗАДА́Ч СПО́СОБИ РОЗВ'Я́ЗУВАННЯ. В загальному вигляді некоректно поставлену задачу можна записати так:

$$Az = u. \quad (1)$$

де $z \in F$, $u = U$; F, U — метричні простори (див. *Простір абстрактний*), A — неперервний *оператор;* при цьому припускають, що в оператора A є обернений оператор A^{-1}, але він не є неперервним. Нехай елементи z_T та u_T пов'язані співвідношенням $Az_T = u_T$. Тоді елемент z_T наз. точним розв'язком рівняння (1) з точною правою частиною $u = u_T$. Якщо елемент u_T відомий наближено (нехай u — це наближення), то мова може йти лише про знаходження набл. до z_T розв'язку рівняння (1). При цьому виникає принципової важли-

вості запитання: що розуміти під набл. розв'язком рівняння (1)? Якщо дано відповідь на це запитання, то задача полягає в знаходженні *алгоритмів* побудови набл. розв'язків рівняння (1), які мають властивість стійкості до малих змін вхідних даних. Зокрема, знаходження таких алгоритмів має велике значення для автоматизації обробки експериментальних даних.

Набл. розв'язки багатьох *некоректно поставлених задач* виду (1) будували давно. Осн. способом побудови цих розв'язків був метод підбору. Він полягає в тому, що обчислюють ліву частину рівняння (1) Az для якоїсь підмножини (набору) F_1 елементів z, які належать F ($F_1 \subset F$), тобто розв'язують «пряму» задачу, і як шуканий набл. розв'язок вибирають такий елемент z_1 з F_1, для якого відхил $\rho_U(Az, u)$ мінім. на F_1. Звичайно як F_1 вибирають сімейство елементів z, залежних від скінченної кількості числових параметрів так, що F_1 є замкненою множиною скінченновимірного простору. Якщо, крім того, відомо, що шуканий розв'язок $z_T \in F_1$ та $u = u_T$, то в цьому разі $\inf_{z \in F_1} \rho_U(Az, u_T) = 0$ і досягається ця нижня грань на точному розв'язкові рівняння $Az = u_T$. При цьому, якщо $\{z_n\}$ є послідовність елементів, на якій відхил $\rho_U(Az, u_T) \to 0$ при $n \to \infty$, то не відомо, чи сходитиметься послідовність z_n до точного розв'язку z_T. Якщо, крім того, відомо, що кожний параметр змінюється в скінченних межах, то F_1 буде компактним і $z_n \to z_T$, тобто метод підбору дає змогу одержати набл. розв'язок. В інших умовах метод підбору, загалом кажучи, не придатний для побудови набл. розв'язків. З'ясувати умови застосовності методу підбору можна, користуючись теоремою: якщо відображення $F \to U$ компактної множини F неперервне і взаємно однозначне, то обернене відображення $U \to F$ теж неперервне. Тому, якщо підмножина F_1 є компактною і відображення $u = Az$ неперервне і взаємно однозначне, то з $\rho_U(Az_n, u_T) \underset{n \to \infty}{\to} 0$ випливає $\rho_F(z_n, z_T) \underset{n \to \infty}{\to} 0$. Т. ч., якщо розв'язок шукають на компактній множині, то метод підбору стійкий і ним можна користуватися для знаходження набл. розв'язків рівняння (1).

У 1962 рад. математик М. М. Лаврентьєв запровадив поняття коректності за Тихоновим. Задачу розв'язання рівняння (1) наз. коректною за Тихоновим, якщо відомо, що для точного значення правої частини $u = u_T$ існує єдиний розв'язок, який належить заданій компактній множині F (класу коректності). В таких випадках розв'язок, одержаний за допомогою оберненого оператора $z = A^{-1}u$, неперервно залежатиме від вхідних даних u, якщо ці дані належать множині AF. Інколи компактні класи ф-цій F можна вказати. В таких випадках задача полягає в знаходженні умов, які забезпечують компактність множини F, і набл. розв'язки будують за ф-лою $z = A^{-1}u$. Але часто елемент u містить випадкові похибки (бо його одержують вимірюванням) і тому може не належати множині AF. На таких елементах u обернений оператор A^{-1} є невизначеним, і тому він непридатний для побудови стійких набл. розв'язків рівняння (1) за ф-лою $z = A^{-1}u$.

Щоб подолати труднощі, які виникають при цьому (коли $u \notin AF$), застосовують т. з. квазірозв'язок рівняння (1). Квазірозв'язком рівняння (1) наз. елемент $\tilde{z} \in F_1$, який мінімізує функціонал $\rho_U(A\tilde{z}, u)$. Очевидно, що $z = z_T$, якщо $u = u_T \in AF$. Якщо F — компактна множина (коротше — компакт), то квазірозв'язок завжди є. Якщо F та U — лінійні нормовані простори і F — опуклий компакт, а U — строго опуклий, то квазірозв'язок єдиний і неперервно залежить від u. Т. ч., набл. розв'язування рівняння (1) можна звести до знаходження його квазірозв'язку, при цьому набл. розв'язок шукають на заданому компакті.

В ряді випадків множина F не є компактною і зміни правої частини рівняння (1), пов'язані з її набл. характером, можуть виводити її з множини AF. Такі задачі наз. істотно некоректними.

1963 рад. математик А. М. Тихонов розробив новий підхід до розв'язування некоректно поставлених задач, який дає змогу будувати набл. розв'язки, стійкі до малих змін вхідних даних u, для істотно некоректних задач. В основі цього підходу лежить поняття регуляризуючого оператора. Якщо задача (1) є некоректно поставленою (нестійкою), то очевидно, що набл. розв'язок z_δ не можна визначити як точний розв'язок рівняння (1) з набл. правою частиною u_δ. Елемент z_δ можна визначити лише за допомогою оператора, залежного від параметра, значення якого треба брати узгодженими з точністю вхідних даних u_δ. Оператор $R(u, \alpha)$, залежний від параметра α, наз. регуляризуючим для рівняння (1), якщо він має такі властивості: по-перше, якщо він визначений для будь-якого $\alpha > 0$ і будь-якого $u \in U$ і неперервний за u; по-друге, якщо $Az_T = u_T$, то існує таке $\alpha(\delta)$, що для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться таке $\delta(\varepsilon)$, що коли $\rho_U(u_T, u_\delta) \leqslant \delta(\varepsilon)$, то $\rho_F(z_T, z_\alpha) \leqslant \varepsilon$, де $z_\alpha = R(u_\delta, \alpha)$ і $\alpha = \alpha(\delta)$.

Як наближений розв'язок рівняння (1) треба брати елемент $z_\alpha = R(u_\delta, \alpha)$, одержаний за допомогою регуляризуючого оператора $R(u, \alpha)$, де $\alpha = \alpha(\delta)$ — узгоджене з точністю вхідних даних і $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$. Цей розв'язок наз. регуляризованим розв'язком рівняння (1). Числовий параметр α наз. параметром регуляризації. Очевидно, що всякий регуляризуючий оператор разом з вибором $\alpha = \alpha(\varepsilon)$ визначає стійкий метод набл. побудови розв'язків рівнян-

ня (1). Якщо відомо, що $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$, то значення параметра регуляризації $\alpha = \alpha(\delta)$ можна вибрати так, що при $\delta \to 0$ регуляризований розв'язок $z_\alpha(\delta) = R(u_\delta, \alpha(\delta))$ наближається (в метриці F) до шуканого точного розв'язку z_T. Це й виправдовує пропозицію брати як наближений розв'язок рівняння (1) регуляризований розв'язок. Т. ч., задача зводиться до знаходження регуляризуючих операторів і до оцінки параметра регуляризації α за додатковою інформацією про задачу, напр., за величиною відхилення правої частини u_δ від її точного значення. У матем. літературі описаний метод наз. методом регуляризації.

Відомий і спосіб побудови $R(u, \alpha)$. Він грунтується на варіаційному принципі й полягає ось у чому. Нехай $\Omega(z)$ — невід'ємний функціонал, визначений на підмножині F_1 простору F, і такий, що для будь-якого числа $q > 0$ множина елементів z, для яких $\Omega(z) \leqslant q$, компактна в F. Нехай відомо, крім того, що $z_T \in F_1$ і відхилення правої частини u_δ від точного значення u_T не перевищує δ, тобто $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$. Тоді набл. розв'язок треба шукати в класі елементів z, для яких $\rho_U(A_z, u_\delta) \leqslant \delta$. Але ця множина не є компактною. Якщо від набл. розв'язку зажадати ще, щоб він мінімізував функціонал $\Omega(z)$ на F_1, то задача зведеться до мінімізації функціоналу

$$M^\alpha[u_\delta, z] = \rho_U^2(A_z, u_\delta) + \alpha\Omega[z]. \qquad (2)$$

Нехай z_α — елемент, на якому M^α досягає мінімуму. Елемент z_α можна розглядати як результат застосування до правої частини u_δ якогось оператора R_1, залежного від α, тобто $z_\alpha = R_1(u_\delta, \alpha)$. Для широкого класу рівнянь показано, що оператор $R_1(u, \alpha)$ є регуляризуючим. Нехай F — простір неперервних на $[a, b]$ ф-цій $z(s)$, а F_1 — простір ф-цій, інтегрованих з квадратом разом з похідними до p-го порядку. Для цього випадку як $\Omega(z)$ можна брати

$$\Omega[z] = \int_a^b \sum_{n=0}^{p} q_n(s)\left(\frac{d^n z}{ds^n}\right)^2 ds, \qquad (3)$$

де $q_n(s)$ — задані ф-ції і $q_n(s) \geqslant 0$, $q_p(s) > 0$. Функціонали $\Omega(z)$ наз. стабілізаторами. Стабілізатори виду (3) наз. тихоновськими стабілізаторами p-го порядку.

Регуляризований розв'язок, який мінімізує функціонал $M^\alpha[u, z]$, можна знайти і методами мінімізації функціоналів, і розв'язуванням *крайової задачі* для відповідного йому рівняння Ейлера.

Для випадку гільбертових просторів F та U знайдено спосіб побудови регуляризуючих операторів, оснований на спектральному представленні їх за допомогою інтеграла за спектральною мірою оператора.

Для *інтегральних рівнянь* типу згортки

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\, z(\tau)\, d\tau = U(t) \qquad (4)$$

за допомогою зворотного перетворення Фур'є можна вказати широкий клас регуляризуючих операторів виду

$$z_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\omega, \alpha)}{K(\omega)} U(\omega) \exp(-i\omega t)\, d\omega, \qquad (5)$$

де $K(\omega)$ й $U(\omega)$ — перетворення Фур'є ф-цій $K(t)$ і $U(t)$, $f(\omega, \alpha)$ — довільна ф-ція, яка задовольняє деякі додаткові умови. Якщо $f(\omega, \alpha) \equiv 0$ для $|\omega| > \omega_1$ і дорівнює 1 для $|\omega| \leqslant \omega_1$, то одержимо відомий оператор (метод Котельникова). Якщо покласти $f(\omega, \alpha) = \dfrac{L(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)}$, де $L(\omega) = K(\omega) \times K(-\omega)$, а $M(\omega)$ — парна невід'ємна ф-ція, така, що $M(0) \geqslant 0$, $M(\omega) > 0$ для $\omega \neq 0$ і для достатньо великих $|\omega|$ $M(\omega) \geqslant C > 0$, то регуляризовані розв'язки знаходитимуться за ф-лою

$$z_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{K(-\omega)\, u(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)} \exp(-i\omega t)\, d\omega. \qquad (6)$$

Такий розв'язок можна одержати і як ф-цію, що мінімізує функціонал $M^\alpha[u, z]$, коли як $\Omega(z)$ узяти

$$\Omega(z) = \int_{-\infty}^{\infty} M(\omega)\, |z(\omega)|^2\, d\omega, \qquad (7)$$

де $z(\omega)$ — перетворення Фур'є ф-ції $z(t)$. Якщо $M(\omega)$ — парний многочлен степеня $2p$, то (7) співпадає з тихоновським стабілізатором p-го порядку з постійними коеф. $q_n(s)$. Зазначимо, що ф-ція $M(\omega)$ може мати будь-який порядок зростання на нескінченності. Знаходять значення параметра регуляризації α, узгоджене з точністю δ вхідних даних, або за принципом відхилу, тобто із співвідношення $\rho_U(Az_\alpha, u_\delta) = \delta$ або використовуючи іншу додаткову інформацію.

У тих випадках, коли інформація про вхідні дані й про шуканий розв'язок має ймовірнісний характер, при побудові стійких набл. розв'язків некоректно поставлених задач використовують поняття статистики. Напр., такий підхід використано щодо рівнянь типу згортки. Тут беруть або інтерпретацію вхідних даних і шуканих розв'язків як реалізацій *стаціонарних випадкових процесів*, або включення вхідних даних та шуканого розв'язку в сімейство ф-цій із заданими щільностями ймовірностей.

Літ.: Лаврентьев М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, 1962 [бібліогр. с. 90—91]; Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. «Доклады АН СССР», 1963, т. 151, № 3; О регуляризации некорректно поставленных задач. «Доклады АН СССР», 1963, т. 153, № 1; Иванов В. К. О некорректно поставленных задачах. «Математический сборник. Новая серия», 1963, т. 61, в. 2; Тихонов А. Н. О нелинейных уравнениях первого рода. «Доклады АН СССР», 1965, т. 161, № 5; Бакушинский А. Б. Один общий прием построения регуляризирующих алгоритмов для линейного некорректного уравнения в гильбертовом пространстве. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1967, т. 7, № 3; Арсенин В. Я., Иванов В. В. Об оптимальной регуляризации. «Доклады АН СССР», 1968, т. 182, № 1. *В. Я. Арсенін, А. М. Тихонов.*

НЕКОРЕ́КТНО ПОСТА́ВЛЕНІ ЗАДА́ЧІ — задачі, які не задовольняють вимог, що характеризують клас коректно поставлених задач, визначуваний нижче. Задача визначення z (розв'язку) за вхідними даними u $z = R(u)$, де R — якийсь оператор, наз. коректно поставленою, якщо z і u належать многовидам F і U, для елементів яких визначено поняття віддалі (метрика) $\rho_F(z_1, z_2)$ і $\rho_U(u_1, u_2)$, де $z_1, z_2 \in F$; $u_1, u_2 \in U$, тобто F і U — метричні простори (див. *Простір абстрактний*), і якщо задоволено вимоги: а) для всякого елемента $u \in U$ існує розв'язок z із F; б) розв'язок визначається однозначно; в) розв'язання повинне неперервно залежати від вхідних даних, тобто, для всякого $\varepsilon > 0$ можна вказати таке $\delta(\varepsilon)$, що, коли $\rho_U(u_1, u_2) \leqslant \delta$ й $z_1 = R(u_1)$, $z_2 = R(u_2)$, то $\rho_F(z_1, z_2) \leqslant \varepsilon$. Ця остання властивість наз. ще властивістю стійкості задачі.

В матем. літературі тривалий час був дуже поширеним погляд, що ніби лише коректно поставлені матем. задачі можуть описувати фіз. (або тех.) зв'язки чи явища. Зокрема, якщо задача нестійка, то $z_2 = R(u_2)$ не може наближати $z_1 = R(u_1)$, якщо навіть u_2 як завгодно точно наближає u_1. Проте цей погляд, природний у застосуванні до деяких явищ, не можна застосовувати до всіх залежностей і зв'язків. Наведемо приклади некоректно поставлених задач, які являють собою як осн. матем. апарат, так і застосування, з яких можна судити про широту цього класу задач і про його застосовне значення.

1-й приклад. *Інтегральне рівняння* Фредгольма 1-го роду з як завгодно гла́дким ядром $K(x, y)$ (навіть аналітичним)

$$\int_a^b K(x, y)\, z(y)\, dy = u(x). \qquad (1)$$

Розв'язок шукають у класі неперервних ф-цій F. Відхилення $u(x)$ оцінюють у метриці L_2, а відхилення $z(y)$ — у метриці C, тобто

$$\rho_U(u_1, u_2) = \left\{\int_a^b |u_1(x) - u_2(x)|^2\, dx\right\}^{1/2},$$

$$\rho_F(z_1, z_2) = \sup_{y \in [a, b]} |z_1(y) - z_2(y)|.$$

Нехай для якоїсь правої частини $u = u_1(x)$ ф-ція $z_1(y)$ є розв'язком рівняння (1). Якщо замість ф-ції $u_1(x)$ відомо лише деяке її наближення, яке мало відрізняється (в метриці L_2) від $u_1(x)$, то можна говорити лише про знаходження наближеного до $z_1(y)$ розв'язку рівняння (1). При цьому права частина $u(x)$ може й не бути достатньо гла́дкою. Її можна одержати в експерименті, напр., за допомогою самописа, й у неї можуть бути кутові точки. За такої правої частини рівняння (1) не має розв'язку, бо ядро $K(x, y)$ є гла́дкою ф-цією. Отже, за наближений до $z_1(y)$ розв'язок рівняння (1) не можна брати точний розв'язок рівняння (1) з наближено відомою правою частиною $u(x) \neq u_1(x)$. За цих умов не виконується вимога (а) коректності задачі. Виникає принципове запитання: що треба розуміти під наближеним розв'язком рівняння (1) з наближено відомою правою частиною? Крім того, задача (1) не має властивості стійкості, тобто, не виконується вимога (в) коректності задачі. Справді, ф-ція $z_2(y) = z_1(y) + B \sin \omega y$ буде розв'язком рівняння (1) з правою частиною $u_2(x) = u_1(x) + B\int_a^b K(x, y) \sin \omega y\, dy$. Очевидно, що яким би не було число $B > 0$, при достатньо великих значеннях ω ухил $\rho_U(u_1, u_2) = B\left\{\int_a^b K^2(x, y) \sin^2 \omega y\, dy\right\}^{1/2}$ можна зробити як завгодно малим, а от для відповідних розв'язків $z_1(y)$ і $z_2(y)$ $\rho_F(z_1, z_2) = \sup_{y \in [a, b]} |B \sin \omega y| = B$. Отже, задача (1) є некоректно поставленою задачею. Описана в цьому прикладі ситуація є типовою для Н. п. з. До таких рівнянь зводиться багато задач фізики й техніки: задачі спектроскопії (визначення розподілу густоти енергії випромінювання по спектру на основі результатів вимірювання експериментального спектра), обернені задачі астрономії та ін.

2-й приклад. Задача *диференціювання чисельного* ф-ції $u(x)$, відомої наближено. Нехай $z_1(x)$ — похідна ф-ції $u(x)$, ф-ція $u_2(x) = u_1(x) + B \sin \omega x$ у метриці C відрізняється від $u_1(x)$ на величину $\rho_C(u_1, u_2) = B$ за будь-яких значень C. Проте похідна $z_2(x) = u_2'(x)$ відрізняється від $z_1(x)$ у метриці C на величину ωB, яка може бути довільно великою за достатньо великих значень ω. Т. ч., ця задача не має властивості стійкості й, отже, є некоректно поставленою.

Н. п. з. є й такі задачі: розв'язування систем лінійних алгебр. рівнянь за умов рівного нулю визначника системи (погано обумовлені системи); задача Коші для рівняння Лапласа; задача підсумовування рядів Фур'є, коли коеф. відомі наближено в метриці l_2; задача аналітичного продовження ф-цій, заданих на частині області аналітичності; деякі задачі *програмування лінійного;* задачі мінімізації функціоналів, коли із збіжнос-

ті значень мінімізовуваного функціоналу до значення мінімуму не впливає збіжність мінімізуючої послідовності; деякі задачі оптим. керування і багато ін.

Широким класом Н. п. з., які виникають у фізиці й техніці, є т. з. о б е р н е н і з а д а ч і. Нехай об'єкт (явище), що вивчається, характеризується елементом z_T (ф-цією чи вектором), який належить многовидові F ($z_T \in F$). Часто z_T недоступний для прямого вивчення, й тому вивчають якийсь його прояв $Az_T = u_T$, $u_T \in AF$, де AF — образ множини F при відображенні A. Очевидно, рівняння $Az = u$ має розв'язок лише для таких елементів u, які належать множині AF. Елемент u_T, як правило, одержують шляхом вимірювання, й тому він відомий лише наближено. Нехай u — це наближене значення. В цих випадках може йтися лише про знаходження наближеного до z_T розв'язку рівняння

$$Az = u. \qquad (2)$$

При цьому u, загалом кажучи, не належить множині AF. Оператор A в багатьох випадках є таким, що обернений йому оператор A^{-1} не є неперервним (напр., коли A — цілком неперервний оператор, зокрема, інтегральний оператор 1-го прикладу). За цих умов не можна як наближений розв'язок брати точний розв'язок рівняння (2) з наближеною правою частиною, тобто не можна як наближений розв'язок брати елемент $z = A^{-1}u$, бо такого розв'язку може не існувати, оскільки u може не належати множині AF (не виконується вимога (а) коректності); такий розв'язок, якщо навіть він існує, не матиме властивості стійкості, оскільки обернений оператор A^{-1} не є неперервним, тоді як умова стійкості розв'язку задачі (2) звичайно є наслідком її фіз. детермінованості, й тому наближений розв'язок повинен мати цю властивість. Отже, не виконується вимога (в) коректності. Тому задача (2) є некоректно поставленою. Відсутність стійкості в багатьох випадках робить неможливою фіз. інтерпретацію наслідків вимірювань. Виконання цієї умови необхідне й для використання *чисельних методів* розв'язування задачі за наближеними вхідними даними.

Отже, для Н. п. з. виникає принципово важливе запитання: що треба розуміти під наближеним розв'язком рівняння (2)? Виникає й задача знаходження таких *алгоритмів* побудови наближених розв'язків Н. п. з., які мають властивість стійкості до малих змін вхідних даних (див. *Некоректно поставлених задач способи розв'язування*).

В. Я. Арсенін, А. М. Тихонов.

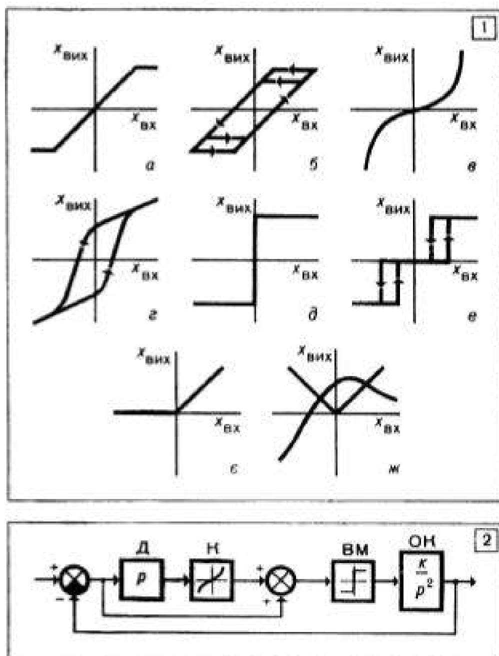
НЕЛІНІ́ЙНА СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ — система автоматичного керування, математичний опис якої не задовольняє вимог лінійності. Процеси, які відбуваються в Н. с. к., описують дифер. рівняннями

$$x_i = f_i(x_1, \ldots, x_n), \quad i = 1, \ldots, n, \qquad (1)$$

або в матричній формі

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \qquad (2)$$

де $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ — n-вимірний вектор-стовпець *фазових координат* x_i ($i = 1, \ldots, n$); $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x}))$ — нелінійна вектор-функція, яка за деяких значень $\mathbf{x}$ і деяких $\alpha \neq 0$ задовольняє нерівність $\mathbf{f}(\alpha\mathbf{x}) \neq \alpha\mathbf{f}(\mathbf{x})$. Нелінійність являє собою дуже поширену властивість реальних систем керування; більшість реальних систем нелінійні.



1. Характеристики типових нелінійних елементів нелінійної системи керування: *а* — підсилювач з насиченням; *б* — люфт; *в* — квадратор; *г* — гістерезис; *д* і *е* — реле; *є* — вентиль; *ж* — об'єкти з екстремальними характеристиками.
2. Структурна схема оптимальної за швидкодією нелінійної системи керування.

Характеристики найпоширеніших нелінійних елементів наведено на мал. 1.

Залежно від характеру нелінійності й ступеня її впливу на хід процесів, які відбуваються в системі, розрізняють лінеаризовні й нелінеаризовні (істотно нелінійні) Н. с. к. До лінеаризовних Н. с. к. відносять такі системи, в яких права частина рівняння (2) задовольняє (хоч би наближено) умову лінійності

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_2). \qquad (3)$$

Рівність (3) може дотримуватися не за всіх значень x, а лише в деякій обмеженій області фазового простору, яка відповідає нормальним режимам роботи системи. В такій системі за нормальних режимів нелінійність не впливає істотно на перебіг процесів, і нею можна знехтувати, лінеаризувавши рівняння (1). Надалі для аналізу розв'язків лінеаризованих рівнянь застосовують методи лінійної теорії.

Якщо в області нормальних режимів рівність (3) не виконується, то Н. с. к. наз. істотно нелінійною. В такій системі нелінійність істотно впливає на характер процесів; зокрема, система може мати кілька стійких *точок рівноваги*, в ній можуть виникати *автоколивання* й інші режими, принципово нездійсненні в лінійних системах. Тому для аналізу істотно нелінійних систем треба застосовувати спец. методи.

Залежно від природи нелінійностей і характеру їхнього впливу на хід процесів, які відбуваються в системі, розрізняють Н. с. к. з паразитними й навмисно введеними (тоді кажуть — додатковими) нелінійностями. Паразитні нелінійності (вони можуть бути й лінеаризовними й нелінеаризовними) неминуче є в усякій реальній системі й нерідко спричинюють появу різних небажаних ефектів: нелінійних спотворень, генерації паразитних коливань і т. п. Фіз. природа таких нелінійностей звичайно буває зв'язаною з властивостями матеріалів, з яких виготовлено елементи системи (гістерезис — мал. 1, *г*), з неможливістю ідеальної обробки їх (люфт — мал. 1, *б*) та з ін. обмеженнями тех. характеру. Н. с. к. з навмисно введеними нелінійними елементами, як правило, є істотно нелінійними. Прикладами таких елементів є *модулятори, демодулятори*, квадратори (мал. 1, *в*), реле (мал. 1, *д-е*), вентилі (мал. 1, *є*) та ін. Використовуючи спец. нелінійні елементи, створюють системи, які за своїми конструктивними (габарити, вага і простота) й експлуатаційними (надійність, швидкодія і т. д.) характеристиками істотно переважають лінійні, напр., релейні системи керування, *системи керування зі змінною структурою, системи екстремального регулювання* та ін. На мал. 2 наведено приклад Н. с. к., оптимальної за швидкодією, що складається з лінійного нестійкого об'єкта керування ОК, диференціатора Д і двох істотно нелінійних елементів — квадратора К й виконавчого механізму (реле) ВМ.

Літ.: Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования. М., 1955 [бібліогр. с. 437—450]; Фельдбаум А. А. Вычислительные устройства в автоматических системах. М., 1959 [бібліогр. с. 772—790]; Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [бібліогр. с. 775—789]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [бібліогр. с. 756—760].

Ю. М. Чеховий.

НЕЛІНІ́ЙНИЙ ЕЛЕМЕ́НТ АО́М — пристрій, що реалізує задані нелінійні функції одного чи кількох аргументів. Н. е. виконують у вигляді блоків АОМ. Н. е. бувають мех., електромех. та електронні. Найпоширенішими є електронні Н. е. АОМ; побудовані вони на основі діодно- і стабілітронно-резистивних схем. При побудові Н. е. цього типу для реалізації ф-цій одного аргумента застосовують апроксимацію її поліномом

$$f(x) \approx \sum_{i=1}^{n} a_i \max(0, x - x_i), \qquad (1)$$

де $|a_i| \leqslant a$, x_i — точки зламу полінома. Отже, при побудові Н. е. всяка ф-ція $f(x)$ апроксимується неперервною однозначною ф-цією з обмеженою похідною $\left|\frac{df}{dx}\right| \leqslant na$.

В АОМ застосовують універсальні та спеціалізовані Н. е. Універсальні Н. е. реалізують різні ф-ції, вид яких визначається настроюванням Н. е.— вибором параметрів a_i та x_i полінома (1). Універсальний Н. е. можна побудувати для ф-цій, заданих у вигляді таблиці, графіка чи матем. формули. Спеціалізований Н. е. реалізує єдину ф-цію, він являє собою пристрій, у якому параметри a_i та x_i незмінні й дібрані відповідно до реалізованої ф-ції. Спеціалізовані Н. е. будують для елементарних ф-цій: степеневих, показникових, трансцендентних і обернених їм, а також для спец. фіз. ф-цій: типових нелінійностей у мех. системах (люфт, сухе тертя тощо). Окремим випадком спеціалізованих Н. е. є *множильно-ділильні пристрої*. Н. е. функції кількох змінних будують з Н. е. функцій однієї змінної, при побудові реалізують різні способи апроксимації ф-ції кількох змінних (напр., узагальнений ряд Фур'є).

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 453—456].

Г. І. Грездов.

НЕЛІНІ́ЙНИХ СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ АНА́ЛІЗ — розділ *автоматичного керування теорії*, який вивчає характер можливих процесів у нелінійних *системах автоматичного керування*, а також їхні різні якісні та кількісні характеристики. Задачами аналізу є визначення умов існування та стійкості усталених режимів (станів рівноваги, періодичних і майже періодичних рухів), оцінка величини областей притягання цих режимів у фазовому просторі, визначення якості *перехідних процесів* і характеру вимушених рухів при різних зовнішніх діяннях та ін.

Особливості поведінки нелінійної системи при різних початкових станах визначають розбиття фазового простору на області, всередині яких фазові траєкторії системи мають однакові топологічні властивості. Встановлення структури цього розбиття є першою осн. проблемою Н. с. а. к. а. Для стаціонарних автономних систем структура фазового простору, в основному, визначається типами особливих точок, наявністю замкнених траєкторій — граничних циклів, сепаратрисними поверхнями, які обмежують області притягань стійких особливих точок та замкнених траєкторій, тощо. Друга осн. проблема аналізу пов'язана з дослідженнями класів нелінійних систем, які розрізняються лише чисельними значеннями деяких параметрів, і полягає у визначенні т. з. біфуркаційних поверхонь. Ці поверхні розбивають простір

параметрів на області, всередині яких фазовий простір системи має топологічно однакову структуру.

Методи аналізу нелінійних систем можна розділити на аналітичні та неаналітичні (чисельні, графічні, машинні). В свою чергу, аналітичні методи можна розділити на точні та наближені. Стосовно складних систем жоден метод, узятий окремо, не дає можливості вичерпати названі проблеми аналізу. Найповніші результати можна одержати, використовуючи різні методи досліджень.

Ляпунова методи є строгими методами дослідження стійкості й становлять фундамент теорії стійкості. Теореми Ляпунова про стійкість за 1-м наближенням зводять питання про стійкість нелінійних систем при малих збуреннях до аналізу лінійної моделі системи. Прямий (2-й) метод Ляпунова дає змогу знаходити достатні умови стійкості нелінійних систем при великих збуреннях. Цим методом найповніше досліджено системи виду:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_k}{dt} &= \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i + b_k f(\sigma), \quad k = 1, \ldots, n;\\ \sigma &= \sum_{k=1}^{n} c_k x_k.\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Рівняння (1) можна записати й у вигляді

$$\sigma = W(p)\,y, \qquad (2)$$

$$y = f(\sigma). \qquad (3)$$

Тут x_k — фазові координати системи, t — незалежна змінна (час), a_{ki}, b_k та c_k — постійні коефіцієнти, $f(\sigma)$ — нелінійна ф-ція, $p \equiv d/dt$,

$$W(p) = -\frac{\Delta(p)}{D(p)}; \quad D(p) = \begin{vmatrix} a_{11} - p & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} - p \end{vmatrix}; \qquad (4)$$

$$\Delta(p) = \sum_{k=1}^{n} c_k N_k(p); \quad N_k(p) = \sum_{i=1}^{n} b_i D_{ik}(p); \qquad (5)$$

$D_{ik}(p)$ — алгебр. доповнення елемента рядка i стовпця k визначника $D(p)$; у точках розриву $f(\sigma)$ та її похідних рівняння (2), (3) доозначуються умовами стрибків σ та її похідних. При аналізі системи (1) її можна замінити системою (2), (3), якщо многочлени $D(p)$ і $\Delta(p)$ не мають спільних нулів.

Метод гармонічної лінеаризації (гармонічного балансу) дає змогу наближено визначати умови існування та стійкості періодичних режимів нелінійних систем, їхні амплітуди й частоти; він оснований на такому припущенні. Припустимо, що при проходженні сигналу y через лінійну частину (2) відбувається відфільтровування високочастотних складових, внаслідок чого сигнал σ — близький за формою до синусоїдного, тобто апроксимується залежністю

$$\sigma = a \sin \omega t. \qquad (6)$$

Розвиваючи в ряд Фур'є результат підстановки виразу (6) у рівняння (3) й відкидаючи вищі гармоніки, одержимо

$$y = q(a)\,\sigma + \frac{q_1(a)}{\omega}\,p\sigma, \qquad (7)$$

де

$$\left.\begin{aligned} q(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} f(a \sin u)\sin u\,du;\\ q_1(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} f(a \sin u)\cos u\,du.\end{aligned}\right| \qquad (8)$$

Шуканий розв'язок (6) визначається дійсними значеннями a та ω, що задовольняють лінійну систему (2), (7) при заміні в ній p на $j\omega$. Метод набув дальшого розвитку для аналізу стійкості рівноваги і якості перехідних процесів.

Частотний метод Попова дає можливість визначати достатні умови стійкості системи (2), (3) на основі такого критерію. Нехай $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$, $f(\sigma)$ — однозначна неперервна ф-ція, яка задовольняє нерівності

$$0 \leqslant \frac{f(\sigma)}{\sigma} \leqslant \varkappa, \qquad (9)$$

де $\varkappa$ — дійсна стала. Тоді для того, щоб стан рівноваги $\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = \ldots = 0$ системи (2), (3) був асимптотично стійким за Ляпуновим і щоб областю притягання для нього був увесь фазовий простір, достатньо, щоб існувало дійсне число q, при якому для всіх $\omega \geqslant 0$ виконується нерівність

$$U(\omega) - q\omega V(\omega) + \frac{1}{\varkappa} > 0. \qquad (10)$$

Метод перерізів простору параметрів, аналітичний і точний, дає змогу досліджувати фазові простори і простори параметрів нелінійних систем, розглядуваних в умовах спеціально обраних перерізів простору параметрів. За допомогою перетворення

$$x_k = -\sum_{i=1}^{n} \frac{N_k(\lambda_i)}{D'(\lambda_i)}\,y_i, \quad k = 1, \ldots, n \qquad (11)$$

систему (1) приводять до вигляду

$$\left.\begin{aligned}\frac{dy_i}{dt} &= \lambda_i y_i + f(\sigma), \qquad i = 1, \ldots, n;\\ \sigma &= \sum_{i=1}^{n} \gamma_i y_i,\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

де λ_i — корені рівняння $D(p) = 0$, з них s дійсних;

$$\gamma_i = -\frac{1}{D'(\lambda_i)} \sum_{k=1}^{n} c_k N_k(\lambda_i); \quad (13)$$

$$D'(p) = \frac{d}{dp} D(p)\Big|_{p=\lambda_i}.$$

Перетворення (11) неособливе, якщо корені λ_i прості й $\det(B, AB, \ldots, A^{n-1}B) \neq 0$, де B — стовпець чисел $b_1, \ldots, b_n$; $A = (a_{ij})$ — матриця $n \times n$. Нехай a_{ki}, b_k — задані числа, c_k — параметри. У просторі параметрів c_k визначимо $0{,}5[n + s(s-2)]$ перерізів — площин розмірності 2, кожну з яких описують рівняннями

$$\sum_{k=1}^{n} c_k N_k(\lambda_i) = \delta_{is}A_s + \delta_{ir}A_r, \quad k = 1, \ldots, n. \quad (14)$$

Тут A_s, A_r — довільні сталі (комплексно спряжені при λ_s, λ_r — комплексно спряжених), δ_{ij} $(j = s, r)$ — символ Кронекера. В перерізі (14) $\gamma_i = 0$ $(i \neq s, r)$, тому система (12) має незалежну підсистему зі змінним y_s, y_r, σ; для типових $f(\sigma)$ такі підсистеми вивчено. При відомій $\sigma(t)$ залежності $y_i(t)$ $(i \neq s, r)$ визначають з виразів

$$y_i(t) = y_i(0)e^{\lambda_i t} + e^{\lambda_i t}\int_0^t f(\sigma(t))\, e^{-\lambda_i t} dt.$$

За рівняннями (11) результат переносять на систему (1). Метод дає змогу знаходити сепаратрисні поверхні у фазовому просторі, перерізи біфуркаційних поверхонь з площинами перерізів у просторі параметрів тощо.

Метод припасовування дає змогу аналізувати кусково-лінійні (та інші кусково-інтегровні) системи визначанням зміни координат системи в часі. Нехай $f(\sigma) = k_j\sigma + h_j$ при $\sigma_j^* \leqslant \sigma \leqslant \sigma_{j+1}^*$ $(j = 1, \ldots, q)$, де k_j, h_j, σ_j^*, σ_{j+1}^* — дійсні сталі. Тоді на кожному інтервалі $j = 1, \ldots, q$ система (2), (3) лінійна і, отже, її можна проінтегрувати. Кінцеві значення змінних $\sigma^-, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}\sigma}{dt^{n-1}}\right)^-$ на інтервалі j зв'язані з початковими значеннями $\sigma^+, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}\sigma}{dt^{n-1}}\right)^+$ на інтервалі $j+1$ умовами:

$$\Delta\sigma' = H_1\Delta f(\sigma);$$
$$\Delta\sigma'' + S_1\Delta\sigma' = H_1\Delta f'(\sigma) + H_2\Delta f(\sigma);$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\Delta\sigma^{(n-1)} + S_1\Delta\sigma^{(n-2)} + \cdots + S_{n-2}\Delta\sigma' =$$
$$= H_1\Delta f^{(n-2)}(\sigma) + \cdots + H_{n-1}\Delta f(\sigma).$$

Тут

$$\Delta\sigma^{(k)} = \left(\frac{d^k\sigma}{dt^k}\right)^+ - \left(\frac{d^k\sigma}{dt^k}\right)^-, \quad k = 1, \ldots, n-1;$$

$$\Delta f^{(k)}(\sigma) = f^{(k)}(\sigma^+) - f^{(k)}(\sigma^-),$$

$$k = 0, \ldots, n-2; \quad f^{(k)}(\sigma) = \frac{d^k f(\sigma)}{dt^k};$$

тобто при $k = 0$

$$\Delta f(\sigma) = f(\sigma^+) - f(\sigma^-);$$

при $k = 1$

$$\Delta f^{(1)}(\sigma) = \left(\frac{df}{d\sigma}\right)_{\sigma=\sigma^+}\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^+ - \left(\frac{df}{d\sigma}\right)_{\sigma=\sigma^-}\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^- \text{ і т. д.}$$

S_k, H_k — коефіцієнти многочленів $D(p) = p^n + S_1p^{n-1} + \cdots + S_n$; $\Delta(p) = H_1p^{n-1} + H_2p^{n-2} + \cdots + H_n$.

Додатковий аналіз дає можливість виявити наявність періодичних розв'язків, визначити їхню стійкість. Для Н. с. а. к. а. застосовують і метод малого параметра, *фазового простору методи*, метод точкових відображень та ін.

Літ.: Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1958 [бібліогр. с. 407—408]; Горская Н. С., Крутова И. Н., Рутковский В. Ю. Динамика нелинейных сервомеханизмов. М., 1959 [бібліогр. с. 313—315]; Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [бібліогр. с. 775—789]; Беля К. К. Нелинейные колебания в системах автоматического регулирования и управления. М., 1962 [бібліогр. с. 257—260]; Нелепин Р. А. Точные аналитические методы в теории нелинейных автоматических систем. Л., 1967 [бібліогр. с. 438—447]; Наумов Б. Н. Теория нелинейных автоматических систем. Частотные методы. М., 1972 [бібліогр. с. 472—544]; Каннингхэм В. Введение в теорию нелинейных систем. Пер. с англ. М.— Л., 1962 [бібліогр. с. 452—456]; Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 421—427].

Р. А. Нелепін.

НЕНАВАНТА́ЖЕНЕ РЕЗЕРВУВА́ННЯ — спосіб резервування елементів, при якому резервні елементи перебувають у вимкненому стані й мають нехтувано малу інтенсивність відмови. У теорії систем з Н. р. цю інтенсивність приймають рівною 0. Розрізняють невідновлювані й відновлювані системи з Н. р.

Невідновлювані системи. Нехай система має n основних елементів зі щільністю часу безвідмовної роботи $\lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$ та m резервних елементів. Відмова системи настає в момент, коли кількість елементів, що відмовили, набуває значення $m + 1$. Тоді час безвідмовної роботи системи має щільність імовірності $\lambda n \frac{(\lambda nt)^m}{m!} e^{-\lambda nt}$; середній час безвідмовної роботи дорівнює $\frac{m+1}{\lambda n}$;

імовірність того, що система не відмовить за час t, становить $e^{-\lambda nt}\sum_{k=0}^{m}\frac{(\lambda nt)^k}{k!}$.

Відновлювані системи. Нехай n, m, λ — ті самі параметри, що й у невідновлюваних системах, і елементи, що відмовили, відновлюються операторами, кожний з яких відновлює один елемент протягом випадкового часу зі щільністю $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$. Позначимо через T_k матем. сподівання часу до відмови системи за умови, що в момент $t = 0$ кількість несправних елементів дорівнює k. Тоді T_k визначаються розв'язуванням системи рівнянь

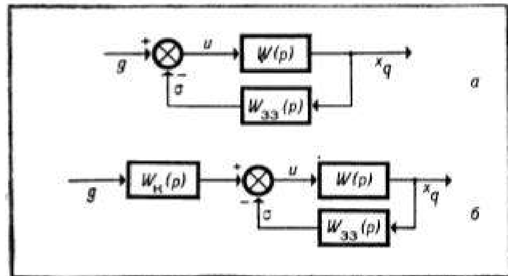
$$T_k = \frac{1}{\lambda n + \mu_k} + \frac{\lambda n}{\lambda n + \mu_k} T_{k+1} + \frac{\mu_k}{\lambda n + \mu_k} T_{k-1},\quad k = 0, 1, \ldots, m,$$

де $\mu_k = \mu k$ при $k \leqslant r$; $\mu_k = \mu r$ при $k > r$; $T_{-1} = T_{m+1} = 0$. Якщо $\lambda \ll \mu$, то наближений вираз середнього часу між відмовами системи має вигляд $\mu_1, \ldots, \mu_m/(\lambda_n)^{m+1}$. Нехай система складається з одного осн. та одного резервного елемента, ξ — випадковий час безвідмовної роботи елемента, α — імовірність відновлення резервного елемента за час ξ. Тоді за малих $1 - \alpha$ час безвідмовної роботи системи має розподіл, близький до розподілу зі щільністю $\nu e^{-\nu t}$, $t > 0$, де $\nu = (1 - \alpha)$| Mξ. *І. М. Коваленко.*

НЕПЕРЕ́РВНИХ СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ СИ́НТЕЗ — визначення структури, значень параметрів і складу елементів неперервної *системи автоматичного керування* (САК), при яких система задовольняє пред'являвані до неї вимоги. Завданнями синтезу є побудова *моделі математичної* системи (визначення структурної схеми й значень параметрів) і реалізація цієї моделі на базі тех. засобів автоматики. Вибір структурної схеми є специфічною задачею синтезу, тоді як визначення значень параметрів при заданій структурі (параметричний синтез) можна здійснити методами аналізу (див. *Нелінійних систем автоматичного керування аналіз*). Оскільки звичайно об'єкт керування задано, задача синтезу зводиться до синтезу керуючої частини системи. Нерідко буває задано й деякі ланки керуючої частини; в такому разі виникають окремі задачі синтезу — синтез законів керування, синтез коректуючих ланок і т. ін.

Синтез САК починається з вивчення керованого об'єкта й формулювання вимог до системи. Відповідно до постановки задачі з аналізу матем. моделі об'єкта визначають його програмні рухи (зокрема, стани рівноваги). В реальних умовах програмні рухи абсолютно точно виконати неможливо. Тому наступним етапом є побудова матем. моделі керуючої системи, яка забезпечує при наявності початкових відхилень і зовн. діянь виконання програми з необхідною точністю. Треба, щоб синтезована модель була стійкою й задовольняла вимоги якості *перехідних процесів*. Крім того, ця модель повинна бути фізично реалізовною з застосуванням елементів, які відповідають вимогам вартості, надійності, специфічним умовам роботи системи тощо.

Ряд вимог, пред'являваних до САК (напр., точність і вартість), суперечать одна одній, а деякі (напр., зручність експлуатації) важко піддаються формалізації. Тому загалом



Спрощені структурні схеми неперервних систем автоматичного керування: *а* — початкової системи; *б* — системи з коректуючим пристроєм.

проблема синтезу САК багато в чому залишається предметом інженерного мистецтва. В конкретних випадках важливу роль відіграє нагромаджений досвід, моделювання на обчисл. машинах тощо. Однак ряд задач синтезу можна формалізувати.

Один з напрямів формалізованого синтезу полягає ось у чому. Виходячи з вимог до динамічних якостей системи, визначають бажану (еталонну) матем. модель, напр., *передавальну функцію*, що характеризується розподілом нулів і полюсів, частотні характеристики, які характеризуються своєю формою, тощо. Порівнюючи бажану модель з моделлю незмінної частини системи, підшукують фізично реалізовні моделі коректуючих елементів, які дають змогу наблизити синтезовувану систему до еталонної. Такі методи найдокладніше розроблено для лінійних систем, але їх застосовують і для нелінійних. Як приклад розглянемо об'єкт, описуваний рівняннями

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i + b_k u,\quad k = 1, \ldots, n,\quad (1)$$

де x_k — фазові координати об'єкта, t — незалежна змінна (час), u — керуюче діяння, a_{ki}, b_k — сталі коефіцієнти. Нехай треба синтезувати слідкуючу систему для керування координатою x_q при заданих осн. елементах *зворотного зв'язку*. Структурна схема (мал. *а*) відповідає виразам

$$x_q = W(p)\,u;\quad u = g - \sigma;\quad \sigma = W_{зз}(p)\,x_q,\quad (2)$$

де

$$W(p) = \frac{N_q(p)}{D(p)}u;\quad D(p) = \begin{vmatrix} a_{11} - p & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix};$$

$$N_q(p) = \sum_{i=1}^{n} b_i D_{iq}(p); \quad (3)$$

g — задавальне діяння; σ — сигнал зворотного зв'язку; $W_{зз}(p)$ — передавальна функція зворотного зв'язку: $D_{iq}(p)$ — алгебричне доповнення елемента рядка i стовпчика q визначника $D(p)$; $p = d/dt$. Логарифмічна амплітудна й фазова частотні характеристики замкненої системи визначаються виразами

$$\lg R(\omega) = \lg \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega) W_{зз}(j\omega)} \right|; \quad (4)$$

$$\theta(\omega) = \arg \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega) W_{зз}(j\omega)}. \quad (5)$$

Щоб наблизити їх до бажаних характеристик $R_б(\omega)$, $\theta_б(\omega)$, увімкнемо послідовно коректуючий пристрій (мал. *б*), частотні характеристики якого $R_к(\omega)$, $\theta_к(\omega)$ повинні наближено задовольняти рівняння

$$\lg R_к(\omega) = \lg R_б(\omega) - \lg R(\omega);$$
$$\theta_к(\omega) = \theta_б(\omega) - \theta(\omega).$$

Другий напрям формалізованого синтезу полягає в побудові систем, оптим. за якимнебудь критерієм. Теорія оптим. фільтрації Колмогорова — Вінера дає змогу синтезувати системи, які забезпечують відтворення корисного сигналу на фоні шуму з найменшою помилкою. *Понтрягіна принцип максимуму* й метод *програмування динамічного* дають змогу синтезувати системи, оптимальні за швидкодією, витратою енергії, тощо.

Теорія локально-оптимальних систем дає змогу синтезувати системи, які забезпечують досягнення екстремуму якогось функціоналу в кожній точці фазового простору. Так, для об'єкта (1) при обмеженнях

$$\operatorname{Re} \lambda_i < 0, \quad i = 1, \ldots, n, \ |u| \leqslant 1 \quad (6)$$

квадратична форма

$$V = \sum_{i,j=1}^{n} m_{ij} x_i x_j \quad (7)$$

спадає в кожній точці фазового простору з максимальною швидкістю, якщо система керування описується рівняннями

$$u = \begin{cases} +1, & \sigma > 0; \\ -1 & \sigma < 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i; \quad c_i = 2 \sum_{k=1}^{n} m_{ki} b_k. \quad (9)$$

Тут λ_i — власні числа матриці $(a_{ki})_1^n$, m_{ij} — сталі коефіцієнти, які задовольняють нерівності:

$$\begin{vmatrix} m_{11} & \ldots & m_{1k} \\ & \ldots\ldots & \\ m_{k1} & \ldots & m_{kk} \end{vmatrix} > 0, \quad k = 1, \ldots, n. \quad (10)$$

Метод аналітичного конструювання регуляторів Льотова дає змогу синтезувати керування з умови мінімізації інтеграла від квадратичної форми змінних. Так, для об'єкта (1) функціонал

$$I = \int_0^\infty \left(\sum_{i,j=1}^{n} m_{ij} x_i x_j + cu^2 \right) dt \quad (c = \text{const}) \quad (11)$$

має мінімум у класі кусково-неперервних керувань $u(x_1, \ldots, x_n)$, які забезпечують обмеженість інтеграла (11), якщо виконуються умови

$$u = \sigma; \quad \sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i; \quad c_i = \frac{1}{c} \sum_{k=1}^{n} b_k B_{ki}, \quad (12)$$

причому коефіцієнти B_{ki} визначаються з системи

$$m_{ij} + 2 \sum_{k=1}^{n} a_{ki} B_{kj} - \frac{1}{c} \sum_{k=1}^{n} b_k B_{ki} \sum_{k=1}^{n} b_k B_{kj} = 0. \quad (13)$$

Другий варіант розв'язку задачі запропонував О. А. Красовський. Для об'єкта (1) при обмеженнях

$$\int_0^\infty |u|^p \, dt = D, \quad \int_0^\infty |\sigma|^q \, dt = E. \quad (14)$$

де D, E — сталі, залежні від початкових умов, інтеграл від квадратичної форми

$$J = \int_0^\infty \sum_{i,j=1}^{n} m_{ij} x_i x_j dt \quad (15)$$

має мінімум, якщо виконано умови

$$\left. \begin{aligned} & |u| = k\,|\sigma^{q/p}|; \quad k = \text{const} > 0; \\ & \operatorname{sign} u = -\operatorname{sign} \sigma; \\ & \frac{1}{q} + \frac{1}{p} = 1; \quad q = \text{const} > 0; \\ & p = \text{const} > 1, \quad \sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \\ & c_i = 2 \sum_{k=1}^{n} C_{ki} b_k \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

і коефіцієнти C_{ki} визначаються з системи рівнянь

$$m_{ki} = -\sum_{p=1}^{n} (C_{ip} a_{pk} + a_{pi} C_{pk}),$$
$$i, k = 1, \ldots, n. \quad (17)$$

При використовуванні названих методів осн. проблемою для інженера є вибір вагових коефіцієнтів m_{ij} мінімізовуваного функціоналу. Цей вибір здійснюється за додатковими

критеріями якості процесів у системі або визначається тех. змістом задачі.

Синтез оптим. систем іноді веде до важко реалізовних матем. моделей. У таких випадках строго оптим. система може правити за еталон для оцінки близьких до неї й легко реалізовних квазіоптимальних систем, проте методи таких оцінок розроблено ще недостатньо.

Літ.: Смольников Л. П. Синтез квазиоптимальных систем автоматического управления. Л., 1967 [бібліогр. с. 165—166]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Летов А. М. Динамика полета и управление. М., 1969 [бібліогр. с. 347—352]; Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М., 1969 [бібліогр. с. 235—238]; Труксел Дж. Синтез систем автоматического регулирования. Пер. с англ. М., 1959; Чанг Ш. С. Л. Синтез оптимальных систем автоматического управления. Пер. с англ. М., 1964; Ван-Трис Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления. Пер. с англ. М., 1964.

Р. А. Нелепін.

НЕРОЗВ'ЯЗНІ АЛГОРИТМІЧНІ ПРОБЛЕ́МИ — масові проблеми, для яких не існує ефективних методів розв'язування. В інтуїтивному розумінні масова (алгоритмічна) проблема — це нескінченний клас споріднених окремих конкретних проблем, кожна з яких потребує відповіді «так» чи «ні», а метод розв'язування масової проблеми — це єдиний заг. метод, що дає правильну відповідь для кожної окремої проблеми. Фактично, довільну масову проблему можна сформулювати як проблему розпізнавання якоїсь властивості E елементів даної нескінченної множини A; при цьому окремі проблеми, з яких складається ця масова проблема, пов'язані з елементами множини A, і кожна з них полягає в тому, що треба дізнатися, має чи не має відповідний елемент множини A властивість E. Розглядаючи масову проблему, дослідник здебільшого цікавиться ефективними (конструктивними) методами розв'язування її, методами, що дають розв'язання будь-якої окремої проблеми за скінченну кількість кроків. Множину A, для елементів якої формулюють масову проблему, припускають конструктивною (що допускає можливість застосування алгоритмів). Тому задачу ставлять так: знайти *алгоритм*, який можна застосувати до будь-якого елемента множини A і який для кожного даного $a \in A$ дає «1» або «0» залежно від того, має чи не має елемент a властивість E. Масову проблему наз. **нерозв'язною**, якщо такого алгоритму не існує.

Майже в усіх розділах математики є багато масових проблем. В алгебрі, напр., виникає така масова проблема: для довільного цілочислового многочлена від одного невідомого дізнатися, чи має він цілий корінь (тут, очевидно, A — множина всіх многочленів від однієї змінної, коефіцієнти яких — цілі числа, а E — властивість многочлена мати цілий корінь). Існує тривіальний алгоритм розв'язання цієї масової проблеми, який ґрунтується на тому, що будь-який цілий корінь цілочислового многочлена від одного невідомого є дільником його вільного члена. Відома 10-а проблема Гільберта полягала у відшуканні алгоритму розв'язування для ширшої масової проблеми, в якій множину цілочислових многочленів від одного невідомого замінено множиною всіх цілочислових многочленів від довільного числа невідомих. Ця проблема вже виявилася нерозв'язною.

У 30-х рр. 20 ст., завдяки працям австр. матем. К. Геделя (н. 1906) та амер. матем. А. Черча (н. 1903), поняття алгоритм. нерозв'язності було уточнено з застосуванням понять нумерацій (див. *Нумерацій теорія*) та часткової рекурсивності. Згодом англ. матем. А. Тьюрінг (1912—54) запропонував інше уточнення поняття нерозв'язності, використавши поняття *Тьюрінга машини*. Ці уточнення, як виявилося, приводять до рівнооб'ємних понять нерозв'язності. Є й інші уточнення, що дають такий самий результат: *нормальні алгорифми* рад. матем. А. А. Маркова (н. 1903), формальні числення амер. матем. Е. Поста (1897—1954) та ін.

Вперше існування Н. а. п. довів А. Черч. У доведенні Черча використано ідеї Геделя, воно було тісно пов'язане з знаменитою теоремою про неповноту (див. *Геделя теореми про неповноту*). З геделівського доведення неповноти арифметики, по суті, випливала нерозв'язність проблеми ідентифікації істинних тверджень елементарної арифметики. А. Черч довів, що й для *числення предикатів вузького* не існує алгоритму, що розпізнає вивідні речення. Перші приклади Н. а. п. стосувалися *логіки математичної* та основ математики.

В 1947 незалежно один від одного А. А. Марков і Е. Пост довели алгоритм. нерозв'язність проблеми тотожності в *півгрупах*. Це перший приклад Н. а. п., що виникла поза сферою матем. логіки й основ математики. Відомо, що всяку півгрупу можна задати за допомогою систем твірних і визначальних співвідношень. Якщо півгрупа не вільна (тобто існує хоча б одно співвідношення між її твірними), то представлення будь-якого елемента її через твірні неоднозначне. Тому постає завдання: для двох даних виразів, що є добутками твірних, дізнатися, чи дорівнюють ці добутки один одному. В тому разі, коли півгрупу задають скінченними системами твірних і визначальних співвідношень, треба знайти алгоритм, який розв'язує будь-яку таку задачу. А. А. Марков і Е. Пост побудували півгрупи з нерозв'язною проблемою тотожності. Аналогічна проблема для груп — проблема тотожності в групі — посідає важливе місце в теорії груп. Рад. математик П. С. Новиков (н. 1901) в 1952 довів її алгоритм. нерозв'язність. Останнім часом було доведено алгоритм. нерозв'язність ряду проблем у теоріях півгруп, груп, структур, кілець, полів та ін. алгебр. систем (див. *Елементарні теорії*).

Н. а. п. було виявлено й у *топології*. А. А. Марков довів, що не може бути алгоритму, який за даними двома скінченними тріангуляціями чотиривимірних многовидів визначав би гомеоморфізм цих мно-

говидів (для двовимірних многовидів такий алгоритм існує).

У теор. кібернетиці Н. а. п. часто постають у задачах аналізу перетворювачів дискретної інформації, зокрема нескінченних автоматів різного типу. Як правило, в кожному природному класі нескінченних автоматів проблема їхньої еквівалентності алгоритмічно нерозв'язна (лінійно-обмежені автомати, *автомати магазинні*, різні варіанти машин Тьюрінга, *автомати ітеративні* тощо). У структурній теорії *автоматів скінченних* виявилася нерозв'язною *повноти проблема*. Нерозв'язні проблеми типові в задачах розпізнавання різних властивостей граматик у *лінгвістиці математичній* (недвозначність контекстно-вільних граматик, перетин мов, породжуваних двома контекстно-вільними граматиками, еквівалентність контекстно-вільних граматик тощо). Алгоритмічно нерозв'язні нетривіальні властивості програм (еквівалентність програм, властивість програми попадати в цикл тощо).

Є два способи доведення алгоритм. нерозв'язності: прямий, що грунтується на т. з. «діагональному» методі, та непрямий, який використовує *звідність* до даної проблеми ін. масової проблеми, нерозв'язність якої доведено раніше. Ідею прямого методу доведення алгоритм. нерозв'язності пояснимо на прикладі т. з. проблеми зупинки машини Тьюрінга. Ця проблема полягає у відшуканні алгоритму, що дає змогу за будь-якою машиною Тьюрінга та будь-якою конфігурацією стрічки дізнатися, зупиниться чи не зупиниться машина, розпочавши роботу з цієї конфігурації. Оберемо яку-небудь ефективну нумерацію всіх машин Тьюрінга й позначимо через M_x ту машину, що одержує номер x. Пронумеруємо всі конфігурації стрічки так, щоб кожне натуральне число було номером якоїсь конфігурації. Позначимо через K_x конфігурацію з номером x. Перейдемо тепер до неформального доведення того, що не існує алгоритму розпізнавання зупинки довільної машини Тьюрінга для довільної початкової конфігурації стрічки. Припустимо, що такий алгоритм є. Тоді, очевидно, частково-рекурсивною буде ф-ція $f(x)$, визначена так: $f(x)$ не визначена, якщо x не є номером жодної машини; $f(x)$ дорівнює 1 чи 0 залежно від того, зупиниться чи ні машина M_x, розпочавши роботу з конфігурації K_x. Виходить, існує машина Тьюрінга, що обчислює ф-цію $f(x)$. Цю машину легко переробити на таку, що відрізняється від першої лише тим, що коли перша машина як результат обчислення дає 1, друга попадає в цикл. Нехай y — номер другої машини. Запустимо машину M_y з конфігурації K_y. Якщо машина зупиниться, то, за самим визначенням машини M_y, має бути $f(y) = 0$, і, отже, за визначенням ф-ції f машина M_y не зупиниться. Якщо машина M_y не зупиниться, то, оскільки f визначено в y, $f(y) = 1$ й, отже, за визначенням ф-ції f, машина M_y зупиниться. Одержана суперечність є доказом Н. а. п. зупинки машини Тьюрінга.

Непрямий метод доведення алгоритм. нерозв'язності пояснимо на прикладі т. з. m-звідності. Нехай є дві масові проблеми. Перша полягає в розпізнаванні властивості E елементів множини A, друга — в розпізнаванні властивості F елементів множини B. Кажуть, що перша масова проблема m-звідна до другої, якщо існує ефективне відображення φ множини A в множину B таке, що для будь-якого $a \in A$ твердження: «a має властивість E» й «$\varphi(a)$ має властивість F» одночасно істинні чи хибні. Легко помітити, що коли одна масова проблема m-звідна до другої й перша проблема алгоритмічно нерозв'язна, то друга проблема теж буде алгоритмічно нерозв'язною. Див. також *Алгоритмів теорія*.

Літ. Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [бібліогр. с. 373—374]; Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М., 1960; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [бібліогр. с. 375—381]; Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. «Monatchefte für Mathematik und Physik», 1931, t. 38; Church A. An unsolvable problem of elementary number theory. «American journal of mathematics», 1936, v. 58; Post E. L. Recursively enumerable sets of positive integers and their decision problems. «Bulletin of the American Mathematical Society», 1944, v. 50, N 5.

Г. С. Плесневич.

НЕСУПЕРЕ́ЧЛИВІСТЬ СИСТЕ́МИ АКСІО́М, сумісність, коректність — властивість системи аксіом дедуктивної теорії, яка полягає в тому, що з неї не можна вивести суперечливості, тобто кон'юнкції будь-яких двох тверджень, одне з яких є запереченням другого. Для широкого класу формальних теорій, які включають принципи інтуїціоністської логіки, Н. с. а. рівнозначна існуванню в цій теорії хоч би одного недовідного твердження. Оскільки в слабших дедуктивних системах, що грунтуються на мінім. логіці, принцип $A \mathbin{\&} \neg A \supset B$ не має місця, але правильним є слабший принцип $A \mathbin{\&} \neg A \supset \supset \neg B$, то для них Н. с. а. рівнозначна існуванню неспростовного твердження. Для слабших систем (різних модифікацій позитивної логіки) формулювання, крім другого, втрачають смисл; це формулювання беруть як означення несуперечливості.

Несуперечливість, необхідна для того, щоб систему можна було розглядати як опис певної змістової ситуації, не гарантує існування такої ситуації. Але оскільки для будь-якої несуперечливої системи аксіом можна вказати моделі (теорема Геделя про повноту *числення предикатів вузького*), і до того ж навіть довільної заданої потужності (теорема Левенгейма — Сколема), то для представників «класичних» напрямів в основах математики і логіки Н. с. а. є достатньою умовою існування сукупностей абстрактних об'єктів, що описуються аксіомами. Оскільки описувана теорією ситуація лежить поза самою теорією, наведене вище поняття внутрішньої

(синтаксичної) Н. с. а. тісно пов'язане з т. з. зовнішньою (семантичною) Н. с. а., яка полягає в недовідності в даній теорії будь-якого твердження, яке суперечить фактам описуваної нею дійсності. Незважаючи на цей зв'язок, синтаксична й семантична Н. с. а. рівнозначні тільки для таких «бідних» логіч. теорій, як, напр., *числення висловлювань*; а взагалі внутрішня несуперечливість теорії сильніша за зовнішню. Роль дійсності, яку відображує яка-небудь конкретна теорія, може відігравати якась інша дедуктивна теорія, отже зовнішню несуперечливість вихідної теорії можна розуміти як її відносну несуперечливість, а зазначення системи відповідних семантичних правил переведення понять, виразів і тверджень з другої теорії в першу, що дає інтерпретацію (модель) первісної теорії, буде для неї відносним доведенням несуперечливості.

У класичній математиці джерелом побудування моделей для таких доведень була *множин теорія*. Але після виявлення в теорії множин антиномій (парадоксів, суперечностей) постала потреба в нових, принципово відмінних від методу інтерпретацій, методів доведення Н. с. а. (у якомусь розумінні абсолютних). Така сама потреба виникає і внаслідок того, що поняття внутрішньої і зовнішньої Н. с. а. не збігаються. Можна вибрати й проміжний шлях, вимагаючи абсолютного доведення Н. с. а. тільки для теорії множин (до якої вже можна було б зводити проблеми Н. с. а. конкретних теорій суто теоретико-модельними засобами), чи хоча б для *арифметики формальної*, бо засобами цієї арифметики будується теоретико-множинний універсуум осн. розділів класичної математики. Такий шлях і обрав нім. математик Д. Гільберт (1862—1943), запропонувавши широку програму, в ході виконання якої обгрунтовувані теорії насамперед слід піддавати формалізації, а одержані формальні системи (*числення*)— досліджувати, щоб встановити їхню синтаксичну несуперечливість, т. з. фінітними, тобто змістовими засобами, які не використовують сумнівних теоретико-множинних абстракцій. Такі абсолютні доведення склали осн. зміст метаматематики (див. *Доведень теорія*, *Метатеорія*). Але вже 1931 австр. математик К. Гедель довів принципову нездійсненність гільбертівської програми саме щодо арифметики натуральних чисел (а тим більше до теорії множин). Він показав, що в несуперечливій арифм. формальній системі неодмінно знайдуться нерозв'язні (недовідні й неспростовні) твердження, отже, вимоги Н. с. а. арифметики та її повноти (див. *Повнота формальної теорії*) залишаються несумісними. А це свідчить не тільки про нездійсненність гільбертівської програми в повному її обсязі, а й про принципову обмеженість самого аксіоматичного методу. У зв'язку з цим було запропоновано деякі розширення первісної фінітистської концепції, які дали змогу знайти хоч і не фінітні, але в певному розумінні конструктивні доведення несуперечливості арифметики. Докорінний перегляд самого поняття доведення і трактування проблеми несуперечливості здійснюється в межах ультраінтуїціоністської концепції, засобами якої вже знайдено, зокрема, обгрунтування найуживаніших систем аксіоматичної теорії множин.

Ю. О. Гастєв.

«НІППОН ЕЛЕКТРІК КОМПАНІ» (Nippon Electric Company, Ltd) — одна з провідних японських фірм по виробництву електротехнічного і радіоелектронного обладнання, систем зв'язку, обчислювальних машин і периферійних пристроїв до них. Створена 1899, випуск ЕЦОМ почала в 1958. З 1965 почато випуск серії машин 3-го покоління — «NEAC-Series 2200». 1970 випущено найпотужнішу япон. ЕЦОМ «NEAC-Series 2200 модель 700» — одно- і двохадресну машину, що працює в режимі з фіксованою і з плаваючою комою. Довжина слова — 48 або 96 двійкових розрядів, слова змінної довжини — з 6-розрядних символів. Ємність головного ЗП (на магн. осердях) — від 128 до 2048 тис. 6-розрядних символів. Час виконання арифм. операцій при роботі з фіксованою комою (36-розрядні слова): додавання й віднімання — 0,5 *мксек*, множення — 1,7 *мксек*, ділення — 5,6 *мксек*; при роботі з плаваючою комою (48-розрядні слова) додавання й віднімання — 0,8 *мксек*, множення — 1,4 *мксек*, ділення — 2,6 *мксек*.

Фірма випускає й малі ЕЦОМ на інтегральних схемах (NEAC-1240) та кілька аналогових обчисл. машин (А-200, А-300 і А-500), що забезпечують точність обчислень до ± 0,05%.

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970.

С. Ф. Козубовський.

«ННБ», набір нелінійних блоків — приставка до моделюючих пристроїв, призначена для розширення кола нелінійних задач, які розв'язують на *аналогових обчислювальних машинах* типу «ЛМУ-1», «МПТ-9» та ін. «ННБ» дає змогу відтворювати однозначні функціональні залежності від однієї незалежної змінної $Y = cf(X)$; відтворювати обернені ф-ції $X = \frac{1}{c}\psi(Y)$ без настроювання, де $Y = cf(X)$ — «набрана» раніше; перемножувати дві ф-ції за формулою $Z = 0{,}01\ XY$ й ділити дві ф-ції за формулою $Z = 10\frac{Y}{X}$. Діапазон зміни вхідних і вихідних величин лежить у межах ± 100 *в* (крім операції ділення, для якої $10\ в \leqslant |X| \leqslant 100\ в$, $|Y| \leqslant 100\ в$, $|Z| \leqslant 100\ в$). Одночасно можуть виконуватися три операції відтворення ф-цій і три операції множення або ділення. Відтворювання нелінійних залежностей здійснюється за допомогою діодних елементів, підімкнених до *підсилювача операційного*, методом кусково-лінійної апроксимації з найбільшим числом відрізків, що дорівнює 20. Діодні елементи можна вмикати на вхід підсилювача і в

зворотний зв'язок. Для практичних задач відносна, зведена до 100 *в*, похибка відтворення нелінійних залежностей становить 1—2%, похибка операції множення — 1%; ділення — 5%. Додаткове використання: виконання трьох операцій інвертування або двох операцій масштабних перетворень; точне задавання початкових умов і сталих збурень.

Осн. складові частини «ННБ»: базовий блок з двома підсилювачами «УПД-3» та блоком живлення (3 шт.); вставка функціонального перетворювача (3 шт.); вставка ділення — множення (3 шт.); комутаційна та наладжувальна апаратура. Вставка функціонального перетворювача реалізує кусково-лінійну апроксимацію заданої ф-ції $Y = F(X) \approx$ $\approx -\left[F(0) + K(X) + \sum_{i=1}^{n} b_i (X - X_{i\,поч.})\right]$. Настроювання полягає у встановленні значень $F(0)$, K, b_i та $X_{i\,поч.}$. Підсумовування здійснює операційний підсилювач з 20 вхідними опорами. Вставка ділення — множення виконує множення двох ф-цій X та Y за формулою $Z = 0{,}01XY = 0{,}04\left[\left(\frac{X+Y}{4}\right)^2 - \left(\frac{X-Y}{4}\right)^2\right]$, для цього використовуються суматори й квадратори. Як квадратори застосовують тирити з квадратичною вольт-амперною характеристикою. Щоб реалізувати операцію ділення, множильний пристрій вмикають у коло зворотного зв'язку операційного підсилювача.

Літ.: Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Аналоговая вычислительная техника. М., 1966. *А. Ф. Верлань.*

НО́РМА ВЕ́КТОРА $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — невід'ємне число $\|X\|$, яке задовольняє такі вимоги (аксіоми): а) $\|X\| > 0$ при $X \neq 0$ і $\|0\| = 0$; б) $\|CX\| = |C| \cdot \|X\|$ для будь-якого числа C, в) $\|X + Y\| \leqslant \|X\| + \|Y\|$ (нерівність трикутника).

Н. в. узагальнює поняття довжини вектора й може правити за характеристику близькості векторів. Її можна вводити різними способами. В різних випадках зручнішою виявляється якась одна норма. Найуживанішими є такі три норми вектора: 1) перша норма (кубічна) $\|X\|_{\mathrm{I}} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} |x_i|$; 2) друга норма (октаедрична) $\|X\|_{\mathrm{II}} = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$; 3) третя норма (сферична) $\|X\|_{\mathrm{III}} = |X| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |X_i|^2}$. $\|X\|_{\mathrm{III}}$ наз. ще й евклідовою нормою. Вона є звичайною довжиною вектора. *В. Ю. Кудринський.*

НО́РМА МА́ТРИЦІ $A = \{a_{ij}\}_{i,\,j=1}^{n}$ — точна нижня грань постійних M, які задовольняють нерівність $\|AX\| \leqslant M\|X\|$ (для всіх $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$). Н. м. A позначають через $\|A\|$; вона характеризується такими властивостями: 1) $\|AX\| \leqslant \|A\| \cdot \|X\|$; 2) для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться такий елемент X_ε, що $\|AX_\varepsilon\| \geqslant (\|A\| - \varepsilon)\|X_\varepsilon\|$. На основі властивостей (1) і (2) Н. м. можна визначити ще й так: $\|A\| = \sup_X \frac{\|AX\|}{\|X\|}$; ($\|X\| \neq 0$); або інакше: $\|A\| = \sup_{\|X\|=1} \|AX\|$. Крім (1) і (2), Н. м. має властивості: а) $\|A\| > 0$, якщо $A \neq 0$ і $\|0\| = 0$; б) $\|CA\| = |C| \cdot \|A\|$ для будь-якого числа C; в) $\|A + B\| \leqslant \|A\| + \|B\|$; г) $\|A \times B\| \leqslant \|A\| \cdot \|B\|$.

Різним способам запровадження норми вектора відповідають різні Н. м. Найчастіше вживають такі три Н. м.:

$$\|A\|_{\mathrm{I}} = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \sum_{k=1}^{n} |a_{ik}|;$$

$$\|A\|_{\mathrm{II}} = \max_{1 \leqslant k \leqslant n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ik}|; \quad \|A\|_{\mathrm{III}} = \sqrt{\lambda_{\max}},$$

де $\lambda_{\max}$ — найбільше власне число *матриці* A^*A; A^* — матриця, спряжена A.

В. Ю. Кудринський.

НОРМА́ЛЬНА ФО́РМА ДОСКОНА́ЛА — диз'юнктивна (або кон'юнктивна) нормальна форма (див. *Логічних виразів нормальні форми*), в якої кожна елементарна *кон'юнкція* (або *диз'юнкція*) містить усі змінні, які трапляються в даній формулі. Для кожної ф-ції *алгебри логіки* може бути тільки одна досконала диз'юнктивна нормальна форма і одна досконала кон'юнктивна нормальна форма.

НОРМА́ЛЬНА ФО́РМА МІНІМА́ЛЬНА — диз'юнктивна (або кон'юнктивна) нормальна форма, яка містить найменшу кількість букв порівняно з усіма іншими еквівалентними їй диз'юнктивними (або кон'юнктивними) нормальними формами.

НОРМА́ЛЬНА ФО́РМА СКОРО́ЧЕНА — *диз'юнктивна нормальна форма*, яку можна одержати з досконалої диз'юнктивної нормальної форми, якщо, виходячи з елементарних *кон'юнкцій* останньої та користуючись *склеювання законом* і *поглинання законом*, провадити всі склеювання й поглинання доти, доки ще можна застосовувати зазначені закони, а потім узяти *диз'юнкцію* всіх одержаних у такий спосіб елементарних кон'юнкцій.

НОРМА́ЛЬНИЙ РОЗПО́ДІЛ — найважливіший в *імовірностей теорії* закон розподілу імовірностей. *Випадкова величина* ξ має Н. р. P з параметрами a і σ^2, якщо при будь-яких x_1 і x_2 $(x_1 < x_2)$ $P\{x_1 < \xi < x_2\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \times \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$; параметр a являє собою *математичне сподівання* випадкової величини ξ, а σ^2 — *дисперсію* ξ. На основі *централь-*

ної граничної теореми при досить заг. припущеннях розподіл суми великого числа випадкових величин близький до Н. р.; цим пояснюється особлива роль Н. р. Цей розподіл часто наз. ще й гауссівським розподілом.

М. Й. Ядренко.

НОРМА́ЛЬНІ АЛГОРИ́ФМИ, нормальні алгоритми — клас словарних алгоритмів, тобто *алгоритмів*, що їх можна застосовувати до слів певного алфавіту. Запровадив їх рад. математик А. А. Марков (н. 1903). Усякий Н. а. можна повністю визначити, зазначивши алфавіт, у якому він діє, та схему Н. а. Алфавітом Н. а. може бути довільний скінченний алфавіт *A*. Формулами підстановок в алфавіті *A* наз. вирази, що мають вигляд $p \to q$ (проста підстановка) або $p \to \cdot\, q$ (заключна підстановка), де p і q — якісь слова в алфавіті *A*. Їх наз. відповідно лівою й правою частинами ф-ли підстановки (припускають, що алфавіт *A* не містить букв $\to$ і $\to \cdot$). Кожен Н. а. в алфавіті *A* має скінченну кількість таких ф-л підстановок. Їх записують у вигляді списку, який наз. схемою алгоритму. Застосування Н. а. до слова s полягає ось у чому. В даному списку ф-л підстановок шукають першу з тих, у якої ліва частина входить до слова s. Знаходять перше входження лівої частини цієї ф-ли в s і замість цього входження підставляють праву частину ф-ли. Це дає нове слово s_1. З ним роблять те саме, що з s, і т. д. Цей процес може припинитися сам по собі на якомусь слові, до якого не входить жодна з лівих частин ф-л підстановок, що становлять собою схему алгоритму. Крім того, постулюють, що описаний вище процес припиняється, коли до наступного слова застосовується одна з заключних ф-л підстановок, тобто ф-л вигляду $p \to \cdot\, q$. Якщо процес закінчується, то слово, що його одержано, коли процес припиняється, є результатом застосування Н. а. до початкового слова s.

Доведено, що відносно здійснюваних ними перетворень Н. а. збігаються з ін. класами алгоритмів, запроваджених для уточнення інтуїтивного поняття алгоритму, напр. *Тьюрінга машинами*. Аналогом *Черча тези* для Н. а. є принцип нормалізації А. А. Маркова: будь-який алгоритм в алфавіті *A* цілком еквівалентний відносно *A* якомусь Н. а. над *A*. Задавання алгоритмів у нормальному вигляді є близьким до поняття числення, яке застосовують у тих випадках, коли в досліджуваному розділі математики чи кібернетики поняття числення широко використовується, як це буває, напр., у *логіці математичній* чи *лінгвістиці математичній*. Користуючись поняттям Н. а., А. А. Марков та ін. довели нерозв'язність цілого ряду алгоритм. проблем (див. *Нерозв'язні алгоритмічні проблеми*).

Літ.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42.

М. І. Кратко.

НОСІ́Й ЗА́ПИСУ ІНФОРМА́ЦІЇ — матеріал, призначений для записування, зберігання і подальшого відтворення інформації. До Н. з. і. відносять здебільшого суцільні середовища типу шару, плівки, пластинки, стрічки та ін., які можуть зберігати певний обсяг інформації і в яких послідовність елементарних ділянок, що зберігають одиницю інформації, не зв'язана жорстко з геометрією носія, а може вільно розміщуватися в його площині.

У процесі записування інформації елементарні ділянки носія змінюють свій фіз. стан. Н. з. і., на яких можна стирати раніше зроблений запис, придатні для багаторазового використання. До носіїв багаторазового використання належать: магн. плівки й середовища (записування в них провадиться намагнічуванням елементарної ділянки, а стирання — розмагнічуванням або намагнічуванням у протилежному напрямку); термопластичні й фотопластичні плівки (записування здійснюється термічною деформацією робочого шару за допомогою променя, стирання — нагріванням плівки до температури плавлення); діелектричний шар екрана електроннопроменевої трубки ЕПТ (записують, збуджуючи електронним променем місцеві елементарні заряди, а стирають — змінюючи величину цих зарядів).

До носіїв одноразового використання належать: папір звичайний, на який інформацію наносять барвником (процес друкування, креслення, перенесення зображення при електрографічному або ферографічному способі записування тощо); папір, на якому інформацію записують пробиванням чи пропалюванням отворів; електрохім. папір, просочений речовиною, яка від діяння електр. струму в місці контакту змінює забарвлення паперу; електрохім. спец. папір — шаруватий папір (процес записування полягає в електр. пробиванні й наступній електрохім. реакції, яка спричинює почорніння ділянки паперу); фотографічна плівка чи папір (записування провадиться фотооптичним способом). Як правило, описані Н. з. і. можуть зберігати інформацію протягом необмеженого часу, не потребуючи додаткової затрати енергії, крім діелектричних екранів ЕПТ (величину елементарних зарядів цих екранів доводиться періодично відновлювати, бо заряди поступово розтікаються) і фотонапівпровідникової плівки в пристроях електрографічного записування (в цих пристроях у зв'язку з поступовим розпливанням невидимого електростатичного зображення доводиться швидко переносити його на довгочасний носій, напр., папір). Одними з перспективних Н. з. і. є голографічні пластинки і об'ємні носії — голографічні кристали.

Літ.: Тимощук Л. Информационные носители, их характеристики и области применения. М., 1967 [бібліогр. с. 109—110]; Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Преобразование информации для ЭЦВМ. М., 1968 [бібліогр. с. 330—331]; Голенко Г. А., Смирнов Ю. Л. Запись звука и изображения. М., 1970 [бібліогр. с. 46].

Р. Я. Черняк.

НУЛЬОВИ́Х ВЛА́СНИХ ПРОВІ́ДНОСТЕЙ ВУЗЛІ́В МЕ́ТОД — метод моделювання рівнянь виду

$$a_1x_1 + \cdots + a_nx_n = 0 \qquad (1)$$

за допомогою електричних кіл. Напр., схему,

наведену на мал. 1, за методом вузлових напруг описують рівнянням

$$Y_1x_1 + Y_2x_2 + \cdots + Y_nx_n - (Y_0 + Y_1 + + \cdots + Y_n)\,\varepsilon = 0.$$

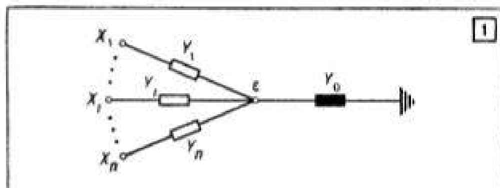
Якщо власна провідність вузла ε дорівнює нулеві, то одержимо рівняння, подібне (1). Способи виконання обмеження $Y_0 + Y_1 + + Y_2 + \ldots + Y_n = 0$ різні.

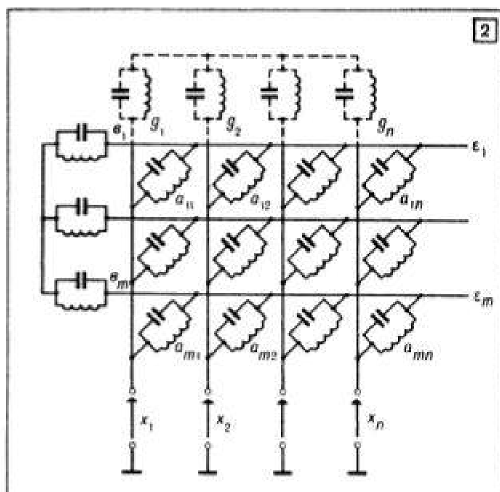
Через те, що комплексні провідності ємності та індуктивності протилежні за знаками, для кіл змінного струму (x_i — комплексні амплітуди синусоїдальних напруг фіксованої частоти ω, а Y_i — комплексні провідності ємності або індуктивності) можна побудувати моделі рівнянь виду (1) за допомогою незрівноважуваних електр. кіл. Власна провідність вузла в цьому разі зводиться до нуля добиранням провідності $Y_0 = -(Y_1 + Y_2 + + \ldots + Y_n)$. В заг. випадку для моделювання будь-яких лінійних алгебр. об'єктів можна сконструювати пасивний багатополюсник, що складається з так наладжених кіл. Важливим достоїнством таких кіл є оборотність. У теорії *квазіаналогового моделювання* подібно збудовані моделі наз. лямбда-аналоговими.

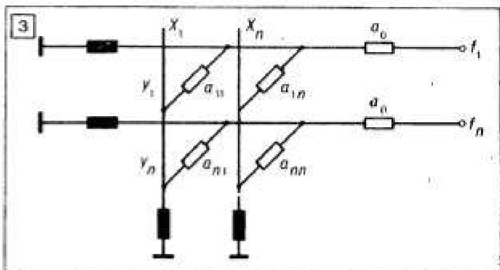
Точність відтворення матем. операцій виду (1) залежить від добротності ємностей та індуктивностей, з яких складається багатополюсник. Але через те, що добротність ємностей часто більша за добротність індуктивностей, то можна твердити, що точність моделювання в основному визначається добротністю індуктивностей. Можна вважати, що похибка наближено обернено пропорційна квадратові добротності. Для того, щоб лямбда-аналогові моделі (мал. 2) були точнішими, необхідно, щоб власні провідності були нульовими в усіх вузлах, де одержують потрібні (x_1) й допоміжні (ε_i) напруги. Нульових значень власних провідностей вузлів x_i досягають за допомогою додаткових провідностей вузлів $g_1, \ldots, g_n$ (на мал. 2 їх позначено пунктиром). Окрім моделей, що живляться несиметричною синусоїдальною напругою, можна побудувати й моделі, що живляться симетричною напругою (з заземленою середньою точкою). Знаки в них можна змінювати перехрещуванням провідників. Такі моделі іноді називають моделями на основі резонансних розв'язувальних чотириполюсників. Розв'язувальними елементами схем можуть бути не лише звичайні індуктивності й ємності, а й відрізки довгих ліній, якщо для живлення кола застосувати джерела досить високої частоти.

Для кіл постійного струму (x_1 — постійні напруги, а Y_i — резистори) можна побудувати моделі рівнянь виду (1) з застосуванням активних елементів. Якщо як Y_0 застосувати квазівід'ємні резистори, одержимо схеми моделей, відомих у теорії квазіаналогового моделювання як дзета-аналогові моделі (мал. 3). Зачорненими двополюсниками в схемі дзета-аналога умовно позначено квазівід'ємні резистори. Подібні схеми належать до зрівноважуваних моделей (див. *Зрівноважування методи*). Практична реалізація зрівноважування схем з нульовими власними провідностями можлива з застосуванням керованих джерел струму (напруги), *підсилювачів операційних*, інверторів імпедансу чи ротаторів.

Н. в. п. в. м., будучи досить зручним для моделювання алгебр. рівнянь, не придатний для моделювання дифер. рівнянь. Але поєднавши цей метод з *потенціально-нульових точок методом* дифер. рівняння можна моделювати, й це реалізовано в машині «Аналак», розробленій у Франції. Проте, використовуючи лише Н. в. п. в. м., все-таки можна побудувати моделі для наближеного розв'язування систем звичайних дифер. рівнянь (напр., застосувавши точкове числення) та для розв'язування







1. Електрична схема методу нульових власних провідностей.
2. Схема лямбда-аналогової моделі системи алгебричних рівнянь.
3. Схема дзета-аналогової моделі системи алгебричних рівнянь.

крайових задач і для дифер. рівнянь у частинних похідних. У цьому разі властивості, притаманні оборотним моделям, дають змогу легко моделювати граничні умови й накладати їх на шукані ф-ції.

Літ.: Борковский Б. А. Теория квазианалоговых интегрирующих математических машин, основанных на моделировании алгебраических операторов с помощью индуктивностей и емкостей. В кн.: Вопросы теории и применения математического моделирования. М., 1965; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Юффлер Г. Ж. Новый тип универсальной вычислительной машины. В кн.: Труды I Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению, т. 3. М., 1961. *В. К. Білик.*

НУЛЬ-ОРГАН, порівнювальний пристрій, компаратор — пристрій для порівнювання аналогових сигналів за величиною. Назву запозичено з вимірювальної техніки. Здебільшого з двох порівнюваних сигналів один є невідомим $A(t)$, а другий — відомий еталонний чи опорний сигнал $A_{ет}$. В пристроях автоматики, цифрових вимірювальних приладах та аналого-цифрових перетворювачах найширше використовують Н.-о., що їхня робота описується одним з двох співвідношень:

$$\operatorname{sign}(A(t) - A_{ет}) = \begin{cases} 1, & \text{при } A(t) - A_{ет} > 0; \\ 0, & \text{при } A(t) - A_{ет} \leqslant 0; \end{cases}$$

або

$$\operatorname{sign}(A(t) - A_{ет}) = \begin{cases} 1, & \text{при } A(t) - A_{ет} > 0; \\ 0, & \text{при } A(t) - A_{ет} = 0; \\ -1 & \text{при } A(t) - A_{ет} < 0. \end{cases}$$

У першому випадку Н.-о. визначає лише знак різниці між порівнюваними сигналами, тобто вказує, який з двох сигналів більший, але не виявляє їхньої рівності, в другому — здатний фіксувати й рівність між ними. Численні різновиди схем Н.-о. розрізняють за принципом дії й за фіз. явищами, які в них використовують. Так, до генераторних Н.-о. належать діодно-регенеративні (балансного й небалансного типу) й Н.-о. з різними релаксаційними пристроями. В момент спрацьовування в їхньому вихідному колі виникає коливальний процес. У порогових Н.-о. використовують елементи з двома чи й більше стійкими станами. Залежно від величини різниці між порівнюваними сигналами Н.-о. переходить у той чи інший, але завжди певний для даної різниці, стійкий стан. Підсилювальні Н.-о. будуються на підсилювачах постійного струму з модуляцією і демодуляцією різницевого сигналу або на дифер. підсилювальних каскадах. У цих Н.-о. вихідним сигналом є підсилений різницевий сигнал.

Осн. вимоги до характеристик Н.-о.— високі чутливість, швидкодія та вхідний опір — важко поєднати. Тому, залежно від конкретних умов, будь-який з параметрів можна поліпшити за рахунок допустимого погіршення двох інших. Для деяких типів Н.-о. важливим параметром є і здатність сприймати перевантаження, яка характеризується швидкістю відновлення Н.-о. чутливості після діяння різницевого сигналу, величина якого набагато перевищує поріг його чутливості. На мал. наведено схему Н.-о. для порівнювання вхідних сигналів у діапазоні від 0 до 2,5 *в* з пристроєм обмежування різницевого сигналу (транзистори $T_1 - T_4$), дифер. порівнювальним каскадом ($T_5 - T_7$), розв'язувальними за навантаженням каскадами емітерних повторювачів ($T_8 - T_9$) і вихідним пороговим пристроєм ($T_{10} - T_{13}$). Н.-о. має поріг чутливості не більший як 0,1 *мв* при частоті порівняння 1 *Мгц* і вхідному опорі не меншому як 100 *ком*.

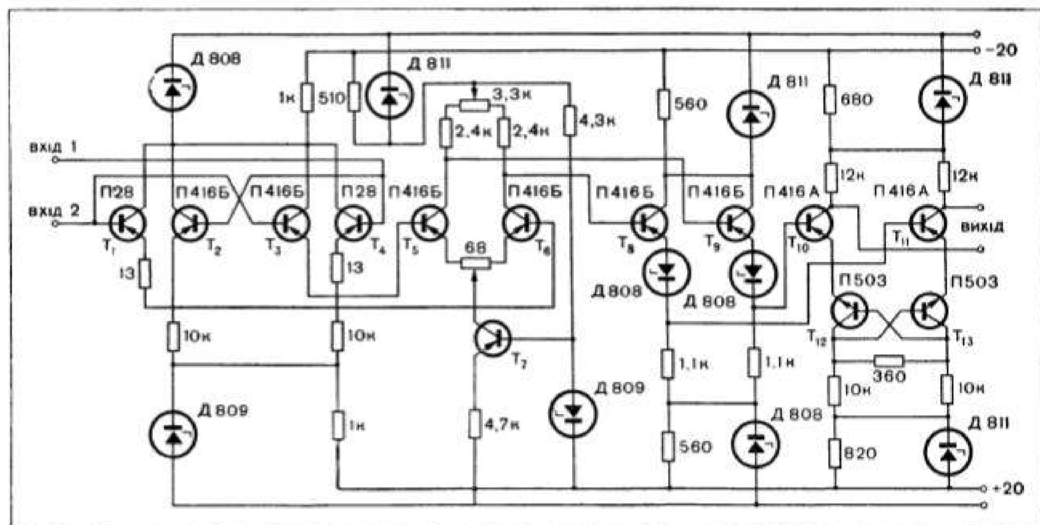


Схема нуль-органа.

Літ.: Дроздов Е. А., Пятибратов А. П. Автоматическое преобразование и кодирование информации. М., 1964 [бібліогр. с. 539—541]; Кондалев А. И. Преобразователи формы информации. К., 1965 [бібліогр. с. 174—175]. *А. І. Кондалев.*

НУМЕРА́ЦІЙ ТЕО́РІЯ — розділ теорії алгоритмів, осн. завданням якого є вивчення шляхів і можливостей використання результатів теорії частково рекурсивних функцій для нечислових об'єктів та з'ясування особливостей такого використання. Результати Н. т. можуть мати велике методологічне значення для з'ясування деяких труднощів, які виникають під час експлуатації сучасних обчисл. машин. Зокрема, різні способи програмування можна розглядати як різні нумерації, отже, проблема трансляції по суті є проблемою звідності цих нумерацій.

Осн. поняттями Н. т. є поняття нумерованої множини та морфізму нумерованих множин. Якщо S — не більш як лічбова мн-на, а N — мн-на натуральних чисел, то будь-яке відображення ν мн-ни N на S наз. нумерацією мн-ни S. Пара $\gamma = (S,\nu)$, де ν — нумерація мн-ни S, наз. нумерованою мн-ною. Морфізмом з нумерованої мн-ни $\gamma_0 = (S_0, \nu_0)$ в нумеровану мн-ну $\gamma_1 = (S_1, \nu_1)$ наз. усяке відображення μ з S_0 в S_1, для якого існує одномісна загальнорекурсивна функція f така, що для всіх $n \in N$ $\mu\nu_0(n) = \nu_1 f(n)$. В окремому випадку, коли $S_0 = S_1$, а μ — тотожне відображення, нумерацію ν_0 можна звести до нумерації ν_1 $(\nu_0 \leqslant \nu_1)$.

Інколи розглядають ширше поняття нумерованої мн-ни, а саме: коли нумерація ν відображає не всю мн-ну натуральних чисел N на S, а лише якусь її підмножину. В багатьох важливих випадках (обчисленні нумерації, нумерації скінченно породжених алгебр і ін.) таке розширення поняття виявляється непотрібним, бо легко зводиться до первісного визначення. Під час визначення звідності таких нумерацій виникають деякі труднощі (можливі кілька природних, але не еквівалентних визначень). Саме таке поняття нумерації є істотно важливим у дослідженнях з різних ієрархій в *алгоритмів теорії*, де використовують такі нумерації ординалів і дослідження з ефективних операцій.

Результати, одержані в Н. т., ділять на три розділи: загальна Н. т., обчисленні нумерації та нумеровані алгебри й моделі.

Осн. завданням загальної Н. т. є вироблення й вивчення осн. понять і методів Н. т. Одним з найважливіших понять є поняття повно нумерованої мн-ни. Воно дало змогу з єдиної точки зору усвідомити такі важливі в теорії *рекурсивних функцій* результати, як теорема Майхілла про креативні мн-ни й теорема Роджерса про ізоморфізм геделівських нумерацій частково рекурсивних функцій.

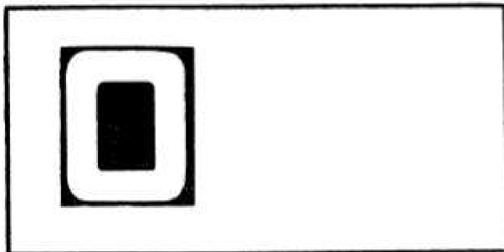
З кожною нумерованою мн-ною $\gamma = (S, \nu)$ пов'язується частково впорядкована мн-на $L(\gamma)$ класів еквівалентних нумерацій, що зводяться до ν, або точніше: елементами мн-ни $L(\gamma)$ є такі родини нумерацій мн-ни S: якщо $\nu' \leqslant \nu$, то $[\nu'] = \{\bar{\nu} | \bar{\nu}$ — нумерація мн-ни S, $\bar{\nu} \leqslant \nu'$ і $\nu' \leqslant \bar{\nu}\} \in L(\gamma)$. Відношення частквого порядку на $L(\gamma)$ задається так: $[\nu'] \leqslant [\nu_2]$ для $[\nu_1], [\nu_2] \in L(\gamma)$ тоді й тільки тоді, коли $\nu_1 \leqslant \nu_2$. Виявляється, що $L(\gamma)$ є верхніми півгратками, тобто, будь-які два елементи з $L(\gamma)$ мають точну верхню межу; $[\nu]$ є найбільшим елементом $L(\gamma)$. Півгратка $L(\gamma)$ цікава як певна характеристика «складності» нумерованої мн-ни γ. Визначається й вивчається і ряд інших структур, пов'язаних із самою нумерованою мн-ною і з усім класом (категорією) нумерованих множин.

Найкраще розроблено в Н. т. розділ обчисленних нумерацій. Основним об'єктом вивчення є класи рекурсивно-перелічних множин або частково рекурсивних функцій, що мають обчисленну нумерацію. Визначимо поняття обчисленної нумерації для родини $R = \{R\}$ рекурсивно-перелічних множин. Нехай $\nu : N \to R$ — нумерація, тоді ν — обчисленна, якщо мн-на пар $\{\langle x, y \rangle | y \in \nu(x)\}$ рекурсивно-перелічна. Якщо ν — така обчисленна нумерація родини R, що будь-яка інша обчисленна нумерація R зводиться до ν, то ν наз. головною обчисленною нумерацією R. Цей розділ розглядає питання існування у тих чи інших родин різного роду спец. нумерацій (однозначних, позитивних, головних та ін.) і вивчає півгратки $L(\gamma)$ для конкретних важливих нумерованих множин. Вивчення таких півграток тісно пов'язане з дослідженнями m-степенів (див. *Звідність*). Напр., якщо R складається з двох множин — пустої та одноелементної, а $\nu : N \to R$ — головна обчисленна нумерація, то півгратка $L((R, \nu))$ ізоморфна півгратці рекурсивно-перелічних m-степенів. Складність будови $L(\gamma)$ для головних обчисленних нумерацій родини рекурсивно-перелічних множин є характеристикою складності цієї родини загалом, — на відміну від інших характеристик складності, що вивчаються в теорії алгоритмів і характеризують лише складність окремо взятої мн-ни (функції).

Розділ нумеровані алгебри й моделі можна віднести до застосувань Н. т. Осн. об'єктом вивчення є алгебричні системи (алгебри та моделі), що мають нумерації. Класичні алгоритмічні проблеми алгебри набувають природного формулювання мовою нумерованих алгебр. Інші природні проблеми цього розділу: існування та єдиність нумерації алгебри з заданими властивостями, можливість поширення нумерації R підалгебри на всю алгебру, нумерації підалгебр і багато інших.

Поняття нумерації вперше використав К. Гедель при доведенні своїх відомих теорем про неповноту (див. *Геделя теореми про неповноту*). На пропозицію А. М. Колмогорова почали систематично вивчати нумеровані множини. Багато зробив для систематизації понять Н. т. й А. І. Мальцев, якому належить, зокрема, поняття повно нумерованої мн-ни.

Літ.: Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [бібліогр. с. 375—381]; Ершов Ю. Л. Теория нумераций, ч. 1—2. Новосибирск, 1969—73. *Ю. Л. Єршов.*



ОБЕ́РНЕНИХ ОПЕРА́ТОРІВ МЕ́ТОД — метод керування технічними об'єктами з багатьма регульованими змінними, що ґрунтується на застосуванні в контурі керування оберненої моделі об'єкта для досягнення автономності системи. Ідея автомат. керування різними неперервними багатозв'язними об'єктами (лінійними та деякими нелінійними) за допомогою пристроїв, синтезованих О. о. м., порівняно проста. Такі пристрої перетворюють вектор вимірюваних змінних ε (ε_1 (t), ..., ε_n (t)) (напр., помилок розузгодження) на вектор керуючих діянь — U (u_1 (t), ..., u_n (t)), причому *оператор* такого перетворення R (D, t) обернений операторові H (D, t), яким описується багатозв'язний об'єкт, тобто

$$R\,(D,\,t) \approx H^{-1}\,(D,\,t). \qquad (1)$$

Матем. основою О. о. м. є обчисл. процедура розв'язування систем алгебр. рівнянь, яка використовує обернення матриці коефіцієнтів. Принципову схему багатозв'язної системи керування, синтезованої О. о. м., наведено на мал. 1. При деяких непринципових обмеженнях, які вимагають ідентичності виконавчих пристроїв ($K_{ii}\,(D) = K_{jj}\,(D)$, $i \neq j$), і відсутності між ними взаємозв'язків (матриця $K\,(D)$ — діагональна) багатозв'язна система буде цілком автономною щодо вхідних діянь X_0 (x_{01} (t), ..., x_{0n} (t)). Це випливає з того, що операторна матриця

$$S\,(D,\,t) = H\,(D,t)\,K\,(D)\,R\,(D,\,t) \qquad (2)$$

в цьому випадку буде діагональною.

Осн. змістом О. о. м. в задачах синтезу є формальна процедура визначення оператора, який задовольняє співвідношення (1) у точному значенні

$$R\,(D,\,t) = H^{-1}\,(D,\,t).$$

Для рівних вимірностей векторів ε (t), X (t) і U (t) правило обернення оператора H (D, t) сформульовано для структурної побудови багатозв'язного об'єкта так. Якщо є ланки передавання i-го діяння u_i (t) на i-й вихід x_i (t) і всі взаємні впливи з боку u_j (t) і x_j (t) ($i = 1, 2, \ldots, n$; $j \neq i$) входять у ці ланки (головні зв'язки) адитивно і при цьому існують однозначні обернені оператори головних зв'язків, то існує й обернений оператор $H^{-1}(D,\,t)$ об'єкта. Структура пристрою, що реалізує такий оператор, еквівалентна структурі об'єкта, де в головних зв'язках напрями потоків сигналів і самі оператори змінено на обернені, вся сукупність перехресних зв'язків відтворюється без змін, а у взаємних впливах, що адитивно входять до головних зв'язків, знаки сигналів змінено на обернені. На мал. 2 подано в заг. вигляді структуру i-го каналу об'єкта H (D, t), а на мал. 3 — відповідну їй структуру i-го каналу оберненої моделі, побудованої зазначеним методом. Для багатозв'язних систем, у яких немає можливості вводити безпосередньо у об'єкт перехресні коректуючі зв'язки, діагоналізація матриці S (t) за схемою (2) є єдино можливою. Отже, досягнення цілковитої автономності згідно зі схемою мал. 1 у системі з використанням оберненої моделі $H^{-1}(D,\,t)$ являє собою заг. випадок. Одним з осн. питань, що виникає при побудові багатозв'язної системи за О. о. м., є точність, із якою можна здійснити обернені перетворення W_{ii}^{-1} (t) в головних каналах моделі (мал. 3). Конструктивні труднощі становить реалізація таких перетворень у системі з інерційними об'єктами, коли необхідно в оберненій моделі виконувати багаторазове диференціювання помилок розузгодження ε_i (t). У таких випадках, досліджуючи ступінь автономності, використовують матрицю варіацій оберненої моделі

$$\lambda H^{-1}\,(t) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \frac{\partial H^{-1}\,(t)}{\partial f_{kl}}\,\lambda f_{kl}, \qquad (3)$$

де f_{kl} — параметри окремих елементів. У цьому випадку ступінь абсолютної автономності порушується, оскільки для (2) з урахуванням (3) одержимо взагалі недіагональну матрицю ($\lambda \neq 0$)

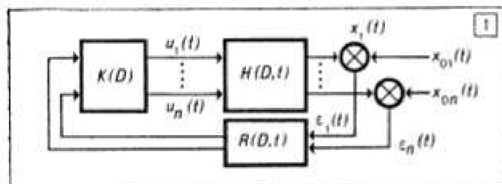
$$S^*\,(D) = K\,(D) + H\,(D)\,K\,(D)\,\lambda H^{-1}\,(D)$$

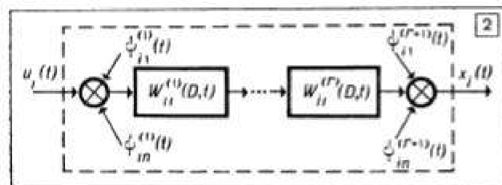
замість діагональної $S\,(D) = K\,(D)$ при (1). При керуванні безінерційними об'єктами малі варіації параметрів об'єкта й оберненої моделі рівноцінні малим змінам коренів характеристичного рівняння системи внаслідок умов гладкості. Реалізація таких систем не викликає істотних труднощів. З прийнятною для практики точністю реалізують системи, синтезовані О. о. м. для об'єктів невисокого порядку (в головних зв'язках). Істотно поліпшують ступінь автономності в інерційних системах внаслідок застосування випередників.

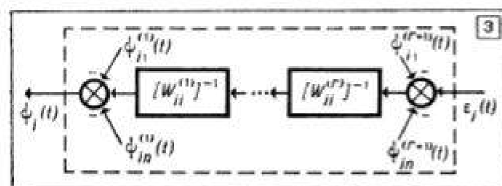
На основі викладеного принципу обернення побудовано оборотний функціональний перетворювач як розв'язувальний елемент. Ідею О. о. м. використано для побудови ітераційного процесу розв'язування крайових задач для звичайних дифер. рівнянь (див. «*Ітератор*»). У поєднанні з методом факторизації спектральних матриць О. о. м. покладено в основу розв'язування задачі синтезу оптимальних (у розумінні мінімуму середньоквадратичної помилки) багатозв'язних систем. Дальший розвиток цього методу дав можливість успішно розв'язати задачу автономного керування ба-

гатозв'язними об'єктами з запізнюванням уперше збудувати для цих цілей багатозв'язні випередники. Теорія О. о. м. стала основою для синтезу синхронно-автономних систем багатозв'язного керування, в яких вимоги автономності доповнюються необхідністю задовольнити умови $x_i(t) = C_j\, x_j\,(t)$, $x_i\,(0) = x_j(0) = 0$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$, де C_j — якась константа.

В галузі скінченних динамічних систем метод дістав відображення в синтезі обернених







1. Схема замкненої багатозв'язної системи з оберненою керуючою моделлю $R\ (D,\ t)$.
2. Математична модель і-го каналу складного багатозв'язного об'єкта керування з оператором $H\ (D,\ t)$.
3. Обернена модель $R\ (D,\ t) = H^{-1}(D,\ t)$ багатозв'язного об'єкта, яка демонструє принцип обернення складного оператора.

і оборотних скінченних автоматів, застосовуваних в інформаційних задачах завбачення та прогнозування. Серію *аналогових обчислювальних машин* французької фірми «Аналак» побудовано на елементах, що мають властивість оборотності, ідентичну властивості оборотних *перетворювачів функціональних*.

Літ.: Жук К. Д. Нелинейные автоматические многосвязные системы с управляющими моделями. В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей, в. 3. К., 1965; Пухов Г. Е., Жук К. Д. Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. К., 1966 [бібліогр. с. 216—218]; Шилейко А. В. Основы аналоговой вычислительной техники. М., 1967; Горский Ю. М., Новорусский В. В. Логический анализ динамики развития как основной этап диагностики и прогнозирования развивающихся систем и процессов. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1969, № 3. *К. Д. Жук.*

ОБЛАСТЬ КЕРУВА́ННЯ — множина значень, яких можуть набувати координати, що визначають стан того чи іншого керованого об'єкта (див. *Допустиме керування*).

ОБМЕ́ЖЕННЯ ФА́ЗОВИХ КООРДИНА́Т — одне з понять *оптимального керування теорії*. В ряді задач оптим. керування фазові координати з реально існуючих причин мають бути обмежені. Математично О. ф. к. здебільшого задають у вигляді умови, що якась ф-ція від фазових координат менша за задану фіксовану величину.

ОБМЕ́ЖУВАЧ АМПЛІТУ́ДИ — електронна схема, яка здійснює нелінійне перетворення вхідного сигналу за таким законом:

$$Y_{\text{вих}} = \begin{cases} C_0 + \alpha\gamma, & \text{якщо } y_{\text{вх}} \leqslant \gamma, \\ C_0 + \alpha y_{\text{вх}}, & \text{якщо } \gamma \leqslant y_{\text{вх}} \leqslant \lambda, \\ C_0 + \alpha\lambda, & \text{якщо } y_{\text{вх}} \geqslant \lambda. \end{cases}$$

Сигнали можуть задаватися у вигляді величин напруг і струмів. Основою для побудови схеми О. а. є нелінійність (вентильний ефект) характеристик елементів (діодів, стабілітронів, електронних ламп тощо). У схемах двостороннього О. а. напруги на стабілітронах (мал.) обидва стабілітрони заперті й вихідна напруга повторює вхідну доти, поки вхідна напруга буває в межах — $U_\gamma \leqslant U_{\text{вх}} \leqslant U_\lambda$. Коли $U_{\text{вх}}$ виходить за ці межі, $U_{\text{вих}}$ обмежується на рівні — U_γ та U_λ відповідно. О. а. широко застосовують в імпульсній техніці для

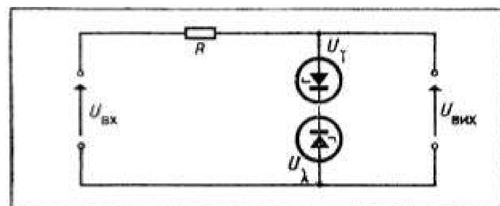


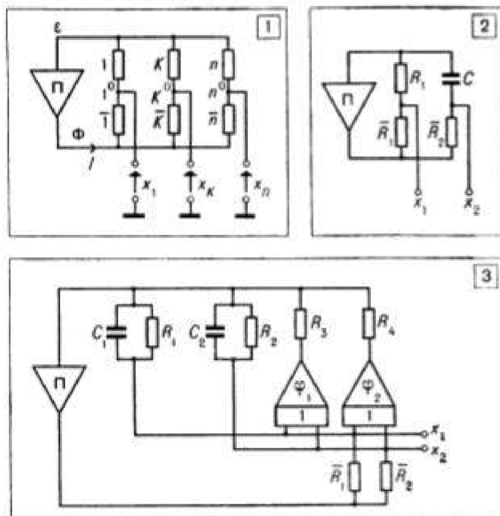
Схема двостороннього обмежувача амплітуди.

формування сигналів заданої форми; в радіотехніці — для амплітудної селекції сигналів та виділення корисного сигналу на фоні імпульсних перешкод; в обчисл. техніці — для фіксації сигналів на певному рівні, для моделювання нерівностей та для інших цілей.

Літ.: Меерович Л. А., Зеличенко Л. Г. Импульсная техника. М., 1954 [бібліогр. с. 748—751]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины, ч. 1—2. Пер. с англ. М., 1967—68 [бібліогр. ч. 1, с. 453—456]. *В. В. Васильєв.*

ОБОРО́ТНІ ЕЛЕМЕ́НТИ Й МОДЕ́ЛІ — пристрої для моделювання математичних залежностей, усі зовнішні полюси яких є рівноправними (тобто на кожному з них напруги можна й задавати, й одержувати). О. е. й м. належать до класу *квазіаналогових моделей*. Застосування оборотних та необоротних розв'язувальних пристроїв розширює можливості *аналогових обчислювальних машин*. Принципову схему о б о р о т н о г о о п е р а ц і й н о г о п і д с и л ю в а ч а дано на мал. 1. На цій схемі П — *підсилювач відпрацьовуючий;* 1, ..., n — основні (розв'язувальні) двополюсники, внутр. структура й характер елементів яких залежать від мо-

дельованих матем. зв'язків між змінними $x_1, \ldots, x_n$; $1, \ldots, n$ — допоміжні двополюсники, які з'єднують вихід *підсилювача* з зовн. полюсами $1^0, \ldots, n^0$ кола, ε та Φ — напруги на вході й виході підсилювача (K — його коефіцієнт підсилення) і $\Phi = K\varepsilon$; I — струм на виході підсилювача. Схемі властива оборотність відносно полюсів $1^0, \ldots, n^0$. Якщо на будь-яких $n - 1$ полюсах задають якісь напруги, то на полюсі, що залишився вільним, одержують напругу, яка залежить лише від внутр. структури й характеру елементів осн.



1. Схема оборотного операційного підсилювача.
2. Схема оборотного інтегро-диференціатора.
3. Схема оборотного нелінійного перетворювача.

двополюсників (треба, щоб підсилювач при цьому забезпечував відпрацьовування досить малої напруги ε на своєму вході). Стан кола за нульових початкових умов описують такими рівняннями:

$$Y_1x_1 + \cdots + Y_nx_n = (Y_1 + \cdots + Y_n)\,\varepsilon(p),$$

$$\left.\begin{array}{l} I_1 = Y_1(x_1 - \varepsilon(p)) + \overline{Y}_1(x_1 - \Phi(p)) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ I_n = Y_n(x_n - \varepsilon(p)) + \overline{Y}_n(x_n - \Phi(p)), \end{array}\right\},$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i = -(\overline{Y}_1x_1 + \cdots + \overline{Y}_nx_n) + (\overline{Y}_1 + \cdots + \overline{Y}_n)\,\Phi(p),$$

$$\Phi(p) = -K\varepsilon(p),$$

де Y_i — операторні провідності осн. двополюсників; $\overline{Y}_i$ — те саме для допоміжних двополюсників; I_i, x_i — операторні зображення струмів і напруг зовн. полюсів.

При досить великому коефіцієнті підсилення K напруга ε буде фактично нульовою. Тоді можна написати рівняння $Y_1x_1 + \ldots + Y_nx_n = 0$, яке визначає зв'язки між операторними напругами зовн. полюсів та провідностями осн. двополюсників. Це рівняння наз. осн. рівнянням оборотного підсилювача. Провідності $\overline{Y}_i$ допоміжних двополюсників не входять до цього рівняння. Осн. їхнє призначення — забезпечувати властивості оборотності кола. За такі провідності можуть правити прості омічні провідності. Треба, проте, мати на увазі, що характер і величини провідностей $\overline{Y}_i$ впливають на стійкість кола.

Нижче дано деякі варіанти заг. схеми оборотного операційного підсилювача. Якщо в заг. схемі провідності основних і допоміжних двополюсників замінити на омічні $Y_i = a_i$, $\overline{Y}_i = \overline{a}_i$, то одержують оборотний суматор, осн. рівняння якого має вигляд $a_1x_1 + \ldots + a_nx_n = 0$, при цьому $\overline{a}_i = sa_i$, $i = 1, \ldots, n$, де s — якась стала. Щоб забезпечити стійку роботу кола при з'єднанні оборотних пристроїв між собою, треба, щоб величини провідностей допоміжних двополюсників у схемах інвертора й суматора були пропорційні величинам провідностей осн. двополюсників. Схему оборотного інтегро-диференціатора дано на мал. 2. При $R_1C = 1$ її осн. рівняння $x_1 + px_2 = 0$ або $x_1 + \frac{dx_2}{dt} = 0$. Залежно від полюса, на якому задано напругу, на вільному полюсі одержується або інтеграл, або похідна від заданої ф-ції часу. Аналогічно можна побудувати оборотні кола типу *перетворювачів функціональних*. Нехай треба побудувати оборотне коло для моделювання залежності $g_1(x_1)\,x_1 + g_2(x_2)\,x_2 = 0$. Якщо $g_1(x_1)$ та $g_2(x_2)$ невід'ємні, то, трактуючи їх як нелінійні омічні провідності осн. двополюсників, можна одержати схему, аналогічну оборотному суматорові, за умови, що постійні провідності a_1 та a_2 замінюються нелінійними провідностями $g_1(x_1)$ та $g_2(x_2)$. Так само чинять, якщо доданків у рівнянні більше як два. В оборотному операційному підсилювачі замість осн. двополюсників можна застосовувати послідовно з'єднані необоротні функціональні перетворювачі й омічні провідності. Такий спосіб побудови оборотних функціональних перетворювачів універсальніший. Його легко поширити на кола для моделювання складніших матем. залежностей. Розглянемо, напр., залежність виду

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\frac{dx_i}{dt} + b_ix_i + h_i\varphi_i(x_1, \ldots, x_n) = 0,$$

де a_i, b_i, h_i — якісь сталі; $x_1, \ldots, x_n$ — моделювані змінні, при цьому одержувати можна будь-яку з них. На мал. 3 дано схему кола при $n = 2$. Осн. рівняння кола має вигляд

$$C_1\frac{dx_1}{dt} + \frac{x_1}{R_1} + C_2\frac{dx_2}{dt} + \frac{x_2}{R_2} + \frac{\varphi_1(x_1, x_2)}{R_3} + \frac{\varphi_2(x_1, x_2)}{R_n} = 0.$$

Розглянуті оборотні кола для моделювання матем. операцій належать до зрівноважуваних кіл. Для моделювання операцій виду $a_1x_1 + ... + a_nx_n$ можна застосовувати незрівноважувані кола змінного струму на трансформаторах чи на реактивних елементах типу індуктивностей та ємностей. Якщо припустити, що коеф. трансформації трансформаторів дорівнюють a_k і знехтувати втратами в обмотках і осердях, то залежність між напругами на полюсах схеми відповідатиме заданій. Рівняння індуктивно-ємнісної моделі, написане за методом вузлових напруг має вигляд

$$-\left(\omega \sum_{k=0}^{n} C_k - \frac{n}{\omega L} - \frac{1}{\omega L_0}\right)\varepsilon +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n}\left(\omega C_k - \frac{1}{\omega L}\right)x_k = 0,$$

де ε та x_k — амплітуди відповідних синусоїдальних напруг. Настроюючи C_0 і L_0 так, щоб власна провідність вузла з напругою ε дорівнювала нулеві, одержують рівняння

$$\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L}\right)x_1 + \cdots + \left(\omega C_n - \frac{1}{\omega L}\right)x_n = 0,$$

подібне до заданого. Застосовуючи розглянуті О. е. й м., можна будувати складніші моделюючі кола для досліджування динамічних процесів у різних спорудах, машинах, автомат. пристроях і системах. Математично ця задача часто зводиться до розв'язування систем звичайних дифер. рівнянь. Якщо потрібно одержати розв'язки дифер. рівнянь відносно різних груп змінних, відновлювати праві частини рівнянь за розв'язками, одержаними в результаті експерименту, або здійснювати деякі інші перетворювання систем рівнянь, то для багатьох задач застосовують лише оборотні пристрої.

Літ.: Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Моделирующие математические машины с переменной структурой. К., 1970 [бібліогр. с. 243—246].

Г. Є. Пухов, О. Ф. Катков.

ОБОРО́ТНОСТІ ПРИ́НЦИП — правило, що встановлює умови, за яких у фізичній системі можна одержати процес, обернений даному. О. п. тісно пов'язаний з принципом взаємності для динамічних систем, який для випадку електр. кіл полягає в тому, що для будь-якого, навіть найскладнішого пасивного електр. кола, що має опори, індуктивності, ємності та взаємні індуктивності, ерс E, діючи в довільній гілці «*a*», збуджує в гілці «*b*» струм I, такий самий, як у гілці «*a*», спричинений тією самою ерс, ввімкненою в гілку «*b*». Для цілого класу динамічних об'єктів поняття оборотності й взаємності збігаються. О. п. в *електронному моделюванні* — правило, що встановлює умови, за яких в електр. моделі можна переробляти інформацію в протилежних напрямах, не змінюючи структури моделі. Необоротним пристроєм є, напр., звичайний *підсилювач операційний;* вхідна напруга в ньому перетворюється на вихідну за законом, що його визначає характер *зворотних зв'язків*, але вихідну напругу *підсилювача* не можна задавати як відому величину. Для оборотних пристроїв будь-яка величина може виступати як відома (задавана) або невідома (одержувана), а матем. операцію зручніше записувати в неявній формі.

О. п. встановлює такі обов'язкові умови при синтезі оборотних пристроїв: 1) полюси *машинних змінних* мають бути топологічно рівноправні; 2) жодну з машинних змінних не можна одержувати як напругу джерела з нульовим внутр. опором; 3) при будь-якому несуперечливому задаванні ряду машинних змінних має бути шлях передавання енергії для формування невідомих (одержуваних) змінних.

Літ.: Милях А. Н., Шидловский А. К. Принцип взаимности и обратимость явлений в электротехнике. К., 1967 [бібліогр. с. 307—314]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564].

В. В. Васильєв.

О́БРАЗ, або розпізнаваний клас у кібернетиці — сукупність вхідних сигналів, що мають деякі спільні властивості. *Розпізнавальна система* повинна реагувати на всі сигнали цієї сукупності однією відповіддю. Див. також *Розпізнавання образів.*

ОБРО́БКА ДА́НИХ ДОВІ́ЛЬНА — обробка записів *масиву*, при якій розміщування чергового оброблюваного *запису* в масиві не залежить від розміщення обробленого раніше запису.

ОБРО́БКА ДА́НИХ ПОСЛІДО́ВНА — обробка записів *масиву*, при якій їх обробляють у порядку їхнього розміщення в масиві.

ОБРО́БКА ІНФОРМА́ЦІЇ В РЕА́ЛЬНОМУ МАСШТА́БІ ЧА́СУ — організація роботи обчислювальної системи (системи реального часу), для якої характерним є те, що обчислювання провадяться в темпі, який забезпечує обслуговування певного зовнішнього процесу, що не залежить від ЦОМ. Потреба такої обробки, напр., виникає при застосуванні ЦОМ у системах контролю та керуванні технологіч. процесами, транспортними засобами, літальними апаратами тощо. Поняття О. і. в р. м. ч. застосовують і тоді, коли характеризують систему, яка працює в *діалога режимі.*

Моменти синхронізації зовн. процесу з обчислюваннями залежать від зовн. подій — ситуацій на об'єкті, який контролює або яким керує система, якщо ці ситуації потребують реакції (обслуговування) з боку цієї системи. Швидкість реакції неоднакова; залежить вона від динамічних характеристик об'єкта або його частин. Інформація про зовн. події, яку генерують давачі або інші елементи автоматики, надходить у систему переривання цифрової обчислювальної машини.

Реакцією системи реального часу (див. *Реальний масштаб часу*) на зовн. подію є те, що вона починає виконувати певну гілку програми обслуговування зовн. процесу, що

збуджується відповідним сигналом переривання. Зв'язок гілок з сигналами переривання реалізує керуюча програма *операційної системи.* В інтервали часу, коли ЦОМ не обслуговує зовн. процес, *керуюча програма* здебільшого організовує розв'язування ЦОМ фонових задач. Час від моменту зовнішньої події до закінчення обчислень для відповідної гілки програми наз. часом відповіді системи на цю подію. В системах реального часу порядок обслуговування програмних гілок *процесором* базується, як правило, на системі абсолютних *пріоритетів.* Пріоритети на множині допустимих сигналів розподілено раціонально, це дає змогу досягти оптимальної (згідно з обраним критерієм) ефективної швидкодії системи реального часу при заданій *швидкодії ЦОМ* і пропускній здатності каналів. Вищих пріоритетів надають гілкам, що реагують на події, які потребують термінового обслуговування, і збудження їх спричинює негайне припинення розв'язування фонових задач та інших, менш пріоритетних гілок програми, що обслуговують зовн. процес. Після закінчення роботи гілки програми, якій було надано більшого пріоритету, її продовжують менш пріоритетні гілки програми.

При О. і. в р. м. ч. ставлять, як правило, підвищені вимоги до ЦОМ і до керуючої програми, щоб забезпечити надійність роботи обчисл. системи. ЦОМ повинна мати розвинуті схемні засоби контролю, що сигналізують про виникнення збою в роботі ЦОМ або відмови в будь-якому пристрої машини, на цій підставі керуюча програма перестає виконувати гілку програми обслуговування зовн. процесу і збуджує програмні тести для *діагностики несправностей ЦОМ*. У деяких випадках керуюча програма може усунути несправність автоматично, увімкнувши резервну апаратуру, в інших випадках несправність усуває людина. Після усунення несправності (якщо для цього потрібно було небагато часу) керуюча програма повторно виконує ділянку припиненої гілки програми, починаючи із спеціально обраної точки (точки відновлення). Множину точок відновлення встановлюють так, щоб обслуговування системою зовн. процесу погіршилося якнайменше. Можливість автомат. відновлення роботи системи реального часу на випадок збоїв та незначних несправностей істотного порушення обслуговування зовн. процесу визначають як підвищену «живучість» системи. *А. І. Нікітін.*

ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В РЕЖИМІ РОЗПОДІЛУ ЧАСУ — організація обчислювального процесу на цифровій обчислювальній машині й обчислювальних системах (системах розподілу часу), при якій певна кількість користувачів мають постійний і практично одночасний доступ до ЦОМ або обчислювальної системи. Як правило, користувачі перебувають на значній відстані від ЦОМ і обмін інформацією між ними відбувається спец. або звичайними *каналами зв'язку*. О. і. в р. р. ч. організовується за допомогою *керуючих програм,* які входять до складу *операційної системи.* В періоди між звертаннями користувачів до системи розподілу часу інформаційні масиви користувачів зберігаються в зовнішній пам'яті й будь-яку частину масивів можна викликати в будь-який час для обробки її.

Реалізація О. і. в р. р. ч. стала значним кроком уперед у розвитку *обчислювальної техніки,* бо дала змогу в певному розумінні наблизити обчислювальні засоби до робочого місця вченого чи інженера — користувачів ЦОМ. О. і. в р. р. ч. є осн. формою організації процесу обробки даних в *автоматизованих системах управління*.

Осн. принцип, який дає змогу організувати практично одночасне обслуговування системою багатьох користувачів, полягає в тому, що завдяки високій швидкодії центр. *процесора* час його розподіляється між користувачами відповідно до обраної дисципліни обслуговування, тому в кожного з користувачів створюється враження одноосібного контакту з ЦОМ. Аналогічно розподіляється час і на інших пристроях ЦОМ.

Найпростішою дисципліною обслуговування задач на пристроях ЦОМ, яка працює в *режимі розподілу часу*, є циклічна дисципліна, при якій для обслуговування кожної з задач (заявок) періодично виділяється квант часу Δt. Якщо протягом цього часу обслуговування задачі на певному тех. пристрої цілком завершено, то задача надходить для подальшої обробки на інші пристрої або (якщо задачу повністю розв'язано) результат її розв'язання видається споживачеві. Якщо ж за час Δt обслуговування задачі не закінчено, то вона знову повертається в чергу заявок, які очікують на обслуговування. Залежно від того, як формується черга з потоку нових та відкладених заявок, можна виділити два окремі різновиди (моделі) цієї дисципліни обслуговування: модель A, при якій через кожний часовий інтервал Δt в чергу спочатку стають недообслуговані заявки, до яких потім додаються нові заявки, що надійшли за час Δt на вхід системи; модель $Б$, при якій спочатку в чергу ставлять нові заявки, що надійшли за час Δt, потім заявки, які потребують дообслуговування. Аналіз цих різновидів циклічної дисципліни можна провести аналітично, припускаючи, що на вході системи є стаціонарний потік із середньою щільністю — λ заявок за одиницю часу і що довжину заявки, тобто кількість проходів задачі через блок при величині кванта Δt, розподілено як $S_n = \sigma^{n-1}(1 - \sigma)$. Тут S_n — ймовірність того, що час обслуговування заявки дорівнює $n\Delta t$, і $\sigma < 1$ можна трактувати як імовірність того, що заявка залишається в системі обслуговування після першого виділеного їй кванта. Для моделі A *математичне сподівання* довжини черги $L(A) = \frac{\lambda \Delta t \cdot \sigma}{(1 - \sigma)}$, а матем. сподівання часу перебування в сис-

темі заявок

$$T_n = \frac{n\Delta t}{1-\rho} - \frac{\lambda(\Delta t)^2}{1-\rho}\left[1 + \frac{(1-\sigma\alpha)(1-\alpha^{n-1})}{(1-\sigma)^2(1-\rho)}\right],$$

$$\text{де } \rho = \frac{\lambda\Delta t}{1-\sigma}, \text{ а } \alpha = \sigma + \lambda\Delta t.$$

Для моделі *Б* відповідно маємо:

$$L(Б) = \frac{\rho}{1-\rho}(1-\lambda\Delta t)$$

і

$$T_n = \frac{n\Delta t}{1-\rho} - \rho\Delta t - \frac{\lambda(\Delta t)^2}{1-\rho}\rho\left[1 + \frac{(1-\sigma\alpha)(1-\alpha^{n-1})}{(1-\sigma)^2(1-\rho)}\right].$$

Для систем, які працюють у відповідності з моделями *А* та *Б*, короткі заявки в середньому обслуговуються швидше, ніж у системі з природною чергою: «перший прийшов — перший обслуговується до кінця», а великі заявки обслуговуються повільніше. На практиці застосовують значно складніші форми обслуговування, реалізовні, як правило, за допомогою дискретного моделювання на ЦОМ. О. і. в р. р. ч. є однією з найперспективніших форм організації обчисл. процесу на ЦОМ. Див. також *Обчислювальних робіт методи організації.*

Літ.: Coffman E. G. Studying multiprogramming systems. «Datamation», 1967, v. 13, № 6.

Д. О. Поспелов.

ОБРО́БКИ ДА́НИХ СИСТЕ́МА — комплекс технічних і програмних засобів для розв'язування класу задач *автоматичної обробки даних.* Осн. функціями О. д. с. є збирання, нагромадження й зберігання великих обсягів інформації та обробка її. Ядро обчисл. засобів системи становить, звичайно, універсальна *цифрова обчислювальна машина* високої продуктивності. Комплекс пристроїв збирання і видавання інформації здійснює зв'язок і спілкування між О. д. с. і зовнішнім середовищем — людьми-користувачами, технологічними процесами, іншими О. д. с. тощо. Різноманітністю видів зовн. середовища зумовлюються способи подання й методи кодування інформації, тому роботою комплексу збирання інформації керує досить складна апаратура, а в деяких системах — *спеціалізована обчислювальна машина.* При значному віддаленні абонентів О. д. с. від обчислювальних машин інформація приймається і видається по телеграфних, телефонних, широкосмугових (типу телевізійних) *каналах зв'язку;* в інших випадках — з перфокарт, перфострічок і друкованих документів. Комплекс збирання і видавання інформаційно зв'язаний з зовн. запам'ятовувальними пристроями системи, якими також звичайно керує спеціалізований пристрій, що розподіляє потоки даних і канали пам'яті відповідно до *пріоритету* джерел заявок (іл. між с. 184—185).

Обчисл. комплекси О. д. с. істотно відрізняються один від одного структурою й складом залежно від призначення системи, принципів її побудови тощо. У великих О. д. с. комплекс складається з кількох обчисл. машин, що працюють погоджено (багатомашинний комплекс). Різні процеси переробки інформації ставлять істотно різні вимоги до технічних і матем. засобів. У зв'язку з цим набули поширення комплекси, що складаються з машин, орієнтованих на реалізацію різних процесів переробки інформації: власне обчислювань, підготовки масивів, збирання інформації, *автоматизації програмування,* координування й контролю над обчисл. процесом у системі. Спеціалізація машин комплексу і розподіл між ними ф-цій щодо обробки інформації дає змогу досягти високої ефективності в роботі системи (див. *Комплексування машин* та *Обчислювальних центрів мережі*).

Важливим і часто визначальним для ефективності функціонування О. д. с. є її матем. забезпечення (див. *Математичне забезпечення ЦОМ*). Особливу роль у О. д. с. відіграє бібліотека масивів, що становить ядро інформаційного забезпечення системи і об'єднує в інформаційному плані розв'язувані системою задачі.

Літ.: Глушков В. М. Перспективы использования автоматизированных систем управления в народном хозяйстве. «Механизация и автоматизация управления», 1967, № 2; Вычислительные системы, в. 23. Новосибирск, 1966; Вычислительная система IBM/360. Пер. с англ. М., 1969.

ОБУМО́ВЛЕНОСТІ ЧИСЛО́ — число $\mu(A)$ невиродженої матриці $A = \{a_{ij}\}_{i,\,j=1}^{n}$, яке визначають за формулою $\mu(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, де $\|\ \|$ — знак *норми матриці.* О. ч. $\mu(A)$ залежить від уживаної норми матриці. Для сферичної (евклідової) норми матриці

$$\mu(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = \sqrt{\lambda_{\max}/\lambda_{\min}} \geqslant 1,$$

де $\lambda_{\max}$ і $\lambda_{\min}$ — відповідно найбільше й найменше власні числа *матриці* A^*A (див. *Власних значень і власних векторів матриць способи обчислювання*); A^* — матриця, спряжена A. Отже, $\mu(A)$ є мірою макс. деформації одиничної сфери в застосуванні лінійного перетворення з матрицею A^*A.

Розгляньмо систему лінійних рівнянь

$$Ax = b, \qquad (1)$$

де b і x — відповідно заданий і шуканий вектори. Матрицю A наз. добре обумовленою стосовно до задачі розв'язування системи (1), якщо $\mu(A)$ відносно невелике. В противному разі матрицю A наз. погано обумовленою. Припустимо, що початкові дані системи (1) (елементи A і b) задано з деякою *похибкою* ΔA і Δb, тобто замість A і b задано $A + \Delta A$ і $b + \Delta b$, і треба оцінити, як ця похибка впли-

не на розв'язок x системи (1). В разі, коли $\Delta A = 0$, $\Delta b \neq 0$, справджується оцінка

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leqslant \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} = \mu(A) \times \times \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}.$$

Наведену оцінку не можна поліпшити; вона означає, що $\mu(A)$ обмежує згори відношення відносної похибки розв'язку x до відносної похибки b — правої частини системи (1). $\mu(A)$ є дуже важливою характеристикою і для випадку, коли $\Delta A \neq 0$, $\Delta b = 0$. В цьому разі

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x + \Delta x\|} \leqslant \mu(A) \cdot \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|},$$

тобто норму похибки x, віднесену до $\|x + \Delta x\|$, обмежує відносна похибка матриці A, помножена на $\mu(A)$. Останню нерівність теж не можна зробити строгою. Для випадку, коли і $\Delta A \neq 0$, і $\Delta b \neq 0$ за умови, що $\|A^{-1}\| \times \times \|\Delta A\| < 1$, справджується оцінка

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leqslant \leqslant \frac{1}{1 - \mu(A)\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \left[\mu(A) \quad \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}\right],$$

яка дає змогу оцінити відносну похибку у визначенні x через відносні похибки матриці A і правої частини b системи (1). Характерно, що $\mu(A)$ не змінюється, коли матрицю й норму матриці множити на довільні постійні.

Отже, $\mu(A)$ є глибокою характеристикою матриці A й дає змогу оцінити відносну похибку визначення x через відносні похибки A і b системи (1). Якщо воно велике (матриця погано обумовлена), відносна похибка в розв'язку може бути значно більшою за відносні похибки матриці й правої частини системи.

В. Ю. Кудринський.

ОБЧИ́СЛЕННЯ З ЛОГАРИФМІ́ЧНИМ СПОВІ́ЛЬНЕННЯМ — див. *Складність тьюрінгових обчислювань.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАТЕМА́ТИКА — розділ математики, який вивчає методи розв'язування різних математичних задач у вигляді числового (точного або наближеного) результату (див. *Чисельні методи*). Виникла О. м. в глибоку давнину, початком її можна вважати правила обчислювання ірраціональних чисел. Сучасна О. м. складається з багатьох розділів, найважливіші з них: обчислювання значень ф-цій, обчисл. методи лінійної алгебри, чисельне розв'язування алгебр. і трансцендентних рівнянь, чисельне диференціювання й інтегрування, чисельне розв'язування диференціальних та інтегро-диференціальних рівнянь і чисельні методи відшукування *екстремумів* функціоналів (*оптимізації методи*). О. м. удосконалюється з розвитком математики взагалі, являючи собою немовби завершальний етап у розв'язуванні матем. проблем. Наприклад, дискретний аналіз, що розвивається останнім часом, породжує обчислювальні методи дискретного аналізу, які також належать до О. м.

Будь-який числовий результат можна одержати лише за допомогою арифм. і логіч. дій, тому задачу О. м. можна сформулювати як задачу подавання розв'язків (точно або наближено) у вигляді послідовності арифм. операцій. Т. ч., кожний чисельний метод складається з *алгоритму* розв'язування, тобто точного опису послідовності арифм. операцій, і оцінки похибки алгоритму (див. *Похибок обчислювань теорія*). Лише в дуже рідких випадках точного результату можна досягти за скінченної кількості арифм. операцій. Майже завжди цей результат подають як границю нескінченної послідовності операцій. Тому оцінка похибки часто зводиться до оцінки збіжності алгоритму. Однак збіжність аж ніяк не є необхідною вимогою, коли постає завдання одержати результат із заданою точністю, а не з будь-яким ступенем точності, при цьому необхідну точність визначають звичайно на підставі практичних міркувань. За приклад може правити обчислювання значень ф-цій за допомогою розбіжних асимптотичних рядів, які не можуть дати наближення з будь-яким ступенем точності, але дають змогу швидко й точно за відповідних умов обчислювати значення ф-цій зі скінченною, але достатньою точністю.

Для практичного застосування алгоритму дуже важливо, щоб він був ефективним. Його ефективність іноді оцінюють за кількістю арифм. операцій, необхідних для одержання розв'язку. Однак часто зменшення кількості арифм. операцій досягається внаслідок логіч. ускладнення алгоритму, і тому *програми* для ЕОМ (особливо при трансляції з *алгоритмічних мов*) для такого логічно ускладненого алгоритму стають такими неекономічними, що весь виграш через зменшення кількості арифм. операцій можна втратити.

Аналітичною основою обчислювання значень трансцендентних ф-цій є теорія розвинення в ряди (степеневі, ряди з ортогональних ф-цій, ряди факторіалів та ін.), наближення многочленами, рідше — розкладання на неперервні дроби, а також інші спец. методи, пов'язані зі специфічними властивостями конкретних ф-цій. Наближення ф-цій многочленами, яке в окремих випадках може співпадати з розвиненням у ряд по ортогональних многочленах, набуло останнім часом значного поширення для складання стандартних програм обчислювання трансцендентних ф-цій на ЕОМ, при цьому найчастіше використовують многочлени Чебишова. Для широкого практичного використання трансцендентних ф-цій обчислюють таблиці їхніх значень для певної послідовності значень аргументу. Проміжні значення відшукують за допомогою інтерполювання (див. *Інтерполяція функцій*). Прак-

тично є здійсненним *табулювання функцій*, які залежать лише від однієї, максимум двох, змінних.

Розділ обчисл. методів лінійної алгебри розглядає в основному дві задачі: 1) розв'язування систем лінійних алгебр. рівнянь і 2) визначення власних значень і власних векторів матриць (див. *Власних значень і власних векторів матриць способи обчислювання*). Перша задача є «арифметизовною», тобто її точний розв'язок можна одержати за допомогою скінченної послідовності арифм. операцій. Кількість цих операцій (додавань і множень) для системи з n невідомими в загальному випадку становить величину порядку n^3.

До систем лінійних алгебр. рівнянь наближено зводиться розв'язування крайових задач для лінійних дифер. рівнянь. У випадку рівнянь з частинними похідними порядок системи алгебр. рівнянь може бути дуже високим (тисячі й десятки тисяч невідомих), і розв'язування таких систем прямими точними методами практично не можна виконати. Тому, крім точних методів розв'язування великих систем алгебр. рівнянь, застосовують і набл. *ітераційні методи*. Смисл їх полягає в тому, що *матрицю* A початкової системи $A\vec{x} = \vec{b}$ подають у вигляді $A = A_0 - B$, причому для матриці A_0 обернену матрицю можна легко обчислити. Після цього систему розв'язують послідовними наближеннями

$$A_0\vec{x}_{n+1} = B\vec{x}_n + b$$

або, в загальнішій формі,

$$A_0\vec{x}_{n+1} = \alpha (A\vec{x}_n - \vec{b}) + A_0\vec{x}_n \qquad (1)$$

(тут α — певний параметр, використовуваний для поліпшення збіжності, при $\alpha = -1$ одержують попередній випадок). Якщо досить точний розв'язок можна одержати за невеликої кількості ітерацій, то кількість арифм. операцій, потрібна для одержання цього розв'язку, становитиме величину порядку n^2. Прямі методи обчислювання власних значень матриці ведуть до задачі знаходження коренів многочлена n-го степеня (n — порядок матриці) відносно власн. значення λ. За тих високих порядків матриць, до яких наближено зводиться, напр., задача про власні значення для крайових задач у частинних похідних, такий метод часто є практично нездійсненним. Для цих задач інтерес являють звичайно обчислення невеликої кількості перших власних значень, для чого можна обмежитися обчисленням сум $\sum\limits_i \lambda_i^{-k}$, які виражаються через сліди степенів оберненої матриці. При достатньо високих степенях k ці суми наближено можна заміняти сумами кількох перших членів. Однак і такий підхід потребує великої обчисл. роботи, бо добуток матриць потребує кількості арифм. операцій порядку n^3. Широкого застосування в задачах матем. фізики набув метод збурень, у якому первісну матрицю A заміняють сумою $A = A_0 - B$ й задачу визначення власних значень матриці A $[A\vec{x} = \lambda\vec{x}$, $]$ замінюють задачею

$$A_0\vec{x} - \lambda\vec{x} = \varepsilon [\alpha (A\vec{x} - \lambda\vec{x}) + A_0\vec{x} - \lambda\vec{x}] \qquad (2)$$

і при $\varepsilon = 1$ зводять її до первісної задачі. Матрицю A_0 обирають так, щоб її власні значення і власні вектори легко обчислювалися. Задачу (2) розв'язують методом розкладання за степенями $\varepsilon \left[\vec{x} = \sum\limits_0^\infty \vec{x}_\nu \varepsilon^\nu,\ \lambda = \sum\limits_0^\infty \lambda_\nu \varepsilon^\nu\right]$. Ефективність цього методу істотно залежить від того, наскільки близько до первісної матриці A вдається добрати матрицю A_0. Якщо цього досягнуто так, що для обчислення власних значень з потрібною точністю досить обмежитися невеликою кількістю членів розкладу в ряд по ε, то це забезпечує матрицям високого порядку значне зменшення кількості арифм. операцій.

Проблему визначення коренів алгебр. чи трасцендентних рівнянь вичерпно розроблено для випадку ф-цій однієї змінної. В основу численних методів покладено заміну ф-ції в околі нуля найпростішою близькою до неї кривою (прямою або параболою). Такі методи потребують попередньої грубої локалізації нуля, але для однієї змінної ця задача є досить простою. Для відшукання коренів многочленів і цілих ф-цій використовують і методи, основані на тому, що суми виду $\sum\limits_i x_i^{-k}$, поширені по всіх нулях, можна точно виражати через коеф. розвинення ф-ції в ряди Тейлора. Значно важче визначати корені системи рівнянь $F_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Звичайно, якщо корені системи грубо локалізовано, то заміна ф-цій системи найпростішими поверхнями (напр., площинами) дає змогу за певних умов визначити корінь з будь-яким ступенем точності. Однак для багатовимірних просторів немає ще скільки-небудь універсальних підходів хоч би для грубої локалізації нулів. Розвинені за останні роки ефективні прямі методи розв'язування екстрем. задач почали застосовувати й для знаходження коренів системи рівнянь шляхом заміни первісної задачі задачею відшукування мінімуму ф-ції

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} |F_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)|^2.$$

Чисельне диференціювання та інтегрування безпосередньо основується на визначенні цих операцій як границі відношення приросту ф-ції до приросту аргументу за умови прямування останнього до нуля (диференціювання) або як границі сум добутків елементів обсягу області інтегрування на значення ф-ції в якійсь точці цього елемента. Незважаючи

на теор. простоту цієї проблеми, великі обчисл. трудноці постають під час обчислювання многократних інтегралів. Напр., у задачах кінетики розріджених газів, де доводиться обчислювати семикратні інтеграли, обчислювання їх навіть з дуже малою точністю звичайними методами розбивання на рівні елементи об'єму приводить до десятків мільярдів арифм. операцій. Тому багато досліджень було спрямовано на оптимізацію *кубатурних формул*, щоб зменшити кількість вузлових точок. Інший підхід до обчислювання многократних інтегралів базується на аналогії між цими інтегралами та *імовірністю* певного *випадкового процесу* (*Монте-Карло метод* або метод статичних випробувань). Перевага методу Монте-Карло полягає в тому, що в ньому обсяг необхідних обчислювань зростає пропорційно кількості вимірів, а не експоненціально збільшується зі збільшенням кількості вимірів.

Чисельні методи розв'язування дифер. рівнянь становлять найважливіший розділ О. м. Задачі механіки, фізики й хім. кінетики — це переважно задачі теорії дифер. (іноді інтегро-дифер.) рівнянь. Якщо чисельні методи розв'язування звичайних дифер. рівнянь почали розробляти майже одночасно з виникненням поняття про дифер. рівняння й початок цього належить до часів Л. Ейлера (1707—83), то чисельні методи розв'язування рівнянь у частинних похідних, по суті, почали розвиватися лише після створення ЕОМ. Причиною цього є т. з. «бар'єр багатовимірності» — різке зростання необхідної кількості арифм. операцій зі збільшенням числа незалежних змінних. Якщо для розв'язання одновимірного (тобто звичайного) дифер. рівняння з заданою точністю треба визначити розв'язок в n вузлових точках, то для одержання розв'язку з цією ж точністю для k-вимірного рівняння в частинних похідних потрібно буде вже n^k вузлових точок. Оскільки при чисельному розв'язуванні дифер. рівняння часто доводиться розв'язувати системи лінійних алгебр. рівнянь щодо невідомих значень ф-ції у вузлових точках, то це означає, що в одновимірному випадку необхідно виконати $O(n^3)$ арифм. операцій, а в k-вимірному — $O(n^{3k})$ операцій. Через те що такого роду обчислювання практично неможливо здійснити «ручним» способом, то розробка чисельних методів розв'язування рівнянь у частинних похідних до появи ЕОМ не мала смислу. В «домашинну еру» було запропоновано лише найелементарніші підходи, які можна було застосовувати для найпростіших, як правило, лінійних задач на рівняння в частинних похідних.

Взагалі можна відзначити два головні підходи до розв'язування дифер. рівняння: 1) подавання розв'язку у вигляді рядів за певною повною системою ф-цій (звичайно ортогональною) і знаходження коеф. цих рядів і 2) заміна похідних їхніми скінченнорізницевими наближеннями (або інтегралів — скінченними сумами). Перший підхід застосовують обмежено — він ефективний тільки щодо лінійних рівнянь або в деяких методах послідовних наближень, коли на кожній ітерації розв'язують лінійне рівняння. Саме цей підхід найчастіше використовували до створення ЕОМ. Тепер найбільше застосовують *скінченнорізницеві методи* (в широкому розумінні цього слова); метод прямих або метод інтегр. співвідношень і метод характеристик ми також вважаємо за скінченнорізницеві методи. Найважливішою проблемою скінченнорізницевих методів є стійкість обчисл. процесу.

Простим прикладом можна проілюструвати значення цього явища. Дифер. рівняння $\frac{\partial y}{\partial x} + y = 0$ можна апроксимувати, приміром, такими двома скінченнорізницевими формами:

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{h} + y_n = 0$$

або

$$\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h} + y_n = 0.$$

Точність апроксимації першої форми є порядку h, другої — h^2, тобто друга форма на порядок точніша. Легко одержати точні розв'язки цих скінченнорізницевих рівнянь. Загальний розв'язок 1-ї форми: $y_n = C(1 - h)^n$, 2-ї форми — $y_n = C_1(\sqrt{1+h^2} - h)^n + C_2(-1)^n(\sqrt{1+h^2} + h)^n$. Перший розв'язок є наближ. розв'язком (з точністю до $O(h)$) первісного дифер. рівняння, в 2-му розв'язку лише 1-й доданок дає потрібний розв'язок (точність його щодо розв'язку дифер. рівняння вища — дорівнює $O(h^2)$), але 2-й осцилюючий і зростаючий за абс. величиною доданок є паразитним розв'язком. Однак при лічбі зі скінченною кількістю знаків він обов'язково з'явиться (хоч C_2 й буде малою величиною) і за великої кількості кроків повністю перекриє дійсний розв'язок. Т. ч., спроба підвищити точність апроксимації призвела до нестійкості обчисл. процесу, й розв'язку 2-м способом не можна одержати за досить великого інтервалу змінної x. Досліджування стійкості здійснюють звичайно методом локальної лінеаризації й фіксації змінних коеф. рівнянь, бо повне дослідження стійкості скінченнорізницевих рівнянь із змінними коеф. і нелінійних рівнянь поки що лишається незавершеним.

Нестійкість обчисл. процесу є причиною того, що в обчисл. практиці майже не використовують явні схеми для рівнянь у частинних похідних. Якщо однією з незалежних змінних є час і розв'язується задача з початковими умовами, то формально рівняння виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Phi(u),$$

де Φ є певний *оператор*, який можна диферен-

ціювати лише по просторових змінних, можна апроксимувати скінченнорізницевою формою:

$$\frac{u(t+\Delta t)-u(t)}{\Delta t}=\Phi[u(t)]$$

і т. ч. звести задачу визначення шуканої ф-ції (системи ф-цій — у загальному випадку) в момент $t+\Delta t$ за відомими її значеннями в момент t до елементарних обчислювань. Але такий метод у загальному випадку є нестійким або стійким лише за дуже малих значень Δt. Однак і в останньому випадку, коли стійкості все-таки можна досягти, загальний обсяг обчислювань перевершує практичні можливості. Для коректно поставлених задач (див. *Некоректно поставлені задачі*) завжди можна досягти стійкості обчисл. процесу застосуванням неявних схем

$$\frac{u(t+\Delta t)-u(t)}{\Delta t}=\Phi[u(t+\Delta t)],$$

при цьому важливо в неявній формі записувати старші похідні по координатах. Проте в цьому випадку для багатовимірних задач на кожному кроці за часом необхідно розв'язувати системи рівнянь досить високого порядку (хоч вони будуть і лінійними для квазілінійних рівнянь у частинних похідних). Вище вже йшлося про те, якої великої кількості арифм. операцій потребує розв'язування таких задач. Виходом із становища стала розробка схем, у певному розумінні проміжних між суто явними й суто неявними, які призводять до того, що система рівнянь високого порядку неявної схеми розщеплюється на послідовність систем істотно нижчого порядку, при цьому стійкість таких схем значно перевищує стійкість явних схем. Одним з найчастіше застосовуваних методів цього напряму є т. з. *змінних напрямів метод*, у якому на кожному кроці за часом почергово в неявному вигляді записуються похідні лише по одній з просторових змінних. Т. ч., порядок систем лінійних алгебр. рівнянь буде тут на кожному кроці за часом таким самим, як і при розв'язуванні одновимірних задач.

Згадані методи набагато спростили розв'язування багатовимірних задач, однак жоден з них не дає змоги зменшити необхідний для обчислювань обсяг пам'яті ЕОМ. Тому прискорення методів розв'язування не дасть бажаних наслідків, якщо обсяг оперативної пам'яті обчисл. машини недостатній. Стаціонарні задачі матем. фізики також можна розв'язувати описаним уже способом, застосовуючи метод усталення, тобто записуючи систему у вигляді певної нестаціонарної системи, що виходить на усталений режим. При цьому, ясна річ, не обов'язково використовувати фіз. реальну нестаціонарну систему. Важливо лише забезпечити стійкість стаціонарного режиму. Процес усталення тут треба розуміти просто як певний ітераційний процес.

Широкого застосування для розв'язування стаціонарних задач набули й *варіаційні методи*. У фіз. задачах системи рівнянь часто є варіаційними рівняннями Ейлера для певного функціоналу. Але якщо навіть і не можна побудувати функціоналу Ейлера, то задачу розв'язування системи дифер. рівнянь із заданою граничною умовою

$$\Phi(u, x, y, z, \ldots)=0$$

завжди можна звести до знаходження мінімуму функціоналу $\int[\Phi(u, x, y, z, \ldots)]^2 \times \times dxdydz\ldots$ Чисельні методи відшукування екстремумів (чисельні методи оптимізації) широко застосовують у найрізноманітніших сферах. Сюди належать не тільки наукові задачі фіз. циклу, а й задачі оптим. керування в тех. і адміністративних системах, оптим. планування в економіці та ін. При аналітичних розв'язуваннях задач оптимізації ці задачі зводилися до дифер. рівнянь (варіаційні рівняння Ейлера) або до систем трансцендентних (у загальному випадку) рівнянь — при пошуку екстремуму ф-цій. Але для чисельних методів прямі методи знаходження екстремуму є найефективнішими; так що, як сказано вище, навпаки, задачі дифер. рівнянь або розв'язування систем трансцендентних рівнянь ведуть до еквівалентних варіаційних задач. Задачі пошуку екстремуму (для визначеності говоритимемо про мінімум) мають ту перевагу, що завжди можна побудувати ітераційний процес, який веде до зменшення функціоналу, причому процес цей можна утворювати з найпростіших одновимірних варіацій. Неважко звичайно буває обгрунтувати збіжність процесу. Головна теор. складність проблеми оптимізації неопуклих функціоналів полягає в тому, що може існувати кілька мінімумів. Ітераційний процес приведе до якогось із цих мінімумів, але не обов'язково до найменшого з них, а поки що не розроблено систематичних методів пошуку найменшого мінімуму.

О. м. почала досить швидко розвиватися після створення ЕОМ. Виникають нові її розділи, як, наприклад, обчисл. методи *ігор теорії*, *масового обслуговування теорії*, мінімізації логічних ф-цій, комбінаторики та ін. В статті було розглянуто усталені розділи, які вийшли із стану перших пошуків і вже широко застосовуються.

Літ.: Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.— Л., 1963 [бібліогр. с. 677—734]; Ремез Е. Я. Основы численных методов чебышевского приближения. К., 1969 [бібліогр. с. 613—623]; Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [бібліогр. с. 538—550]; Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М., 1971; Уиттекер Э., Робинсон Г. Математическая обработка результатов наблюдений. Пер. с англ. Л.— М., 1935; Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. Пер. с англ. М., 1970 [бібліогр. с. 559—564].

А. О Дородницин.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА — фізична система (пристрій чи комплекс пристроїв), призначена для механізації або автоматизації процесу алгоритмічної обробки інформа-

ції (обчислювань). Фіз. системи, застосовувані для обчислювань, можуть бути мех., пневматичними, гідравлічними, електр., електронними, оптичними або комбінованими (мішаними). Відповідно розрізняють мех., електр., електронні та ін. О. м.

Аргументи заданої матем. залежності, що їх зображують за допомогою фіз. величин, подають на входи О. м. У машині відбувається такий фіз. процес, за якого вимірювання змінних величин, що здійснюється в деяких точках або частинах пристрою, якраз і дає результат обчислень; ці частини пристрою наз. виходами. До складу О. м. часто входять допоміжні блоки для введення й виведення величин, схеми для настроювання машини на обчислювання за заданою матем. залежністю і для автомат. контролю обчислювань. Цей комплекс пристроїв є єдиним цілим і має самостійний привод чи джерело енергії.

Найпростішими О. м. є машини для виконання окремих операцій і які мають ручне введення *даних*. До них відносять арифмометри, клавішні О. м. тощо.

Складнішими О. м., які дають змогу виконувати цілі серії операцій, є т. з. аналітичні О. м., в яких послідовність з'єднання окремих блоків залежить від виду відтворюваної аналітичної залежності. До таких О. м. відносять лічильно-перфораційні О. м., різні електромеханічні О. м. неперервної дії, аналогові О. м. тощо; введення даних у такі машини вже автоматизовано.

Найскладнішими і найуніверсальнішими є О. м. з автомат. керуванням. Характерною особливістю таких машин є повна автоматизація обчислювального процесу, що його виконують за спец. *програмою*. Крім пристроїв, призначених для виконання матем. обчислювань, вони мають *запам'ятовувальний пристрій* для зберігання програм, початкових даних і проміжних результатів обчислювань, а також пристрої керування, які забезпечують автомат. виконання обчисл. процесу. До таких О. м. відносять електронні цифрові обчисл. машини, аналогові О. м. з періодизацією розв'язування та ін.

Усі О. м. (від найпростіших до найскладніших) можна класифікувати за двома осн. ознаками — методом розв'язування задач і формою представлення оброблюваної інформації. Залежно від методу розв'язування задач розрізняють О. м. з аналоговим методом розв'язування, програмно-керованим і комбінованим, що об'єднує обидва методи. В основу аналогового методу покладено теорію математичного моделювання, що грунтується на подібності матем. описів об'єкту і його моделі, і квазіаналогії — еквівалентності цих описів у розумінні одержуваних результатів. При аналоговому методі розв'язування певній матем. залежності відповідає певний набір функціональних блоків, взаємний зв'язок між якими в машині не змінюється в процесі розв'язування. Арифметичний метод розв'язування грунтується на використанні *чисельних методів* матем. аналізу й полягає в тому, що певній матем. залежності відповідає певна послідовність виконання найпростіших арифметичних операцій — *алгоритм* обчислювань, який здійснюється внаслідок змінюваного в процесі розв'язування взаємного зв'язку окремих пристроїв і блоків. При комбінованому методі розв'язування задачі використовують обидва методи.

Дані, з якими оперує О. м., можна представляти в неперервному, дискретному й комбінованому видах. Відповідно з цим сучасні О. м. прийнято розділяти на 3 типи: машини неперервної дії — *аналогові обчислювальні машини* (АОМ), представлення інформації в яких реалізується заміною матем. величин деякими фіз. величинами (кут повороту, величина електр. струму, напруга тощо); машини дискретної дії — *цифрові обчислювальні машини* (ЦОМ), у яких неперервна зміна аргументів представлена у вигляді послідовних цифрових значень, що їх записують на носій інформації (в ЦОМ обробляють дані, представлені у вигляді цифрових *кодів*); *гібридні обчислювальні машини* (ГОМ), у частині вузлів яких представлення інформації реалізується в дискретному виді, а в частині — в неперервному (машина цього типу наз. ще комбінованими О. м.).

Найпоширенішими в практиці обробки інформації є ЦОМ, які (залежно від способу керування) підрозділяються на машини з ручним керуванням — арифмометри, *обчислювальні машини клавішні* й важільні О.м.; ЦОМ з жорсткою програмою — *табулятори* й *спеціалізовані обчислювальні машини;* універсальні автоматичні ЦОМ, обчислення в яких провадять за заздалегідь складеною програмою, яка повністю забезпечує автоматичне розв'язування задач на всіх етапах — від введення початкових даних до одержання результату. Такі машини мають алгоритмічну універсальність, і це дає змогу провадити за їхньою допомогою значне коло обчислювань та обробки інформації. Швидкодія сучасних ЕЦОМ коливається від кількох тисяч до десятків мільйонів операцій за 1 *сек*. Залежно від потужності й ємності запам'ятовувальних пристроїв ЕЦОМ поділяють на великі (напр., «БЭСМ-6»), середні (напр., «Минск-32») і малі (напр., «МИР-2» — машини для інженерних розрахунків). ЕЦОМ класифікують і за загальнішими ознаками: до визначальних властивостей великих машин відносять їхню можливість працювати в режимі *мультипрограмування* і (або) в *режимі розподілу часу*; до малих відносять машини, які можуть працювати за однією програмою й обслуговувати одного споживача.

АОМ, як такі, що складаються з окремих блоків, кожний з яких виконує над маш. величинами певну матем. операцію (див. «*МН*», «*ЭМУ*»), в ряді випадків є спеціалізованими. Позитивними якостями (які визначають особливості представлення початкових величин і специфіку побудови окремих розв'язувальних елементів) таких машин є велика швидкодія, яка дає змогу виконувати пере-

творювання над швидкоплинними величинами в реальному масштабі часу, апаратурна простота й наочність програмування (див. *Програмування АОМ*). Проте порівняно з машинами дискретної дії вони менш точні й мало універсальні.

ГОМ почали створювати в 2-й половині 60-х років. Достоїнствами цього виду машин є можливість розширювати коло розв'язуваних задач або скорочувати час розв'язування їх, підвищувати точність порівняно з АОМ.

Для обробки великих масивів інформації (виконання великої кількості обчислювань) і розв'язування великої кількості різних за природою й характером задач створюють *обчислювальні системи*, що об'єднують різні (за типом і класами) машини в обчислювальні комплекси з ієрархічною структурою організації обчисл. процесу (див. *Обчислювальний центр*, *Комплексування машин*).

Літ. див. до ст. *Аналогова обчислювальна машина*, *Комплексування машин*, *Обчислювальна техніка* й *Цифрова обчислювальна машина*.

В. П. Боюн, П. В. Походзіло.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА ЗАГА́ЛЬНОГО ПРИЗНА́ЧЕННЯ — універсальна *цифрова обчислювальна машина*, призначена для розв'язування більшості класів науково-технічних, економічних та інших задач. Цим вона відрізняється від *спеціалізованих обчислювальних машин*, призначених для розв'язування окремих класів задач.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА КЛА́ВІШНА — досить поширений тип обчислювальних машин, які служать для переробки інформації, що містить у собі первинні (вихідні) відомості, в процесі виробничої, господарської та науково-виробничої діяльності. Цифрові О. м. к. бувають (див. мал.) обчислювальні (мех. та електронні) й підсумовувальні.

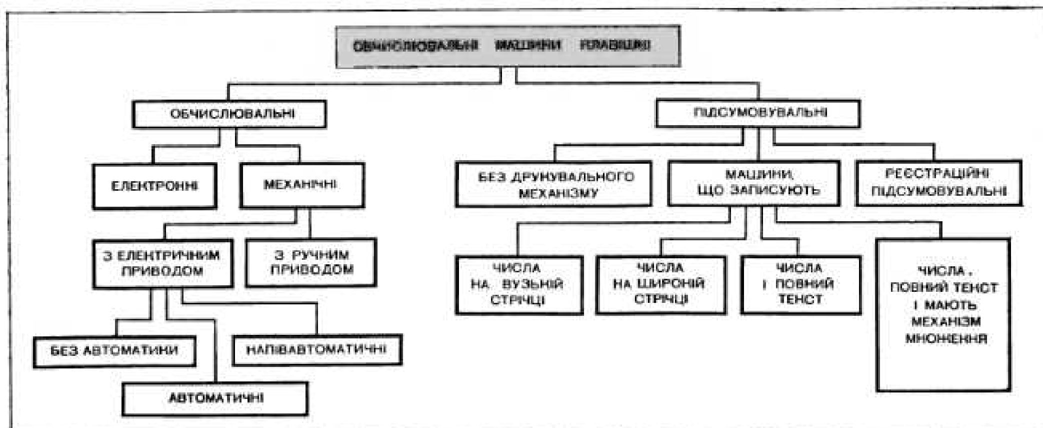


Схема класифікації обчислювальних клавішних машин.

В механічних обчислювальних машин лічильний механізм складається з *лічильників* двох типів: 1) лічильник результатів, у якому утворюється при додаванні сума, при відніманні — різниця, при множенні — добуток, а при діленні — остача, і 2) лічильник обертів, який реєструє кількість ходів машини (на ньому при додаванні підраховується кількість доданків, при множенні — один із співмножників, при діленні — частка). Введення цифрових даних здійснюється вручну за допомогою спец. установочних механізмів, які бувають важільні (напр., у арифмометра), повзункові, десятиклавішні та багатоклавішні. Причому залежно від типу механізму час введення однієї цифри в машину коливається від 1 *сек* до 0,2—0,25 *сек*.

Електронні О. м. к. завдяки високій надійності й безшумності в роботі, більшій розрядності, високій швидкості обчислень, малій вазі й витрачуваній потужності й незначним габаритам повсюди приходять на зміну механічним машинам (див. *«Искра»*). Підсумовуючі клавішні машини пристосовані для виконання робіт, пов'язаних гол. чин. з діями додавання та віднімання. Більшість підсумовувальних клавішних машин має друкувальний механізм, що записує цифрові дані й одержані результати. Цифрові дані в машину вводяться, як і в мех. О. м. к., вручну. Підсумовувальні машини без друкувального механізму бувають лише багатоклавішні. Лічильний механізм складається з одного лічильника (рідше — з двох). У підсумовувальних записуючих машинах тип установочного механізму має ще важливіше значення для продуктивності праці, ніж в обчислювальних. Тому важільні й повзункові механізми в таких машинах не застосовують, а використовують лише десятиклавішні й багатоклавішні механізми. Швидкість набирання чисел на десятиклавішних підсумовувальних машинах завдяки застосуванню «сліпого» методу набирання на 15—20% більша за швидкість набирання чисел на багатоклавішних машинах.

У практиці обчислювальних робіт, окрім підраховування чисел, велику питому вагу займає друкування тексту. Для механізації цього процесу створено такі цифрові машини, які, крім записування чисел та підраховування їх по рядках і колонках, можуть записувати й будь-який текст. Вузол друку в цих машинах являє собою звичайну друкарську машинку, а лічильний механізм складається з лічильників двох видів: горизонтальних — для лічби чисел по рядках і вертикальних — для лічби по колонках. Горизонтальних лічильників, як правило, два, й вони закріплюються на машині. Вертикальні лічильники — знімні, кількість їх і розміщення визначаються виконуваною роботою і можуть змінюватися залежно від розмірів каретки. Для механізації однієї з найтрудомісткіших обчислювальних операцій — дії множення під час складання обліково-планових документів створено механізм, яким обладнують багатолічильникові, такі, що записують повний текст, підсумовувальні машини. Ці машини являють собою особливу підгрупу підсумовувальних машин — т. з. фактурних. До групи підсумовувальних машин можна віднести й реєстраційно-підсумовувальні машини (напр., касові апарати, багатоклавішні машини тощо).

Літ.: Евдокимов И. С., Евстигнеев Г. П., Крушин В. Н. Цифровые вычислительные машины. М., 1961; Хренов Л. С. Малые вычислительные машины. Краткое справочное руководство. М., 1966 [бібліогр. с. 208—210]. *Г. І. Корнієнко.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА НЕПЕРЕ́РВНОЇ ДІЇ — те саме, що й *аналогова обчислювальна машина.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА СИСТЕ́МА — взаємозв'язана сукупність засобів обчислювальної техніки, що складається не менше як з двох основних процесорів або обчислювальних машин (ОМ), з яких принаймні одна виконує функції основного процесора. Основним *процесором* називають складову частину ОМ, яка виконує обчислення, передбачені алгоритмами розв'язуваних задач; на відміну від нього допоміжний процесор призначено для обробки інформації, не передбаченої цими алгоритмами (напр., зв'язаної з організацією обчисл. процесу), а можливо, і для неосновних обчислювань, передбачених програмами (напр., для редагування наслідків обчислювань). Як і осн. процесор, допоміжний також може бути частиною машини або окремою машиною, але в останньому разі відповідного спряження його з самим лише осн. процесором досить, щоб ця сукупність наз. О. с. Якщо раніше допоміжну обробку інформації здебільшого виконували осн. процесори, то тепер прагнуть створювати спец. допоміжні процесори (для підвищення загальної продуктивності О. с.).

Створення О. с. пов'язане з необхідністю долати незбалансованість між однопроцесорною ОМ та потрібними характеристиками обчисл. процесу за вхідними й вихідними потоками інформації. До осн. переваг О. с. порівняно з однопроцесорними ОМ відносять: збільшення швидкодії завдяки *розпаралелюванню алгоритмів* і виконанню різних їхніх віток на окремих процесорах (реалізація *мультипроцесорного режиму*), збільшення ефективності використання устаткування при *багатопрограмній обробці інформації*, можливість одержати високу «живучість» системи шляхом дублювання роботи процесорів («гарячого резервування»), застосування спільної для всієї О. с. *бібліотеки стандартних підпрограм* і програм тощо. Зазначені достоїнства О. с. значною мірою пояснюються тим, що всі процесори можуть працювати зі спільною пам'яттю. О. с. класифікують за конструкцією і складом осн. процесорів, за типами зв'язків і за призначенням.

За конструкцією О. с. поділяють на роздільні й нероздільні. Роздільні О. с. складаються з кількох ОМ, які виконують функції осн. і допоміжних процесорів і кожна з яких може працювати самостійно. Нероздільні О. с. (інколи їх наз. мультипроцесорними ОМ) складаються з процесорів, кожний з яких може виконувати свої функції лише в складі О. с.; подібні системи звичайно розроблюють як єдине ціле і будують на одній елементній базі.

За складом осн. процесорів О. с. поділяють на однорідні й різнорідні. При цьому однорідні О. с. характеризуються ідентичністю всіх осн. процесорів, які входять до них (або ОМ, які виконують ті самі функції), а різнорідні О. с.— відмінністю осн. процесорів (чи ОМ).

Зазначені дві ознаки класифікації дають змогу виділити чотири осн. типи О. с.: 1) однорідні нероздільні О. с.; 2) однорідні роздільні О. с., або однорідні комплекси; 3) різнорідні нероздільні О. с.; 4) різнорідні роздільні О. с., або різнорідні комплекси. До однорідних нероздільних О. с. відносять, напр., систему «Illiac-4» (США), в якій окрім однакових осн. процесорів, поєднаних один з одним, є й допоміжні процесори керування та ОМ «В-6500», яка керує роботою всієї системи, тобто виконує й функцію допоміжного процесора. До однорідних комплексів відносять О. с. «Минск-222», побудовану на основі серійних ОМ «Минск-2/22», які виконують функції осн. і допоміжних процесорів.

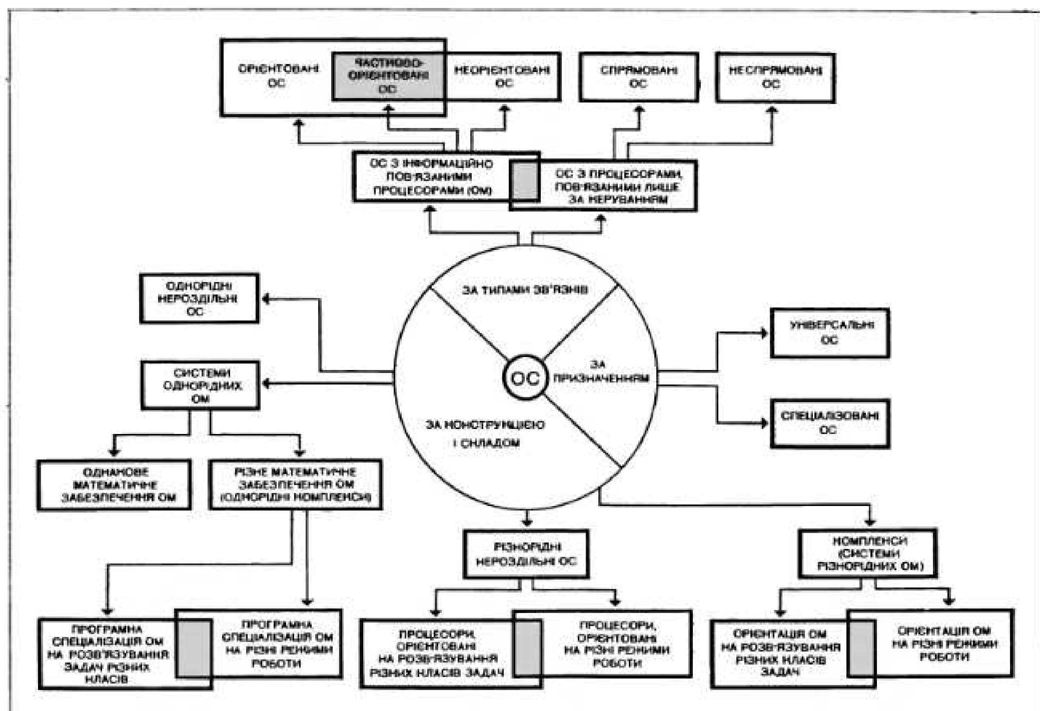
Великого поширення набувають і різнорідні комплекси, які також будують із серійно виготовлюваних ОМ і нероздільних О. с. Так, напр., комплекс О. с., що його побудувала й реалізувала фірма «Форд мотор компані» (США), об'єднує дві 4-процесорні однорідні нероздільні О. с. «Philco-2000—212», ОМ «GE-235» та ін. Комплекси (однорідні й різнорідні) можна класифікувати за різними рівнями залежно від ступеня усуспільнення *пристроїв введення та виведення інформації ЦОМ* й зовн., проміжної та оперативної пам'яті, а також залежно від того, збережено чи порушено функціональну цілісність наявних у їхньому складі ОМ. В останньому разі О. с. являють собою вже не комплекс, а якісно іншу форму організації систем — нероздільні О. с. Можна сподіватися, що серед машин

4-го покоління саме різнорідні нероздільні О. с. займуть провідне місце.

Різнорідні нероздільні О. с. і комплекси, відповідно до функціональної орієнтації об'єднуваних у них ОМ (або процесорів), можна поділити на такі групи: 1) О. с. з процесорами (ОМ), орієнтованими на розв'язування задач різних класів (напр., задач інформаційного пошуку, обчисл. задач і т. ін.); 2) О. с. з процесорами (ОМ), орієнтованими на різні режими роботи (*діалога режим*, режим пакетної обробки); 3) О. с., які об'єднують процесори (ОМ), орієнтовані за обома зазначеними вище ознаками. Перша з них полягає в тому, що будь-яка, навіть універсальна, ОМ (як і процесор) є найкраще орієнтованою для розв'язування задач якогось певного класу — ширшого чи вужчого залежно від її структури та програмного забезпечення. В О. с. цю особливість можна добре використати й для прискорення обчислювання складних задач шляхом розпаралелювання алгоритмів по окремих машинах відповідно до функціональних особливостей кожної з ОМ (кожного процесора). Друга ознака вказує на те, що об'єднувані ОМ (процесори) в загальному обчисл. процесі орієнтовано вже тільки на різні режими роботи, напр., режим діалога, здійснюваний при виборі чисельного методу розв'язування задачі, уточненні алгоритму розв'язування та наладжуванні програми, і режим розв'язування задач за готовими програмами (напр., пакетна обробка). Подібну деталізацію можна провести і для класів однорідних О. с., але в них функціональну орієнтацію ОМ (процесорів) можна проводити лише за допомогою зовнішнього матем. забезпечення (т. з. програмна спеціалізація).

За типами зв'язків О. с. поділяють на три групи: 1) О. с. з безпосередньо інформаційно зв'язаними ОМ (процесорами), коли компоненти системи обмінюються тільки програмами й первісними та проміжними даними; 2) О. с. з ОМ (процесорами), зв'язаними тільки за керуванням; 3) О. с., які мають зв'язки обох зазначених типів. 1-а і 3-я групи О. с. далі підрозділяються на орієнтовані (якщо кожна ОМ або процесор може тільки приймати або тільки передавати інформацію), неорієнтовані (якщо кожна ОМ або процесор системи може і передавати, і приймати інформацію) і частково орієнтовані О. с. (за наявності в системі орієнтованих і неорієнтованих підсистем). 2-а і 3-я групи О. с. підрозділяються на спрямовані (з централізованим керуванням) і неспрямовані (децентралізовані) О. с.

За призначенням О. с. поділяють на спеціалізовані, які призначено для розв'язування певного класу задач, та універсальні, які призначено для розв'язування ширшого кола задач (до складу універсальної О. с. як підсистема може входити й спеціалізована О. с.).



Класифікація обчислювальних систем.

Треба сподіватися, що надалі розвиток *обчислювальної техніки* піде не тільки шляхом удосконалення і створення ОМ малої й середньої потужності, а й шляхом створення багатопроцесорних О. с. (а не великих однопроцесорних ОМ).

Літ.: Евреинов Э. В., Косарев Ю. Г. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, 1966 [бібліогр. с. 295—303]; Вычислительные системы, в. 23. Новосибирск, 1966; Поспелов Д. А., Эйвазов А. Р. Децентрализованные вычислительные системы. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1968, № 5; Рабинович З. Л. Некоторые методологические вопросы теории комплексов вычислительных средств. В кн.: Вычислительные системы. Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, в. 1. Новосибирск, 1968; Глушков В. М. [та ін.]. Некоторые основные направления развития цифровой вычислительной техники. М., 1970 [бібліогр. с. 91—94]; Мультипроцессорные вычислительные системы. М., 1971 [бібліогр. с. 313—318]; Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., 1972 [бібліогр. с. 258—274].

В. І. Брановицький, З. Л. Рабинович.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА СХЕ́МА — певна послідовність операцій і форма запису результатів цих операцій. Прикладом О. с. може бути схема Горнера для обчислення значень алгебр. многочлена n-го степеня $P_n(x) = a_0 + a_1x + ... + a_nx^n$. За цією схемою $P_n(x)$ обчислюють за представленням $P_n(x) = (... ((a_nx + a_{n-1})x + a_{n-2})x + ... + a_1)x + a_0$; для цього потрібні n множень та n додавань.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА ТЕ́ХНІКА — 1) галузь техніки, яка об'єднує засоби автоматизації математичних обчислень і обробки інформації в різних сферах людської діяльності; 2) наука про принципи побудови, дії та проектування цих засобів.

За ознакою фіз. форми представлення оброблюваної інформації засоби О. т. поділяють на аналогові, цифрові й аналого-цифрові, або гібридні. В аналогових засобах О. т. обробці піддають значення фіз. величин (струми, напруги тощо), які в певному неперервному діапазоні моделюють матем. величини. В цифрових засобах О. т. обробляють фіз. цифрові (дискретні) коди матем. величин. В аналого-цифрових (гібридних) засобах О. т. застосовують обидві форми представлення величин.

За ступенем універсальності в обробці інформації засоби О. т. поділяють на машини загального призначення (універсальні) та спеціалізовані. Перші використовують для розв'язування широкого класу задач, другі — для розв'язування вузького класу чи навіть однієї задачі. За ступенем автоматизації обробки інформації розрізняють обчислювальні інструменти (лінійки, рахівниці тощо), прилади (планіметри, арифмометри, *корелятори* тощо) й машини. На сучас. етапі розвитку О. т. широко використовують обчисл. машини та комплекси їх.

Найпростішим аналоговим обчисл. інструментом є логарифмічна лінійка, яку винайдено ще в кінці 15 ст. В 1814 англ. вчений Дж. Герман винайшов планіметр. Пізніше англ. фізик Дж.-Дж. Томсон (1856—1940) створив фрикційний інтегратор. Англ. фізик У. Кельвін (1824—1907) показав можливість розв'язувати дифер. рівняння способом поєднування кількох інтеграторів. Польс. математик Б. Абданк-Абаканович (1852—1900) винайшов 1878 аналоговий інтегратор, який наз. інтеграфом. Ідеї Абданка-Абакановича було покладено в основу першої обчисл. машини для розв'язування диференціальних рівнянь, яку побудував 1904 рос. математик і механік О. М. Крилов (1863—1945), щоб розв'язувати задачі кораблебудування. Вдосконалення мех. інтегрувальних машин пов'язане з роботами амер. вченого В. Буша. Машина Буша складалася з фрикційних інтеграторів, мех. *суматорів* і мех. передач для множення на сталу величину. В 2-му десятиріччі 20 ст. розроблено метод моделювання, на основі якого пізніше було побудовано обчисл. пристрої, в яких застосовують електропровідний папір.

Працювати над створенням *аналогових обчислювальних машин* в СРСР почали в 20-х роках 20 ст., коли рад. математик С. А. Гершгорін заклав основи побудови сіткових електроінтеграторів для розв'язування рівнянь у частинних похідних. У 30-х роках рад. вчений-електротехнік С. О. Лебедєв (н. 1902) розробив методику моделювання електромереж змінного струму й побудував напівавтоматичну електр. модель для розрахунку їх. Потім з'явилися роботи рад. вчених-електротехніків О. О. Горєва та В. А. Веникова (н. 1912) з фіз. моделювання енергетичних систем. У 40-х роках під керівництвом рад. фізика І. С. Брука розроблено електромех. диференційний аналізатор, 1945 під керівництвом рад. електротехніка Л. І. Гутенмахера створено електронні аналогові машини з періодизацією розв'язування. Того самого року під керівництвом С. О. Лебедєва створено електронну аналогову машину для розв'язування систем звичайних дифер. рівнянь. В СРСР аналогові машини, основані на операційних підсилювачах (найближчі до сучас. аналогових машин), уперше створено 1949.

Осн. перевагами засобів аналогової О. т. (порівняно з цифровими), які зумовлюють широке застосування їх для розв'язування наук.-тех. задач і використання в системах автомат. керування тех. об'єктами і в системах моделювання неперервних процесів, є їхні простота, надійність і велика швидкодія. Найбільшими їхніми вадами є порівняно мала точність одержуваних розв'язків та обмеженість кола розв'язуваних задач.

Історія розвитку цифрових обчислювальних засобів почалась у 17 ст. В 1642 франц. фізик Б. Паскаль (1623—62) побудував лічильну мех. машину, яка виконувала операції додавання та віднімання. Пізніше було побудовано бл. 50 таких машин. Подібні лічильні пристрої розробляли, зокрема, нім. математик Г.-В. Лейбніц (1646—1716), рос. матема-

тик П. Л. Чебишов (1821—94) і рос інж В Т. Однер «Колесо Однера» стало основою сучас арифмометрів Пізніше арифмометри замінили настільними мех та електромех. машинами, а згодом — малими електронними цифровими машинами. Найближчим прообразом сучасних цифрових обчислювальних машин вважають «аналітичну машину» англійського математика Ч Беббіджа (1833) Див іл між с 184—185

В 1937—44 під керівництвом амер вченого Г Ейкена створено електромех. цифрову обчисл машину *«Марк-1»*

Революційним поворотом у розвитку цифрової О т було створення електронних *цифрових обчислювальних машин* (ЕЦОМ) з програмним керуванням, які є основними тех засобами *кібернетики*

В першій електронній швидкодіючій ЦОМ «ЕНІАК» (побудовано 1946 в США) було бл 18 000 ламп, потребувала понад 100 *квт* потужності електроенергії Машина працювала в десятковій системі числення Операції додавання й віднімання вона виконувала за 200 *мксек*, множення — за 2800 *мксек* Її було призначено для розв'язування дифер рівнянь у частинних похідних та для деяких ін розрахунків В СРСР 1950 під керівництвом С О Лебедєва в АН УРСР створено першу в континентальній Європі малу електронну лічильну машину *«МЭСМ»*, яка належить до класу машин загального призначення (на відміну від «ЕНІАК», яку вважали спеціалізованою) «МЭСМ» мала бл. 2000 електронних ламп, працювала за паралельно-послідовним принципом виконання операцій і мала швидкодіючу пам'ять на лампових регістрах та зовнішню пам'ять на магн барабані. Структура й осн схеми цієї машини є класичними, їх покладено в основу серії вітчизняних швидкодіючих машин «БЭСМ» (1952), «БЭСМ-2», «БЭСМ-4» та «БЭСМ-6», що їх створено також під керівництвом С О. Лебедєва До перших універсальних ЦОМ в СРСР належать і машини «М-1» (1952), *«Стрела»* (1954) та «Урал-1» (1957) У 50 — на поч. 60-х років 20 ст. в Рад Союзі створено й інші ЦОМ загального призначення («М-2», «М-3» і *«Киев»*), серійні машини *«М-20»* і *«М-220»*, сімейства серійних машин *«Урал»*, *«Минск»* та *«Раздан»* (нові серійні модифікації їх продовжують випускати) тощо В цей самий період в СРСР було розгорнуто роботи по створенню й застосуванню цифрових *керуючих обчислювальних машин*, створено машини *«Днепр»*, «УМ1», *«УМ 1-НХ»*, *«ВНИИЭМ»*, *«Днепр-2»* та інші Пізніше було створено універсальніші в застосуванні агрегатно-блокові засоби обчислювальної техніки Їх створено у вигляді набору обчислювальних засобів, засобів зв'язку з об'єктом і оператором та засобів внутрішньо- й позасистемного зв'язку, що дає змогу легко компонувати різні системи керування пром призначення В 60-х рр створюють малі машини для інженерних розрахунків — *«Промінь»*, *«МИР»* і *«Наїрі»*. В них проста зовнішня мова, яку орієнтовано на розв'язування інженерних задач зі схемною реалізацією трансляції, вони зручні в спілкуванні (взаємодії) людини з машиною, а в машин сімейства «МИР», окрім того, є розвинена система структурної інтерпретації

ЦОМ удосконалюють загалом в напрямі збільшення їхньої надійності, продуктивності, обсягів пам'яті й зручності спілкування людини з машиною та мініатюризації елементів для перетворення й зберігання інформації

Продуктивність великих ЦОМ досягла в 60-х роках мільйонів операцій за секунду Обсяг *оперативного запам'ятовувального пристрою* збільшився до сотень тисяч слів, а зовнішнього ЗП — до мільярдів слів Машини обладнують усе досконалішими пристроями обміну інформацією з користувачами. Особливу роль відіграє застосування в ЦОМ *інтегральних схем* (див *Мікроелектронна елементна база обчислювальної техніки*), які, крім того, що поліпшують якість засобів О т , дають змогу дедалі ширше автоматизувати проектування й виробництво їх Вплив елементної бази на розвиток О т., особливо ЦОМ, був і є таким визначальним, що саме відповідно до типу застосовуваних елементів і прийнято розрізняти «покоління» ЦОМ (див. *Обчислювальна машина*)

Важливе значення для розвитку засобів О. т має поява ЦОМ, розрахованих на *багатопрограмну обробку інформації*, яка забезпечує роботу машини за кількома програмами одночасно й істотно збільшує її корисну віддачу Етапом розвитку ЦОМ у цьому самому напрямі є створення мультипроцесорних машин і систем (див *Обчислювальна система*) Вони розвиваються швидкими темпами.

Разом з удосконаленням структур ЦОМ розвивається й *математичне забезпечення ЦОМ*, зокрема, створюють ефективні системи програмування, основані на універсальних, проблемно-орієнтованих і спеціалізованих алгоритмічних мовах, та *операційні системи*, які ефективно організовують обчисл. процес загалом аж до взаємодії між користувачем і машиною Розвиток матем забезпечення, в свою чергу, впливає на принципи побудови машин, у структурах яких реалізують деякі компоненти матем забезпечення Завдяки цьому істотно підвищується ефективність роботи машини в цілому та полегшується взаємодія людини з машиною, й це набуває дуже важливого значення в умовах безпосередньої експлуатації ЦОМ користувачами різних спеціальностей, особливо в режимі діалога людини з машиною

З постійним удосконаленням засобів цифрової О т розширюється область застосування їх. В основному їх використовують для розв'язування матем , тех і логіч. задач, моделювання складних систем, обробки даних вимірювань (одержуваних при експерименті та при керуванні різними процесами), для обробки економіко-статистичних даних і для пошуку інформації. Засоби цифрової О т

використовують у наук. дослідженнях, в автомат. керуванні технол. процесами та виробн. загалом, у проектних і конструкторських роботах, у планово-економ. системах, в інформаційно-довідкових і навч. системах, у військовій справі тощо. Розвитком цифрової О. т. великою мірою визначається наук., економ. і воєнний потенціал країни. Ця роль О. т. і далі зростатиме. До цифрових обчисл. засобів відносять і *цифрові диференціальні аналізатори* й *цифрові інтегрувальні машини*. В них використовують цифрове подання інформації, але для реалізації обчислення використовують методи, характерні для засобів аналогової техніки. Їх розроблено в 60-х роках 20 ст. Ці засоби О. т. застосовують у деяких спец. системах, напр., в авіаційних бортових керуючих системах. У принципі їх можна віднести до *гібридних обчислювальних машин*.

Гібридні обчислювальні засоби з'явилися в 50-х роках 20 ст. Спочатку їх створювали, поєднуючи в одному обчисл. комплексі аналогову й цифрову обчисл. машини. Сучасним гібридним обчислювальним машинам властиві глибоке взаємне проникнення цифрових та аналогових схем і їхня робота в єдиному обчисл. процесі заради використання переваг і цифрової, і аналогової О. т. При цьому, як правило, аналогові засоби використовують для власне обчислень, а цифрові — для керування та переробки логіч. інформації.

У зв'язку з науково-тех. революцією та пов'язаним з нею дуже швидким зростанням потоків інформації виникає об'єктивна необхідність далі розвивати обчисл. засоби, збільшувати їхню продуктивність, пристосовувати їх до різних галузей науки і техніки, полегшувати взаємодію людини з ЕОМ і автоматизувати проектування самих машин. У ході розв'язування цих завдань з'явилася наука — о б ч и с л ю в а л ь н а т е х н і к а. Теорія обчислювальних засобів ще остаточно не сформувалася, вона розвивається по лінії теорій цифрових, аналогових і гібридних засобів. У кожній із цих теорій явно намітилося два напрями — н а у к о в и й п о ш у к нових принципів побудови та вдосконалення засобів О. т. і с т в о р е н н я методики проектування їх. Що ж до суті засобів О. т. як автомат. засобів переробки інформації фіз. способами, то їхня загальна теорія розглядає двоє таких питань — конструктивно-технічне та інформаційне. Перше з них основане на традиційних дисциплінах — електроніці, *автоматиці* тощо, друге базується на розділах теоретичної кібернетики — на *алгоритмів теорії*, *автоматів теорії*, теорії кодування й теорії мов, на *моделюванні математичному* тощо й набуває самостійного розвитку як прикладна галузь теор. кібернетики.

У зв'язку з великою питомою вагою ЦОМ в О. т., значенням їх як осн. засобів кібернетики (що реалізують універсальні перетворення інформації), логіко-структурною і тех. складністю цих засобів та завданнями їхнього розвитку теорія ЦОМ посідає особливе місце за обсягом матеріалу, що його охоплює теоретичне поняття «обчислювальна техніка». В США, Англії та ін. англомовних країнах це поняття позначають терміном «computer science» — «наука про ЦОМ».

Основоположними в галузі теорії ЦОМ в СРСР є роботи С. О. Лебедєва, В. М. Глушкова (н. 1923) та ін., з ранніх робіт зарубіжних учених — це роботи амер. учених Г. Ейкена, Дж. фон Неймана та ін. У теорії ЦОМ виділяють взаємопов'язані розділи — теорію переробки інформації в ЦОМ на всіх рівнях цього процесу (що належать до елементної структури, алгоритмічної структури, архітектури машини й системи машин), теорію зберігання інформації в обчисл. машинах і теорію *взаємодії людини з обчислювальною машиною*, яка включає в себе, зокрема, питання матем. забезпечення машин, що стосуються організації обчисл. процесу, програмування та постановки задач на машинах.

У всіх цих розділах, що їх у свою чергу поділяють на окремі наук. дисципліни, є обидва напрями — і пошук, і проектування. Залежно від завдань проектування його поділяють на системне, логічне проектування ЦОМ та технічне проектування ЦОМ. Ці види проектування відповідно означають визначення параметрів, логічної структури та конструкції проектованого пристрою будь-якого рангу (елемента, блока, функціонального пристрою або машини в цілому). Теорію проектування ЦОМ поділяють на розділи, що відповідають цим рангам.

В основу теорії аналогових обчисл. машин покладено поняття ізоморфізму (яке виникло при розвитку матем. уявлень про природу і має універсальний характер). Спираючись на нього, розвивалася теорія електронного матем. моделювання, яка є основою побудови сучас. засобів аналогової О. т. Головна проблема, що постає при створенні аналогових машин для розв'язування нових класів задач,— встановити відповідні аналогії, а це дуже важке завдання. Очевидно, що прогрес аналогової техніки буде пов'язаний зі створенням квазіаналогових і гібридних обчисл. машин. Основи теорії квазіаналогових обчисл. машин заклав укр. вчений-електротехнік Г. Є. Пухов (н. 1916). Квазіаналогова обчисл. машина для розв'язування заданої задачі — це аналогова обчислювальна машина, що розв'язує квазіаналоговим способом таку допоміжну задачу, розв'язок якої при виконанні умов еквівалентності з точністю до постійних множників повністю або частково збігається з розв'язком заданої задачі. Для виконання зазначених умов еквівалентності в квазіаналоговій обчисл. машині, крім квазіаналога, є ще спец. пристрій, що ним керує (див. *Квазіаналогове моделювання*).

З теорії гібридних обчислювальних машин, яка перебуває в стадії становлення, основоположні роботи в СРСР виконали Г. Є. Пухов, Б. Я. Коган та інші. Осн. її завдання — розробляти структуру гібридних обчисл. си-

стем, вибирати раціональне співвідношення між цифровою та аналоговою частинами, автоматизувати роботу гібридних систем, розробляти елементи і схеми матем. забезпечення гібридних систем.

Беручи до уваги велике наук., нар.-госп. та оборонне значення засобів О. т. в сучас. умовах, XXIII і XXIV з'їзди КПРС підкреслили необхідність всемірно розвивати О. т. в СРСР. У Директивах XXIV з'їзду КПРС по п'ятирічному плану розвитку нар. г-ва СРСР на 1971—75 роки передбачено збільшити випуск засобів О. т. в 2,4 раза, в т. ч. ЕОМ — у 2,6 раза, й освоїти серійне виробництво нового комплексу ЕОМ на базі інтегральних схем. Це завдання розв'язують насамперед великі наукові й виробничі орг-ції. Широко впроваджують у нар. г-во автоматизовані системи управління з використанням засобів О. т. Розгортаються *обчислювальних центрів мережі*, завдання яких — забезпечити ефективне практичне використання засобів О. т. для побудови матеріально-технічної бази комунізму.

Літ.: Матеріали XXIV з'їзду КПРС. К., 1971; Лебедев С. А., Мельников В. А. Общее описание БЭСМ и методика выполнения операций. М., 1959; Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Малиновский Б. Н. Цифровые управляющие машины и автоматизация производства. М., 1963 [бібліогр. с. 285—286]; Бруевич Н. Г., Доступов Б. Г. Основы теории счетно-решающих устройств. М., 1964; Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [бібліогр. с. 480]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Голубев-Новожилов Ю. С. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., 1967 [бібліогр. с. 402—415]; Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257].

Б. А. Борковський, Б. М. Малиновський, З. Л. Рабинович.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИЙ АЛГОРИ́ТМ — алгоритм точного або наближеного розв'язування задач прикладної математики. Одна з основних відмінностей О. а. полягає в інтерпретації початкових даних та результатів переробки їх. Початкові дані й результат будь-якого О. а. — скінченні множини скінченнорозрядних дійсних або комплексних чисел, що інтерпретуються як множини елементів *просторів абстрактних*, які апроксимують вихідні та шукані дані відповідних задач. О. а. розв'язування різних рівнянь математики звичайно складаються з О. а. апроксимації вихідних рівнянь наближеними і О. а. точного або наближеного розв'язання наближених рівнянь. Див. також *Замикання обчислювального алгоритму*.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИЙ ЦЕНТР — підприємство, основним призначенням якого є збирання, зберігання та автоматична переробка різного роду інформації за допомогою ЕОМ, або науково-дослідний заклад, який займається розробками й дослідженнями загального та спеціалізованого математичного забезпечення, вибором методів розв'язування різних класів задач, розробкою методик організації обчислювальних робіт, консультаціями та навчально-методологічною роботою, а також здійснює керівництво впровадженням досягнень *кібернетики* в практику тощо. Постійне збільшення обсягу перероблюваної інформації потребує постійного підвищення продуктивності обчисл. засобів. Найефективніший та найекономічніший спосіб використання *обчислювальної техніки* пов'язаний з організацією О. ц., де зосереджується кваліфікований обслуговуючий персонал, а коеф. корисного часу використання машин може бути дуже високим.

Сучасні О. ц. обладнують ЕОМ і *обчислювальними системами* (ОС) колективного користування (див. *Комплексування машин*). Центр. ланкою ОС є *операційні системи*. ОС характеризуються високим ступенем модульності, вони обладнані широким спектром зовн. пристроїв і мають можливість нарощувати свою потужність (можна нарощувати не лише кількість *процесорів*, а й різнотипні *канали зв'язку*, периферійне обладнання, пам'ять, програмне забезпечення тощо). Залежно від потреби О. ц. вибирає конкретну конфігурацію ОС, яка найбільше підходить для розв'язування заданого кола задач. Крім того, кожен О. ц., як і окремий абонент, якщо необхідно, може за допомогою розвинутих ліній зв'язку підмикатися через систему введення—виведення до інших О. ц. і будь-коли одержувати необхідні інформаційні та обчисл. потужності. В деяких країнах, у т. ч. в СРСР, розробляють проекти організації мережі О. ц., у якій здійснюватиметься зв'язок між осн. центрами обробки інформації та ЕОМ на різних рівнях (див. *Обчислювальних центрів мережі*). Різнотипні процесори, використовувані в О. ц., спеціалізовано за типами оброблюваної інформації, тому кожен абонент підмикають до відповідного процесора. Частина завдань споживачів розв'язується за допомогою периферійних процесорів, які, стосовно до ОС, розміщених у великих О. ц., розглядають як кінцеве обладнання (термінали) і які можуть перебувати в індивідуальному користуванні споживача. Термінали, територіально віддалені на багато кілометрів від ОС, з якими вони спряжені лініями зв'язку, в тих випадках, коли їхньої потужності не вистачає для розв'язування задач, можна підмикати до ОС і використовувати для передавання і приймання інформації.

Обчисл. засоби О. ц. широко використовують мультипрограмну й мультипроцесорну роботу. ОС працюють у різних режимах: а) застосовуючи *режим розподілу часу*; б) в *реальному масштабі часу*; в) з пакетною обробкою даних; г) обробляючи дані сеансами (ОС територіально віддаленому споживачеві надається за допомогою ліній зв'язку через певний час на визначений проміжок часу). Розподіл ресурсів ОС між окремими задачами здійснюється автоматично за допомогою спеціалізованих програмних засобів. Черговість оброб-

ки даних визначається операційними системами на основі використання системи динамічно змінюваних *пріоритетів* задач і системи переривань. Керування роботою ОС здійснюється так, що одночасно обробляється кілька незалежних одна від одної *програм*. Споживач повинен вказати лише необхідні строки розв'язання своєї задачі та форму, в якій він бажає одержати результат. Усі інші операції розв'язування задачі виконує О. ц., надаючи в разі необхідності можливість організувати діалог людини з машиною в реальному часі, а також виступати як центр мережі зв'язку для обміну інформацією між територіально віддаленими абонентами. Практично ОС центрів обробки інформації дають негайні відповіді на запитання користувачів незалежно від складності потрібних обчислень.

ОС колективного користування застосовують в О. ц. не тільки для централізованого інформаційного обслуговування споживачів, а й для здійснювання керування багатьма реальними об'єктами. Вони правлять за той фундамент, на якому функціонують автоматизовані системи управління та керування технологічними процесами чи експериментом на віддалі, працюють *інформаційно-довідкові системи* тощо. Т. ч. людина, незалежно від територіальної віддаленості від О. ц., має змогу негайно й безпосередньо користуватися обчисл. засобами, якнайкраще поєднуючи свої творчі здібності з обчисл. та інформаційними можливостями ОС. Ефективність роботи О. ц. великою мірою залежить від роду послуг, які надаються користувачам ЕОМ.

Сучасні О. ц. обладнано великою кількістю різних периферійних пристроїв ОС, і цим споживачеві надано змогу одержувати результат розв'язування задачі та задавати ОС інформацію про задачі в різних формах (див. іл. між с. 184—185). Для цього використовують, напр., *світлові олівці* й телеекрани, пристрої для просторового зображування об'єктів, автоматизовані бібліотеки програм і масивів даних на різних *носіях запису інформації*, *пристрої введення та виведення інформації ЦОМ*, а також пристрої розмножування буквено-цифрової та графічної інформації, засоби зв'язку людини й машини за допомогою голосу, голографічних і кольорових побудов тощо. В О. ц. абонент може, напр., передати телефоном замовлення, яке буде автоматично записано, а потім виконано, якщо буде дотримано певних умов: відкрити особисту бібліотеку даних, отримати різноманітні інформаційні відомості про можливості О. ц. тощо. Для підвищення ефективності роботи обслуговуючого персоналу О. ц., а також для обліку часу та якості роботи окремих його служб та пристроїв розробляють різноманітні стандарти й критерії оцінки ефективності, які широко використовують в автоматизованих системах управління О. ц. В організаційному плані структура О. ц. залежить від його обчисл. та інформаційних потужностей, а також від задач, які стоять перед ним. Як мовні засоби зв'язку людини з ОС, ведення діалога з нею тощо використовують різні рівні *алгоритмічних мов*, які наближаються до звичайних мовних засобів, застосовуваних спеціалістами різних галузей.

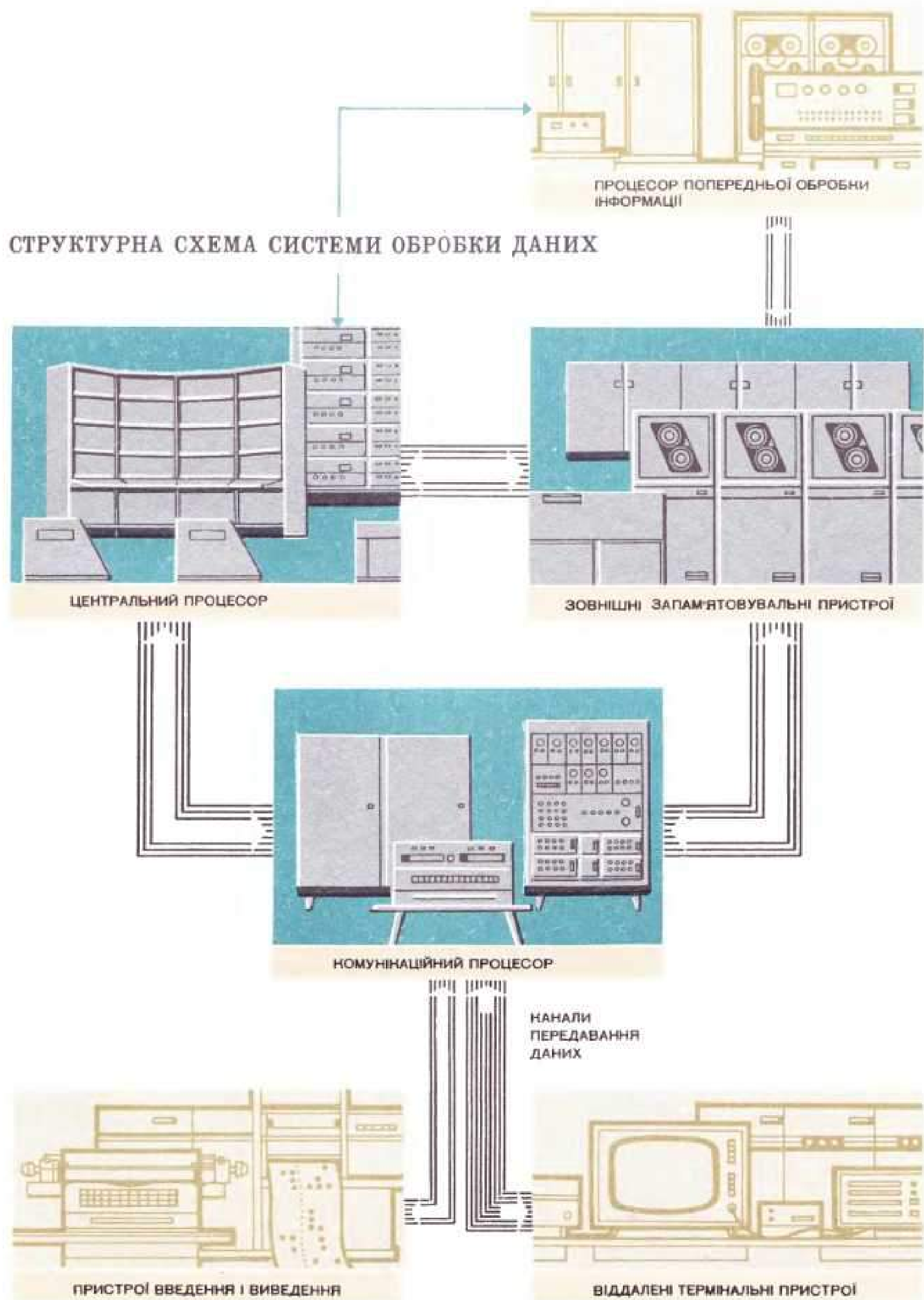
Завдяки розвиненості принципу модульності нарощування потужності ОС (пам'яті, каналів зв'язку, процесорів, матем. забезпечення тощо) залежно від потреб О. ц. можуть виконувати різний обсяг робіт, одночасно обслуговуючи сотні й тисячі терміналів. Фінансові та ін. розрахунки з споживачами О. ц. здійснюють автоматично. Є можливість усі необхідні дані про задачі, споживачів, стан розрахунків споживачів між собою та іншу інформацію зберігати в пам'яті ОС у динаміці й обробляти її автоматично. В багатьох випадках ОС самостійно, без втручання людини видають потрібну інформацію для керування роботою О. ц. і вживають заходів для підвищення ефективності функціонування його служб. Надійність роботи ОС гарантується використанням багатьох програмних і апаратурних засобів, призначених автоматично контролювати правильність функціонування окремих її блоків та елементів і замінювати новими пристрої, що вийшли з ладу.

Літ. див. до ст. *Обчислювальних робіт методи організації.* *І. В. Сергієнко.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИЙ ЦЕНТР АКАДЕ́МІЇ НАУ́К ВІРМЕ́НСЬКОЇ РСР ТА ЄРЕВА́НСЬКОГО ДЕРЖА́ВНОГО УНІВЕРСИТЕ́ТУ — науково-дослідна установа в Єревані. Створено його при АН Вірменської РСР 1957 (з 1963 — об'єднаний ОЦ АН Вірменської РСР і Єреванського ун-ту). Має лабораторії і відділи, що займаються теорією алгоритмів і матем. логікою, теорією інформації та кодуванням, застосуванням матем. методів у медико-біологічних та економ. дослідженнях, теорією графів, теорією програмування й автоматизацією перекладу наук.-тех. текстів. Видає збірник праць «Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники». *А. В. Петросян.*

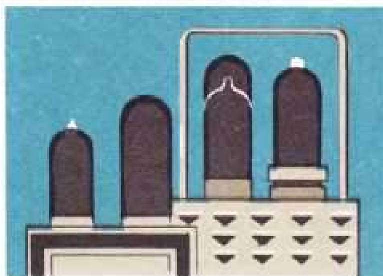
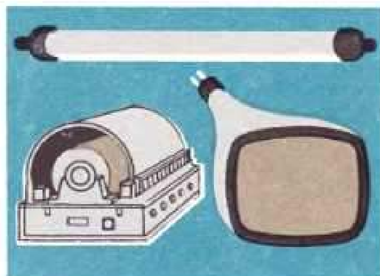
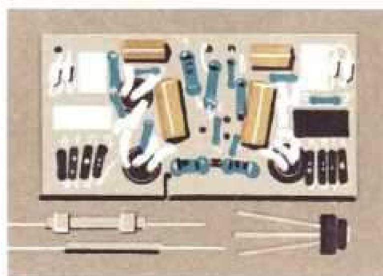
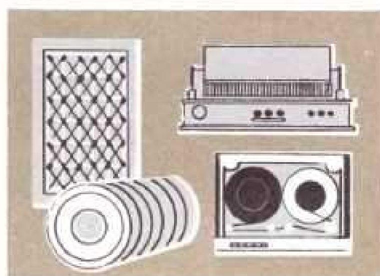
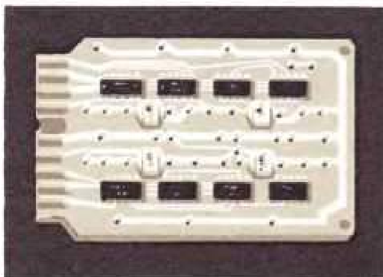
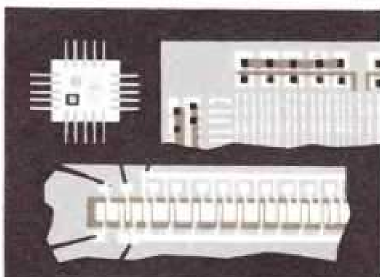
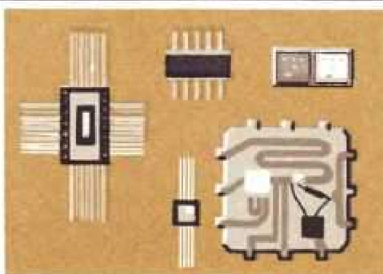
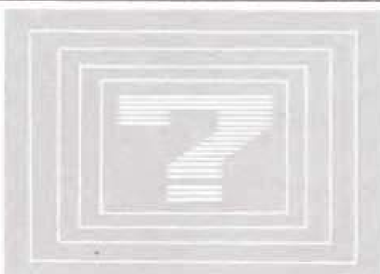
ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИЙ ЦЕНТР АКАДЕ́МІЇ НАУ́К ГРУЗИ́НСЬКОЇ РСР — науково-дослідна установа в Тбілісі. Організовано його 1955. Осн. напрями досліджень: теорія наближень, функціональні рівняння, прикладна математика, програмування, обчисл. роботи, табулювання, кібернетика, матем. економіка, засоби обчисл. техніки, цифрові машини і наук.-тех. інформація. При ОЦ є аспірантура. Видаються «Труды Вычислительного центра». *Д. О. Квеселава.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИЙ ЦЕНТР АКАДЕ́МІЇ НАУ́К СРСР — один з основних у країні наукових центрів по розробці обчислювальних методів і математичного забезпечення електронних обчислювальних машин (ЕОМ). Створено його 1955 в складі Відділення математики АН СРСР у Москві. В Обчисл. центрі АН СРСР розробляють чисельні методи розв'язування задач аеро- й гідродинаміки,



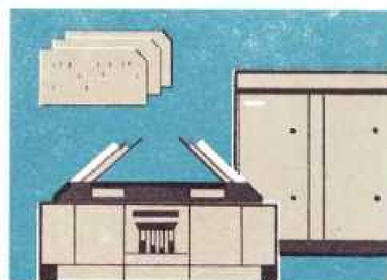
До ст. Обробки даних система.

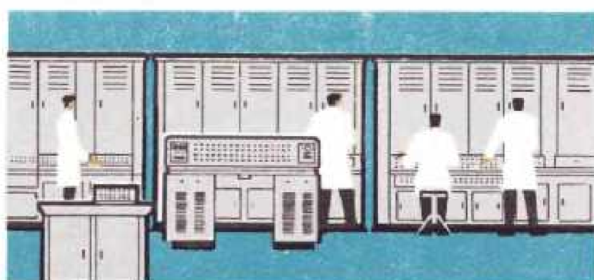
РОЗВИТОК ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

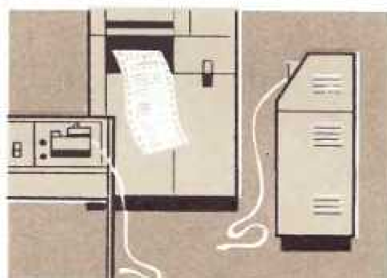
	ЕЛЕМЕНТНО-КОНСТРУКТИВНА БАЗА	ЗАСОБИ ЗБЕРІГАННЯ ІНФОРМАЦІЇ
ПЕРШЕ ПОКОЛІННЯ		
ДРУГЕ ПОКОЛІННЯ		
ТРЕТЄ ПОКОЛІННЯ		
ЧЕТВЕРТЕ ПОКОЛІННЯ		

ПРИСТРОЇ ВВЕДЕННЯ І ВИВЕДЕННЯ

ЗОВНІШНІЙ ВИГЛЯД ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МАШИН І СИСТЕМ



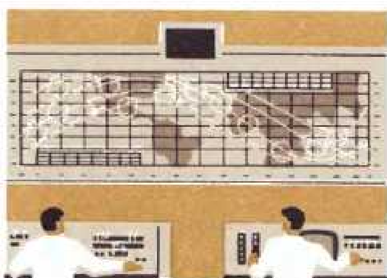


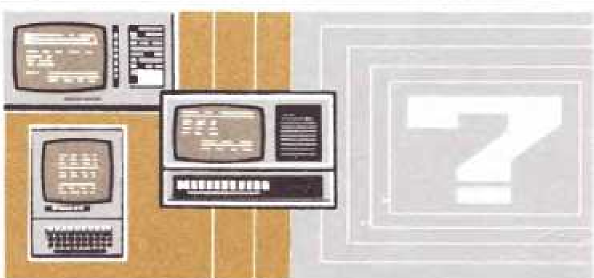




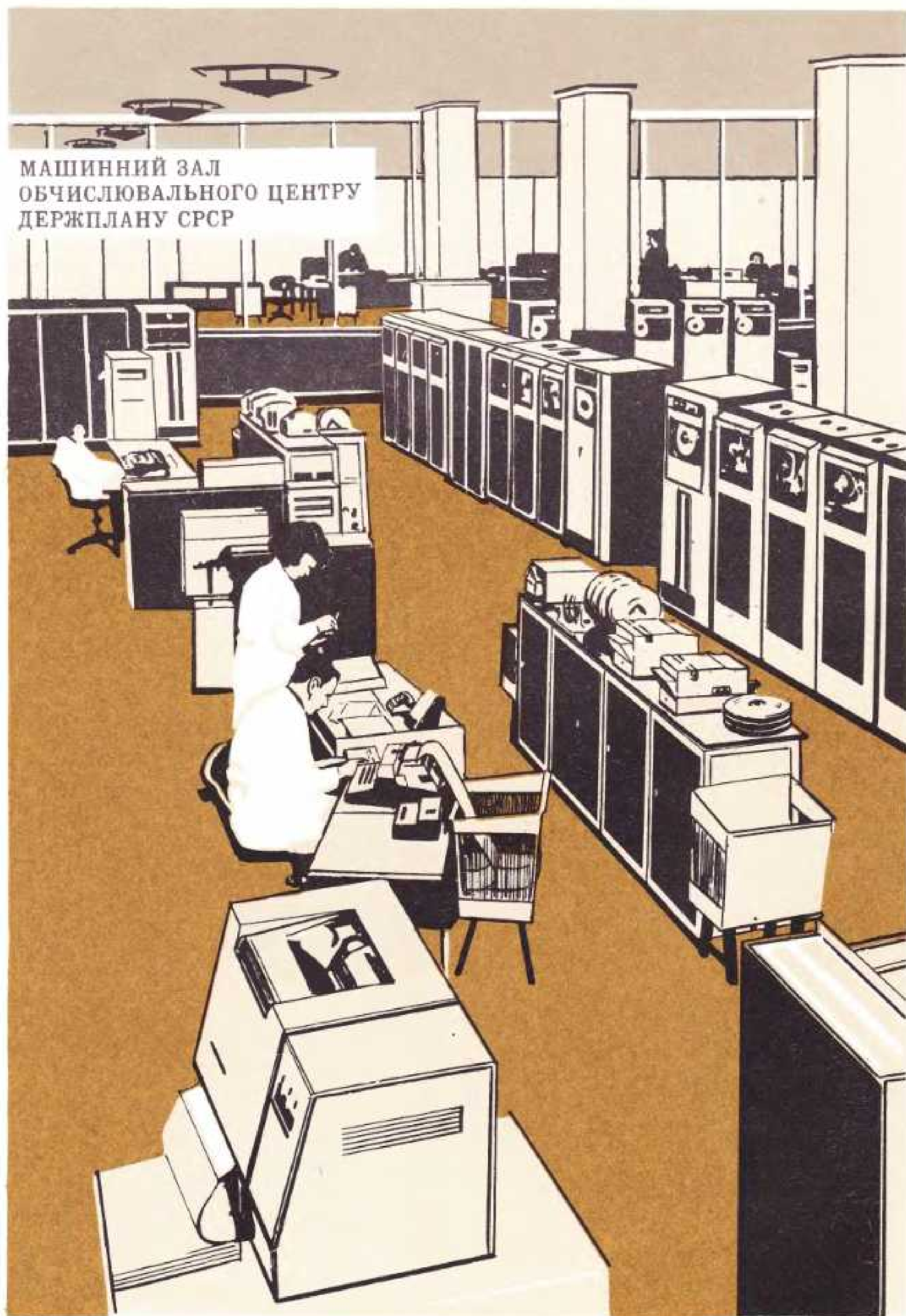








До ст. Обчислювальна техніка.



До ст. Обчислювальний центр.

оптимального керування, розробляють теорію великих систем, займаються дослідженням операцій, матем. забезпеченням ЕОМ, алгоритмічними мовами й мовами для описування обчислювальних машин і систем, а також питаннями тех. кібернетики. При ОЦ є вчена рада по присудженню ступенів канд. та докторів наук і аспірантура. ОЦ оснащено машинами «БЭСМ-6», «БЭСМ-4», «БЭСМ-3» і «МИР-2». Видаються «Журнал вычислительной математики и математической физики», випуски праць ОЦ й збірники «Алгоритмы и алгоритмические языки».

Літ.: Основные направления научной деятельности Вычислительного центра. «Вестник АН СССР», 1968, № 5. *П. П. Корявов.*

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЦЕНТР СИБІРСЬКОГО ВІДДІЛЕННЯ АКАДЕМІЇ НАУК СРСР — науково-дослідна установа в Новосибірську. Створено його 1964. Основний наук. профіль — прикладна математика та програмування. В ОЦ є сектор електронних обчисл. машин (ЕОМ) і теоретичні відділи: програмування, динамічної метеорології, перенесення випромінювання, геофізики, механіки суцільного середовища, керування, завдань фізики й хімії. В ОЦ розробляють мови програмування і транслятори з них для різних ЕОМ, матем. моделі фіз. процесів і хім. реакцій, чисельні методи прогнозів погоди, методи розв'язування рівнянь перенесення, задач гідродинаміки й газової динаміки, досліджують проблеми: автоматизовані системи управління виробн., умовно-коректні задачі матем. фізики тощо. При ОЦ є аспірантура. *Г. Р. Контарев.*

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ХАРАКТЕРИСТИКИ виражають властивості *обчислювальних алгоритмів* (о. а.). Деякі з цих властивостей не залежать від особливостей обчисл. машин (ОМ), на яких роблять обчислювання. До таких характеристик належать: похибка о. а. (див. *Похибок обчислювань теорія*), збіжність, *замикання обчислювального алгоритму*, його складність, довжина о. а.— загальна кількість букв тієї мови, якою записано о. а., структурний (характеристичний) вектор $H(h_1, h_2, \ldots, h_r)$, де h_i — кількість операцій o_i о. а. з повного набору операцій $O(o_1, o_2, \ldots, o_r)$ у цій мові, і багато інших характеристик (див. *Алгоритмів теорія*). Розгляньмо докладніше О. а. х., залежні від особливостей ОМ, зокрема ті, які з'явились у практиці чисел. розв'язування задач прикладної математики. Такі о. а. ототожнюватимемо з *програмою* на ОМ.

Нехай о. а. $A(X)$ призначено для розв'язування задач $P(Y)$ на ОМ $C(Z)$. Тут X, Y і Z — скінченні множини (вектори) параметрів, від яких істотно залежать відповідно A, P і C. Серед компонент X можуть бути числа ітерацій, ступені апроксимацій, порядки здійснювання послідовності операцій тощо. До числа компонент Y можуть входити дані про апріорні властивості розв'язків розглядуваних задач, напр., константи, які обмежують абс. значення ряду похідних від шуканих ф-цій, дані про точність задавання первісних величин тощо. Вектор Z може містити кількість розрядів комірок пам'яті ОМ, загальну кількість комірок пам'яті, середній час беззбійної роботи, час виконання й ін. параметри для всіх операцій ОМ. Важливе значення на практиці мають такі характеристики о. а. задач і ОМ: $T(X, Y, Z)$ — загальний час, необхідний для реалізації о. а. A при розв'язуванні задачі P на ОМ C; $M(X, Y, Z)$ — необхідна пам'ять ОМ; $E(X, Y, Z)$ — повна абс. *похибка* розв'язування задачі P на ОМ C о. а. A; $\text{fef}(X, Y, Z)$ — коеф. техніко-економічної ефективності. Дамо пояснення введених характеристик. Загальний час T — відрізок часу від постановки задачі $P(Y)$ до її розв'язання о. а. $A(X)$ на ОМ $C(Z)$. Можна взяти $T = T_1 + T_2 + T_3$, де T_1 — час розробляння або вибирання о. а. A й ОМ C, T_2 — час програмування й трансляції о. а. A й T_3 — час реалізації о. а. A на ОМ C. При відомому наборі операцій $O(o_1, o_2, \ldots, o_r)$ ОМ C і значенні вектора $T(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_r)$, в якому τ_i — час виконування операції o_i на ОМ C, шуканий час $T_3 = \sum_{i=1}^{r} h_i\tau_i$, де h_i — кількість операцій o_i при реалізації о. а. A на ОМ C. На практиці при оцінці T_3 нерідко враховують лише основні за кількістю й часом виконання операції ОМ; при цьому враховувані операції зводять до однієї стандартної операції (звичайно операції додавання) або середньої за часом (для арифм. операцій). При реалізації о. а. на машині частину пам'яті ОМ займуть первісні дані Y й результати розв'язування задачі. Якщо ця частина пам'яті не змінюється зі зміною о. а., то для порівнювання о. а. її можна не включати в M. Звичайно необхідна пам'ять — це мінім. кількість комірок ОМ для записування о. а. в машині плюс мінім. кількість робочих комірок для зберігання проміжних даних, які виникають у процесі реалізації о. а. на ОМ. Пам'ять M буде а б с о л ю т н о ю, якщо в неї включено необхідну пам'ять для всіх *підпрограм*, які містяться в ОМ і які використовують при реалізації о. а.; пам'ять M буде у м о в н о ю, якщо вона складається лише з пам'яті, необхідної, щоб записувати власне о. а.

Нехай розв'язком задачі P є елемент R *простору абстрактного* Ω з метрикою ρ й нехай скінченновимірний вектор $\bar{R}$ є результатом реалізації о. а. A на ОМ C при розв'язуванні задачі P. Позначимо через φ інтерпретатор $R : \varphi\bar{R} \in \Omega$. Тоді $E = \rho(R, \varphi\bar{R}) \leqslant \rho(R, R_1) + \rho(R_1, \varphi\bar{R}_1) + \rho(\varphi\bar{R}_1, \varphi\bar{R})$, де R_1 — розв'язок тієї самої або регуляризованої задачі з набл. вхідними даними, $\bar{R}_1$ — результат застосування о. а. A до розв'язування цієї задачі. Перший доданок в оцінці E означає похибку за рахунок неточності первісних даних, другий — похибку о. а., а третій — похибку внаслідок реалізації о. а. на ОМ.

Однією з інтерпретацій показника fef є прибуток $G(X, Y, Z)$ на одиницю затрат $W(X, Y, Z)$ від розв'язку задачі P на ОМ C о. а. A. В свою чергу $W = c_1T_1 + c_2T_2 + c_3T_3$, де c_i — вартість одиниці часу T_i, а $G = S(X, Y, Z) - W$, де S — прибуток від розв'язання задачі P на ОМ C за допомогою о. а. А.

Отже,

$$\text{fef} = \frac{S - c_1T_1 - c_2T_2 - c_3T_3}{c_1T_1 + c_2T_2 + c_3T_3}.$$

Прибуток S залежить від похибки розв'язання задачі. Однією з найпростіших *моделей математичних* може бути ф-ла $S = \dfrac{c_4}{E + c_5^2}$, де c_i — дійсні константи.

Припустимо, що ОМ C (Z) фіксована. Тоді T, M, E й fef залежать лише від X і Y. Зручно вважати Y *випадковою величиною* й говорити про різні ймовірності характеристики величин T, M, E і — fef, які теж будуть характеристиками о. а. A й залежатимуть лише від X. Позначимо через $H(X, Y, Z)$ будь-яку з характеристик T, M, E й fef і через $p(Y)$, $p(H)$ — щільності розподілу відповідно Y і H. Важливими характеристиками о. а. $A(x)$ є *математичні сподівання* $M_H(X)$ й дисперсії $D_H(X)$

$$M_H(X) = \int_D Hp(Y)\,dY = \int_{-\infty}^{\infty} Hp(H)\,dH,$$

$$D_H(X) = \int_D (H - M_H)^2\, p(Y)\,dY =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (H - M_H)^2\, p(H)\,dH,$$

де D — область можливих значень Y. Нерідко на практиці застосовують т. з. мажорантну характеристику о. а. $A(X): H^*(X) = \max\limits_{p(Y)>} H$. Показник — fef і його ймовірнісні характеристики M_{fef}, D_{fef} і — fef* є прикладами цільових функціоналів $a(T, M, E)$, мінімізація яких по X з урахуванням необхідних обмежень на T, M й E дає в ідеальних умовах оптимізацію о. а. Насправді замість T, M, E й a матимемо лише деякі оцінки їх $\tilde{T}$, $\tilde{M}$, $\tilde{E}$ і $\tilde{a}$, й порівнювати о. а. відповідно до теорії статистичних розв'язків можна буде лише на основі значень якоїсь ф-ції риску $r(X) = M\,|e(\tilde{a}, a, a_*)|$, де $e(\tilde{a}, a, a_*)$ — т. з. ф-ція втрат, $a_* = \min\limits_X a(T, M, E)$ з урахуванням усіх необхідних обмежень. Для будь-яких двох о. а. $A(X_1)$ і $A(X_2)$ писатимемо $A(X_1) < A(X_2)$, якщо вони задовольняють потрібні обмеження й $r(X_1) < r(X_2)$. Оптимальним о. а. на заданій множині о. а. $\mathfrak{N}$ буде о. а. $A_* = A(X_*)$, для якого $r(X_*) = \inf\limits_{A(X)\in\mathfrak{N}} r(x)$ з урахуванням усіх необхідних обмежень. Прикладами ф-ції риску можуть бути задана ф-ція дисперсії й матем. сподівання від похибки $e(\tilde{a}, a, a_*) = \tilde{a} - a_*$, сама дисперсія $De(\tilde{a}, a, a_*)$ або її оцінка, ймовірність $p(e \leqslant \varphi(Y))$, де $\varphi(Y)$ — задана ф-ція, тощо. Вказані приклади й визначення $r(X)$ мають формальний характер, оскільки насправді ф-ція риску повинна бути ефективною для використання і враховувати втрати від заміни якогось ідеального критерію його оцінкою, напр., від заміни матем. сподівання його оцінкою у визначенні $r(X)$. Досить загальні способи побудови ефективної ф-ції риску дає *ігор теорія*.

Наведені О. а. х., звичайно, не є єдиноможливими. В матем. літературі трапляються аналогічні T, M, fef, a і r характеристики на множині алгоритмів, які розв'язують дану задачу з точністю ε. Замість характеристики M можна розглядати $\lg_2 M$, який природно назвати ентропією о. а. Можна розглядати будь-які інші ф-ції від уведених характеристик, взаємно однозначно пов'язані з ними, якщо ці ф-ції піддаються простішим оцінкам на практиці. Можна твердити, що досвід розв'язування різних задач на ЦОМ приведе до необхідності вивчати все нові властивості о. а., вичерпною характеристикою яких є лише самі о. а.

Літ.: Глушков В. М. Введение в кибернетику. К., 1964 [бібліогр. с. 319—322]; Лебедев В. И. Об итерационном *KP*-методе. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1967, т. 7, № 6; Иванов В. В. Статистическое моделирование характеристик вычислительных алгоритмов. В кн.: Статистическое моделирование и аппаратура. М., 1970.

В. В. Іванов.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МАШИН І СИСТЕМ КОМПЛЕКСИ — див. *Комплексування машин.*

ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ РОБІТ МЕТОДИ ОРГАНІЗАЦІЇ — методи організації обчислень на *електронних обчислювальних машинах* в *обчислювальних центрах* (ОЦ), які включають організацію систем математичного забезпечення та взаємозв'язки споживачів машинного часу з засобами *обчислювальної техніки*, проблеми ефективного використання наявних ресурсів *обчислювальних систем* (ОС), задачі побудови критеріїв оптимальності організації різних етапів обчислювального процесу. За допомогою О. р. м. о. на ОС розв'язують велике коло питань. О. р. м. о. дають змогу здійснювати цілковитий контроль за проходженням кожної задачі в обчисл. процесі, вибір конфігурації ОС та системи її матем. забезпечення, допомагають оптимально планувати використання обладнання ОС та її *процесорів*, організувати взаємодію оператора й системи, вести й обробляти *масиви* даних, оформляти бібліотеки програм. Крім того, О. р. м. о. дають змогу організувати захист певних видів інформації, що зберігається в пам'яті системи, від можливого використання сторонніми

абонентами, за допомогою спец. програм видавати на телевізійні екрани та інші вивідні пристрої ОС інформацію про чергу задач, які чекають на обслуговування, про стан системи, включаючи показ масивів даних про події в системі за задані проміжки часу (година, доба тощо) і т. ін. За допомогою О. р. м. о. здійснюється прогнозування стану ОС, підключання нових абонентів до системи, ведеться автомат. контроль і облік використання потужностей ОС (у т. ч. фінансові розрахунки зі споживачами машинного часу) тощо.

Вибираючи О. р. м. о., необхідно обгрунтувати доцільність індивідуального чи колективного способів користування ЕОМ. ЕОМ індивідуального користування (як правило, середньої потужності) за певних умов (коли, напр., її потужності не вистачає) може перетворюватися на процесор периферійного обладнання якоїсь іншої, потужнішої машини колективного користування. Периферійні процесори повинні мати розвинені логіч. можливості, які дають їм змогу легко зв'язуватися з центральною ЕОМ, а також такими обчисл. потужностями, за допомогою яких можна виконати більшість завдань користувача. На виборі О. р. м. о. позначається й спосіб взаємозв'язку людини з машиною в процесі роботи. Розрізняють два режими роботи користувача з ЕОМ: пакетну обробку даних і *діалога режим*. Перший спосіб передбачає незалежність роботи ЕОМ від споживача весь час, поки виконується завдання (пакет); другий, навпаки,— сумісну роботу машини й споживача. Проблема вибору способу використання ЕОМ та режиму роботи з нею споживача є однією з центральних при розробці О. р. м. о. Істотне значення при її розв'язуванні мають питання вартості провадження обчислень (вартість зв'язку периферійного процесора з центр. машиною, вартість периферійного обладнання тощо) при тому чи іншому методі організації обчислювань.

Колективний спосіб використання ЕОМ, як правило, передбачає її роботу в *режимі розподілу часу*. ОС колективного користування являють собою єдність таких компонент: 1) комплексованих ЕОМ, які сполучають з лініями зв'язку; 2) ліній зв'язку (включаючи апаратуру передавання даних); 3) кінцевої частини обладнання для введення й виведення інформації. Робота таких ОС базується на використанні великого обсягу матем. забезпечення. Центр. ланкою *математичного забезпечення ЦОМ* та ОС колективного користування є складні *операційні системи*, які дають змогу організувати оптим. використання осн. пристроїв ЕОМ чи ОС, контролювати правильність їхньої роботи, провадити *діагностику несправностей ЦОМ* окремих компонент системи тощо. Створення операційних систем є одним з центр. завдань розробки О. р. м. о. Практика використання їх для ОС, які працюють у режимі розподілу часу, показала, що вони можуть істотно підвищити ефективність обчисл. техніки. Вдосконалення операційних систем пов'язане з необхідністю провадити трудомісткі й складні дослідні роботи. На практиці часто використовують різні методи моделювання, зокрема, методи, що грунтуються на застосуванні методів *масового обслуговування теорії*.

В обчисл. процесі можна виділити такі самостійні етапи, як підготовка даних, програмування, наладжування програм і лічба. Щоб провадити роботи на кожному з цих етапів, розробляють специфічні методи. Природно, що кожен з перелічених етапів впливає на ефективність проведення обчисл. робіт в ОЦ. Якою мірою це впливає на вибір О. р. м. о., точно визначити неможливо. У зв'язку з цим побудова автоматизованих систем збирання й обробки статистичних даних про параметри обчисл. процесу є актуальною проблемою при розробленні О. р. м. о., розв'язання якої дає змогу об'єктивно обирати оптим. методи й форми організації. Розробка О. р. м. о. у великих ОЦ привела до необхідності створювати моделі функціонування обчисл. процесів, автоматизованих систем керування ОЦ тощо. До таких систем керування слід віднести різні *інформаційно-довідкові системи*, плануючі системи та інші засоби матем. забезпечення, які дозволяють планувати машинний час, здійснювати автоматизований облік використання окремих його служб, формалізувати процес госп. розрахунку ОЦ з замовниками, нагромаджувати інформацію про функціонування окремих елементів обчисл. процесу й обробляти її. Складним завданням є розробка О. р. м. о. при розв'язуванні проблем ефективного використання ресурсів ОС. Прикладом таких проблем може бути проблема побудови великих систем ієрархічної пам'яті (банків даних), а також методів швидкого звертання до неї, яка виникає при організації систем загальнодержавного масштабу. Одним з осн. завдань, що виникають при користуванні такою пам'яттю, є розробка оптим. стратегії звертання машин до цієї пам'яті та створення операційних систем, які дозволяють організувати обслуговування ієрархічною пам'яттю багатьох процесорів за мінім. час. Природно, що банки даних повинні мати свій керуючий процесор, а кожен процесор у швидкодіючих системах повинен мати надоперативну пам'ять. Розробка ефективних О. р. м. о. часто пов'язана з необхідністю розв'язувати складні багатоваріантні задачі. Багатоваріантними є, напр., задачі оптим. розміщення різних елементів матем. забезпечення ОС у різних видах її пам'яті, вибір найкращих способів використання пристроїв обчисл. машин залежно від того, як змінюються параметри, які їх характеризують (напр., від надійності цих пристроїв), розробки оптим. методів обслуговування користувачів ОС при заданому варіанті тех., матем. і кадрового забезпечення обчисл. процесів тощо. Формальна постановка всіх цих задач при різних виборах у кожному конкретному випадку критеріїв оптимальності показує, що існує велика (а часто й нескінченна) кількість варіантів розв'язуван-

ня їх. Частину цих задач розв'язують за допомогою операційних систем, а частину — будуючи інші види матем. забезпечення, що їх використовують в обчисл. процесі.

Літ.: Глушков В. М. Два універсальні критерії ефективності обчислювальних машин. «Доповіді АН УРСР», 1960, № 4; Сергиенко И. В. К вопросу о построении математического обеспечения вычислительного процесса на ЭВМ. «Кибернетика», 1970, № 2. *І. В. Сергієнко.*

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНИХ ЦЕ́НТРІВ МЕРЕ́ЖІ — сукупності зв'язаних лініями передачі інформації обчислювальних центрів (ОЦ) різної потужності й різного призначення, в яких забезпечено високу ефективність використання обчислювальних засобів. Необхідність створити О. ц. м. зумовило те, що крім великих ОЦ, оснащених потужними багатомашинними системами, потрібні й ОЦ малої та середньої потужності — для обслуговування окремих, насамперед замкнених за виробничим циклом підприємств, а також наук. і проектних ін-тів, навчальних закладів та ін. Однак не завжди зручно й вигідно мати такі порівняно невеликі ОЦ. Роз'єднаність їх неминуче породжує неузгодженість і паралелізм у різних роботах, розпорошення наукових та інженерних кадрів і малоефективне й неправильне використання обчисл. машин (ОМ). Часто наявні ОМ використовують для розв'язування задач, до яких їх зовсім не пристосовано (напр., пробують розв'язувати великі задачі на малих ОМ або задачі обробки даних — на ОМ з невеликою ємністю запам'ятовувальних пристроїв). Цим і пояснюється необхідність створювати широко розгалужені О. ц. м., у яких можна здійснювати централізоване керування всіма ОЦ під час проведення робіт, пов'язаних із впровадженням у нар. г-во матем. методів і засобів *обчислювальної техніки*, зі створенням бібліотек алгоритмів і стандартних програм та ін. Кожен з ОЦ, які входять до О. ц. м., можна підмикати через систему зв'язку до іншого ОЦ й одержувати потрібну допомогу для розв'язування своїх задач: необхідні *алгоритми* і *програми* або обчисл. потужності, яких йому не вистачає для своєчасного розв'язування задач. Крім того, О. ц. м. дадуть можливість обробляти інформацію для будь-яких підприємств та організацій, які не мають обчисл. устаткування, обмінюватися досвідом між окремими ланками мережі та ін. Таким чином, О. ц. м. — якісно нова, найдосконаліша в організаційно-структурному плані форма використання обчисл. техніки.

О. ц. м. можуть бути універсальними і спеціалізованими. Універсальні О. ц. м. призначено для розв'язування задач найширшого кола; такою є, напр., мережа, створена фірмою «Форд мотор компані» (США). Центр. ядром її є комплекс ОМ, призначений для розв'язування наук., інж. та екон. задач, задач керування, навчання та ін. Використовуючи звичайну телефонну мережу, цей комплекс обслуговує понад 150 абонентів — ОМ, обчисл. систем і терміналів (віддалених пультів користувачів) — і в США, і за кордоном. Обчисл. потужностями комплексу можуть користуватися не тільки працівники самої фірми, а й учені та інженери інших організацій (за умови, що їхні роботи узгоджуються з інтересами фірми). Спеціалізовані О. ц. м. використовують для розв'язування особливо важливих специфічних задач. У США, напр., таку мережу ОЦ побудовано для керування польотами космічних кораблів з людиною на борту. До цієї О. ц. м. входять: 1) ОЦ в Годдарському центрі космічних польотів, оснащений системою з трьох машин «IBM-7094»; 2) ОЦ в центрі керування на мисі Кеннеді (Канаверал), оснащений спеціалізованою ОМ та машиною «IBM-7090», і 3) ОЦ в центрі керування на Бермудських о-вах, оснащений машиною «IBM-709». Спеціалізовані О. ц. м. можуть бути й частиною універсальної мережі.

Будівництво універсальних галузевих О. ц. м. і спеціалізованих мереж і подальше об'єднування їх є одним з раціональних шляхів створення єдиної державної мережі ОЦ (ЄДМОЦ). Така система дає можливість оптимально завантажувати засоби обчисл. техніки, які перебувають в експлуатації, забезпечувати резервування необхідних потужностей, підвищувати економ. ефективність роботи устаткування, планомірно розподіляти обчисл. засоби та ін. ЄДМОЦ — це найвища організаційна форма використання ОМ. Роботи над створенням ЄДМОЦ проводяться і в СРСР, і за кордоном. Так, наприклад, в Англії будують О. ц. м., основану на об'єднанні великих регіональних ОЦ, кожний з яких обслуговуватиме споживачів свого району.

Досконалішою є така організація О. ц. м., коли об'єднувані ОЦ і окремі ОМ утворюють ієрархічну структуру. Тут виділяють такі осн. організаційно-структурні форми: кущові й периферійні ОЦ., обчисл. пункти (ОП) та віддалені пульти користувачів (ВПК) (іл. між с. 376—377).

Кущові ОЦ призначено для обслуговування великих районів або великих наук. і наук.-виробничих об'єднань (напр., республіканських академій наук); як правило, їх оснащують потужними різнотипними ОМ, які працюють автономно, або об'єднаними в комплекс (див. *Комплексування машин*). Розвинуте матем. оснащення, до якого входить багато *трансляторів* та інтерпретаторів з *алгоритмічних мов* різних рівнів, великі бібліотеки осн. і типових програм та гнучкі *операційні системи* повинні забезпечити потенціальну можливість рівноефективного розв'язування будь-яких задач, програми яких надходять до кущових ОЦ. Істотна відмінність лишається тільки між задачами, які розв'язують за готовими програмами, і задачами, для розв'язування яких потрібен діалог між людиною і ОМ — розробка або вибір алгоритму, відладка програм, задачі навчання та ін. (див. *Діалога режим*). Відповідно до цих двох груп задач треба, щоб на машинах кущових ОЦ було реа-

лізовано режим пакетної обробки й *режим розподілу часу*. Лінії зв'язку, що з'єднують між собою окремі кущові ОЦ, дають можливість оперативно перерозподіляти задачі в разі перевантаження одного з них. При цьому треба, щоб кожний кущовий ОЦ мав власну систему диспетчеризації, яка здійснює розподіл та відносне завантаження устаткування вхідним потоком задач, керує первинною і осн. обробкою вихідних даних і програм, які надходять від зовнішніх джерел інформації (ОП і ВПК), та обміном інформацією з периферійними ОЦ, ОП і ВПК.

Периферійні ОЦ призначено для обслуговування великих організацій з певним колом розв'язуваних задач, і це зумовлює функціональну спеціалізацію обчисл. засобів, якими ці ОЦ оснащують,— однорідних обчисл. систем і великих ОМ. А ті задачі, які неефективно розв'язувати наявними обчисл. засобами, передають до кущових ОЦ. Так само роблять і тоді, коли потужність периферійних ОЦ недостатня для того, щоб справитися з розв'язуванням усіх задач до потрібного строку. Залежно від змісту розв'язуваних задач та від потреб організацій, у периферійних ОЦ можна реалізувати або тільки режим пакетної обробки, або заразом з ним і режим розподілу часу. В останньому випадку периферійний ОЦ може обслуговувати кілька близько розміщених ОП і ВПК.

Обчислювальні пункти призначено для розв'язування задач у проектних, конструкторських і науково-дослідних ін-тах. Їх можна організовувати і в деяких відділах установ, де є периферійний ОЦ або навіть кущовий ОЦ. Оснащують їх малими ОМ (напр., класу «МИР») і зв'язують лініями передачі інформації з найближчими периферійними ОЦ або кущовими ОЦ. Усі задачі розв'язуються в ОП в однопрограмному режимі. Оскільки обчисл. потужність машин ОП невелика, на них розв'язують невеликі за обсягом задачі; для великих задач роблять лише первинну обробку інформації, а розв'язують їх у кущовому ОЦ (або в периферійному ОЦ). ВПК використовують у невеликих організаціях, які не мають можливості придбати обчислювальні машини. Крім того, як і ОП, їх можна встановлювати і в деяких відділах більших орг-цій. Власної обчисл. потужності ВПК не мають, через те всі без винятку задачі доводиться передавати для розв'язування до найближчого периферійного або кущового ОЦ. Певний тип ВПК й набір зовнішнього устаткування, яким їх комплектують вибирають відповідно до конкретних умов, зокрема, характеристик і типу розв'язуваних за їхньою допомогою задач.

Одночасно з розробкою О. ц. м. треба створювати й систему математичного забезпечення їх (див. *Математичне забезпечення ЦОМ*). Особливу увагу слід приділяти виборові вхідних мов, набір яких повинен бути єдиним насамперед для всіх кущових ОЦ. Вхідні мови для нижчих ланок О. ц. м. (периферійних ОЦ, ОП і ВПК) з відповідними трансляторами або інтерпретаторами вибирають уже з загального набору вхідних мов кущових обчислювальних центрів залежно від характеристик розв'язуваних на цих ланках задач. Так само треба вибирати й бібліотеки осн. і типових програм.

Літ.: Голубев-Новожилов Ю. С. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., 1967 [бібліогр. с. 402—415]; Глушков В. М. [та ін.]. Некоторые основные направления развития цифровой вычислительной техники. М., 1970 [бібліогр. с. 91—94]; Глушков В. М. [та ін.]. Человек и вычислительная техника. К., 1971 [бібліогр. с. 284—291]. *В. І. Брановицький.*

ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ СЕРЕДОВИЩА – набори цифрових автоматів з програмованою структурою, які складаються з однакових і однотипно з'єднаних один з одним універсальних елементів, що програмово настроюються сигналами ззовні на виконання будь-якої з повного набору логічних функцій, функцій пам'яті й функцій з'єднування зі своїми сусідами. О. с. призначаються як конструкційно технологічна основа побудови однорідних *обчислювальних систем*, універсальних і спеціалізованих машин, різних цифрових пристроїв *обчислювальної техніки* й технічної кібернетики. О. с. при одній і тій самій фіз. реалізації шляхом програмного настроювання його елементів дає змогу створювати залежно від вимог універсальну або спеціалізовану машину й розв'язувати задачу задаванням або програми, або структурної моделі, в якій для виконання кожної операції відводиться свій структурний блок.

О. с.— це один з перспективних напрямів обчисл. техніки й тех. кібернетики. Близькими до напряму О. с. є роботи в галузі клітинних структур. В основу побудови О. с. покладено такі принципи: 1) о д н о р і д н і с т ь — усі елементи однакові й однотипно з'єднані один з одним; 2) б л и з ь к о д і я — всі елементи з'єднані тільки з найближчими елементами, передавання сигналів між віддаленими елементами йде через проміжні; 3) у н і в е р с а л ь н і с т ь — кожен елемент реалізує повний набір логічних функцій, функцію пам'яті (затримки) й повний набір функції з'єднування; 4) п р о г р а м н е   н а с т р о ю в а н н я — кожен елемент може настроюватися на виконання однієї функції за сигналами настроювання ззовні й зберігає такий стан до подання наступного сигналу настроювання.

В О. с. можна реалізувати будь-який *автомат скінченний*. Якщо припустити необмежене нарощування середовища, то в ньому реалізуватимуться потенціально *автомати нескінченні*, Неймана — Черча автомати, а також *автомати зростаючі*. До вад О. с. слід віднести те, що при реалізації скінченних автоматів у такому середовищі, порівняно зі звичайними способами реалізації їх, витрачається в $\log_2 M$ разів більше елементів (де M — число елементів при реалізації автомата логічною сіткою).

При розробці О. с. виділяються дві проблеми: синтез автоматів у середовищах і фізико-технологічні основи побудови середо-

вищ. До розв'язування першої проблеми визначилося кілька підходів: відображення *сіток логічних* у середовищі з використанням верхніх етапів синтезу звичайних автоматів, використання системи наскрізного проектування *обчислювальних машин* з урахуванням особливостей середовища і методи автомат. синтезу автоматів у середовищах з урахуванням надійності.

Фіз. реалізація О. с. не становить великих труднощів, їх можна реалізувати на основі різних фіз. явищ. Найперспективнішим є створення середовища на кріотронах, МОН-структурах (МОН — назва елемента: метал — окисел—напівпровідник) і плівкових електростатичних реле в поєднанні з МОН-структурами. Найбільші труднощі становить розробка технології масового виробн. елементів. Тому О. с. будують, враховуючи вимоги технології. О. с.— це ідеальна структура, максимально пристосована для безперервного автоматизованого процесу виготовлення. Окремого етапу з'єднання елементів у середовище може й не бути: з'єднання здійснюється в процесі виробн. Проста структура елементів, відсутність потреби виготовляти окремі елементи з відповідними виводами дає змогу розглядати середовище як один технологічний «елемент», для виробн. якого використовують невелике число технологічних операцій у безперервному процесі. З цього погляду виготовлення середовища схоже на процес масового виробн. тканини чи паперу. А створення в середовищі потрібної машини для розв'язування кожної окремої задачі або класу задач відбувається вже після виготовлення її за допомогою програмного настроювання елементів і зв'язків між ними.

О. с. дають змогу створювати машини з програмованою структурою, які характеризуються універсальністю й високою гнучкістю структури, економічністю, живучістю й надійністю та високою продуктивністю.

Літ.: Евреинов Э. В. О микроструктуре элементарных машин вычислительной системы. В кн.: Вычислительные системы, в. 4. Новосибирск, 1962; Евреинов Э. В., Косарев Ю. Г. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, 1966 [бібліогр. с. 295—303]; Прангишвили И. В. [та ін.]. Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств М., 1967 [бібліогр. с. 224—226]; Пухов Г. Е., Борковский Б. А. Аналоговые и квазианалоговые вычислительные среды. В кн.: Вычислительные системы. Труды симпозиума. Новосибирск, 1967; Каляев А. В. Алгоритмы вычислительных структур, состоящих из цифровых интеграторов. В кн.: Вычислительные системы. Труды I Всесоюзной конференции. в. 1. Новосибирск, 1968.

Е. В. Євреїнов.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОГО АЛГОРИ́ТМУ ЗБІ́ЖНІСТЬ — властивість *обчислювального алгоритму*, яка вказує на потенціальну можливість розв'язування певної задачі розглядуваним *алгоритмом* з якою завгодно великою точністю (або якою завгодно малою *похибкою*), коли параметри алгоритму набирають якусь нескінченну послідовність значень. Формалізоване визначення О. а. з. дано в ст. *Похибок обчислювань теорія*.

ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОГО АЛГОРИ́ТМУ ПО́ХИБКА — див. *Похибок обчислювань теорія*.

ОБЧИ́СЛЮВАННЯ ЗА РЕА́ЛЬНИЙ ЧАС на автоматах — обчислювання, при яких автомат дає результат за час, потрібний для подання на нього значення аргумента. Прикладом таких обчислювань можуть бути обчислювання на *автоматах скінченних*. Формальний опис О. за р. ч. найзручніше дати в термінах обчислювання операторів (див. *Поведінка автоматів*). Нехай оператор O відображує мн-ну нескінченних послідовностей у вхідному алфавіті X у мн-ну нескінченних послідовностей у вихідному алфавіті Y. Кажуть, що автомат $\mathfrak{A}$ обчислює за реальний час оператор O, якщо $\mathfrak{A}$ на n-му такті ($n = 1, 2, \ldots,$), одержуючи на вхід $x(n) \in X$, видає на вихід $y(n) \in Y$, де $y(1) \ldots y(n) \ldots$ є результатом застосування O до $x(1) \ldots x(n) \ldots$. Клас операторів, обчислених за реальний час, не вичерпується скінченноавтоматними операторами. Прикладом нескінченноавтоматного оператора, який можна обчислювати на багатострічковій *Тьюрінга машині* за реальний час, є оператор розпізнавання симетрії. Він відображує довільну двійкову послідовність $x(1) \ldots x(n) \ldots$ у таку двійкову послідовність $y(1) \ldots y(n)$, що $y(n) = 1$ тоді й тільки тоді, коли $x(1) \ldots x(n)$ — симетричне слово (тобто $x(i + 1) = x(n - i)$ для всіх $i = 0, \ldots, n - 1$). Відомо, що оператор розпізнавання симетрії не обчислюється за реальний час на однострічкових машинах Тьюрінга. Прикладом нескінченноавтоматного оператора, обчисленного за реальний час на *автоматах ітеративних*, є оператор множення, що відображує кожну пару послідовностей $\langle x(1) \ldots x(n) \ldots, x'(1) \ldots x'(n) \ldots\rangle$ у послідовність $y(1) \ldots y(n) \ldots$, де $y(n), \ldots, y(1)$ — перші n розрядів добутку чисел $x(n) \ldots x(1)$ та $x'(n) \ldots x'(1)$. У теорії О. за р. ч. найбільший інтерес становить вивчення класів операторів, обчислених за реальний час на автоматах того чи іншого типу. Оператори, обчислені за реальний час при будь-якій відомій концепції автомата, є обчисленими операторами без завбачення. Але не навпаки. Більше того, для багатьох досить широких класів автоматів клас операторів, обчислених за реальний час, є досить вузьким, у ньому немає багатьох природно визначуваних операторів.

Наведемо деякі результати порівняння (за типом обчислювальних автоматів) класів операторів, обчисленних за реальний час: 1) існує оператор, обчислений за реальний час на двострічковій машині Тьюрінга й не обчислений за реальний час ні на якій однострічковій машині Тьюрінга; 2) для будь-якого $n \geqslant 2$ існує оператор, обчислений за реальний час на n-вимірному ітеративному автоматі й не обчислений за реальний час ні на якому $(n - 1)$-вимірному ітеративному автоматі; 3) класи операторів, обчисленних за реальний час на багатоголовкових і на багатострічкових машинах Тьюрінга, збігаються. Результати 1)—3) природно переінтерпрето-

вуються в термінах обчислювання предикатів. Важливу інтерпретацію в термінах породжування послідовностей допускають оператори з унарним вхідним алфавітом {1}. Кажуть, що нескінченну послідовність β породжує за реальний час автомат 𝔄, якщо оператор, який відображає послідовність 111...1 в β, обчислений за реальний час на 𝔄. Нехай до того ж β — двійкова послідовність, у якій є нескінченна кількість символів 1. З $\beta = \beta_1\beta_2 \dots \beta_m \dots$ пов'язується монотонно зростаюча функція $f(n)$ така, що $f(n) = m$ тоді й тільки тоді, коли β_m є n-те входження символу 1 в β. В цьому разі кажуть, що ф-ція $f(n)$ обчислена за реальний час на 𝔄. Інакше кажучи, розглядають *автомат автономний* 𝔄, що видає (двійкову) послідовність, і $f(n)$ приймають за рівну з номером такту, в якому виробляється n-а одиниця. Напр., з $\beta = 1001 \dots \underbrace{10\dots0}_{2k}1 \dots$ $(k = 1, 2, \dots)$ пов'язується ф-ція $f(n) = n^2$, обчислена за реальний час на одностріччковій машині Тьюрінга. Наведемо основні результати, пов'язані з породжуванням послідовностей та обчислюванням функцій за реальний час: (1) для будь-якого $k = 1, 2, \dots$ існує послідовність, породжувана за реальний час машиною Мінського з $k+1$ стрічками і не породжувана за реальний час ніякою машиною Мінського з k стрічками; (2) існує послідовність, яку за реальний час може породити одностріччкова машина Тьюрінга і не може породити за реальний час ніяка машина Мінського; (3) клас функцій, обчислених за реальний час на машинах Мінського, містить усі поліноми, степеневі функції c^n (c — стала), $n!$ і замкнений відносно операцій додавання, множення, суперпозиції та піднесення до степеня; (4) клас функцій, обчислених за реальний час на машинах Тьюрінга, містить непримітивно-рекурсивні функції й замкнений відносно операцій, перелічених у (3); (5) існує монотонно-зростаюча примітивно-рекурсивна функція, не обчислена за реальний час на машинах Тьюрінга.

Літ.: Фрейвалд Р. Сложность распознавания симметрии на машинах Тьюринга с входом. «Алгебра и логика. Семинар», 1965, т. 4, в. 1; Барздинь Я. М. Емкость среды и поведение автоматов. «Доклады АН СССР», 1965, т. 160, № 2; Фишер П. Многоленточные и бесконечные автоматы. В кн.: Кибернетический сборник. Новая серия, в. 5. М., 1968; Fischer P. C., Meyer A. R., Rosenberg A. L. Time-restricted seguence genaration. «Journal of the computer and system sciences», 1970, v. 4, № 1.
М. К. Валієв, В. О. Непомнящий.

ОДИНИЦІ КІЛЬКОСТІ ІНФОРМАЦІЇ — див. *Байт, Біт, Інформації кількість.*

ОДНОРІДНА СІТКОВА ЗАДАЧА — те саме, що й *сіткова задача.*

ОДНОТОЧКОВА КРАЙОВА ЗАДАЧА — *крайова задача* для одновимірного диференціального або інтегро-диференціального рівняння, в якій одну або кілька крайових умов задано в одній точці. О. к. з. зводиться до задачі Коші.

ОПЕРАТИВНЕ КЕРУВАННЯ — див. *Диспетчерського управління автоматизація.*

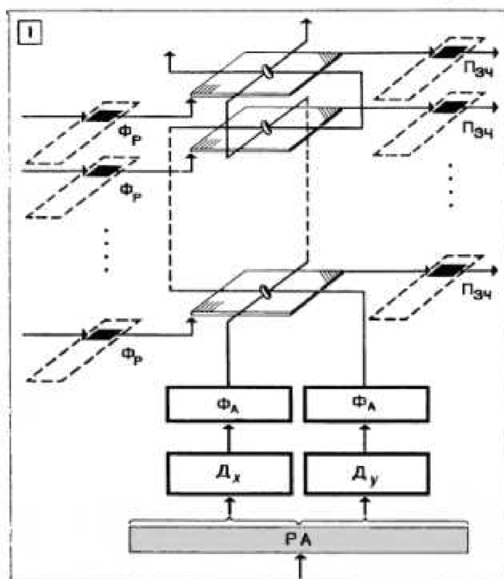
ОПЕРАТИВНИЙ ЗАПАМ'ЯТОВУВАЛЬНИЙ ПРИСТРІЙ (ОЗП) — запам'ятовувальний пристрій (ЗП) цифрової обчислювальної машини (ЦОМ), призначений для записування, зберігання й видання інформації, яка бере безпосередню участь у процесі виконання операцій, що їх здійснюють здебільшого *арифметичний пристрій* і пристрій керування. Записування та зчитування інформації провадиться, як правило, в темпі роботи машини.

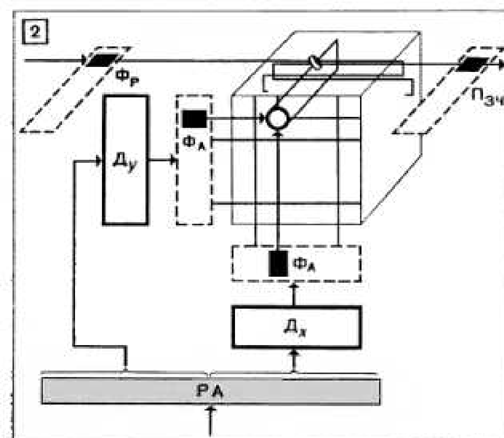
Принципово ОЗП можна побудувати на базі ЗП з *нагромаджувачем* будь-якого типу. Якщо не брати до уваги наявності в машині надоперативних ЗП, призначених для об'єднування функцій кількох *регістрів* арифм. пристрою або пристрою керування та пристроїв для короткочасного зберігання проміжних результатів, то як ОЗП використовують найдужче швидкодіючий ЗП ієрархії, що є в машині. При цьому швидкість ЦОМ великою мірою залежить від швидкості й роботи ОЗП. Є й повільнодіючі ЦОМ з ОЗП на *барабані магнітному* й навіть на *стрічці магнітній.* Проте для сучасних ЦОМ потрібні ОЗП ємністю від одиниць до десятків тисяч слів з циклом обігу від одиниць до часток мікросекунд. Тому осн. розробки ОЗП орієнтовано на застосування *інтегральних схем* і МОН-транзисторів (металево-окисло-напівпровідникові транзистори) та феромагнітних матеріалів (ОЗП з застосуванням феромагнітних матеріалів досі більше поширені). Відомі нагромаджувачі на тонких феромагнітних плівках (плоских і циліндричних) і феритових матеріалах (у них осердя, багатоотвірні пластини тощо з цих матеріалів).

Найпоширеніші ОЗП на кільцевих феритових осердях, їх наз. магнітними (МОЗП). Застосування феритових осердь з прямокутною петлею гістерезису для побудови МОЗП грунтується на властивості матеріалу осердь зберігати один із двох стійких станів залишкової намагніченості, що відповідає сигналам «0» або «1», й змінювати його від діяння т. з. повного струму (половина його практично не змінює намагніченості). Це дає змогу керувати осердям по двох ортогональних провідниках матриці осердь збіжними сигналами (не змінюючи стану решти). В МОЗП використовують три системи вибирання ($3D$, $2D$, $2\frac{1}{2}D$).

У системі $3D$ (з вибиранням інформації за збігом напівструмів) керування під час записування провадиться по трьох координатах, а осердя, крім того, що зберігає інформацію, здійснює й ф-ції вентиля на 2 входи — під час читання і на 3 входи — під час записування, тобто ф-ції останнього ступеня *дешифратора* МОЗП. *Матриці запам'ятовувальні* з осердями збирають у феритовий куб (мал. 1), причому к-сть матриць визначається к-стю розрядів збережуваного слова, а к-сть осердь у матриці — к-стю слів. Код адреси, поданий на регістр адреси (РА), розшифро-

вують дешифратори $Д_x$ і $Д_y$, які керують адресними формувачами ($Ф_А$) по координатах x та y; формувачі (по одному в координаті), збуджуючись, видають двополярні напівструми. Ті з напівструмів, що в певних вузлах матриць збігаються в часі, перемагнічують осердя, що в цих вузлах. Підсилювачі зчитування ($П_{зч}$) збільшують ерс, яка наводиться в знімних шинах, і сигнали коду числа видаються в машину й на входи розрядних формувачів для поновлювання зруйнованої інформа-





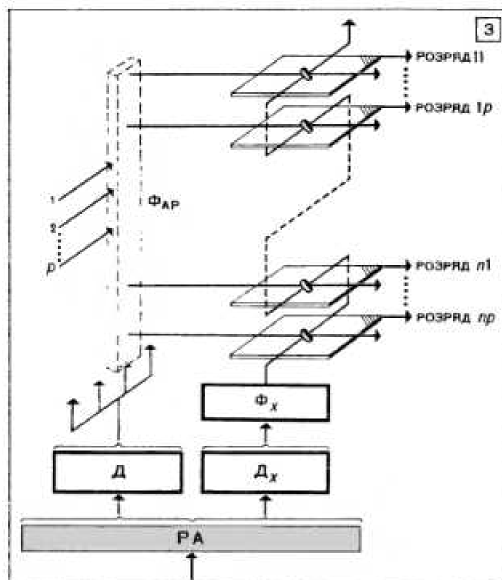
1. Оперативний запам'ятовувальний пристрій системи 3*D*.
2. Оперативний запам'ятовувальний пристрій системи 2*D*.

ції. Поновлювання попередньої чи записування нової інформації провадиться в такті «записування», коли $Ф_А$ видають у ті самі шини напівструми протилежної полярності. В шини заборони розрядів (матриць), де слід записати «0», розрядні формувачі видають струм заборони.

МОЗП з безпосереднім (лінійним чи прямим) вибиранням інформації (система 2*D*) характерний тим, що в ньому під час зчитування *запам'ятовувальні елементи* виконують лише ф-цію зберігання інформації. Струм вибирання спрямовується по числових шинах до всіх елементів лише вибраного слова. Під час записування струм вибирання взаємодіє зі струмом тих розрядних шин, у розрядах яких слід записати «1». Такий ЗП є системою в двох вимірах (2*D*) і працює так (мал. 2). Код адреси, встановлений на регістрі адреси (РА), розшифровують дешифратори $Д_x$ і $Д_y$, виходами яких є відповідні адресні формувачі $Ф_А$. По кожній координаті збуджується по одному такому формувачу. В точці перетину *шин* збуджених $Ф_А$ вентилів у матриці (к-сть їх дорівнює к-сті слів, яку можна запам'ятовувати в ЗП) збуджується лише один вентиль і виробляє струм вибирання, якого досить для перемагнічування осердь. Коли осердя намагнітяться, в розрядній шині зчитування, що проходить через усі осердя цього розряду, наводиться ерс, а підсилювач зчитування ($П_{зч}$) збільшує її. В такті записування по числовій шині пропускається струм вибирання протилежної полярності, недостатній для перемагнічування осердь. У тих розрядах, де слід записати «1», до струму вибирання додається струм від розрядних формувачів $Ф_р$, на які надходять сигнали коду слова для записування з ін. пристроїв машини чи з $П_{зч}$ під час регенерації.

ЗП системи 3*D* дешевші, бо в них менше електронної апаратури, а в ЗП системи 2*D* більша швидкодія — завдяки здатності цієї системи перемагнічувати осердя струмом, який набагато перевищує порогову величину. Спроби створити ЗП, які мали б позитивні якості обох систем, привели до розробки системи $2\frac{1}{2}D$, яка є компромісним варіантом між згаданими системами. Система $2\frac{1}{2}D$ відрізняється від систем з адресними або розрядними координатами тим, що в ній координата x — адресна, а y — комбінована (адресно-розрядна). Вибирання числа в ній при зчитуванні грунтується на збігу напівструмів (як у системі 3*D*). Записування також відбувається внаслідок збігу напівструмів, але без використання струму заборони (як у системі 2*D*). Реалізують цю систему так (мал. 3), що шина вибирання по координаті x проходить через усі розрядні матриці, а шини вибирання по другій координаті — лише через одну матрицю, причому к-сть матриць кратна к-сті розрядів. Під час вибирання по другій координаті збуджуються не всі шини вибирання, а лише ті, що обслуговують одну з груп (у групі — p розрядів), яку визначає код адреси. Таким чином, код адреси, встановлений на

її регістрі РА, розшифровують два дешифратори: по координаті x — $Д_x$ і по координаті y — $Д_y$. По координаті x збуджується один з формувачів ($Ф_x$). У відповідній йому шині проходить напівструм вибирання. По другій координаті у відповідній групі матриць також збуджуються напівструми. Їх виробляють адресно-розрядні формувачі $Ф_{АР}$, якими керують сигнали коду слова й коду адреси. Під час записування збуджуються не всі шини



3. Оперативний запам'ятовувальний пристрій системи $2\frac{1}{2}$ D.

групи, а лише ті, що в їхніх розрядах слід записати «1». Найважливішим достоїнством системи $2\frac{1}{2}$ D є те, що в ній не виникає розрядного струму, а тому й немає потреби заспокоювати розрядні лінії після подання імпульсу струму в такті записування. Ще одним достоїнством є те, що шина зчитування охоплює порівняно невелику к-сть осердь. Це спрощує відтворювання сигналів. Крім того, короткі шини вибирання дають змогу одержувати малі тривалості фронтів імпульсів. Усі ці якості та ще й можливість застосування осердь малих діаметрів (оскільки осердя прошиває мала к-сть шин) дають змогу досягати високої швидкодії МОЗП. Так, відомі зразки МОЗП системи $2\frac{1}{2}$ D ємністю 16 тис. слів з циклом звертання 900 *нсек* (з осердям діам. 0,76 *мм*) і 500 *нсек* (діам. осердь 0,56 *мм*).

Літ.: Китович В. В. Оперативные запоминающие устройства на ферритовых сердечниках и тонких магнитных пленках. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 233—236]; Запоминающие устройства современных ЭЦВМ. Пер. с англ. М. 1968. *Ф. Н. Зиков.*

ОПЕРАТИ́ВНО-ВИРОБНИ́ЧА ІНФОРМА́ЦІЯ — див. *Автоматизовані системи управління підприємством.*

ОПЕРА́ТОР — 1) у математиці — закон (правило), за яким кожному елементові x множини X ставлять у відповідність певний елемент y множини Y, $y = fx = f(x)$. Множину X наз. областю визначення О. f і здебільшого позначають $D(f)$. Множину значень Y О. f, як правило, позначають через $R(f)$. Якщо значеннями О. є дійсні числа, то його наз. функціоналом.

Нехай X та Y — метричні простори з метрикою відповідно ρ_x та ρ_y. О. f наз. неперервним у точці $x_0 \in D(f)$, $(D(f) \in \in X)$, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться таке $\delta > 0$, що $\rho_y(f(x), f(x_0)) < \varepsilon$ для всякої точки $x \in D(f)$, що задовольняє нерівність $\rho_x(x, x_0) < \delta$. О. A наз. лінійним, якщо 1) $D(A)$ — лінійний простір; 2) О. адитивний, тобто для усіх x_1 та x_2 з $D(A)$ $A(x_1 + x_2) = Ax_1 + Ax_2$; 3) О. однорідний, тобто для всіх $x \in D(A)$ та будь-яких чисел $A(\lambda x) = \lambda A(x)$. Характерним прикладом лінійного О. може бути прямокутна матриця A, що перетворює вектор x_n вимірності n на вектор y_m вимірності m.

Нехай тепер X та Y — лінійні нормовані простори. О. A з X в Y наз. обмеженим, якщо існує така постійна c, що $\| Ax \| \leqslant c \| x \|$ для всіх $x \in D(A)$. Найменшу з постійних c, що задовольняють цю умову, наз. нормою оператора A; позначають її $\| A \|$. О. A наз. замкненим, якщо з $x_n \to x$ $(x_n \in \in D(A))$ та $Ax_n \to y$ випливає, що $x \in D(A)$ та $Ax = y$. Лінійним замкненим необмеженим О. є, напр., О. диференціювання: $A = \frac{d}{dx}$. Позначимо через $(X \to Y)$ множину всіх лінійних О., що відображають X в Y. Нехай $A_1, A_2, \dots, \dots, A_n$ — послідовність лінійних О. з $(X \to Y)$. Якщо існує такий О. $A \in (X \to Y)$, що $\| A_n - - A \| \to 0$, $n \to \infty$, то послідовність О. наз. збіжною за нормою до О. A. Якщо для кожного фіксованого x $\| A_n x - Ax \| \to 0$, $n \to \infty$, то послідовність О. наз. точково збіжною до О. A. Точкову збіжність функціоналів наз. слабкою збіжністю. Якщо A, $A^{-1} \in (X \to Y)$, причому $A^{-1}Ax = = A^{-1}(Ax) = x$ для будь-якого $x \in D(A)$ та $AA^{-1}y = A(A^{-1}y) = y$ для будь-якого $y \in R(A)$, то О. A та A^{-1} наз. взаємно оберненими. Якщо О. A^{-1} задовольняє лише одну з попередніх умов, то його наз. відповідно лівим або правим оберненим для О. A. О. І, що має властивість $Ix = x$ для будь-якого $x \in X$, наз. тотожним або одиничним О.

Множина всіх лінійних функціоналів $f(x)$, визначених на лінійному нормованому просторі X, утворює банахів простір X^*, який наз. простором, спряженим з X. Якщо для

будь-якого лінійного функціоналу $f \in X^*$ буде $f(x_n) \to f(x_0)$, $n \to \infty$, то кажуть, що послідовність $x_n \in X$ слабко збігається до елемента $x_0 \in X$. Якщо X — гільбертів простір, то $X^* = X$ і $f(x) = (f, x)$, де $f \in X$, $($, $)$ — знак скалярного добутку X. Нехай дано О. $A \in (X \to Y)$. У випадку гільбертових просторів X та Y О. $A^* \in (Y \to X)$, що задовольняє співвідношення $(y, Ax) = (A^*y, x)$ для всіх $x \in X$, $y \in Y$, наз О., **спряженим** з О. A. О. A, для якого $R(A)$ — замкнена множина, тобто $R(A)$ містить усі свої граничні елементи, наз. **нормально розв'язним**. О. A, що відображує будь-яку обмежену множину в компактну множину, наз. **цілком неперервним**.

Проілюструємо ці поняття на прикладі лінійного інтегрального О. $Ax = \int_0^1 k(t, s)\, x(s)\, ds$. Якщо $k(t, s)$ — ф-ція, неперервна в квадраті $0 \leqslant t$, $s \leqslant 1$, то A — лінійний обмежений цілком неперервний не обов'язково нормально розв'язний О., що відображує простір C $([0, 1])$ в себе, причому $\|A\| = \max_t \int_0^1 |k(t, s)|\, ds$. Якщо $k(t, s)$ — підсумована в квадраті $0 \leqslant t$, $s \leqslant 1$ ф-ція, тобто $\int_0^1\int_0^1 |k(t, s)|^2\, dsdt < \infty$, то A — лінійний обмежений цілком неперервний О., що відображує простір $L_2([0, 1])$ в себе, причому $\|A\|^2 = \int_0^1\int_0^1 |k(t, s)|^2\, dsdt$. У випадку гільбертового простору $L_2([0, 1])$ спряжений оператор A^* визначається рівністю $A^*x = \int_0^1 \overline{k(s, t)}\, x(s)\, ds$ (риска означає комплексно спряжену величину).

2) О. **у програмуванні** — допустимий у даній *мові програмування* припис для задавання певного кроку процесу обробки інформації на ЦОМ. Типовими в програмуванні є: О. присвоювання, які задають початкове чи нове значення змінним; О. переходу, що визначають порядок виконання О. програми; О. циклу, що визначають множину значень деякого параметра (керуючої змінної) та приписують повторне виконання деякої сукупності дій (керованого О.) за цих значень параметра; О. *процедури*; О. введення — виведення та ін.

Літ.: Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М., 1965 [бібліогр. с. 512—513]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [бібліогр. с. 422—431].

В. В. Іванов, К. Л. Ющенко.

ОПЕРА́ТОР АВТОМА́ТНИЙ — оператор, що реалізується в якомусь ініціальному автоматі $A = \langle X, Q, Y, \Phi, \Psi, q_0\rangle$. О. а. T є словарним оператором, який переробляє слова (скінченні чи нескінченні) у вхідному алфавіті X на слова у вихідному алфавіті Y ($y = Tx$; $x = x(1) \ldots x(n) \ldots$; $y = y(1) \ldots y(n)$). О. а. визначають рекурентними співвідношеннями: $q(1) = q_0$; $q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)]$; $y(t) = \Phi[q(t), x(t)]$. Він, очевидно, визначений на множині всіх слів алфавіту X, якщо автомат A є всюди визначеним, і визначений на якійсь його підмножині, якщо A — *автомат частковий*. З означення О. а. випливає, що він задовольняє такі вимоги: 1) якщо $y = Tx$, то x і y — слова однакової довжини; 2) якщо T визначений на словах x, x' і в них початкові відрізки довжини n збігаються, тобто $x(1) = x'(1)$, ..., $x(n) = x'(n)$, то і в Tx і Tx' збігаються початкові відрізки довжини n; 3) якщо T визначений на слові x, то він визначений на всякому початковому відрізку слова x. Словарні оператори, для яких виконуються умови 1) — 3), наз. операторами без передбачення, детермінованими операторами, або О. а. Ця остання назва зумовлена тим, що будь-який оператор без передбачення можна реалізувати в підходящому *автоматі ініціальному*. Отже, вивчаючи О. а., по суті, з'ясовують питання про те, які обчислення можна здійснити на автоматах. Окремими випадками О. а. є **константний** оператор, що переробляє будь-яку нескінченну послідовність вхідних букв на певну фіксовану послідовність вихідних букв, і **істиннісний** оператор, для якого існує відображення $\varphi : X \to Y$, таке, що $y(t) = \varphi(x(t))$ для будь-якого t. Константні та істиннісні оператори реалізуються, відповідно, в *автоматах автономних* і *автоматах без пам'яті*.

Введемо ряд характеристик операторів. Надалі під операторами розумітимемо всюди визначені О. а. Оператор T_1 наз. **залишковим** оператором оператора T_2, що відповідає вхідному слову p, якщо T_1 і T_2 пов'язані так. Для того, щоб знайти T_1x, складають слово px і до нього застосовують оператор T_2. В одержаному слові $T_2(px)$ відкидають початковий відрізок, що дорівнює довжині слова p, й тоді залишок дорівнює T_1x. Оператори T_1 і T_2 наз. **k-розрізнюваними**, якщо буде знайдено таке слово x довжини $\leqslant k$, що $T_1x \neq T_2x$, й **розрізнюваними**, якщо буде знайдено таке слово x (довільної довжини), що $T_1x \neq T_2x$. **Вагою** (пам'яттю) оператора наз. максимальне число його попарно розрізнюваних залишкових операторів. Величина ваги проявляється, напр., у такому простому твердженні: оператор з вагою k переробляє будь-яке нескінченне періодичне слово з періодом ω на (мішано) періодичне слово з періодом $\omega' \leqslant k \cdot \omega$. Оператори зі скінченною пам'яттю наз. **обмежено детермінованими**, або **скінченно автоматними операторами**. Вони й лише вони реалізуються в *автоматах скінченних*. Спектром розрізнюваності T наз. ф-цію $E_T(k)$, яка дорівнює (для кожного k) макс. числу попарно k-розрізнюваних залишкових опе-

раторів оператора T. Спектром досяжності T наз. ф-цію $D_T(k)$, яка дорівнює макс. числу слів довжини $\leqslant k$, таких, що відповідні їм залишкові оператори попарно розрізнювані.

Для автоматів введено споріднені поняття: ступінь розрізнюваності $E_A(k)$ і ступінь досяжності $D_A(k)$ автомата A. Якщо автомат A реалізує оператор T, то $D_A(k) \geqslant D_T(k)$ і $E_A(k) \geqslant E_T(k)$. Цей факт можна використати, напр., щоб довести, що даний О. а. не можна реалізувати ніяким автоматом цього класу автоматів.

Ряд ін. параметрів операторів (і автоматів) — ступінь розрізнюваності, ступінь досяжності, ступінь відновлення та ін., характеризують *поведінку автоматів*, і їх використовують для абстрактного синтезу автоматів, автоматів мінімізації (див. *Мінімізація числа станів автомата*) та ін. задач абстрактної теорії автоматів. Див. також *Алгебрична теорія автоматів*.

Літ.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [бібліогр. с. 389—395].

М. І. Кратко.

ОПЕРА́ТОР ЕЛЕМЕНТА́РНИЙ — перемикальна функція одного чи кількох аргументів, яка реалізує одну з операцій *алгебри логіки*. Синтезуючи схеми дискретних пристроїв, використовують функціонально повні системи О. е. Прикладами широко застосовуваних систем О. е. є: «І — АБО — НЕ», «І — НЕ», «АБО — НЕ» тощо. З кожною системою О. е. можна зіставити множину систем елементних операторів (див. *Елементна структура ЦОМ*).

В. М. Коваль.

ОПЕРА́ТОР ЕЛЕМЕ́НТНИЙ — перемикальна функція одного або кількох аргументів, яку реалізує елемент ЦОМ. Розрізняють О. е. комбінаційні й запам'ятовувальні. Комбінаційні О. е. являють собою базисні *перемикальні функції*. Застосовуючи до них операції суперпозиції та підстановки можна одержати довільну перемикальну ф-цію. Запам'ятовувальні О. е. — це перемикальні ф-ції, що їх реалізують *тригери* (див. *Елементна структура ЦОМ*).

В. М. Коваль.

ОПЕРА́ТОР ЗАТРИ́МКИ — оператор, за допомогою якого здійснюється часова затримка інформаційних сигналів дискретних пристроїв на фіксований час. Включення О. з. як операції до звичайної алгебри перемикальних функцій дає змогу одержати апарат для описування схем з запізненням. О. з. технічно реалізується або радіотех. засобами (на лініях затримки), або за допомогою запам'ятовувальних елементів, якими керують спец. синхронізуючі сигнали (див. *Часові перемикальні функції, Елементна структура ЦОМ*).

В. М. Коваль.

ОПЕРА́ТОР ПРИСВО́ЮВАННЯ — один з основних *операторів* у *мовах програмування*, призначений для задавання або змінювання значень однієї чи кількох змінних.

ОПЕРА́ТОРИ ЛІНІ́ЙНІ, лінійні перетворення — відображення A лінійного простору V в себе, що мають властивість лінійності, тобто $(\alpha x + \beta y) A = \alpha [(x) A] + \beta [(y) A]$ для всіх $x, y \in V$ і $\alpha, \beta \in K$ (пишемо знак відображення A праворуч: $(x) A$ — образ вектора x при відображенні A). В разі скінченновимірного простору V розмірності n і при базисі $e_1, e_2, \ldots, e_n$ для V О. л. однозначно описуються квадратними матрицями порядку n з елементом з поля скалярів. А саме: О. л. $\mathcal{A}$ зіставляється матриця $A = (\alpha_{ij})$, i-й рядок якої складається з координат у базисі $e_1, e_2, \ldots, e_n$ образу $(e_i)\mathcal{A}$ i-го базисного вектора e_i : $(e_i)\mathcal{A} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} e_j$. Матриця A наз. матрицею О. л. $\mathcal{A}$ в базисі $e_1, e_2, \ldots, e_n$. В разі нескінченновимірних, топологічних і функціональних просторів представлення О. л. матрицями узагальнюється запровадженням «нескінченних» матриць різного типу. Приклади О. л.: тотожний оператор $\mathfrak{E}$, що переводить усякий вектор x із V в себе: $(x)\mathfrak{E} = x$; нульовий оператор $\mathcal{O}$, що переводить усі вектори $x \in V$ в нульовий вектор: $(x)\mathcal{O} = 0$. Узагальненням цих прикладів є поняття скалярного О. л., що помножує всі вектори на один і той самий скаляр λ. Такий скалярний О. л. позначається $\lambda\mathfrak{E}$. В довільному базисі йому відповідає діагональна матриця λE, всі діагональні елементи якої дорівнюють λ. Ін. прикладом О. л. є проекції (або проектори). Під цим розуміють О. л., які в деякому базисі $e_1, e_2, \ldots, e_n$ переводять деякі базисні вектори в самих себе, а решту — в нуль-вектор. Широким і важливим класом є О. л. скалярного типу. Так наз. ті оператори, які в придатному базисі представляються діагональними матрицями: відповідні базиси складаються з власних векторів.

У сукупності всіх О. л. розглядаються та вивчаються операції: множення, додавання і множення на скаляр. 1) Множення. Під добутком $\mathcal{A}\mathfrak{B}$ операторів $\mathcal{A}$ та $\mathfrak{B}$ розуміють оператор, одержуваний послідовним застосуванням спершу оператора $\mathcal{A}$, потім оператора $\mathfrak{B}$. Множення асоціативне, загалом кажучи, некомутативне. Добуткові О. л. відповідає добуток їхніх матриць. 2) Додавання. Сума $\mathcal{A} + \mathfrak{B}$ операторів $\mathcal{A}$ та $\mathfrak{B}$ визначається тотожністю $(x)(\mathcal{A} + \mathfrak{B}) = (x)\mathcal{A} + (y)\mathfrak{B}$. 3) Множення на скаляр. Якщо $\mathcal{A}$ — О. л. та $\alpha \in K$, то оператор $\alpha\mathcal{A}$ визначається тотожністю $(x)(\alpha\mathcal{A}) = \alpha((x)\mathcal{A})$ для всіх $x \in V$. Для операції додавання і множення на скаляр О. л. самі утворюють векторний простір.

Ядром оператора $\mathcal{A}$ наз. сукупність усіх $x \in V$, для яких $(x)\mathcal{A} = 0$. Образом $\mathcal{A}$ наз. сукупність усіх $z \in V$, що їх можна представити у вигляді $(y)\mathcal{A} = z$. Ядро та образ є підпросторами і позначаються через $\mathrm{Ker}(\mathcal{A})$ і $\mathrm{Im}(\mathcal{A})$ відповідно. Оператор $\mathcal{A}$ наз. невиродженим або регулярним, якщо $\mathrm{Ker}(\mathcal{A}) =$

$= \{0\}$, $\mathrm{Im}(\mathcal{A}) = V$ (в скінченновимірному випадку однієї з умов досить). Регулярний оператор $\mathcal{A}$ має обернений оператор $\mathcal{A}^{-1}$ такий, що $\mathcal{A}\mathcal{A}^{-1} = \mathcal{A}^{-1}\mathcal{A} = \mathcal{E}$ і сукупність усіх регулярних операторів утворює групу для множення — так звану повну лінійну групу простору. Підгрупи цієї групи наз. групами лінійних перетворень. В унітарних та евклідових векторних просторах особливу роль відіграють унітарні (відповідно ортогональні) О. л. — це оператори, які зберігають скалярний добуток. *Л. А. Калужнін.*

ОПЕРА́ТОРНА СХЕ́МА — аналітична форма подавання алгоритму (програми) за допомогою операторів, що діють на деякі елементи інформації; причому, для кожного оператора відомі об'єкти, які є його аргументами й результатами, та оператори, що можуть виконуватися слідом за ним. Т. ч., О. с. визначається набором операторів, набором елементів інформації та двома типами зв'язків: 1) керуючим, якщо оператор B може виконуватися слідом за оператором A, і 2) інформаційним, якщо оператор B сприймає як свій аргумент результат оператора A. Інформаційні зв'язки звичайно вказуються посередньо — за допомогою назв змінних величин, що приймають значення результатів і аргументів операторів.

Керуючі зв'язки можна задавати або в лінійній формі — у вигляді логічних *алгоритмів схем* (програм), тобто у вигляді добутків операторів, або у графовій — за допомогою *алгоритмів графових схем* (програм), тобто графа, вершинам якого приписані оператори, а ребра означають передачі керування. О. с. і в лінійній, і в графовій формі використовуються при *автоматизації програмування* — у програмуючих програмах і *трансляторах*.

Літ.: Ершов А. П. Об операторных схемах над общей и распределенной памятью. «Кибернетика», 1968, № 4; Ершов А. П., Ляпунов А. А. О формализации понятия программы. «Кибернетика», 1967, № 5. *Г. П. Багриновська.*

ОПЕРА́ТОРНИЙ МЕ́ТОД ПРОГРАМУВА́ННЯ — метод програмування, що грунтується на поданні алгоритмів у вигляді *операторних схем.* Алгоритм розв'язування задачі розбивається на частини, кожна з яких становить самостійний етап переробки інформації. Вважають, що кожен такий етап реалізується за допомогою якогось оператора переробки інформації. Увесь процес розв'язування задачі складається з послідовного виконання таких операторів. При цьому деякі оператори використовуються багато разів при певній зміні деяких параметрів. Про такі оператори кажуть, що вони залежать від параметрів. Порядок виконання операторів може бути жорстко заданий в *алгоритмі*, а може залежати й від результатів роботи попередніх операторів чи від початкової інформації. Умови, за якими визначають порядок виконання операторів, наз. **логічними умовами** й зображують їх у вигляді логічних змінних або предикатів.

Повну послідовність операторів і логічних умов, яка визначає увесь процес розв'язування задачі, наз. обчислювальною схемою. Цю схему записують у вигляді добутку операторів і логічних умов. Оператори в схемі позначають великими лат. буквами, а залежність операторів від параметрів — індексами. Добуток операторів записують так: $A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n = \prod_{i=1}^{n} A_i$. Логічні умови позначають малими лат. буквами. Предикат записують як ф-цію, аргументом якої є умова, що її перевіряють, напр., $p\,(a < b)$ або $p\,(a \in M)$ тощо. Виконання алгоритму починається з крайнього лівого співмножника. Якщо наступним співмножником є оператор, він виконується, і дальшим стає співмножник, який стоїть праворуч від нього. Якщо це логічна умова, то вона перевіряється. При виконанні умови наступним стає співмножник, що стоїть праворуч від неї. А якщо логічну умову не виконано, то дальшим стає співмножник, позначений стрілкою, що починається біля даної логічної умови (біля початків та кінців стрілок ставлять номери, якими їх ідентифікують).

Напр., порядок виконання операторів в обчисл. схемі

$$\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} B_{ij}\, p\,(i=j) \overset{1}{\uparrow} C \underset{1}{\downarrow} A\right) p\,(a \in M) \overset{2}{\uparrow} D \underset{2}{\downarrow} F \ldots$$

такий:

$$B_{11}CAB_{12}A \ldots B_{21}AB_{22}CA \ldots$$

$$\ldots B_{nn}CA \cdots \begin{cases} DF \ \ldots, \text{ якщо } a \in M, \\ F \ \ldots, \text{ якщо } a \overline{\in} M. \end{cases}$$

Для того, щоб за обчисл. схемою побудувати *програму*, яка розв'язує задачу на ЦОМ, її треба доповнити спец. операторами керування, які підготовляють *пам'ять ЦОМ* до виконання наступних операторів і до реалізації передач керування. Найчастіше оператори керування бувають таких типів: переадресування, відновлення, формування, зміни параметра, перенесення, засилання, перемикання логічних умов, циркуляції тощо. Розв'язуючи ті чи інші класи задач, виділяють здебільшого спец. оператори керування, що дають змогу раціонально здійснити програмну реалізацію задач цього класу. Обчисл. схему, доповнену операторами керування, що дає змогу подати алгоритм у вигляді програми, наз. **логічною схемою програми**. У межах О. м. п. було побудовано ряд *мов формальних*, за допомогою яких можна провадити еквівалентні перетворення схем програм (алгоритмів).

Літ.: Ляпунов А. А. О логических схемах программ. «Проблемы кибернетики», 1958, в. 1; Фролов Г. Д., Криницкий Н. А., Миронов Г. А. Программирование. М., 1966; Гнеденко Б. В., Королюк В. С., Ющенко Е. Л. Элементы программирования. М., 1963 [бібліогр. с. 347—348]. *Г. П. Багриновська.*

ОПЕРА́ТОРНИХ РІВНЯ́НЬ СПО́СОБИ РОЗВ'Я́ЗУВАННЯ. Багато задач природознавства і техніки зводяться до розв'язування різних класів диференціальних, інтегральних, інтегро-диференціальних та ін. рівнянь. Методи функціонального аналізу дають змогу розглядати ці рівняння як окремі випадки операторних рівнянь у функціональних просторах (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі), напр., у банахових просторах. Операторні рівняння можна записати у вигляді

$$Ax = y, \qquad (1)$$

де A — якийсь лінійний або нелінійний оператор, що діє з банахового простору X в банаховий простір Y, y — відомий елемент простору Y. Розв'язати рівняння (1) — це значить знайти такий елемент $x^* \in X$, що $\|Ax^* - y\| = 0$. Окремими випадками рівняння (1) є системи алгебр. і трансцендентних рівнянь, інтегр. рівняння, системи дифер. рівнянь тощо. Відомо багато різних методів, за допомогою яких можна з певною мірою точності знаходити розв'язок операторних рівнянь, До найчастіше застосовуваних методів належать ітеративні, градієнтні, проекційні, проекційно-ітеративні та ін.

Найпростішим ітеративним методом, який застосовують для розв'язання рівнянь виду

$$x = Tx, \qquad (2)$$

де оператор T діє з X в X [рівняння (2) — окремий випадок рівняння (1)], є звичайний метод послідовних наближень. Він полягає в тому, що, виходячи з певного початкового наближення $x_0 \in X$, наступні наближення $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ визначають за ф-лою

$$x_n = Tx_{n-1}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots . \qquad (3)$$

Якщо оператор T на якійсь замкненій множині $M \in X$ є оператором стиснення, тобто задовольняє умову Ліпшиця

$$\|Tu - Tv\| \leqslant q\|u - v\| \qquad (4)$$

з константою $q < 1$ і переводить M в M, то рівняння (2) має в M єдиний розв'язок x^*, до якого збігаються послідовні наближення x_n. При цьому має місце оцінка *похибки*

$$\|x^* - x_n\| \leqslant \frac{q^n}{1-q}\|x_1 - x_0\|. \qquad (5)$$

Якщо $Tx = f + Bx$, де B — лінійний оператор, $f \in X$, то за ф-лою (3) одержуємо

$$x_n = f + Bf + B^2 f + \cdots + B^{n-1} f + B^n x_0. \quad (6)$$

У цьому випадку необхідною і достатньою умовою збіжності процесу (6) є умова $\rho(B) = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\|B^n\|} < 1$. За q можна взяти $\|B\|$, тому достатньою умовою збіжності є умова $\|B\| < 1$.

Для розв'язування систем операторних рівнянь можна застосовувати метод Зейделя. Нехай задано систему операторних рівнянь

$$x_i = T_i(x_1, x_2, \ldots, x_m), \qquad (7)$$
$$i = 1, 2, \ldots, m,$$

де оператори T_i діють з простору $X = X_1^* X_2^* \cdots X_m^*$ в X_i (X_i — якісь банахові простори). Послідовні наближення до розв'язку системи (7) визначають за ф-лами

$$x_{i,n} = T_i(x_{1,n}, \ldots, x_{i-1,n}, x_{i,n-1}, \ldots, \ldots, x_{m,n-1}), \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \qquad (8)$$

Якщо нелінійний оператор A в рівнянні (1) диференційовний за Фреше, то для знаходження наближеного розв'язку рівняння (1) можна застосовувати основний і модифікований методи Ньютона — Канторовича. Оператор A називають диференційовним за Фреше у точці $x_0 \in M \subset X$, якщо існує такий лінійний оператор L, який може залежати від x, що справджується рівність $A(x_0 + h) - A(x_0) = Lh + \omega(x_0, h)$, де $\frac{\|\omega(x_0,h)\|}{\|h\|} \to 0$ при $\|h\| \to 0$. Лінійний оператор L наз. похідною Фреше оператора A, позначають його $A'(x_0)$. Відповідно послідовні наближення x_{n+1} визначають за ф-лами

$$x_{n+1} = x_n - [A'(x_n)]^{-1}(Ax_n - y), \qquad (9)$$

$$x_{n+1} = x_n - [A'(x_0)]^{-1}(Ax_n - y). \qquad (10)$$

Нехай для якоїсь замкненої кулі $S(x_0, r)$ ($\|x - x_0\| \leqslant r$) похідна Фреше задовольняє умову $\|A'(u) - A'(v)\| = L\|u - v\|$ і мають місце оцінки похибки

$$\|[A^1(x_0)]^{-1}\| \leqslant B \quad \|[A^1(x_0)(Ax_0 - y)\| \leqslant \eta_0,$$

$$h_0 = BL\eta_0 \leqslant \frac{1}{2}, \quad r = \frac{1 - \sqrt{1 - 2h_0}}{h_0}\,\eta_0.$$

Тоді послідовні наближення (9) і (10) збігаються до розв'язку $x^* \in S(x_0, r)$ і відповідно справджуються оцінки похибки

$$\|x^* - x_n\| \leqslant \frac{1}{2^{n+1}}(2h_0)^{2^n - 1}\eta_0, \qquad (11)$$

$$\|x^* - x_n\| \leqslant \frac{q^n}{1-q}\,\eta_0, \quad q = 1 - \sqrt{1 - 2h_0}. \quad (12)$$

Розглянемо застосування градієнтних методів для розв'язування операторних рівнянь. Припустимо, що простір X збігається з простором Y і є гільбертовим. Нехай $A0 = 0$ і оператор A має похідну $A'(x)$, яка є додатно означеним оператором для всіх $x \in D(A)$, тобто

$$(A'(x)h\ h) \geqslant \gamma^2\|h\|^2. \qquad (13)$$

Тоді задача знаходження розв'язку рівняння (1) є еквівалентною задачі знаходження мінімуму функціоналу

$$F(x) = \int_0^1 (A(tx),\ x)\,dt - (y,\ x); \tag{14}$$

для знаходження мінімуму функціоналу (14) можна застосувати метод якнайшвидшого спуску, який полягає в тому, що послідовні наближення визначають за ф-лою

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n r_n,\ r_n = Ax_n - y, \tag{15}$$

де α_n визначають з умови мінімуму функціоналу $F(x_{n+1})$. Якщо A — лінійний додатно означений обмежений оператор, то параметри α_n визначаються за ф-лою

$$\alpha_n = \frac{(r_n,\ r_n)}{(Ar_n,\ r_n)}. \tag{16}$$

Якщо m і M — відповідно верхня й нижня границі оператора A, то швидкість збіжності характеризується нерівністю

$$\| x^* - x_n \| \leqslant \frac{1}{m}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n \| r_0 \|. \tag{17}$$

Метод мінімальних відхилів полягає в тому, що послідовні наближення (15) визначають з умови

$$\varepsilon(\alpha_n) = \| Ax_{n+1} - y \| = \min. \tag{18}$$

Якщо $\varepsilon(\alpha_n)$ — диференційовна ф-ція, то α_n визначають з рівняння

$$\frac{d\varepsilon(\alpha_n)}{d\alpha_n} = 0. \tag{19}$$

Для лінійного рівняння параметри α_n визначають за ф-лою

$$\alpha_n = \frac{(Ar_n,\ r_n)}{(Ar_n,\ Ar_n)}. \tag{20}$$

Швидкість збіжності характеризується нерівністю (17). Розглянемо окремо випадок, коли оператор A лінійний, і побудуємо ітеративний процес за ф-лою

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n A^* r_n, \tag{21}$$

де A^* — оператор, спряжений з A. В цьому разі α_n можна визначити з умови мінімуму норми похибки $\| x^* - x_n \|$, тоді

$$\alpha_n = \frac{(r_n,\ r_n)}{(A^*r_n,\ A^*r_n)}. \tag{22}$$

Процес (21—22) збігається зі швидкістю геом. прогресії зі знаменником $\frac{\overline{M} - \overline{m}}{\overline{M} + \overline{m}}$, де $\overline{m}$ і $\overline{M}$ — відповідно нижня й верхня границі оператора A^*A.

Проекційні методи становлять широкий клас наближених методів розв'язування операторних рівнянь. Ці методи полягають у тому, що наближений розв'язок рівняння (1), який належить до якогось підпростору X_n простору X, визначають з рівняння

$$P_n(AX_n - y) = 0, \tag{23}$$

де P_n — проекційний оператор, що проектує початковий простір Y на певний його підпростір Y_n. Окремим випадком проекційного методу є метод Рітца розв'язування рівняння (1), в якому оператор A має похідну, яка задовольняє умови (13). Полягає він у тому, що наближений розв'язок шукають у вигляді

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i, \tag{24}$$

де $\{\varphi_i\}$ — система лінійно незалежних елементів гільбертового простору X, а постійні c_i визначають з умови мінімуму функціоналу (14), тобто з умови

$$F(x_n) = \int_0^1 (A(tx_n),\ \ x_n)\,dt - (y,\ x_n) = \min. \tag{25}$$

Якщо $F(x_n)$ — диференційовна ф-ція аргументів $c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_n$, то c_i визначають з системи алгебр. або трансцендентних рівнянь

$$\frac{\partial F(x_n)}{\partial c_i} = 0. \tag{26}$$

Якщо оператор A лінійний, лінійною є й система (26), яка має вигляд

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A\varphi_j,\ \varphi_i) = (y,\ \varphi_i), \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \tag{27}$$

Оскільки оператор A є додатно означеним, визначник системи (27) є визначником Грама, отже, система має єдиний розв'язок.

Загальнішим, ніж метод Рітца, є метод Бубнова — Гальоркіна. Цей метод можна застосовувати й у випадку, коли оператор A не має властивості (13). Якщо вдаються до методу Бубнова — Гальоркіна, наближений розв'язок рівняння (1) шукають у вигляді (24), а постійні c_i визначають з умови ортогональності відхилу $Ax_n - y$ до елементів $\varphi_1,\ \ \varphi_2,\ \ \ldots,\ \ \varphi_n$, тобто з системи алгебр. чи трансцендентних рівнянь

$$(Ax_n - y,\ \varphi_j) = 0, \qquad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n. \tag{28}$$

Якщо A — лінійний оператор, система (28) має вигляд (27).

Узагальненням методу Бубнова — Гальоркіна є метод Гальоркіна — Петрова, за яким постійні c_i визначають із системи

$$\Phi_i(Ax_n - y) = 0, \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n, \tag{29}$$

де Φ_i — якась система лінійних функціоналів. У випадку лінійного оператора A система (29) набуває вигляду

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \Phi_i (A\varphi_j) = \Phi_i (y), \qquad (30)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

За методом найменших квадратів наближений розв'язок рівняння (1), що має вигляд (24), визначають з умови мінімуму норми відхилу, тобто з умови

$$\| Ax_n - y \| = \min. \qquad (31)$$

Постійні c_i знаходять з системи рівнянь

$$\frac{\partial \| Ax_n - y \|}{\partial c_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (32)$$

Якщо оператор A лінійний, то цю систему можна записати так:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A\varphi_j, A\varphi_i) = (y, A\varphi_i), \qquad (33)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

Окремим випадком методу Гальоркіна — Петрова є метод моментів, у якому $\Phi_i (u) = (u, \psi_i)$, де $\{\psi_i\}$ — якась система лінійно незалежних елементів. У цьому разі c_i визначають з системи

$$(Ax_n - y, \psi_i) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (34)$$

Для лінійних операторних рівнянь у гільбертовому просторі можна застосовувати метод мінімальних похибок, за яким наближений розв'язок рівняння вигляду (1) шукають у вигляді лінійної комбінації

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} c_i A^* \varphi_i \qquad (35)$$

і постійні c_i визначають з умови мінімуму величини $\| x^* - x_n \|$. При цьому для знаходження c_i маємо систему лінійних алгебричних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A^*\varphi_j, A^*\varphi_i) = (y, \varphi_i), \qquad (36)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

Для розв'язування операторних рівнянь застосовують і проекційно-ітеративні методи, в яких поєднуються ідеї і проекційних, і ітеративних методів. Ці методи застосовують значно ширше, і в багатьох випадках вони збігаються значно швидше, ніж звичайні ітеративні методи.

Одним з проекційно-ітеративних методів є метод усереднення функціональних поправок Соколова, який полягає в тому, що послідовні наближення x_n до розв'язку рівняння (2) визначають з рівнянь

$$x_n = T (Px_n + Qx_{n-1}), \qquad (37)$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots, x_0 \in X,$$

де P — проекційний оператор, що проектує простір X на його підпростір $\overline{X}$ скінченної або нескінченної вимірності, $Q = I - P$ (I — тотожний оператор). Іншим варіантом проекційно-ітеративного методу усереднення функціональних поправок є метод, за яким x_n визначають як розв'язки рівнянь

$$x_n = PTx_n + QTx_{n-1}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots, \qquad (38)$$

$$x_0 \in X.$$

В разі, якщо X — скінченновимірний простір вимірності k, розв'язування рівнянь (37) і (38) на кожному кроці зводиться до розв'язування систем алгебр. або трансцендентних рівнянь порядку k. Якщо $Tx = f + Bx$, де B — лінійний оператор, то одержувані системи — лінійні.

Якщо існує обернений оператор $(I - PB)^{-1}$ (отже, і $(I - BP)^{-1}$), то з рівнянь (37) і (38) одержуємо відповідно

$$x_n = (I - BP)^{-1} f + (I - BP)^{-1} BQx_{n-1}, \qquad (37')$$

$$x_n = (I - PB)^{-1} f + (I - PB)^{-1} QBx_{n-1}. \qquad (38')$$

Достатньою умовою збіжності *алгоритмів* (37′) і (38′) є

$$\| Q (I - BP)^{-1} BQ \| < 1. \qquad (39)$$

Умова (39) може виконуватися й тоді, коли звичайний метод послідовних наближень не збігається. Найпростішою достатньою умовою збіжності алгоритмів (37) і (38) для рівнянь у банаховому просторі є умова $p + q < 1$, де p і q — відповідно константи Ліпшиця операторів PT і QT. Якщо рівняння задано в гільбертовому просторі і P — оператор ортогонального проектування, то найпростішою умовою збіжності алгоритмів (37) і (38) є нерівність $l < 1$, де l — константа Ліпшиця оператора T. В цьому випадку, якщо $p^2 + q^2 < 1$, швидкість збіжності характеризується геом. прогресією зі знаменником $\varepsilon = \min \left\{ l, \frac{q}{\sqrt{1 - p^2}} \right\}$. Існують і менш обмежені умови збіжності та оцінки похибки для різних класів операторів і просторів.

Алгоритми (37) і (38) вкладаються в схему заг. ітеративного методу, за яким наближені розв'язки x_n для рівняння $x = F(x, x)$ визначають з рівнянь

$$x_n = F_k (x_n, x_{n-1}), \qquad n = 1, 2, 3, \ldots, x_0 \in X, \qquad (40)$$

де оператори F_k визначаються за рекурентними ф-лами $F_1 (x, y) = F (x, y)$, $F_i (x, y) = F [x, F_{i-1} (x, y)]$, $i = 2, 3, \ldots, k$. Якщо

$F(x, y) = PTx + QTy$, $k = 1$, то алгоритм (40) співпадає з (37), а якщо $F(x, y) = T(Px + Ay)$, $k = 1$, то алгоритм (40) співпадає з алгоритмом (38).

Для операторних рівнянь у частково впорядкованих просторах часто вдається побудувати дві послідовності наближених розв'язків, які монотонно (відповідно знизу й згори) збігаються до шуканого розв'язку. Нехай X — частково впорядкований банахів простір, а оператор T в рівнянні (2) можна подати як $Tx = F(x, x)$, де $F(x, y) \in X$ при $x, y \in X$ і має властивість

$$F(x, y) \leqslant F(u, v) \quad (41)$$

при $x, y, u, v \in [u_0, v_0]$, $x \leqslant u$, $y \geqslant v$.

Якщо при цьому виконуються нерівності

$$u_0 \leqslant F(u_0, v_0), \quad F(v_0, u_0) \leqslant v_0, \quad (42)$$

то мають місце співвідношення

$$u_0 \leqslant u_1 \leqslant u_2 \leqslant \cdots \leqslant u_n \leqslant x^* \leqslant v_n \leqslant \ldots \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant v_0, \quad (43)$$

де $\{u_n\}$, $\{v_n\}$ визначають за рекурентними ф-лами

$$u_n = F(u_{n-1}, v_{n-1}), v_n = F(v_{n-1}, u_{n-1}). \quad (44)$$

x^* — розв'язок рівняння (2), який належить до відрізка $[u_0, v_0]$; оператор $F(x, y)$ має властивість (41), напр., у випадку, якщо $F(x, y) = T_1x + T_2y$, де T_1 — неспадний, а T_2 — незростаючий оператори. Елементи u_n й v_n утворюють відповідно неспадну обмежену згори $(u_n \leqslant v_0)$ і незростаючу обмежену знизу $(u_0 \leqslant v_n)$ послідовності. З цього іноді можна зробити висновок про збіжності їх відповідно до границь u і v. Якщо $u = v = x$ і $F(u, v)$ — неперервний оператор по u та v, то x — розв'язок рівняння (2).

Розглянуті методи широко використовують у практиці обчислювань на ЕОМ.

Літ.: Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., 1959 [бібліогр. с. 671—680]; Лучка А. Ю. Теория и применение метода осреднения функциональных поправок. К., 1963 [бібліогр. с. 123—126]; Михлин С. Г. Численная реализация вариационных методов. М., 1966 [бібліогр. с. 422—428]. Курпель Н. С. Проекционно-итеративные методы решения операторных уравнений. К., 1968 [бібліогр. с. 230—241]; Красносельский М. А. [та ін.]. Приближенное решение операторных уравнений. М., 1969 [бібліогр. с. 437—452]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [бібліогр. с. 422—431].

М. С. Курпель, А. Ю. Лучка.

ОПЕРА́ТОРНІ РІВНЯ́ННЯ — клас рівнянь у математиці. Див. *Рівнянь класифікація.*

ОПЕРА́ЦІЇ МАШИ́ННІ — операції, що їх кодують у вигляді окремих команд, реалізація яких в *цифровій обчислювальній машині* здійснюється структурно. Список операцій, що реалізуються машиною, визначається на основі аналізу *алгоритмів*, виконання яких покладають на машину. Програмування задач вхідною мовою машини (див. *Мови машинні*) дає змогу виявити осн. дії, що їх найчастіше включають до *програми* як окремі операції. Ці операції здебільшого вводять у список О. м., утворюючи т. з. програмний рівень внутр. мови (див. *Мова ЦОМ внутрішня*), та використовують, складаючи робочі програми задач. Алгоритм. універсальність роботи машини можна забезпечити набором операцій, що включає у себе операції пересилання вмісту будь-якої комірки пам'яті в будь-яку ін. комірку пам'яті, зміни числа на ±1, умовного переходу, *зупину* машини, введення—виведення інформації та (за наявності зовн. пам'яті) обміну між ОЗП і зовн. ЗП. Проте обмеженість такого набору ускладнює процес програмування й подовжує програми, а це призводить до утруднення процесу введення й до переобтяження *пам'яті ЦОМ*. Тому здебільшого вибирають досить широкий набір операцій, який перевищує мінімум потрібних.

О. м. за їхнім функціональним призначенням можна поділити на арифм. і логіч. операції, операції пересилань і передавання керування, операції з індекс-регістрами і переадресації, операції звертання до зовн. пристроїв і спец. операції. За допомогою арифметичних операцій здійснюють безпосереднє обчислювання різного роду арифм. виразів. До цих операцій належать власне арифм. операції (додавання, віднімання, множення й ділення) та деякі операції обчисл. призначення типу утворення модуля числа, порівнювання модулів двох чисел, виявлення дробової та цілої частини числа, операцій над порядками двох чисел та ін. Наявність логічних операцій у наборі О. м. спрощує розв'язування матем. задач і значно полегшує програмування логіч. задач. Як приклад можна назвати операції логіч. (порозрядного) множення, що реалізує *кон'юнкцію* двох чисел; логіч. (порозрядного) додавання, що реалізує *диз'юнкцію* двох чисел; порівнювання, що реалізує порозрядне додавання двох чисел за модулем 2 та ін. До різновидів логіч. операцій можна віднести операції, що здійснюють обробку *кодів*, такі, як зсування коду, видавання числа одиниць у коді, видавання номера старшої одиниці в коді, перегруповування коду числа та ін. За допомогою операцій пересилань здійснюють обмін інформацією безпосередньо між комірками ЗП та між ними й *регістрами* окремих пристроїв машини. Прикладами таких операцій можуть бути операції зчитування числа з якоїсь комірки пам'яті, записування числа в якусь комірку пам'яті та ін. Операції передавання керування є обов'язковими в наборі О. м. і використовують їх, щоб керувати порядком виконання команд. До них належать операції безумовного передавання керування (безумовний перехід) і операції передавання керування за умовою (умовний перехід). Команда безумовного переходу зазначає адресу команди, виконуваної після того, як виконано команду безумовного переходу. Передавання керування командою умовного переходу відбувається за значеннями ознак

переходу. Ці останні визначаються значеннями двійкових змінних, які відповідають, напр., знакові результату попередньої операції, нульовому значенню результату операції, нульовому вмістові індекс-регістра та ін. Включення **операцій з індекс-регістрами** до складу О. м. забезпечує використання в програмах адрес 2-го рангу (і вищих) і тим самим дає змогу складати програми, які самі настроюються за місцем свого розташування в пам'яті машини й місцем даних та розмірами їхніх масивів. Ці операції включають у себе операції пересилання коду між індекс-регістрами, додавання кодів в індекс-регістрах, установлення й видавання коду з індекс-регістра та ін.

Кодування команд у вигляді набору цифр значно розширює можливості програмування задач, бо дає змогу, якщо це потрібно в процесі обчислювання на машині, провадити перетворення команд за допомогою **операцій переадресації**. За приклади таких операцій можуть правити операції змінювання команди адресою, що полягають у додаванні коду адреси даної команди до коду адресної частини наступної команди (додавання адрес); змінювання команди кодом, коли за приріст до коду адресної частини наступної команди править вміст комірки, яку задає поточна команда, та ін. За допомогою **операцій звертання до зовнішніх пристроїв** здійснюється обмін інформацією між оперативною та зовн. пам'яттю машини. Прикладами таких операцій можуть бути операції введення в ОЗП з перфокарт, обміну між барабанами й стрічками, видавання інформації на вивідні пристрої та ін. Перелічені вище О. м. можна віднести до класу т. з. базисних операцій внутр. мови.

Спеціальні операції утворюють клас вбудованих процедур і являють собою програмовані операції, виконувані за *підпрограмами* (чи мікропрограмами), що зберігаються в постійній пам'яті машини. Такі операції визначають процедуру виконання деякої частини дій, що їх записують у вигляді стандартної послідовності О. м., а можливо, й мікрооперацій. Звертання до цих підпрограм за допомогою спец. операцій провадиться автоматично. Характерною особливістю вбудованих процедур є те, що в ході виконання їх може відбуватися багаторазове звертання до пам'яті машини як за елементами програмної послідовності, так і за значеннями їхніх операндів. Запровадження спец. операцій дає змогу розширити операційні можливості машини й сприяє спрощенню програмування та ефективнішому виконанню програм. Прикладами таких операцій можуть бути: обчислювання елементарних функцій, звертання до *бібліотеки стандартних підпрограм*, матрично-векторні операції, обмін з телеграфними каналами зв'язку та інші операції.

Тенденція до наближення програмного рівня внутр. мови (див. *Математичне забезпечення ЦОМ внутрішнє*) до алгоритмічних мов програмування веде до розширення складу класу базисних операцій і особливо класу вбудованих процедур.

Літ.: Глушков В. М. Теория алгоритмов. К., 1961 [бібліогр. с. 165—166]; Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура цифровых вычислительных машин. Л., 1970.

Л. Я. Карпман.

ОПЕРА́ЦІЇ НАД МАСИ́ВАМИ — дії над масивами, призначені для формування нових масивів. *Масив* розглядають як сукупність елементів, називаних *записами*, кожен з яких складається з скінченного набору значень величин. О. н. м. здійснюються шляхом перетворення заданих в операції величин, записів і масиву загалом. При цьому під перетворенням розуміють як зміну в масивах, так і переміщення їх одного відносно одного. О. н. м. широко використовують у різних *обробки даних системах* під час створення й використання інформаційної бази таких систем для розв'язування задач обліку, статистичних задач тощо. Склад О. н. м. визначається структурою конкретної системи обробки даних; проте можна виділити деякі операції, що мають досить загальне й широке застосування. Розглянемо деякі з них. Введемо поняття умови у вигляді набору виразів виду $x \circ a$, де x — найменування якоїсь величини, a — значення з області визначення x, $\circ$ — символ певного відношення. Напр., для числових величин відомі відношення $<$, $\leqslant$, $\neq$ та ін. Кажуть, що запис задовольняє задану умову, якщо для кожного $x \circ a$, що входить в умову, вираз $b \circ a$ — істинний, де b — значення величини x із розглядуваного запису.

Серед О. н. м. найпоширенішою є операція вибирання даних з масиву. Вона полягає в тому, що з записів, які задовольняють задану умову, вибирають значення величин, зазначених в операції. Часто використовуваними О. н. м. є й операції впорядкування і групування масивів. Упорядкування масиву за зростанням (спаданням) якоїсь величини означає розміщення записів у цьому масиві в порядку зростання (спадання) значень заданої величини. Так, упорядкувавши масив за числовою величиною x, для будь-якого i — порядкового номера запису в масиві матимемо $a_i \leqslant a_{i+1}$ ($a_i \geqslant a_{i+1}$), де a_i — значення величини x у запису з номером i. Групування масиву за значенням якоїсь величини означає таке розміщення записів у масиві, при якому записи, які мають однакові значення цієї величини, ідуть один за одним.

Можна визначити загальніші операції, які включають і впорядкування, і групування масиву. Впорядковані й згруповані масиви використовуються, в основному, для скорочення часу виконання операції вибирання даних з масиву. Характерним для зазначених операцій є те, що вони виконують дії на рівні записів, не змінюючи значень величин, які входять до них. До цієї групи операцій можна віднести й операцію зливання масивів,

яка полягає в побудові нового масиву, який складається з усіх тих і тільки тих записів, які належать хоч би одному з заданих масивів; при цьому одержуваний в результаті масив можна побудувати відповідно до наперед заданого порядку розміщення записів у ньому.

Простішими операціями цієї групи вважають операції включення запису в масив і виключення з масиву записів, які задовольняють задану умову.

До груп операцій, виконуваних над величинами, можна віднести й різновид операції коректування масивів, який полягає в тому, що значення заданої в операції величини заміняється іншим значенням для кожного запису, який задовольняє задану умову.

Операція об'єднування масивів належить до складніших операцій цієї групи. Вона дає змогу будувати з різних значень записів первісних масивів, які задовольняють задану умову, нові записи одержуваного масиву.

Прикладом операцій, виконуваних над масивом загалом, можуть бути операції дублювання, пересилання масиву тощо.

П. І. Андон

ОПЕРА́ЦІЇ НАД СИ́МВОЛАМИ Й РЯДКА́МИ — виконувані на цифровій обчислювальній машині дії по обробці символів і послідовностей символів (рядків), результатом яких є символи, рядки або логічні значення. Сучасні ЦОМ у процесі розв'язування завдань по обробці даних — економ., керування, планування та ін., оперують і з числовою, і з довільною буквено-цифровою інформацією, при обробці якої і здійснюють О. над с. й р. Реалізація алгоритмів виконання цих операцій здебільшого здійснюється на різних рівнях. На 1-му — мікропрограмному — рівні здійснюється обробка символів і рядків, які не перевищують довжини *машинного слова*. Операції на цьому рівні провадяться за допомогою елементарних однотактних дій (мікрооперацій), таких, як *зсув*, передавання та ін., і для збільшення ефективності виконуються з макс. використанням операційного пристрою та його запам'ятовувальних регістрів без звертання до ОЗП машини. До операцій 1-го рівня належать звертання до поля рядка, посимвольна обробка рядка й відношення для рядків.

1. Звертання до поля рядка. Поле рядка (частина рядка, що являє собою послідовність символів, які мають суміжні позиції) задається номером 1-ї позиції (символу) поля (символи відлічуються зліва направо) й довжиною поля — числом позицій, що є на полі. До поля рядка звертаються для зчитування символів з поля та для записування на полі нових символів. Операції звертання до поля рядка можна виконувати за допомогою посимвольних зсувів і пересилань, накладань масок (відповідних наборів з послідовностей одиниць і нулів) на опрацьовуваний рядок та ін. Напр., для виділення символів поля з використанням посимвольних зсувів досить «стерти» символи, що йдуть за полем, за допомогою лінійних зсувів праворуч, зсунути поле ліворуч і дописати до кінця слова символи «пусто».

Під час записування символів на полі рядка з використанням масок провадиться «стирання» поля накладанням на опрацьовуваний рядок маски з послідовностей нулів на місці розміщення поля й записування нових символів накладанням їх на очищене поле. При «стиранні» поля виконується операція кон'юнкції кодів маски й опрацьовуваного рядка, при записуванні нових символів — операція диз'юнкції коду рядка з очищеним полем і записуваних символів.

2. Посимвольна обробка рядків дає змогу здійснювати переміщення й заміну символів у межах рядка. До операцій цього класу належать безумовна й умовна заміна символів рядка, порівнювання символів, об'єднування й поділ рядка за маскою та лінійні й циклічні посимвольні зсуви. В процесі виконання операцій заміни символів кожний символ рядка порівнюється з заданим символом; залежно від результату порівнювання здійснюється заміна відповідного символу або допускається порівнювання наступного символу рядка. Якщо заміна умовна, перегляд і заміна символів провадиться не до кінця рядка, а до виявлення деякого заданого символу. Т. ч., у разі умовної заміни кожний символ рядка порівнюється не з одним, а з двома заданими символами. Операції об'єднування й поділу рядка за маскою передбачають виділяння відмічених маскою символів рядка. При операціях об'єднування відмічені символи розміщуються в суміжних позиціях, зсуваються ліворуч і доповнюються до кінця слова символами «пусто». Під час операцій поділу відмічені символи займають у слові результату ті самі складові позиції, що й у вихідному рядку, а в решту позицій рядка записуються символи «пусто». Операції лінійних і циклічних посимвольних зсувів допускають зміщення ліворуч або праворуч усіх символів рядка на задане довільне (в межах рядка) число позицій зі втратою або запам'ятовуванням висовуваних символів.

3. Відношення для рядків передбачають порівнювання двох рядків за двома відповідними символами, починаючи з крайніх лівих відповідно до прийнятого старшинства символів. Результатом виконання операцій відношення є логічне значення. Більшим вважають рядок, у якого перший із символів, що не збігаються, старший. Допускається порівнювання рядків, у яких різна к-сть символів. У цьому разі довжина рядків вирівнюється дописуванням символів «пусто» до коротшого рядка. Наведеного складу операцій, разом з операцією умовного переходу, досить, щоб реалізувати нормальні алгоритми (алгоритми Маркова).

До операцій 2-го рівня належать дії над рядками довільної довжини — посимвольна обробка їх, операції відношення та звертання до полів. Ці операції будуються здебільшого в базисних операціях 1-го рівня й фіксуються

звичайно в пасивному запам'ятовувальному пристрої машини. Істотною відміною операцій 2-го рівня є звертання в процесі виконання їх до ОЗП для добування чергових послідовностей символів і для запам'ятовування проміжних результатів. Описані операції дають змогу здійснювати ефективну обробку масивів рядків — упорядковування, редагування тощо. *І. П. Окулова.*

ОПЕРА́ЦІЇ НАД ЧИ́СЛАМИ — сукупність дій над упорядкованою послідовністю цифр відповідно до набору правил, що їх задають алгоритмами виконання операцій, внаслідок яких утворюється нова послідовність цифр. Основними О. над ч. є арифм. операції, операції порівнювання, перетворювання числа й логічні операції.

Арифметичні операції. До них належать операції додавання, віднімання, множення, ділення і добування квадратного кореня. Методи виконання цих операцій залежать від застосовуваної *системи числення* (позиційна чи непозиційна), від вибору основи системи числення та від способів кодування від'ємних чисел. Найпростіші арифм. операції реалізуються в двійковій позиційній системі числення.

Додавання й віднімання. Складовою частиною всіх *алгоритмів* виконання арифм. О. над ч. є елементарна операція підсумовування. Повна операція арифм. додавання відрізняється від простого підсумовування тим, що потрібно враховувати знаки доданків, спосіб кодування від'ємних чисел, положення коми при подаванні чисел (фіксована чи плаваюча) й потребу заокруглювати результат. Для кодування від'ємних чисел використовують прямий, зворотний або додатковий коди (див. *Код, Коди коректуючі*). Кодування від'ємних чисел зворотним або додатковим кодом дає змогу замінювати віднімання числових значень підсумовуванням їх. При кодуванні абсолютного значення числа прямим кодом здійснюється переведення прямого коду від'ємного числа на зворотний або додатковий у процесі виконання додавання. Якщо результат підсумовування від'ємний, його подано зворотним або додатковим кодом, і через це здійснюється переведення його на прямий код наприкінці операції. Арифм. операція віднімання, як правило, замінюється операцією додавання з операндом, знак якого змінено на протилежний. Алгоритм виконання додавання для чисел з плаваючою комою відрізняється від алгоритму додавання з фіксованою комою тим, що перед безпосереднім підсумовуванням виконується порівнювання та вирівнювання порядків чисел. Результатові підсумовування присвоюють порядок більшого числа, а мантису зводять до нормалізованого виду. Швидкість виконання підсумовування в ЦОМ визначає швидкодія *суматорів*. Застосування схем наскрізних і одночасових групових переносів, асинхронних методів визначення завершення переносів, суматорів з «умовними сумами» й паралельно-паралельних суматорів (див. *Блоки ЦОМ типові*) збільшує швидкість виконання операцій додавання й віднімання. Виконання підсумовування чисел, поданих у десятковій позиційній системі числення, здійснюється за допомогою десяткових суматорів, типи яких визначаються способом кодування десяткових цифр. Для одержання кожної десяткової цифри суми при двійковому кодуванні використовуються правила двійкового додавання в кожному розряді суматора з подальшим коректуванням цифри суми, якщо вона більша за цифру «9». Засоби коректування визначаються методом кодування десяткових цифр. Так, напр., при двійковому кодуванні десяткових цифр кодом «8, 4, 2, 1» корекція результату здійснюється додаванням 6 (0110); вихід за розміщуване число розрядів, одержаний при першому чи другому додаванні, фіксується як перенесення в старший десятковий розряд. Від'ємні десяткові числа, як і двійкові, кодуються створенням доповнення кожної цифри десяткового числа до «9» і при використанні самодоповнюваних двійкових кодів («2, 4, 2, 1») цей код збігається зі зворотним. Алгоритм виконання додавання десяткових чисел має таку саму послідовність кроків, що й двійкових чисел.

Множення. Виконання арифм. операції множення для чисел з фіксованою комою складається з утворення знака добутку й перемножування абсолютних значень співмножників. Знак добутку дорівнює сумі за модулем 2 знаків співмножників. Для двійкової системи кодування чисел множення абсолютних значень співмножників складається з додавань множеного до часткового добутку та зсувів при черговій цифрі множника — «1» або з самих лише зсувів при черговій цифрі множника — «0». При цьому в суматорі нагромаджуються часткові добутки. Розрізняють чотири варіанти множення співмножників: множення на множник з боку молодших розрядів зі зсувом часткових добутків праворуч (множене нерухоме); множення на множник з боку молодших розрядів зі зсувом множеного ліворуч (часткові добутки нерухомі); множення на множник з боку старших розрядів зі зсувом часткових добутків ліворуч (множене нерухоме); множення на множник з боку старших розрядів зі зсувом множеного праворуч (часткові добутки нерухомі). При множенні чисел, поданих з плаваючою комою, порядок добутку дорівнює сумі порядків співмножників, а мантиса добутку — добуткові мантис співмножників (результат зводять до нормалізованого виду з одночасним коректуванням порядку). Множення від'ємних чисел, поданих зворотним або додатковим кодом, провадиться простим множенням цих кодів і введенням поправок до попереднього результату, що здійснюється або в процесі множення, або після нього. Так, напр., при від'ємному множнику, поданому додатковим кодом, і додатному множеному, щоб одержати правильний добуток, потрібно відняти подвійне множене з добутку, одержа-

ного простим множенням. При поданні співмножників зворотним кодом звичайно здійснюється переведення їх у прямий код і множення виконується в прямих кодах з наступним перетворенням добутку на зворотний код.

Усі способи прискорення множення зводяться до прискорення власне операції додавання (віднімання), зменшення загальної кількості додавань (віднімань), замінювання однорозрядних зсувів багаторозрядними й суміщення в часі операцій додавання і зсуву. Ці способи можна застосовувати самі й у будь-якій комбінації, цим і зумовлюється різноманітність методів. За додатковими затратами устаткування, потрібного для прискорення множення, всі методи можна поділити на логічні й апаратні. При логічних методах прискорення незмінною зберігається кількість числових регістрів арифм. пристрою, а прискорення досягається за рахунок ускладнення пристрою керування (кількість додаткового устаткування N не залежить від кількості розрядів співмножників m). Апаратні методи прискорення потребують введення додаткового устаткування в регістрову частину *арифметичного пристрою,* що залежить від кількості розрядів співмножників m. До логічних методів прискорення множення належать: метод пропуску тактів підсумовування, якщо чергова цифра множника — нуль, метод групування розрядів множника й використання від'ємних ваг розрядів для подання його; метод послідовного перетворення цифр множника; метод суміщення додавання та зсування. Розрізняють апаратні методи прискорення 1-го порядку (для них характерна лінійна залежність N від m) і апаратні методи 2-го порядку (кількість додаткового устаткування пропорційна m^2). Апаратні методи прискорення множення побудовано на введенні додаткових кіл зсуву в регістрах для зменшення кількості зсувів і на запровадженні додаткових підсумовувальних схем для прискорення додавань. До апаратних методів 1-го порядку належать: запровадження багаторозрядних зсувів і додаткового зсунутого суматора та метод одночасного множення на старшу й молодшу половини множника і метод неповного підсумовування; до апаратних методів 2-го порядку — використання m додаткових підсумовувальних схем та інверторів, за допомогою яких провадиться множення на всі розряди множника паралельно. Множення чисел, поданих у десятковій системі числення, можна здійснювати, використовуючи таблиці множення, які або зберігаються в *запам'ятовувальному пристрої*, або утворюються за допомогою набору перемикальних кіл. Простішою формою множення в машинах є множення за допомогою послідовного додавання, коли множення на кожну цифру множника складається із стількох додавань множеного до часткового добутку, скільки одиниць є в цифрі множника. Кількість додавань можна зменшити, використовуючи віднімання множеного з часткових добутків, коли подаються десяткові цифри множника від 6 до 9 у вигляді доповнення до 10 й подальшого додавання 1 до цифри наступного розряду, або використовуючи подвоєний і зп'ятерений множник та їхні комбінації з відніманням.

Д і л е н н я й д о б у в а н н я к о р е н я. Через те, що арифм. операції ділення й добування квадратного кореня в програмах розв'язування задач трапляються рідше за ін. арифм. операції, їх часто виконують за *підпрограмами* за допомогою ітераційного процесу, який включає додавання, віднімання й множення. На виконання цих операцій за *мікропрограмами* в арифм. пристрої йде менше часу порівняно з виконанням їх за підпрограмою, при незначному збільшенні кількості устаткування в заг. об'ємі машини. Процес ділення абсолютних значень чисел, поданих у двійковій системі числення з фіксованою комою, полягає в знаходженні цифри частки за знаком черговової остачі: при від'ємній остачі цифра частки відповідає «0», при додатній — «1». В машинах застосовується, як правило, метод ділення без відновлювання остачі (цифрі частки присвоюють значення «0», якщо чергова остача від'ємна, і подвоюють цю остачу з подальшим додаванням дільника). Знак частки визначається як і при множенні. При діленні чисел, поданих з плаваючою комою, порядок результату відповідає різниці порядків дільника й діленого з поправкою на нормалізацію мантиси результату. Ділення чисел, поданих у зворотному чи додатковому коді, не потребує корекцій, як при множенні, а що виконувати: додавання чи віднімання дільника з чергової остачі, це встановлюють, порівнюючи знаки остачі й дільника: якщо вони не збігаються, то здійснюється додавання дільника, якщо збігаються,— віднімання (додавання й віднімання виконується з урахуванням алгебр. знаків). Як і при множенні, прискорення операції ділення побудовано на зменшенні кількості додавань (віднімань), на прискоренні власне додавань (віднімань), введенні багаторозрядних зсувів тощо. До логічних методів прискорення ділення належить метод пропускання тактів віднімань при нормалізованому дільнику аналізом старших цифр остачі та заміні віднімань дільника з остачі зсувами, якщо в старших розрядах остачі — нулі (відповідні цифри частки дорівнюють нулям). Якщо для прискорення множення використовують апаратні методи, то це саме устаткування використовують і для прискорення ділення (напр., метод неповного підсумовування, використання додаткових суматорів). Методи ділення чисел, поданих у десятковій системі числення, аналогічні методам ділення в двійковій системі. Чергова цифра частки відповідає кількості послідовних віднімань дільника з остачі до одержання від'ємної остачі. Алгоритм виконання операції добування квадратного кореня як самостійної операції полягає у визначенні цифр кореня, як і при діленні, за знаком остачі, одержаної внаслідок віднімання з чергової грані підкореневого виразу, починаючи з старшої, подвоєного част-

кового кореня (віднімання виконується в додатковому коді). Порядок результату, поданого плаваючою комою, дорівнює порядкові підкореневого виразу, поділеному на 2. В зв'язку з обмеженою кількістю розрядів для подання абсолютних значень чисел виконання арифм. операцій у ЦОМ може призвести до появи похибки обчислень, яку можна зменшити, запроваджуючи заокруглення результату (див. *Ланцюг заокруглення*), та до виходу результату за межі допустимого діапазону представних чисел, що фіксується за переповненням або абсолютного значення результату (для фіксованої коми), або порядку результату (для плаваючої коми). Різні модифікації арифм. О. над ч. з плаваючою комою пов'язані з наявністю чи відсутністю блокування заокруглення та нормалізації результату.

Порівнювання. Виконання операцій порівнювання полягає у визначенні більшого чи меншого з двох чисел або рівності двох чисел і зводиться до виконання операції віднімання порівнюваних чисел з наступним аналізом результату. Для спрощення виконання цих операцій пристрій повинен мати схему визначення рівності числа нулеві.

Перетворювання числа. Одномісні операції перетворювання числа включають операції зсуву числа, замінювання знака числа, виділення цілої частини числа, поданого з плаваючою комою, відокремлювання цілої частини числа від дробової, зведення числа до нормалізованого виду, перетворювання форми запису цілого числа на форму запису дійсного числа з плаваючою комою і навпаки тощо. Ці операції здійснюються за допомогою елементарної операції зсування.

Логічні операції. Логічні операції диз'юнкції, кон'юнкції, заперечення, рівнозначності, нерівнозначності тощо визначено для булевих змінних. Виконуючи ці операції в арифм. пристроях, *машинне слово* розглядають як набір булевих змінних, і операції виконуються порозрядно (напр., виконання операції диз'юнкції можна звести до порозрядного передавання по роздільному одиничному входу *тригера* регістра, в якому зберігається 1-й операнд, код 2-го операнда). Всі інші операції за допомогою правил перетворень логічних виразів можна звести до операції диз'юнкції. Виконання О. над ч. при позиційній системі кодування має істотну ваду — наявність міжрозрядних зв'язків, що обмежує швидкодію арифм. пристроїв.

Використання непозиційних систем числення для подавання чисел (зокрема, системи числення в залишкових класах) дає змогу виконувати операції додавання, віднімання й множення паралельно над цифрами кожного розряду окремо поза зв'язком між розрядами, внаслідок чого швидкість виконання цих операцій не залежить від кількості розрядів і її можна звести до тривалості машинного такту. Малорозрядність остач, які представляють число, дає змогу використовувати табличні методи виконання цих операцій. Проте алгоритми виконання операцій, для яких потрібно знати все число загалом (визначення знака числа, порівнювання чисел за величиною, ділення з заокругленням результату, визначення виходу числа за межі діапазону представних чисел), складніші, ніж для позиційних систем числення. Розроблено кілька ефективних методів для виконання цих операцій у системах залишкових класів. Операції, виконувані за *підпрограмами стандартними*, потребують для реалізації неодноразового звертання до запам'ятовувального пристрою, де зберігаються проміжні результати виконання операцій, що становлять етапи стандартної підпрограми. До цього класу операцій належать, напр., операції піднесення до степеня, операції перетворювання з однієї системи числення в іншу, операції над комплексними числами й числами, довжина яких перевищує довжину машинного слова, та операції по обчислюванню тригонометричних функцій і знаходженню логарифмів.

Літ.: Рабинович З. Л. [та ін.]. Анализ методов многотактного умножения и деления в ЦВМ. «Автоматика и приборостроение», 1962, № 2; Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585]; Акушский И. Я., Юдицкий Д. И. Машинная арифметика в остаточных классах. М., 1968 [бібліогр. с. 430—433]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575]; Ричардс Р. К. Арифметические операции на цифровых вычислительных машинах. Пер. с англ. М., 1957 [бібліогр. с. 412—419].

З. М. Кириченко.

ОПЕРА́ЦІЙ ДОСЛІ́ДЖЕННЯ — напрям у дослідженні й проектуванні систем, оснований на математичному моделюванні процесів та явищ; вужче — це комплекс засобів та методів, призначених для створювання матем. моделей реальних явищ і систем і для формального одержання висновків, які дають змогу створити або змінити систему в заданому плані. О. д. дало змогу від спостережень та умоглядних висновків перейти до строгої перевірки уявлень про розглядувані системи та явища на моделях, насамперед на матем. моделях, реалізація яких з появою ЕОМ стала швидкою й ефективною.

Під операцією звичайно розуміють функцію — дію, виконувану якоюсь організацією згідно з певними умовами та інструкціями, при цьому під організацією мають на увазі систему, складовою частиною якої є людські колективи в традиційному розумінні. Т. ч., змінити операцію—означає змінити її організацію й умови та інструкції щодо дії. Часто операції стають неефективними через неочевидну підміну мети в організації операції. Тому, як правило, робота дослідників операції починається з аналізу к р и т е р і ю е ф е к т и в н о с т і операції. Проблема критерію відіграє важливу роль у соціально-економ. системах з їхньою мінливістю, невизначеністю, властивістю розвиватися, можливою суперечністю локальних цілей окремих представників організації й задач організації в цілому. Узгодження бажаних і реальних цілей звичайно веде до істотної організаційної перебудови і виводить за межі кола питань, розгля-

дуваних у рамках О. д., тобто вимагає проектувати операції начебто заново, використовуючи весь арсенал методів удосконалювання організації, які включають і *системний підхід*, і методи *системотехніки, психології інженерної* та соціальної, групової динаміки тощо.

На практиці часто застосовують таку раціоналізацію операцій, яка виражається в зміні не критерію чи структури організації, а зміні інтенсивності й характеру використовування тих або інших ресурсів і засобів, за допомогою яких змінюються послідовність чи умови виконання дій, робіт. У цих випадках математизація задачі й побудова моделі приводить до екстрем. постановки, яку вдається розв'язати методами теорії оптим. рішень або імітаційним моделюванням. Оскільки методи розв'язування екстрем. задач часто є дуже специфічними для тих чи інших класів операцій, відповідні розділи теорії оптим. рішень разом з описом цих класів задач прийнято вивчати, включивши їх у рамки О. д. В останні роки побудова імітаційних моделей систем значно прискорюється завдяки розробці алгоритм. мов моделювання, структура яких є методичною вже сама по собі. Імітаційне моделювання — це універсальний засіб розв'язування задач О. д. Швидше й точніше розв'язують ту чи іншу екстрем. задачу в О. д., якщо її постановку вдається звести до добре вивчених матем. структур і скористатися з відповідних методів теорії оптим. рішень. Тут дослідникові операцій допомагає в основному знання теорії оптим. рішень, досвід, різні запитальники (з запитаннями на зразок: «Що є невідоме?», «Як конструюють можливі варіанти?», «Яким набором параметрів їх зображають?», «Які властивості невідомого?», «Чи не траплялися близькі постановки раніше?» та ін.). Такі запитальники окреслюють етапи постановки задачі.

Найскладнішою процедурою в О. д. є встановлювання ступеня близькості між матем. моделлю та реальною системою. Ці труднощі більш-менш успішно подолано для ймовірнісних моделей операцій на основі методів *математичної статистики*. Іноді помилково протиставляють О. д. системному підходові. Насправді в О. д. при моделюванні завжди застосовують системний підхід, а системний підхід у дослідженні, проектуванні, плануванні систем вимагає, як правило, застосовувати методи О. д.

Літ.: Вентцель Е. С. Введение в исследование операций. М., 1964 [бібліогр. с. 384]; Морз Ф. М., Кимбелл Дж. Е. Методы исследования операций. Пер. с англ. М., 1956 [бібліогр. с. 300—301]; Саати Т. Л. Математические методы исследования операций. Пер. с англ. М., 1963; Райветт П., Акофф Р. Л. Исследование операций. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 141—142]; Черчмен У. [та ін.]. Введение в исследование операций. Пер. с англ. М., 1968.

В. В. Шкурба.

ОПЕРА́ЦІЙ СИСТЕ́МА — набір операторів внутрішньої мови *цифрової обчислювальної машини*, що доступний програмістові для написання програми. О. с. ЦОМ і способи задавання адрес операндів становлять *команд систему* ЦОМ. О. с. є одним з осн. факторів, від яких залежить проблемна орієнтація ЦОМ, тобто орієнтація на ефективне розв'язання одного або кількох класів задач.

Розвиток О. с. тісно пов'язаний з розвитком методів керування обчисл. процесом у ЦОМ і структури її загалом. Розрізняють такі типи О. с.: 1) О. с. з однопрограмною роботою й записом програми мовою простих машинних команд; 2) з мультипрограмною роботою й записом програми мовою машинних команд; 3) з однопрограмною роботою й записом програми конструкціями мови високого рівня; 4) з мультипрограмною роботою й записом програми конструкціями мови високого рівня.

У перших ЦОМ були О. с. виключно 1-го типу. Їхні О. с. містили мінімально потрібні набори операцій для арифм. обчислювань. Приблизний склад О. с. цього типу — арифм. операції з фіксованою комою (іноді й з плаваючою), прості логічні операції (*кон'юнкція, диз'юнкція*, додавання за модулем 2 тощо), операції керування логіч. переходами в *програмах*, найпростіші операції введення—виведення, операції *зупину*. Найрозвинутіші ЦОМ з О. с. 1-го типу мали в своєму складі й операції, що безпосередньо належать до керування обчисл. процесом — операції переривання обчислень з передаванням керування в заздалегідь визначені комірки оперативної пам'яті, операції керування різними типами зовн. пристроїв (графікопобудовники, алфавітно-цифровий вивід). Прикладами ЦОМ з О. с. 1-го типу є машина *«М-20»* (і однотипні з нею) та всі ЦОМ фірми ІБМ, що їх розроблено до появи «ІВМ-360» («ІВМ-709», «ІВМ-7030»).

О. с. 2-го типу є розвитком О. с. 1-го типу: так, склад О. с. було поповнено потужнішими арифм. операціями, зокрема операціями над короткими й довгими словами, операціями над кодами, символами, операціями упаковування й розпаковування кодів відповідно до заданої маски, різних операцій переривання, що надходять ззовні та від пристроїв машини тощо. В складі О. с. 2-го типу з'явилися операції для спілкування програми з *операційною системою* чи для захисту умовної (математичної) пам'яті користувача. Крім операцій, що їх реалізують схемно, використовують макрооперації (екстракоди), тобто *підпрограми*, які постійно зберігаються в ЦОМ і які не займають матем. пам'яті машини користувача. Така О. с. дає змогу організовувати обробку операндів, які зберігаються не лише в пам'яті, а й в адресованих *регістрах* ЦОМ. Прикладами ЦОМ з О. с. 2-го типу є «ІВМ-360» та подібні до неї і «БЭСМ-6».

О. с. 3-го типу пов'язана з розробкою ефективних засобів *взаємодії людини з обчислювальною машиною* в процесі розв'язування задачі. Вхідна мова в таких ЦОМ — це мова, близька до звичайної матем. мови, а внутр. мова (а, отже, й О. с.) близька до вхідної мови. Ця близькість або взагалі виключає

етап трансляції під час підготовки й налагоджування алгоритму розв'язування задачі, або потребує лише дуже простого транслятора. Прикладом ЦОМ з таким типом О. с. є машина *«МИР»*.

О. с. 4-го типу характеризується тими самими властивостями, що й О. с. 3-го типу, але ЦОМ з О. с. 4-го типу призначена для мультипрограмної роботи, отже в ній є потрібні для цього операції, напр., ЦОМ «ІВМ-360» модель 30 з реалізацією мови високого рівня ЕЙЛЕР як внутр. мови.

Важливим засобом переходу від однієї О. с. до іншої є емуляція О. с., яка полягає в тому, що на новій машині моделюють О. с. старої машини (програмними або структурними засобами). Запровадження емуляції О. с. зумовлюється двома факторами: наявністю значної кількості програм для старих ЦОМ, якими не користуються, але фонди програм, налагоджених для цих ЦОМ, можна використовувати й надалі, і, по-друге, кваліфікацією й досвідом програмістів, які в цьому разі можуть скласти програму на найзручнішій для них мові (системі операцій). Іноді термін «О. с.» замінюють терміном «набір операцій».

Див. також *Мова ЦОМ внутрішня.*

Літ.: Ляшенко В. Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ 3-М, БЭСМ-4, М-220. М., 1967 [бібліогр. с. 419]; Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Вычислительная система «IBM/360». Пер. с англ. М., 1969; Weber H. A microprogrammed implementation of EULER on IBM system/1360 model 30. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1967, v. 10, № 9.

А. О. Якуба.

ОПЕРАЦІЙНА СИСТЕМА — комплекс програм, які здійснюють керування обчислювальним процесом і реалізують найзагальніші алгоритми обробки інформації на певній цифровій машині. Перші О. с. створено в 1953—54 в США. У 1955 розроблено вже досить розвинену О. с. для машини «IBM-704». При створенні перших О. с. прагнули скоротити час налагоджування *програм* вручну за пультом машини і, по змозі, мінімізувати час, що його витрачає оператор для підготовки задач до розв'язування. З цією метою створено серію обслуговувальних, керуючих та *налагоджувальних програм*, які постачали програмістові інформацію, необхідну для аналізу роботи програми за письмовим столом, а не за пультом машини. З розвитком вхідних мов постала потреба автоматизувати процеси викликання відповідних *трансляторів*, завантажування відтрансльованих програм у пам'ять та процес *пам'яті розподілу*.

Особливе значення для розвитку О. с. мала ідея *багатопрограмної обробки інформації*. Найбільш довершеного вираження ця ідея набула при розробці О. с. для машини «ATLAS» (Англія). Цю систему слід вважати за родоначальницю сучасних О. с., які складаються з десятків і сотень тисяч команд і практично повністю автоматизують зовн. і внутр. організацію обчисл. процесу на машині.

Усталеної класифікації О. с. немає. Причиною цього є, очевидно, складність самих систем, постійний їхній розвиток і поява нових різновидів. Для деяких окремих випадків класифікація О. с. можлива і загальноприйнята. Так, напр., виділяють два класи О. с., які характеризуються способом доступу користувача до ЦОМ: одні О. с. допускають безпосередній доступ користувача до ЦОМ, а інші передбачають посередників між користувачем і ЦОМ в особі операторів, які приймають завдання користувачів і видають їм розв'язки. О. с., що допускають користувача до ЦОМ без посередництва оператора, застосовують у системах розподілу часу (див. *Діалога режим, Обробка інформації в режимі розподілу часу*) та в *автоматизованих системах управління підприємством*. О. с., якими можна користуватися при посередництві оператора, застосовують при *пакетній обробці інформації*. Особливі О. с. необхідні для обчисл. процесу на ЦОМ, що працюють у системах керування тех. і технолог. об'єктами (див. *Обробка інформації в реальному масштабі часу*).

Осн. функціями О. с. є власне керування обчисл. процесом та реалізація алгоритмів обробки інформації загального для даної машини і класу задач призначення, напр., трансляція, редагування, впорядковування, сортування тощо. Відповідно до такого розподілу функцій О. с. програми, що входять до неї, прийнято поділяти на *керуючу програму* та оброблювальні програми (частину оброблювальних програм, які виконують суто допоміжні функції, наз. програмами обслуговувальними). Керуючу програму можна розглядати як своєрідне «програмне продовження» *пристрою керування ЦОМ*. Внаслідок функціонування О. с. користувач має у своєму розпорядженні якусь уявну (віртуальну) машину, програмно імітовану на реально працюючій машині. Внутр. мову віртуальної машини розширено порівняно з мовою реальної машини додатковими інструкціями, що їх виконують керуючі програми (див. *Макрокоманда*). Тех. параметри віртуальної машини дещо нижчі, ніж реальної, особливо за багатопрограмної обробки інформації. Так, швидкодія віртуального процесора з погляду користувача нижча, ніж реального, бо реальний процесор може виконувати паралельно кілька програм. Осн. функціями керуючої програми О. с. є керування завданнями, розподіл пам'яті, керування обміном, *керування даними*, реакція на нерегулярні ситуації, ведення протоколу обчисл. процесу та керування оброблювальними програмами О. с., напр., трансляторами. Усі ці функції О. с. взаємопов'язані, тому чітко розмежувати їх не завжди можливо. Значущість тієї чи іншої функції залежить від зовн. та внутр. організації обчисл. процесу. Програми О. с. залежно від частоти звертання до них і необхідної швидкості виконання їх завжди містяться в оперативній (або довгочасній) пам'яті — т. з. резидентній чи нерезидентній частині О. с. Основною одиницею роботи ма-

шини є завдання. Характерною рисою завдань є їхня змістова цілісність (з погляду користувача) й незалежність одного від одного. Кожне завдання поділяють на кілька пунктів (кроків), які виконують послідовно відповідно до керуючих пропозицій, які задає користувач у завданні. Керуюча програма, розпізнавши черговий пункт, приймає його до виконання. При багатопрограмній обробці інформації окремі пункти, породжувані різними завданнями, виконуються практично паралельно відповідно до режиму роботи.

Найзагальніші ф-ції керування в О. с. виконують спец. плануючі програми, які аналізують потік завдань і попередньо розподіляють машинні ресурси (*пристрої введення та виведення інформації ЦОМ* пам'ять на *дисках магнітних* чи *барабанах магнітних* тощо). Інформація про ресурси, необхідні для задачі, міститься в т. з. паспорті задачі. Після розчленування на пункти завданнями починають керувати програми, що їх об'єднують звичайно поняттям «супервізор». *Супервізор* відає поточним забезпеченням задач ресурсами, керує розподілом пам'яті та процесами обміну з нагромаджувачами. Програми, які відповідають окремим задачам, розчленовуються здебільшого на кілька сегментів, які є одиницями завантаження в оперативну пам'ять. Функціями супервізора є також виклик сегментів із зовн. нагромаджувачів для виконання їх, настроювання на дійсні адреси в оперативній пам'яті та забезпечення зв'язку між окремими сегментами (редагування зв'язків). Часто ці ф-ції реалізують спец. програми — *завантажувачі*. Особливо важливим є завантаження окремих сегментів якоїсь задачі на те саме місце оперативної пам'яті (так зв. перекриття). Керування даними полягає в організації на *запам'ятовувальних пристроях зовнішніх* каталогізованої системи *масивів*, звертання до яких у програмах максимально наближене до звертання, прийнятого в *алгоритмічних мовах* високого рівня (напр., у мові *КОБОЛ*). Керування даними є необхідним в О. с., призначених для автоматизованих систем управління підприємствами, *інформаційно-довідкових систем* та для інших застосувань, де потрібна організація архівів інформації на зовн. носіях.

У процесі роботи машини можуть виникати різні нерегулярні ситуації, пов'язані з несправностями самої машини (відмови і збої) чи помилковими діями оператора та користувача. При виникненні таких ситуацій керуюча програма реагує на вироблювану інформацію (напр., сигнали переривання), аналізує ситуацію і вживає заходів до *діагностики несправностей ЦОМ*, її локалізації і, якщо можливо, до автомат. усунення її ввімкненням резервної апаратури, відімкненням несправної машини чи переходу на режими роботи з неповним комплектом апаратури. Діагноз та рекомендації до усунення нерегулярної ситуації повідомляються операторові. У випадку, коли розв'язувати якусь задачу далі неможливо через аварію чи помилки в програмі, керуюча програма видає т. з. «посмертну інформацію», яка допомагає операторові (або користувачеві) одержати максимум відомостей про випадок, що стався, і не допустити повторення цієї помилки в наступному. Особливо складні ф-ції контролю й діагностики мають керуючі програми багатопроцесорних систем, які працюють у реальному масштабі часу (взаємна діагностика *процесорів*, забезпечення функціонування системи в разі виходу з ладу деяких процесорів тощо).

Треба, щоб увесь перебіг обчисл. процесу на машині автоматично протоколювався, особливо коли машину використовують багато споживачів, які працюють з терміналів (індивідуальних пультів) та коли машину використовують у автоматизованих системах управління. Протоколювання необхідне для розрахунку оплати за експлуатацію машини і для одержання первинної документації при виникненні різних конфліктних ситуацій у стосунках з користувачами. До протоколу входять відомості про витрати машинного часу (окремо по центр. процесорові та зовн. пристроях для виконання кожного завдання користувача, про дії оператора та користувача в регулярних і нерегулярних ситуаціях). Відомості про процес нагромаджуються звичайно в зовн. пам'яті машини і на вимогу оператора їх можна виводити на пристрій відображення або на друкувальний пристрій. Деякі відомості виводить керуюча програма. Оброблювальні програми заг. призначення (транслятори, завантажувачі тощо) перебувають під безпосереднім контролем керуючої програми, яка викликає їх і забезпечує ресурсами. Після закінчення роботи завантажувача О. с. бере на себе керування завантаженою програмою. В деяких випадках зв'язок між керуючою програмою і системою програмування, яку реалізує транслятор, буває такий тісний, що включити до О. с. ще одну систему програмування практично неможливо. Таке взаємне переплетення керуючої програми й системи програмування трапляється здебільшого в системах, орієнтованих на режим діалога. А здебільшого до О. с. можна включати довільну кількість систем програмування на базі процедурно- або машинно-орієнтованих вхідних *мов програмування*. В цьому разі О. с. наз. відкритою щодо систем програмування. Трансляція з усіх мов програмування високого рівня провадиться звичайно на одну *мову машинно-орієнтовану* (мову макроасемблера), яка включає всі макрокоманди О. с. Керуюча програма в процесі функціонування ЦОМ взаємодіє, з одного боку, з оператором та користувачами, приймаючи й виконуючи їхні інструкції, а з другого — з виконуваними програмами, розшифровуючи макрокоманди, що надходять, і керуючи процесом виконання їх. Відповідно до цих видів взаємодії розрізняють два види мов О. с.: мову спілкування операторів і користувачів з О. с. та мову спілкування виконуваних програм з О. с. (мову макрокоманд). Мова спілкування операторів та користувачів

з О. с. містить інструкції, які задаються системі з основного (центрального) пульта оператора чи з терміналів користувачів, та повідомлення, які видає машина. При режимі пакетної обробки інформації значна частина інструкцій міститься на т. з. керуючих перфокартах, які вводять разом з програмою й початковими даними задачі. До інструкцій належать команди на введення або завершення завдання, команди зміни *пріоритетів* завдань, команди, які встановлюють чи змінюють порядок робіт по виконанню завдання, повідомлення оператора про системи конфігурації машини, зазначення носіїв, на яких розміщена потрібна інформація, тощо. Чимало повідомлень інформаційного характеру, вказівок операторові чи користувачеві щодо виконання певних дій (підготувати носій інформації, забезпечити завантаження пристроїв перфокартами, повідомити пароль, вжити заходів щодо усунення несправностей у пристроях тощо) О. с. видає без спец. запитів з боку користувача чи операторів. До мови спілкування виконуваних програм з О. с. (мова макрокоманд) входять заявки на виконання окремих системних процедур, на формування масивів (файлів), на надання програмам ресурсів, на введення й виведення інформації тощо. Існує й внутр. мова О. с., яка включає засоби обміну інформацією між окремими модулями О. с., способи описування робіт усередині системи та вимоги окремих процедур системи на виконання функцій, які належать іншим процедурам.

О. с. є однією з тих компонент *математичного забезпечення ЦОМ*, які змінюються найшвидше, бо для тех. чи мовного нововведення потрібно переглядати організацію обчисл. процесу. Заг. тенденція розвитку О. с. полягає в макс. полегшенні *взаємодії людини з обчислювальною машиною* на всіх етапах процесу переробки інформації, усуненні всіх проміжних допоміжних перетворень інформації в процесі цієї взаємодії, в оптим. використанні засобів *обчислювальної техніки*. Найефективнішим розвитком О. с. є запровадження режиму діалога, який став можливим лише з поширенням пристроїв відображення на базі електроннопроменевої трубки для відображення інформації (див. *Екранний пульт*). Швидке вдосконалення цих пристроїв, розширення їхніх функціональних можливостей спричиниться, безперечно, до дальшого розвитку форм діалога. Вважають, що в перспективі можливим є безпосередній обмін з машиною друкованою та графічною інформацією, впровадження пристроїв введення інформації з голосу. Важливим напрямом у розвитку О. с. є реалізація частини її функцій безпосередньо апаратними засобами. Дальша побудова багатопроцесорних ЦОМ (див. *Обчислювальна система*) веде до значного ускладнення О. с. Плануючі програми О. с. повинні розподіляти завдання або окремі кроки завдань між процесорами (тобто розпаралелювати обчисл. процес), синхронізуючи їхню роботу, бо тільки в цьому випадку можна досягти макс. продуктивності багатопроцесорної ЦОМ. Крім того, щоб забезпечити максимум надійності роботи, треба, щоб у деяких випадках О. с. організувала дублювання виконання того самого завдання на кількох процесорах із забезпеченням взаємного контролю (напр., за мажоритарним принципом). Особливо зростають і ускладнюються функції О. с. у ЦОМ 4-го покоління, які об'єднують багато функціонально спеціалізованих процесорів. Іноді під терміном О. с. розуміють усю систему математичного забезпечення ЦОМ.

Літ.: Королев Л. Н., Иванников В. П., Томилин А. Н. Функции диспетчера операционной системы БЭСМ-6. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1968, т. 8, № 6; Килбурн Т., Ховарт Д., Пэйн Р. Программа-супервайзер для машины АТЛАС. В кн.: Кибернетический сборник, № 6. М., 1963; Martin J. Programming real time computer systems. New York, 1965; The functional structure of OS/360. «IBM systems journal», 1966, v. 5, № 1; Brüggemann F. W. Das Betriebssystem der Grobrechenanlagen der Control Data 6000-Serie.—Martens K. Das Plattenbetriebssystem 4004/15. «Elektronische Datenverarbeitung», 1967, н. 3; Бертэн Ж., Риту М., Ружие Ж. Работа ЭВМ с разделением времени. Пер. с франц. М., 1972

Л. М. Корольов, А. І. Нікітін.

ОПЕРА́ЦІЯ НАЙМЕ́НШОГО КО́РЕНЯ — операція, яка зіставляє з кожною *рекурсивною функцією* від n змінних $g(x_1, \ldots, x_n)$ рекурсивну функцію $f(x_1, \ldots, x_{n-1}) = \mu x_n g(x_1, \ldots, x_n)$ від $n-1$ змінної. Значення $f(x_1, \ldots, x_{n-1})$ дорівнює такому найменшому числу k, що $g(x_1, \ldots, x_{n-1}, k) = 0$ і для всіх $z < k$ функція $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, z)$ визначена й не дорівнює нулеві. Якщо для певних фіксованих значень $a_1, \ldots, a_{n-1}$ такого k не існує, то $f(a_1, \ldots, a_{n-1})$ вважають невизначеною при цих фіксованих значеннях.

ОПЕРА́ЦІЯ ПРИМІТИ́ВНОЇ РЕКУ́РСІЇ — двомісна операція, широко застосовувана в теорії *рекурсивних функцій*. З кожною такою парою рекурсивних ф-цій, де одна ф-ція є функцією від $n+2$ змінних $h(x_1, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2})$, а друга — ф-цією від n змінних $g(x_1, \ldots, x_n)$, О. п. р. зіставляє ф-цію від $n+1$ змінних $f(x_1, \ldots, x_{n+1})$ за такою схемою:

$$f(x_1, \ldots, x_n, 0) = g(x_1, \ldots, x_n),$$

$$f(x_1, \ldots, x_n, n+1) =$$

$$= h(x_1, \ldots, x_n, nf(x_1, \ldots, x_n, n)).$$

О́ПИС ОБ'Є́КТА РОЗПІЗНАВА́ННЯ — точне або наближене представлення спостережуваного сигналу, що характеризує об'єкт розпізнавання, у вигляді якоїсь сукупності елементарних еталонних сигналів, узятих з даного скінченного набору, з зазначенням правил об'єднування цих сигналів. Правила об'єднування також треба брати з деякого заданого набору. Ці правила разом з набором елементарних сигналів є засобом для формального задавання множини різноманітних

складних сигналів. Напр., найрізноманітніші зображення букв можна одержати, взявши за елементарні сигнали зображення відрізків прямих ліній і дуг, а за правила об'єднування — правила з'єднування їхніх кінців. У цьому випадку зображення букви «Г», напр., можна описати за допомогою вертикального й горизонтального відрізків ліній допустимої довжини, з'єднаних так, що верхній кінець вертикального відрізка збігається з лівим кінцем горизонтального. Щоб знайти О. о. р., треба скласти з даних елементарних сигналів за даними правилами такий складний сигнал, який або точно відповідав би розпізнаваному сигналові, або був у певному розумінні найкращим наближенням до нього. У першому випадку знаходження О. о. р. зводиться до задачі, аналогічної формально-синтаксичному аналізові. Другий, загальніший випадок, що відповідає наявності випадкових перешкод, приводить до складнішої задачі оптимізаційного характеру. Див. *Розпізнавання образів.*

Т. К. Вінцюк, В. А. Ковалевський.

ОПІР НЕГАТИВНИЙ — двополюсний елемент електричного кола, напрям струму по якому протилежний напрямові струму в звичайному опорі при однакових за величиною й напрямом напругах на цих елементах. Диференційний О. н. (для приростів напруги й струму) мають деякі нелінійні елементи, напр., 4-шарові некеровані діоди (динистори), прилади тліючого розряду, тунельні діоди тощо. На змінному синусоїдальному струмі реактивний опір індуктивності можна розглядати як О. н. порівняно з опором ємності. Ефект О. н. на постійному струмі одержують шляхом використання активних двополюсників із залежними джерелами енергії. Одну з можливих схем О. н. показано на мал. Якщо напругу джерела E обрати пропорційною вхідній напрузі: $E = kU$, величина вхідного опору визначатиметься як $R_{ab} = \frac{U}{I} = \frac{r}{1-k}$, де k — коеф. пропорційності, I — величина струму. Якщо $k > 1$, вхідний опір стає негативним. При сумісному використанні кількох О. н. постає проблема стійкості їхньої роботи (див. *Стійкість моделі*). О. н. застосовують у радіоелектроніці, обчисл. техніці, в схемах електронного моделювання і т. ін.

В. В. Васильєв.

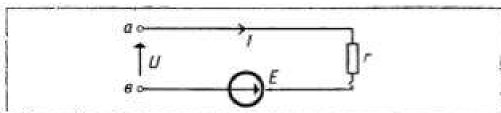


Схема негативного опору.

ОПІР ЦИФРОВИЙ КЕРОВАНИЙ — послідовний (мал., *а*) або паралельний (мал., *б*) ланцюжок постійних резисторів, які вмикаються в коло за допомогою електромеханічних чи електронних реле, що збуджуються від відповідних розрядних шин пристрою зберігання або вироблення керуючого цифрового позиційного *коду*. Для найпоширенішого в цифровій техніці двійкового коду розрядний опір r_j пропорційний степеневі двійки: $r_j = r_0 \cdot 2^j$ і керуючий n-розрядний двійковий код $N_j = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j 2^j$ змінюється в межах $N_{min} = 1$ при $\alpha_0 = 1$, $\alpha_j = 0$ $(j = 1, 2, \ldots, n-1)$ і $N_{max} = 2^n - 1$ при $\alpha_j = 1$ $(j = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$. Тут r_0 — опір молодшого розряду О. ц. к., пропорційний кодові $N_{min} = 1$. Оскільки значення $\alpha_j = 1$ у цій розрядній шині коду N_j відповідає розімкненому станові ключа K_j у схемі послідовного О. ц. к. і замкненому станові ключа K_j — у схемі паралельного О. ц. к., опір R_{N_j} чи провідність Y_{N_j} між полюсами О. ц. к. пов'язані з керуючим кодом N_j співвідношеннями виду $R_{N_j} = r_0 N_j$ і $Y_{N_j} = y_0 N_j$, де $r_0 = \frac{1}{y_0}$. О. ц. к. може бути пов'язаний нелінійною залежністю з керуючим кодом $R_{N_j} = r_0 F(N_j)$, якщо величини опорів r_0 вибрано за залежностями $r_j = f_j(N_j)$ або використано складніші послідовно-паралельні схеми вмикання резисторів у загальну схему О. ц. к.

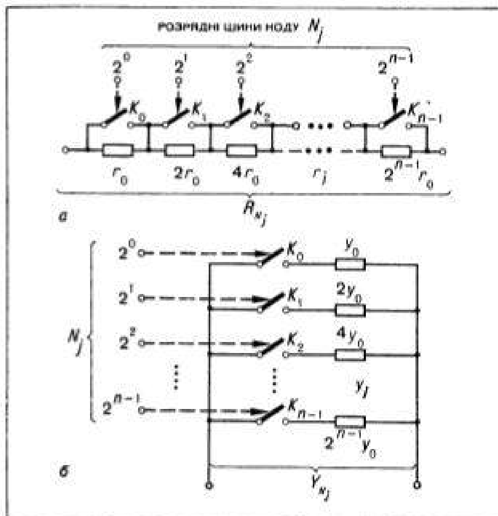


Схема кола постійних резисторів: *а* — ввімкнених послідовно, *б* — ввімкнених паралельно.

Точність і швидкодія О. ц. к. визначаються аналогічними характеристиками його складових — резисторів r_j та ключів K_j. Якщо використовують прецизійні резистори (типу МВС, МВСГ тощо), похибка О. ц. к. міститься в межах сотих часток процента при смузі пропускання близько кількасот *гц* для

електромагнітних ключів і сотень *кгц* — для напівпровідникових ключів.

О. ц. к. використовують в аналого-цифрових і цифро-аналогових автомат. пристроях обробки інформації (як декодуючі блоки *перетворювачів форми інформації,* обчислювальні блоки комбінованого принципу дії), в цифрових інформаційно-вимірювальних системах, у блоках дистанційного керування настроювання контурів радіоприладів тощо.
Літ.: Смолов В. Б. [та ін.]. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи напряжения. Л., 1967 [бібліогр. с. 308—310].

В. Б. Смолов.

ОПО́РНА НАПРУ́ГА — напруга, відносно якої провадять відлік іншої напруги. Такий відлік використовують для порівнювання вимірюваної напруги з еталонною як сигнал розузгодження в схемах стабілізації напруги.

ОПО́РНИЙ ПЛАН — розв'язок системи лінійних обмежень у задачі лінійного програмування, що його не можна подати у вигляді лінійної комбінації ніяких інших розв'язків.

Система обмежень задачі *програмування лінійного* в канонічній формі має вигляд:

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B; \quad x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n, \quad (1)$$

де $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$, $(j = 1, \ldots, n)$ — відомі вектори, T — знак транспонування, а $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор змінних. Розв'язок X є опорним планом тоді й тільки тоді, коли множина векторів A_j, для яких $x_j > 0$, лінійно незалежна. Число додатних компонент О. п. не перевищує m. Якщо число цих компонент дорівнює m, О. п. наз. невиродженим, а множина відповідних векторів A_j утворює базис. Множина $A_{j_1}, \ldots, A_{j_m}$ є базисом задачі лінійного програмування з обмеженнями (1) тоді й тільки тоді, коли система

$$\sum_{i=1}^{m} A_{j_i} x_{j_i} = B$$

має єдиний розв'язок і $\bar{x}_{j_i} \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$. Різним О. п. відповідають різні базиси. Зворотне твердження справджується лише в разі невиродженості всіх О. п. системи (1).
Літ. див. до ст. *Програмування лінійне.*

В. О. Трубін.

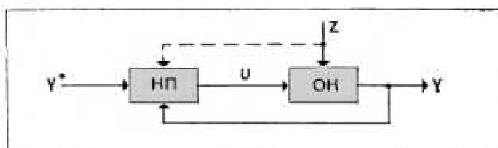
ОПТИМА́ЛЬНА ТО́ЧКА — така точка, в якій *цільова функція* досягає найбільшого (найменшого) значення. Див. також *Допустимий вектор.*

ОПТИМА́ЛЬНЕ ЗНА́ЧЕННЯ ФУ́НКЦІЇ — те саме, що й *екстремум.* Див. також *Оптимізації методи* чисельні.

ОПТИМА́ЛЬНИЙ ВЕ́КТОР — точка простору, яка є розв'язком задачі *програмування математичного.*

ОПТИМА́ЛЬНИХ ПАРА́МЕТРІВ СИСТЕ́МИ ВИ́БІР — знаходження значень параметрів, які при існуючих обмеженнях забезпечують найкращі показники якості системи. Задачі О. п. с. в. дуже часто виникають при дослідженні економ., тех. та інших типів систем, у кібернетиці — під час проектування *систем автоматичного керування* (САК).

У САК (мал.) О. п. с. в. тісно пов'язане з задачею синтезу оптим. керуючого пристрою (КП). На основі інформації, що надходить до нього, про завдання **y***, про вихідну величину **y** об'єкта керування (ОК) і, можливо, про заваду **z** КП виробляє й подає на ОК керуючі діяння **u**.



Структурна схема системи автоматичного керування.

ОК характеризується залежністю його вихідної величини **y** від вхідних величин **u** та **z**:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{u}, \mathbf{z}). \quad (1)$$

У заг. випадку **y***, **y**, **z**, **u** є векторами, а f являє собою якийсь оператор, який можна задавати системою алгебр., диференціальних чи інтегр. рівнянь. Інформація від **y***, **y** і **z** може надходити до КП по каналах з шумами (напр., похибки вимірювань). Позначимо через **x** вектор з компонентами **y***, **y**, **z**, а через $\tilde{\mathbf{x}}$ — вектор, компоненти якого є виміряні значення величин **y***, **y**, **z**. Мета оптим. керування полягає в досягненні *екстремуму* якоїсь величини J — критерію оптимальності. J в САК являє собою здебільшого функціонал, який залежить від **x** та **u**. Критерій оптимальності може правити за оцінку якості перехідного чи усталеного процесу в САК і відображувати тех. чи економ. показники системи. У задачі вибору параметрів керування формується у вигляді

$$\mathbf{u}(t) = \varphi[\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{x}}(\tau)] \, (-\infty < \tau \leqslant t), \quad (2)$$

де φ—оператор КП заданої структури; **c** $(c_1, \ldots, c_N)$ — вектор параметрів оператора φ, які треба визначити. В результаті цього критерій оптимальності J стає функцією багатьох змінних $(c_1, \ldots, c_N)$, і в заг. випадку його можна представити у вигляді умовного *математичного сподівання*

$$J(\mathbf{c}) = M_{\mathbf{x}}\{Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})\} = \int_{x} Q(\mathbf{x}, \mathbf{c}) P(\mathbf{x}, \mathbf{c})\, d\mathbf{x}, \quad (3)$$

де $Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ — функціонал вектора параметрів **c** $(c_1, \ldots, c_N)$ і вектора **x**, щільність розподілу якого може залежати від вектора **c** і дорівнює $P(\mathbf{x}, \mathbf{c})$; x — простір векторів **x**. У детермінованому випадку $J(\mathbf{c}) = Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})$.

Обмеження при такому підході зводяться до обмежень, які треба накласти на компоненти вектора **c**. Їх виражають у вигляді рівностей

$$g_i(\mathbf{c}) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_1 \quad (4)$$

і нерівностей

$$g_i(\mathbf{c}) \leqslant 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_2. \qquad (5)$$

Використовуючи вирази (3) — (5), задачу О. п. с. в. у загальному вигляді можна сформулювати так: визначити оптим. вектор параметрів $\mathbf{c}^*$ $(c_1^*, \ldots, c_N^*)$, який при обмеженнях (4) — (5) надає екстремуму функції $J(\mathbf{c})$. Розглянемо спочатку випадок, коли обмежень другого роду немає (обмеження першого роду можна виключити підстановкою до функціоналу). Якщо функція $J(\mathbf{c})$ допускає диференціювання, то вона досягає екстремуму при таких значеннях $\mathbf{c}$ $(c_1, \ldots, c_N)$, для яких її градієнт

$$\nabla J(\mathbf{c}) = \left(\frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_1}, \ldots, \frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_N}\right) = 0. \qquad (6)$$

Вектори $\mathbf{c}$, що задовольняють умову (6), наз. стаціонарними, або особливими. Умова (6) є необхідною умовою оптимальності. Достатні умови екстремуму мають вигляд нерівностей відносно визначників, які містять частинні похідні 2-го порядку функціоналу J по всіх компонентах вектора $\mathbf{c}$.

Розв'язати аналітичним шляхом нелінійне рівняння (6) для знаходження значень $\mathbf{c}$ в точках екстремуму майже завжди неможливо (крім елементарних випадків). У зв'язку з цим широкого розвитку й застосування набули алгоритм. методи — метод Гаусса—Зайделя, метод градієнта, найшвидшого спуску та ін. (див. *Оптимізації методи* чисельні). Напр., алгоритм оптимізації за методом градієнта при знаходженні мінімуму функціоналу $J(\mathbf{c})$ можна представити таким рекурентним рівнянням:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma \cdot \nabla J(\mathbf{c}[n-1]), \qquad (7)$$

де γ — скаляр; n — номер кроку.

Більшість існуючих алгоритм. методів призначена для відшукування *екстремумів локальних*. Знаходження *екстремуму глобального* є складною і в загальному випадку ще не розв'язаною задачею.

Враховування обмежень типу рівностей (4) полягає у використанні методу множників Лагранжа. Введемо функціонал

$$J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) = J(\mathbf{c}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{c}), \qquad (8)$$

де $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{m_1})$ — поки що невідомий вектор множників Лагранжа, T — знак транспонування, $\mathbf{g}(\mathbf{c}) = (g_1(c), \ldots, g_{m_1}(c))$— вектор-функція. Тоді відшукання мінімуму функціоналу $J(\mathbf{c})$ при обмеженнях (4) зводиться до знаходження розв'язків такої системи рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} \nabla_c J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) &= \nabla J(\mathbf{c}) + G(\mathbf{c})\,\boldsymbol{\lambda} = 0; \\ \nabla_\lambda J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) &= \mathbf{g}(\mathbf{c}) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

де

$$G(\mathbf{c}) = \left\| \frac{\partial g_i(\mathbf{c})}{\partial c_j} \right\| \qquad (i = 1, 2, \ldots, N; \quad j = 1, 2, \ldots, m_1) \qquad (10)$$

— матриця розміру $N \times m_1$.

Коли є обмеження типу нерівностей (5), для розв'язування задачі О. п. с. в. треба використовувати методи *програмування математичного*.

Літ.: Фельдбаум А. А. Электрические системы автоматического регулирования. М., 1957; Красовский А. А. Интегральные оценки и критерии качества регулирования. В кн.: Теория автоматического регулирования, т. 1. М., 1967; Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., 1968 [бібліогр. с. 347—381].

Д. В. Караченець.

ОПТИМА́ЛЬНИХ ПРОЦЕ́СІВ ТЕО́РІЯ — теорія побудови оптимальної зміни в часі регульованих величин і керуючих діянь об'єктів. Головне завдання О. п. т. полягає в урахуванні обмежень, накладуваних на вхідні (керуючі) й вихідні величини об'єкта. Різні задачі, що характеризують окремі риси проблем, які становлять сутність О. п. т., траплялися ще у *варіаційному численні* й механіці. До них належать вироджені задачі варіаційного числення й динаміки польоту, задачі на односторонню варіацію й задачі, які містять *екстремалі* з кутовими точками. Але ці й подібні до них задачі розглядали раніше як виняток (особливий випадок) заг. теорії й через це не досліджували їх докладно. У кращому разі до кінця доводили розв'язання лише деяких конкретних задач спец. прийомами.

Першою, істотно новою задачею О. п. т., стала висунута практикою автомат. регулювання задача про оптим. швидкодію. Ця задача відіграла велику роль у відкритті фундаментального положення О. п. т.— принципу максимуму, який є одним з осн. методів побудови оптим. процесів. Нехай об'єкт керування описувано дифер. рівнянням $\dot{x} = f(x, u)$, де $x = \{x_1, \ldots, x_n\}$ — вектор стану, $u = \{u_1, \ldots, u_r\}$ — вектор керування, t — час. У просторі станів задано дві точки x_0 і x_1. Треба серед кусково-неперервних функцій, які задовольняють умову $u(t) \in U$, де U — задана множина r-вимірного простору, знайти оптим. процес $u^\circ(t)$, за якого оптим. траєкторія $x^0(t)$ проходить віддаль між x_0 і x_1 за найменший час, тобто $x^0(t_0) = x_0$, $x^0(t_1^0) = x_1$, $t_1^0 - t_0 = \min$. Задачу розв'язують, використовуючи *Понтрягіна принцип максимуму:* знайдеться такий ненульовий розв'язок $\Psi^0(t)$ рівняння

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial H(x^0, \Psi, u^0)}{\partial x}, \quad H(x, \Psi, u) = \Psi' f(x, u),$$

що

$$H(x^0(t), \Psi^0(t), u^0(t)) = \max_{u \in U} H(x^0(t), \Psi^0(t), u),$$

$$H(x^0(t_1^0), \Psi^0(t_1^0)\ u^0(t_1^0)) \geqslant 0,$$

$$H(x^0(t), \Psi^0(t), u^0(t)) \equiv \text{const} \quad (t_0 \leqslant t \leqslant t_1^0).$$

На відміну від варіаційного числення, керування $u^0(t)$ порівнюється не лише з близькими точками з U, а й з усіма $u \in U$. В цьому сила й особливість принципу максимуму. Цей принцип було перенесено від задачі швидкодії на задачу з інтегральним

критерієм $J(u) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x, u)\,dt$, і згодом розвинено й на *задачі з рухомими кінцями*.

Якщо момент t_1 не закріплено, то оптим. значення t_1^0 в задачі з інтегральним критерієм задовольняє рівність

$$H(x^0(t_1^0),\ \Psi^0(t_1^0),\ u^0(t_1^0)) = 0,$$

$$H(x, \Psi, u) = \Psi' f(x, u) - \Psi_0 f_0(x, u).$$

Формулювання принципу максимуму істотно ускладнюється для задач з обмеженнями на *фазові координати* і для споріднених їм задач.

Принцип максимуму Понтрягіна поширено ще на задачі оптимізації об'єктів, описуваних рівняннями з відхильним аргументом, рівняннями в частинних похідних, інтегральними, операторними та ін. рівняннями тощо (див. *Термінальне керування*). Для побудови *обчислювальних алгоритмів* оптим. керування розроблено різні методи спуску. Здебільшого вони є узагальненням на варіаційні задачі методів *програмування математичного*, запропонованих для скінченновимірних задач: *градієнтного методу*, методу умовних градієнтів і методу проекції градієнта. Обчислювання градієнта функціоналу $J(u)$ можна виконувати за формулою

$$\operatorname{grad} J(u) = \frac{\partial H(x(t), \Psi(t), u(t))}{\partial u}.$$

При оптимізації лінійних систем ефективними виявилися методи переходу до скінченновимірних двоїстих задач. Принцип максимуму має особливо важливе значення при побудові програмних оптим. систем автомат. керування.

Для практики оптим. систем автомат. керування більш прийнятним є керування типу *зворотного зв'язку* (як функція фазових координат системи). За допомогою принципу максимуму в деяких випадках можна здійснювати синтез оптим. керувань типу зворотного зв'язку. Але найбільшим успіхом у цьому напрямі супроводиться метод *програмування динамічного* Беллмана, заснований на *Беллмана принципі оптимальності*, який справджується, зокрема, й для наведених вище критеріїв. Цей метод приводить до функціональних рівнянь відносно функції Беллмана й оптим. керувань. Прикладом вдалого застосування методу динамічного програмування є задачі мінімізації функціоналу

$$J(u) = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i^2(t) + cu^2(t) \right\} \mathrm{dt}, \quad \alpha_i > 0$$

на траєкторіях лінійної системи (задача Льотова про аналітичне конструювання регуляторів). У цій задачі оптимальне керування є лінійною комбінацією фазових координат системи.

Літ.: Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. «Автоматика и телемеханика», 1960, № 4—6; Дубовицкий А. Я., Милютин А. А. Задачи на экстремум при наличии ограничений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1965, т. 5, № 3; Кириллова Ф. М. Об одном направлении в теории оптимальных процессов. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 11; Красовский Н. Н. Теория управления движением. М., 1968 [бібліогр. с. 448—472]; Понтрягин Л. С. [та ін.]. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1969 [бібліогр. с. 383—384]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960.

Р. Габасов, Ф. М. Кирилова.

ОПТИМА́ЛЬНОГО КЕРУВА́ННЯ ТЕО́РІЯ — математичний розділ *автоматичного керування теорії*, який досліджує властивості траєкторій динамічних систем, що є оптимальними за якимсь критерієм (швидкодією, мінімальною вагою, мінімумом витрат тощо). О. к. т. виникла в середині 50-х рр. 20 ст. на базі задач, які вивчає теорія автомат. регулювання, переважно задач, що стосуються керування рухомими об'єктами. Задачі оптим. керування (ОК) виникають скрізь, де людина може впливати на перебіг процесу. Так, правуючи автомобілем, водій має, напр., кермо для поворотів, перемикач швидкостей, за допомогою яких він може змінювати характер руху: в розпорядженні пілота літака й капітана судна є засоби, що дають їм можливість на свій розсуд змінювати процес керування; керуючі «важелі» в економіці зовсім інші, але з точки зору спеціаліста з О. к. т. це не має значення. На перебіг економ. процесів можна впливати за допомогою таких керувань, як ціни, переважний розвиток окремих галузей пром-сті тощо. При керуванні кожним об'єктом керування ставиться певна задача. Так, напр., ракета повинна вивести супутник на задану висоту, економіка має досягти певного рівня, судно має прийти в порт призначення тощо. І зовсім не байдуже, якими засобами буде розв'язано поставлену задачу. На практиці завжди є певний критерій якості, що характеризує «ціну», яку доводиться сплачувати за досягнення мети.

Розгляд усіх перелічених вище конкретних задач приводить до такої матем. постановки задачі оптим. керування. Задано об'єкт, координати якого описуються n-вимірним вектором $x = \{x_1, \ldots, x_n\}$. Коорд. об'єкта змінюються в часі відповідно до системи дифер. рівнянь:

$$\dot{x}_i = f_i(x, u), \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad (1)$$

де $f_i(x, u)$ — функції x та r-вимірного вектора керування $u = \{u_1, \ldots, u_r\}$. Вектор x, що характеризує положення об'єкта, наз. **вектором** *фазових координат*. Якщо задано початковий стан об'єкта x^0 та функцію керування $u(t)$, то при деяких припущеннях система (1) однозначно визначає траєкторію об'єкта $x(t)$, що її наз. фазовою траєкторією. Як правило, на керування u накладають деякі обмеження. В заг. випадку вони полягають у тому, що в кожний момент часу вектор $u(t)$ має належати якійсь множині U, яка є підмножиною r-вимірного

простору. Нехай, крім того, задано початкову точку x^0 та кінцеву точку x^1 фазового простору. Розглянемо всі можливі керування $u(t)$ й моменти часу t_0 й t_1, $u(t) \in U$ для всіх $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, такі, що траєкторія $x(t)$ системи (1), яка відповідає початковому положенню $x(t_0) = x^0$ й керуванню $u(t)$, потрапляє в момент часу t_1 в точку x^1, тобто $x(t_1) = x^1$. З-поміж цих керувань треба обрати одне, для якого значення функціоналу

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t),\ u(t))\,dt \qquad (2)$$

мінімальне. Керування і траєкторію, які є розв'язком цієї задачі, наз. відповідно **оптимальним керуванням** та **оптимальною траєкторією**. Оскільки точки x^0 та x^1 є фіксованими, сформульовану задачу ОК наз. задачею з фіксованими (закріпленими) кінцями.

Для того, щоб поставлена задача мала матем. смисл, звичайно роблять такі припущення: функції $f_i(x, u)$, $i = 1, \ldots, n$ неперервні за сукупністю x та u й неперервно диференційовні по x. Потім необхідно чіткіше обумовити клас допустимих керувань. Звичайно це вимірні й обмежені функції $u(t)$ такі, що $u(t) \in U$ для всіх t, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$. Часто розглядають класи кусково-неперервних або кусково-сталих функцій.

Сформульована вище задача є задачею вибору програмного керування, бо тут керування обирають як функцію часу. Задачу цю найбільш вивчено. Менш вивчено задачу синтезу оптим. керування, коли треба обрати керування u як функцію фазових координат $u(x)$.

У деяких випадках фіз. міркування змушують обирати таке керування, щоб фазова траєкторія, яка йому відповідає, задовольняла деякі обмеження: напр., $x(t) \in D$ для всіх $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, де D — якась область в n-вимірному просторі (див. *Простір абстрактний*), або вздовж траєкторії повинна виконуватись умова $g(x(t)) \leqslant 0$, де $g(x)$ — задана функція. Умови типу $x(t) \in D$ або $g(x(t)) \leqslant 0$ наз. **фазовими обмеженнями**, а відповідну задачу—задачею оптим. керування з фазовими обмеженнями. Траєкторію системи (1), яка задовольняє фазові обмеження, наз. *траєкторією допустимою*. У вивченні задач О. к. т. виділяють три напрями досліджень. По-перше, це побудова необхідних і достатніх умов оптимальності, тобто таких умов, які якнайточніше характеризували б оптим. траєкторію (див. *Оптимальності необхідні умови*). По-друге, розв'язок задачі оптим. керування існує не завжди, тому необхідно сформулювати деякі достатні умови, за яких можна гарантувати існування розв'язку. Для задачі про оптим. швидкодію, тобто для випадку, коли у виразі (2) $f_0(x, u) \equiv 1$ можна навести такі умови, що гарантують існування розв'язку: а) існує таке допустиме керування, що траєкторія, яка йому відповідає, проходить через точки x^0 та x^1; б) множина $f(x, U)$, яку перебігає вектор $f(x, u) = \{f_1(x, u), \ldots, f_n(x, u)\}$, опукла, коли вектор u перебігає множину U; в) для якоїсь константи C справджується нерівність

$$\left| \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(x, u) \right| \leqslant C \left(1 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2\right).$$

Третій напрям досліджень в О. к. т. — розробка обч. методів для розрахунку оптим. керування. Вже розроблено досить ефективні *алгоритми* розв'язування широкого кола задач.

Один з підходів до розв'язування задач О. к. т. дає теорія *програмування динамічного*. Застосовність цього підходу в теоретичному плані обмежена, бо здебільшого не ясно, чи має потрібні властивості та функція, яка повинна існувати при цьому підході. Проте в ряді задач цей підхід дає повний розв'язок і дає змогу розв'язати задачу синтезу оптим. керування. Підхід теорії динамічного програмування до розв'язування задачі оптим. керування грунтується на тому факті, що відрізок кожної оптим. траєкторії є також оптимальним з-поміж усіх траєкторій, що з'єднують початкову й кінцеву точки відрізка. Зокрема, для задачі оптим. керування за швидкодією це приводить до такого результату. Нехай точку x^1, в яку переводиться об'єкт, зафіксовано і розв'язується сім'я задач оптим. керування для різних початкових станів x. При цьому нехай $T(x)$ — оптим. час переходу з точки x у точку x^1. Тоді, якщо функція $T(x)$ неперервно диференційовна по x, то функція $\omega(x) = -T(x)$ задовольняє співвідношення

$$\max_{u \in U} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \omega(x)}{\partial x_i} f_i(x, u) = 1.$$

Отже, розв'язування первісної задачі оптим. керування можна звести до розв'язування якогось нелінійного рівняння в частинних похідних.

В останні роки О. к. т. набуває застосування в нових галузях. Тут передусім слід відзначити задачі керування об'єктами з дискретним часом і задачі керування об'єктами з розподіленими параметрами. Об'єкти з дискретним часом характеризуються тим, що стан об'єкта описується лише в фіксовані моменти часу $k = 1, 2, \ldots$ і динаміка об'єкта задається рівнянням $x_i^{k+1} = f_i(x^k, u)$, $i = 1, \ldots, n$, де верхній індекс k означає момент часу. Теорію керування об'єктами в дискретному часі добре розроблено порівняно з теорією керування об'єктами з розподіленими параметрами, де поведінка об'єктів описується рівняннями в частинних похідних (тут одержано лише деякі окремі результати, а закінченої теорії ще не існує).

Літ.: Красовский Н. Н. Теория управления движением. М., 1968 [бібліогр. с. 443—472]; Понтрягин Л. С. [та ін.]. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1969 [бібліогр. с. 383—384]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. Пер. с англ. М., 1964.

Б. М. Пшеничний.

ОПТИМА́ЛЬНОСТІ НЕОБХІ́ДНІ УМО́ВИ — характеристичні властивості оптимальної точки (вектора) в задачі *програмування математичного*. Форма О. н. у. залежить від форми, в якій задають *допустиму множину*. Вперше загальні О. н. у. для екстремальних задач при наявності обмежень у вигляді рівностей сформулював Лагранж (див. *Лагранжа правило множників*). В 1951 амер. математики Г. Кун та А. Таккер сформулювали необхідні й достатні умови оптимальності точки x^* в задачі *програмування опуклого*, тобто в задачі відшукування

$$f_0(x^*) \equiv f_0(x_1^*, \ldots, x_n^*) = \max\{f_0(x): f_j(x) \equiv$$
$$\equiv f_j(x_1, \ldots, x_n) \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m; \ x \geqslant 0\}, \tag{1}$$

де ф-ція $f_0(x)$ вгнута, а всі ф-ції $f_j(x)$, $j = 1, \ldots, m$ — опуклі. Для того, щоб вектор x^* був розв'язком задачі (1), коли допустима множина $\Omega = \{x \geqslant 0: f_j(x) \leqslant 0, \ i = 1, \ldots, m\}$ містить внутр. точки, тобто $\exists x^0 \geqslant 0$ $(f_j(x^0) < 0, \ j = 1, \ldots, m)$, необхідно й достатньо, щоб знайшовся невід'ємний вектор u^*, який разом з вектором x^* є *сідловою точкою* ф-ції Лагранжа $F(x, u) = f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x)$, тобто $F(x, u^*) \leqslant F(x^*, u^*) \leqslant F(x^*, u)$ для всіх $x \geqslant 0$, $u \geqslant 0$. А якщо функції $f_j(x)$, $j = 0, 1, \ldots, m$ — ще й диференційовні, то для оптимальності вектора x^* необхідно й достатньо, щоб знайшовся невід'ємний вектор u^*, який разом з вектором x^* задовольняє таку систему рівнянь і нерівностей:

$$\nabla f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j \nabla f_j(x) \leqslant 0,$$

$$x_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x)\right) = 0, \tag{2}$$

$$i = 1, \ldots, n,$$

$$f_j(x) u_j = 0, \qquad j = 1, \ldots, m, \ x \geqslant 0, \ u \geqslant 0,$$

де $\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n}\right)$.

Якщо ф-ція $f_0(x)$ і множина Ω не опуклі, то умови (2) є лише необхідними умовами оптимальності вектора x^*. Зазначені О. н. у. є безпосереднім узагальненням класичного правила множників Лагранжа на задачі відшукання *екстремуму* функції при обмеженнях у вигляді нерівностей.

Осн. матем. апаратом, який використовують при побудові О. н. у. для задач матем. програмування у скінченновимірному просторі, є теореми відділъності *опуклих множин* та теорія лінійних нерівностей. Дослідження необхідних умов екстремуму для задач матем. програмування в нескінченновимірних просторах набуло особливого значення у зв'язку з задачами оптим. керування. Вперше необхідні умови екстремуму функціоналу на множині банахового простору сформулював 1940 рад. математик Л. В. Канторович. В середині 50-х рр. рад. математик Л. С. Понтрягін сформулював у вигляді принципу максимуму необхідні умови екстремуму для задач оптим. керування (див. *Понтрягіна принцип максимуму*). На початку 60-х рр. рад. вчені О. Я. Дубовицький та О. О. Мілютін побудували заг. теорію необхідних умов і розвинули техніку побудови таких умов для широкого класу задач матем. програмування. Зокрема, їм вдалося здійснити вкладення *оптимального керування теорії* в загальну теорію О. н. у.

Суть заг. теорії О. н. у. полягає ось у чому. Нехай потрібно відшукати

$$f_0(x^*) = \max\{f_0(x): x \in \Omega_j, \quad j = 1, \ldots, m, \ x \in L\}, \tag{3}$$

де Ω_j — множина в банаховому просторі B, а L—якийсь многовид цього простору. Нехай для кожної Ω_j існує *опуклий конус* K_j такий, що для кожного $\zeta \in K_j$

$$x(t) = x^* + t\zeta' \in \Omega_j \tag{4}$$

для досить малих t та ζ', для яких $\|\zeta - \zeta'\| \leqslant \varepsilon_\zeta$. Надалі вважатимемо, що існує дотичний до L підпростір Z, тобто для всякого $\zeta \in Z$ знайдеться такий вектор $r(t)$, що $x(t) = x^* + t\zeta + r(t) \in L$ для досить малих t і при цьому $\|r(t)\|/t \to 0$ при $t \to 0$. Крім того, нехай існує опуклий конус K_0, для будь-якого елемента ζ якого виконується умова (4) для $\Omega_0 = \{x: f_0(x) > f_0(x^*)\}$. Тоді справджується таке твердження (теорема Дубовицького—Мілютіна): для того, щоб точка x^* була розв'язком задачі (3), необхідно, щоб

$$K_0 \cap K_1 \cap \cdots \cap K_m \cap Z = \varnothing.$$

Нехай

$$K_j^* = \{\varphi \in B^*: \varphi(x) \geqslant 0, \quad \forall x \in K_j\},$$
$$Z^* = \{\varphi \in B^*: \varphi(x) = 0, \ \forall x \in Z\},$$

де B^* — простір, спряжений з банаховим простором B, а $\varnothing$ — пуста множина. Щоб конуси $K_0, K_1, \ldots, K_m$ і Z не перетинались, необхідним і достатнім є існування функціоналів $\varphi_0 \in K_0^*$, $\varphi_1 \in K_1^*$, ..., $\varphi_m \in K_m^*$, $\varphi \in Z^*$, з-поміж яких принаймні один відрізняється від 0, і таких, що $\varphi_0 + \varphi_1 + \ldots + \varphi_m + \varphi = 0$ (друга теорема Дубовицького—Мілютіна). На основі цієї теореми вдається однаковим чином одержувати різні результати — від класичних теорем двоїстості в *програмуванні лінійному* до принципу максимуму Понтрягіна.

О. н. у. мають не тільки самостійне значення. Вони відіграють важливу роль у створенні *обчислювальних алгоритмів* для ефективного відшукання оптим. точки x^*. На основі теорії О. н. у. вдалося з нової точки зору осмислити деякі класичні результати теорії чебишовських наближень, проблеми моментів тощо.

Р. А. Поляк, М. О. Примак.

ОПТИМА́ЛЬНОСТІ ПРИ́НЦИП — принцип, на якому базується теорія *програмування динамічного*. Згідно О. п. кожна точка оптимальної траєкторії має ту властивість, що відрізок траєкторії, який починається з цієї точки, також оптимальний. Інакше кажучи, оптим. поведінка має ту властивість, що яка б не була початкова поведінка, наступні розв'язки повинні бути оптим. відносно вже реалізованого стану. *Б. М. Пшеничний.*

ОПТИМІЗА́ТОР АВТОМАТИ́ЧНИЙ — пристрій, що автоматично відшукує й підтримує такі значення регулюючих діянь, за яких якась безпосередньо вимірювана величина, що характеризує показник якості роботи об'єкта, максимально наближається до екстрем. значення — мінімуму чи максимуму. Функції О. а. можуть здійснювати і спеціалізований пристрій (див. *Регулятор екстремальний*), і спеціалізована *цифрова обчислювальна машина*. У першому випадку йдеться звичайно про О. а., що реалізують найпростіші *алгоритми* пошуку, а в другому — про О. а., що розв'язують задачі оптимізації при наявності обмежень, які є функціями координат об'єкта. Для розв'язування таких задач з обмеженнями вдаються до методів лінійного чи нелінійного програмування. Оскільки на регулюючі діяння накладено обмеження, то здебільшого положення, що відповідає екстремумові, досягти не вдається, а О. а. відшукує тільки режим роботи об'єкта, найближчий до *екстремуму*.

Розрізняють локальний і глобальний О. а. Локальний призначений для роботи з об'єктом, що має характеристику тільки з одним екстремумом, глобальний — для роботи з об'єктом, характеристика якого має кілька екстремумів. Призначення глобального О. а.— знайти найбільший (або найменший) з усіх можливих екстремумів. О. а. застосовують для оптимізації роботи складних пром. об'єктів: ректифікаційних колон, установок крекінгу нафти, піролізу, конверторів тощо.

Літ.: Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 527—528].

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

ОПТИМІЗА́ЦІЇ МЕ́ТОДИ ч и с е л ь н і — методи побудови *алгоритмів*, за допомогою яких можна відшукувати мінімальне (максимальне) значення функції $f(x)$ (де x — елемент якогось простору E) і точку x_*, в якій це значення реалізується. Область визначення ф-ції $f(x)$ може або збігатися з усім простором E, або ж обмежуватися певними умовами $x \in Q$ (Q— якась множина з E). Відповідно до цього розглядають або задачі оптимізації без обмежень (відшукання безумовного екстремуму), або задачі з обмеженнями (задачі на умовний екстремум). Якщо у допустимій області Q зміни аргументу x є кілька точок, які реалізують локальні мінімуми ф-ції $f(x)$, то можна розглядати дві задачі оптимізації: відшукання локального (відносного) мінімуму та відшукання глобального (абсолютного) мінімуму. О. м., використовувані для розв'язування різних оптимізаційних задач, багато в чому залежать від властивостей мінімізовної ф-ції,— неперервності, опуклості тощо.

Розглянемо методи мінімізації опуклих диференційовних функцій (у цьому випадку локальний екстремум є й глобальним). Припустимо, що E — гільбертів простір (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі), (x, y) — скалярний добуток елементів $x, y \in E$; $f'(x_k) \equiv f'_k$, $f''(x_k) \equiv f''_k$ — відповідно перша й друга (сильні) похідні ф-ції $f(x)$ в точці x_k.

При розв'язуванні задач оптимізації без обмежень найчастіше застосовують методи спуску (релаксаційні методи, методи допустимих напрямів). В цих методах послідовні наближення до розв'язку будують за ф-лою

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k, \qquad k = 0, 1, \ldots, \quad (1)$$

де p_k — вектор, що задовольняє умову $(f'_k, p_k) < 0$, α_k — скалярний множник, що визначає величину кроку в напрямку p_k. Різні способи вибору вектора p_k й параметра α_k, що гарантують виконання умови $f'_k \to 0$ при $k \to \infty$, визначають різні алгоритми оптимізації.

Г р а д і є н т н и й м е т о д — історично перший О. м.— було використано в працях франц. математика О.-Л. Коші (1789—1857). У цьому методі в формулі (1) вектор $p_k = -f'_k$, а величину параметра α_k в різних варіантах методу вибирають різними способами: а) на всіх ітераціях вважають $\alpha_k = \delta$, δ — якась константа, що залежить від властивостей ф-ції $f(x)$; б) α_k вибирають з умови $f(x_k + \alpha_k p_k) = \min\limits_{\alpha \geqslant 0} f(x_k + \alpha p_k)$; в) починаючи з якогось значення параметра, перевіряють, чи справджується нерівність $f(x_{k+1}) - f(x_k) \leqslant \varepsilon\alpha_k (f'_k, p_k)$, де $0 < \varepsilon < 1/2$ — константа; якщо при вибраному значенні α ця нерівність не задовольняється, параметр поділяють на частини доти, поки нерівність не справдиться, й одержане значення α_k вважають за шукане. Якщо ф-ція $f(x)$ двічі диференційовна і виконуються умови

$$m\|y\|^2 \leqslant (f''(x)\, y, y) \leqslant M\|y\|^2, \quad m > 0, \ x, \ y \in E, \quad (2)$$

то градієнтний метод забезпечує збіжність до розв'язку, починаючи з довільної точки x_0, зі швидкістю геом. прогресії (лінійна швидкість збіжності):

$$\|x_k - x_*\| \leqslant Cq^k, \quad q < 1, \quad C < \infty.$$

В у з а г а л ь н е н о м у м е т о д і Н ь ю т о н а $p_k = -f''^{-1}_k f'_k$, а α_k вибирають як і в пунктах б) та в) градієнтного методу, при цьому в останньому випадку як початкове значення α, починаючи з якого перевіряють нерівність, беруть 1. Якщо виконується умова (2), метод Ньютона збігається до розв'язку з будь-якого початкового

наближення з надлінійною швидкістю:

$$\|x_{N+t} - x_*\| \leqslant C\lambda_N \lambda_{N+1} \ldots \lambda_{N+t},\ C,\quad N < \infty,\ \lambda_{N+i} < 1$$

при всіх $t \geqslant 0$, $\lambda_k \to 0$ при $k \to \infty$. Якщо існують обмежені треті похідні ф-ції $f(x)$ (або якщо другі похідні задовольняють умову Ліпшиця), метод Ньютона збігається до розв'язку з квадратичною швидкістю:

$$\|x_{N+t} - x_*\| \leqslant C\delta^{2^t},\quad \delta < 1.$$

У випадку, коли x — елемент n-вимірного евклідового простору E^n, досить ефективними є методи спряжених напрямів. Тут $p_k = -H_k^T f_k'$ (індекс «T» означає транспонування), α_k вибирають, як і в пункті б) градієнтного методу. Побудова матриці H_k (або самого вектора p_k) здійснюється за рекурентними ф-лами так, що при зазначеному способі вибору α_k у випадку, коли мінімізується квадратична ф-ція $(Ax, x) + (b, x)$, вектори p_i виявляються спряженими: $(Ap_i, p_j) = 0$, $0 \leqslant i < j \leqslant n - 1$. Наведемо деякі ф-ли для побудови H_k:

$$H_k = H_{k-1} + \frac{r_{k-1} r_{k-1}^T}{(r_{k-1}, l_{k-1})} - \frac{H_{k-1} l_{k-1} l_{k-1}^T H_{k-1}}{(H_{k-1} l_{k-1}, l_{k-1})};$$

$$H_k = H_0 + \frac{H_0 f_k' p_{k-1}^T}{(p_{k-1}, f_{k-1}')}.$$

Тут $r_k = \alpha_k p_k$, $l_k = f_{k+1}' - f_k'$, як H_0 беруть довільну додатно визначену матрицю. Методи спряжених напрямів дають змогу відшукувати мінімум квадратичної ф-ції не більше, як за n кроків. При мінімізації неквадратичних ф-цій ці методи спряжених напрямів реалізують переважно з відновленням матриці H_k через скінченне число кроків $t \geqslant n$, тобто вважають $H_{\xi t} = H_0$, $\xi = 0, 1, \ldots$. Такі варіанти методів спряжених напрямів при виконанні умови (2) збігаються до розв'язку з надлінійною швидкістю. Можна використовувати методи спряжених напрямів і для розв'язування задач у гільбертовому просторі; в цьому разі, коли виконується умова (2), швидкість збіжності методів є лінійною. Якщо $x \in E^n$, то для відшукання безумовного екстремуму можна використовувати методи двоїстих напрямів, у яких $p_k = -H_k f_k'$ при умові $(f_k', H_k f_k') < 0$, і $p_k = -f_k'$ при умові $(f_k', H_k f_k') \geqslant 0$, а α_k вибирають так, як і в методі Ньютона. Матриця $H_k = \sum_{i=0}^{n-1} r_{k-i} s_{k-i}^1$, де $r_k, \ldots, r_{k-n+1}$ — довільна система лінійно незалежних векторів, таких, що $r_k \to 0$ при $k \to \infty$, $s_k, \ldots, s_{k-n+1}$ — базис, двоїстий (біортогональний) до базису $l_k, \ldots, l_{k-n+1}$: $l_k = f'(x_k + r_k) - f_k'$. Початкові ітерації процесу ($k < n - 1$) можна здійснювати як і в градієнтному методі. Побудова базису $\bar{s}_{k+1}, \ldots, \bar{s}_{k-n+2}$, двоїстого до базису $l_{k+1}, \ldots, l_{k-n+2}$, здійснюється за ф-лами

$$\bar{s}_{k+1} = \frac{s_{k+1-n}}{(s_{k+1-n}, l_{k+1})},\quad \bar{s}_{k+1-j} = s_{k+1-j} - (s_{k+1-j}, l_{k+1})\bar{s}_{k+1},\qquad j = 1, 2, \ldots, n-1.$$

Умови методу двоїстих напрямів аналогічні умовам, які розглянуто в методі Ньютона; швидкість збіжності є надлінійною. Існують і інші способи відшукання безумовного екстремуму (див. *Мінімізації функцій методи*).

Розглянемо методи оптимізації при наявності обмежень. У методах допустимих напрямів послідовні наближення до розв'язку будують за ф-лою (1); при цьому способи вибору вектора p_k й параметра α_k повинні гарантувати побудову мінімізовної послідовності, тобто виконання умов $x_k \in Q$ та $\lim_{k\to\infty} f(x_k) = \min_{x \in Q} f(x)$. Нехай Q — замкнена опукла множина з E. У цьому випадку для розв'язання задачі оптимізації можна використовувати метод умовного градієнта й узагальнений метод Ньютона. У першому методі вектор $p_k = \bar{x}_k - x_k$ вибирають з умови $(f_k', p_k) = \min_{x \in Q} (f_k', x - x_k)$, у другому — точка $\bar{x}_k$ є точкою мінімуму квадратичної ф-ції $(f_k', x - x_k) + \frac{1}{2}(f_k''(x - x_k), x - x_k)$ на множині Q. Вибирають α_k в обох методах, як і в пунктах б) або в) градієнтного методу, але при цьому враховують обмеження $0 \leqslant \alpha_k \leqslant 1$. За певних умов метод умовного градієнта збігається з лінійною швидкістю; метод Ньютона при виконанні умови (2) на множині Q збігається з надлінійною швидкістю. Якщо потрібно знайти мінімум ф-ції $f(x, y)$ при обмеженнях $x \in Q$, $P(x, y) = 0$, де x і y — елементи різних гільбертових просторів E_x та E_y (зокрема, може бути $Q = E_x$), а P — нелінійний оператор, такий, що рівняння $P(x, y) = 0$ визначає диференційовну ф-цію $y = y(x)$, можна будувати послідовні наближення до розв'язку за формулами

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k(\bar{x}_k - x_k),\quad y_{k+1} = y(x_{k+1}),$$

де $\bar{x}_k$ — точка мінімуму ф-ції $(\Phi_k', x - x_k)$ за умов $x \in Q$, $P_x(x - x_k) + P_y(y - y_k) = 0$. Тут $\Phi'(x) = f'(x, y(x))$ — частинні похідні P_x, P_y обчислюють у точці x_k, y_k,

а $0 \leqslant \alpha_k \leqslant 1$ вибирають, як і в пунктах б) та в) градієнтного методу, використовуючи ф-цію $\Phi(x)$. Аналогічно цьому можна будувати алгоритм, який для визначення точки $\bar{x}_k$ використовує квадратичну *апроксимацію функцій* $f(x, y)$.

Методи штрафних функцій застосовують для розв'язування заг. задачі *програмування математичного:* мінімізувати $f(x)$, $x \in Q \subset E^n$, $Q = \{x : g_i(x) \leqslant \leqslant 0, i = \overline{1, r}\}$, g_i — нелінійні ф-ції. В цих методах розв'язування початкової задачі зводиться до розв'язування послідовності задач на безумовний екстремум — мінімізації ф-цій

$$F_i(x) = f(x) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{r} N_i \varphi_i^2(x), \quad \varphi_i = = \max\{0, g_i\},\ N_i > 0.$$

Якщо множина Q обмежена і ф-ції f та g_i гладенькі, то при $N_i \to \infty$ буде $F_i(x_{i_*}) \to \to \min\limits_{x \in Q} f(x)$, де x_{i_*} — точка мінімуму ф-ції F_i. Методи штрафних ф-цій застосовують і при розв'язуванні задач з обмеженнями типу рівностей: мінімізувати $f(x)$ за умов $g_i(x) = 0$, $i = \overline{1, m}$, $m < n$. У цьому разі

$$F_i(x) = f(x) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} N_i g_i^2(x).$$

Якщо існує єдиний розв'язок x_* задачі з обмеженнями, вектори $g_i(x_*)$, $i = \overline{1, m}$ є лінійно незалежними, а ф-ції f та g_i досить гладенькі, то при $N_i \to \infty$ $x_{i_*} \to x_*$. Ці методи застосовують і для оптимізації в нескінченновимірних просторах. Практично розв'язати задачу з великою точністю за допомогою методу штрафних ф-цій важко.

За допомогою методів, що використовують Лагранжа множники, теж можна розв'язувати задачі оптимізації з обмеженнями типу рівностей. У цих методах розв'язування вихідної задачі зводиться до відшукання стаціонарної (здебільшого сідлової) точки x_* v_* ф-ції Лагранжа $L(x, v) = f(x) + + \sum\limits_{i=1}^{m} v^i g_i$, де $v^1, \ldots, v^m$ — невідомі множники. Найпростішим методом відшукування точки x_*, v_* є градієнтний метод: послідовні наближення x_k, v_k будують за ф-лами

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k L_x(x_k, v_k),\ v_{k+1} = = v_k + \alpha_k L_v(x_k, v_k)$$

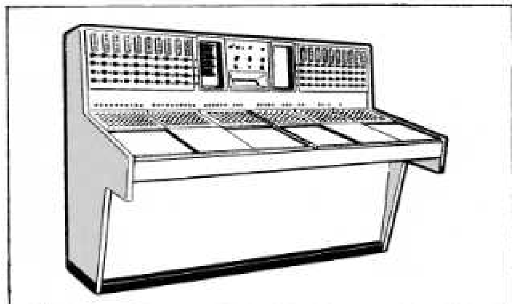
(v змінюється в напрямку L_v). За певних умов градієнтний метод збігається до точки x_*, v_* з лінійною швидкістю, якщо початкове наближення вибрано з досить малого околу цієї точки (щоб одержати таке наближення, можна використати, напр., метод штрафних ф-цій). Існують і інші методи, де використовують множники Лагранжа.

Літ.: Левитин Е. С., Поляк Б. Т. Методы минимизации при наличии ограничений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1966, т. 6, № 5; Данилин Ю. М. Методы минимизации, основанные на аппроксимации исходного функционала выпуклым. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1970, т. 10, № 5; Данилин Ю. М., Пшеничный Б. Н. О методах минимизации с ускоренной сходимостью. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1970, т. 10, № 6; Huang H. Y. Unified approach to guadratically convergent algorithms for function minimization. «Journal of optimization theory and applications», 1970, v. 5, № 6.

Ю. М. Данилін.

«ОПТИМУМ» — спеціалізована аналогова обчислювальна машина для розв'язування задач лінійного програмування (пов'язаних з плануванням транспортних перевезень) та задач, які зводяться до транспортної задачі. Розроблено в Ін-ті кібернетики АН УРСР у 1964. Являє собою електронну аналогову модель, основану на використанні діодної аналогії Денніса. Серійна модифікація машини «Оптимум-2» (мал.) має 600 схем-аналогів транспортних віток; макс. розміри розв'язуваних задач $k \times p$: 10×60, 15×40, 20×30, де k — к-сть пунктів виробництва (споживання), p — к-сть пунктів споживання (виробництва). Обсяги виробництва (споживання) продуктів моделюються електр. струмами в межах 0,2 ÷ 30 *ма*; вартості перевезень одиниці продукту по вітках (або відстані між пунктами виробництва й споживання) моделюються напругами постійного струму в межах 0 ÷ 10 *в*; відхилення одержаного на машині розв'язку від оптимального за значенням вартості перевезень (для типових задач) становить: без уточнення розв'язку — не більше як 5%, з уточненням розв'язку — не більше як 2%.

В машині є модель транспортної мережі, виконана у вигляді шести блоків, кожний з яких дає змогу моделювати мережу розміром $10 \times \times 10$. Аналогами транспортних віток у блоках є схеми з джерелами напруги й діодами. Крім аналогів віток, у блоках розміщено й елементи вимірювальної автоматики для вимірювання напруг і струмів та елементи сигналізації «зайнятих» віток. У блоці джерел струму 20 джерел струму для моделювання пунктів виробництва й 60 — для моделювання пунктів споживання. Виходи всіх джерел виведено на спец. *набірне поле*, вони можуть



Аналогова обчислювальна машина «Оптимум-2».

у довільному порядку підключатися до моделі транспортної мережі.

Процес розв'язування задачі на машині складається з таких операцій: встановлювання величин напруг, що моделюють вартості перевезень одиниць продуктів по вітках транспортної мережі; встановлювання величин струмів, що моделюють обсяг виробництва й споживання; виявлення віток, «зайнятих» перевезеннями в оптим. варіанті (його здійснює машина автоматично на спец. світловому табло); вимірювання результатів розв'язку в вітках мережі, вибраних блоком вимірювальної автоматики, й уточнення розв'язку, якщо потрібно одержати підвищену точність. Для розв'язування задач великих розмірів (10×120, 20×60, 15×80, 30×40) передбачено можливість з'єднувати дві машини. Див. також *Електронне моделювання задач математичного програмування.*

Літ.: Васильев В. В., Клепикова А. Н., Тимошенко А. Г. Решение задач оптимального планирования на электронных моделях. К., 1966 [бібліогр. с. 161—164]; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181]; Деннис Дж. Б. Математическое программирование и электрические цепи. Пер. с англ. М., 1961 [бібліогр. с. 212—214].

В. В. Васильєв.

ОПТРО́Н — простий оптикоелектронний пристрій, що складається з джерела світла, фотоприймача й оптичного узгоджувального або керуючого середовища, які можна пов'язати оптично, електрично або обома видами зв'язку. Найпоширеніші О. з пасивним оптичним середовищем, яке виконує роль узгоджувального елемента для одержання макс. коефіцієнта передачі світлового сигналу від джерела світла до фотоприймача. За структурою та характером зв'язків звичайно виділяють чотири осн. типи О.: з прямим внутрішнім, зворотним позитивним, зворотним негативним та зовнішнім оптичним зв'язком. О. цих типів є елементарними структурними ланками оптикоелектронних систем для перетворення та відображення оптичних та електр. сигналів. Залежно від використовуваних елементів їхні передавальні характеристики бувають дуже різноманітні: ключові, лінійні, складні функціональні та ін.

О. широко застосовують у різних пристроях обчисл. та вимірювальної техніки й автоматики як розв'язувальні й узгоджувальні трансформатори, підсилювачі оптичних та електр. сигналів, функціональні перетворювачі, запам'ятовувальні елементи, генератори оптичних і електричних сигналів тощо.

П. Ф. Олексенко.

ОПУ́КЛА БАГАТОГРА́ННА МНОЖИНА́ — множина, утворена перетином скінченної кількості півпросторів вигляду $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant \leqslant b_i$, $i = 1, ..., m$ скінченновимірного евклідового простору. Всяку О. б. м. можна зобразити у вигляді суми *опуклого многогранника* і *опуклого багатогранного конуса.*

ОПУ́КЛА МНОЖИНА́ — множина X лінійного простору E, характеризована такою властивістю: якщо x_1 та x_2 — довільні елементи множини X, то при будь-якому $0 \leqslant \leqslant \lambda \leqslant 1$ точка $\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2 \in X$. Або інакше: множина X опукла, якщо вона цілком уміщує відрізок, визначуваний будь-якими двома його точками. О. м., напр., є: точка $x \in E$; куля довільного радіуса; будь-який підпростір E, зокрема в n-вимірному евклідовому просторі E^n — кожний з підпросторів $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \leqslant b_i\ (\geqslant b_j)$, $j = \overline{1, m}$, що визначаються гіперплощиною $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i = b_j$. Властивості О. м.: 1) якщо $x_1, ..., x_m$ є точками множини X, то цій множині належить і будь-яка точка x, що є опуклою комбінацією точок $x_i : x = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i$, де $\lambda_i \geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1$; 2) перетин О. м. також є О. м.; 3) у просторі E^n будь-які дві О. м. X та Y, які не мають спільних точок, можна розділити ненульовою лінійною ф-цією, тобто знайдеться така лінійна ф-ція f, що $f(x) \leqslant f(y)$ для всіх $x \in X$ і $y \in Y$ (теорема про відокремність О. м.). Подібне твердження зберігає силу і в випадку довільного лінійного простору за умови, що одна з множин має внутрішню (у певному для розглядуваного простору розумінні) точку. За жорсткіших вимог, які ставлять до О. м. X та Y, гарантується існування ненульової лінійної функції, що строго розділяє ці множини: $f(x) \leqslant \alpha < \alpha + \varepsilon \leqslant f(y)$ для всіх $x \in X$, $y \in Y$, де α — якась константа, а $\varepsilon > 0$. У просторі E^n для цього досить, щоб множини X та Y були замкнені й не перетинались і щоб принаймні одну з них було обмежено. В кожній граничній точці y О. м. $X \subset E^n$ можна визначити принаймні одну лінійну ф-цію f, що називається опорною функцією до множини X у точці y, таку, що $f(y) \geqslant f(x)$ для всіх $x \in X$.

Є різні спец. конструкції О. м. (див. *Опуклий конус K* з вершиною p, *Опукла оболонка* $[X]$ [або $co\ X$] довільної множини X лінійного простору E, *Опукла багатогранна множина*). О. м. завдяки її властивостям широко застосовують у *програмуванні лінійному* й нелінійному, *оптимального керування теорії* та в *іграх диференціальних.*

Літ.: Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 798—819].

Ю. М. Данилін.

ОПУ́КЛА ОБОЛО́НКА $[X]$ (або $co\ X$) довільної множини X лінійного простору E — найменша *опукла множина*, що містить X, тобто О. о. — множина, що є перетином усіх опуклих множин, які містять X. Множина $[X]$ складається з усіх точок, які можна зобразити у вигляді опуклої комбінації довільного числа точок X.

Найпростіші властивості О. о.: $[\alpha X] = \alpha [X]$; $[X + Y] = [X] + [Y]$; якщо множина X обмежена, то і множина $[X]$ обмежена. Якщо X — множина n-вимірного евклідового простору E^n, то множина $[X]$ має таку важливу властивість: кожну точку $[X]$ можна зобразити у вигляді опуклої комбінації не більше як $(n+1)$-ї точки X.

Ю. М. Данилін.

ОПУ́КЛА ФУ́НКЦІЯ — функція, визначена на *опуклій множині* лінійного простору, яка задовольняє нерівність

$$g(\lambda x + (1-\lambda) y) \leqslant \lambda g(x) + (1-\lambda) g(y)$$

при всіх $\lambda \in [0,1]$.

Якщо область визначення О. ф. $g(x)$ лежить у скінченновимірному просторі, то $g(x)$ неперервна в кожній внутр. точці цієї області. Нехай $x_1, \ldots, x_m$ — будь-які точки з області визначення О. ф. $g(x)$, $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ — невід'ємні числа, сума яких дорівнює 1. Тоді

$$g\left(\sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i\right) \leqslant \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g(x_i).$$

Якщо $g(x)$ — двічі неперервно диференційовна О. ф., то *матриця* її других похідних напівдодатно визначена. *Б. М. Пшеничний.*

ОПУ́КЛИЙ БАГАТОГРА́ННИЙ КО́НУС — *опукла множина* n-вимірного евклідового простору E^n, утворена перетином скінченного числа півпросторів, граничні гіперплощини яких проходять через якусь точку p, яку називають вершиною конуса. О. б. к. можна зобразити як *опуклий конус*, натягнутий на скінченну кількість точок x_i, $i = \overline{1, m}$, простору E^n: кожну точку конуса B можна зобразити у вигляді

$$p + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i, \quad \lambda_i \geqslant 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Ю. М. Данилін.

ОПУ́КЛИЙ КО́НУС K з вершиною p — *опукла множина* лінійного простору E, яка має таку властивість: з того, що $p + x \in K$, випливає, що при будь-якому $\alpha \geqslant 0$ $p + \alpha x \in K$. Якщо вершина О. к. p — нульовий елемент простору E, то це означення еквівалентне такому означенню: K є О. к., якщо при кожних x та y з K точка $\alpha x + \beta y \in K$ при всіх $\alpha \geqslant 0$, $\beta \geqslant 0$.

Приклади О. к.: у двовимірному евклідовому просторі — внутрішність кута, що не перевищує π; у просторі E — довільний лінійний підпростір, який містить точку p. Найменший О. к. $K(X)$ з вершиною p, який містить множину X, наз. О. к., натягнутим на множину X, або конічною оболонкою X. О. к. $K(X)$ складається з усіх точок, зображуваних у вигляді $p + \alpha\left(\sum_{i=1}^{m} \lambda_i x_i - p\right)$, де $\alpha \geqslant 0$, $\lambda_i \geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1$, m — довільне натуральне число, $x_i \in X$. Кажуть також, що $K(X)$ — конус, породжуваний множиною X. *Ю. М. Данилін.*

ОПУ́КЛИЙ МНОГОГРА́ННИК — обмежена опукла множина, утворена перетином скінченного числа півпросторів вигляду $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant b_i$, $i = 1, \ldots, m$ n-вимірного евклідового простору E^n. Гіперплощина мінім. розмірності k, $0 \leqslant k \leqslant n$, у якій цілком міститься О. м. M, наз. несучою площиною многогранника, а число k — розмірністю M. Множину Γ граничних точок многогранника, які належать якійсь гіперплощині розмірності μ, $0 \leqslant \mu \leqslant k - 1$, що є перетином площин, які утворюють півпростори, що визначають многогранник, наз. μ-вимірною гранню M. Нульвимірну грань наз. вершиною многогранника, одновимірну грань — ребром. Кожну точку многогранника M можна представити у вигляді опуклої комбінації його вершин, тобто О. м. являє собою *опуклу оболонку* множини всіх своїх вершин.

Ю. М. Данилін.

ОРГАНІЗА́ЦІЯ ІНФОРМАЦІ́ЙНОГО МАСИ́ВУ — спосіб зберігання даних, який дає змогу розрізняти їхні смислові одиниці та визначати їхнє розміщення в *масиві*. Вибір способу О. і. м. істотно відбивається на ефективності ідентифікації та пошуку даних у масиві. Так, у *КОБОЛі* дані зберігаються у вигляді величин, звичайно об'єднуваних у *записи*. Послідовність записів утворює масив. Характерним для зазначеної О. і. м. є те, що розміщування величин у запису здійснюється відповідно з описом його, а записи можна розміщувати в довільному порядку. Пошук записів, які задовольняють задану умову (див. *Операції над масивами*), для таких масивів практично є складною операцією, яка потребує перегляду й перевірки умови для всіх записів масиву.

Для підвищення ефективності пошуку записів у таких масивах організацію їх часто вдосконалюють шляхом встановлення певного порядку на множині записів. Для цього використовують такі операції над масивами як упорядковування, групування тощо (див. *Сортування даних*). Є способи О. і. м., основані на прив'язуванні його елементів (записів) до вершин двійкового дерева, в яких пошук запису з заданим значенням ознаки полягає в спуску по двійковому дереву від його кореня до шуканого запису вздовж спеціально обчислюваної гілки, й це в деяких випадках значно скорочує пошук.

До інших способів О. і. м. відносять клас методів, пов'язаних з побудовою т. з. функції розстановки, яка для кожного можливого значення величини виробляє значення, прямо або посередньо пов'язане з номером запису, який містить це значення величини.

Див. також *Автоматична обробка даних, Обробки даних система.*

Літ.: Лавров С. С., Гончарова Л. И. Автоматическая обработка данных. Хранение информации в памяти ЭВМ. М., 1971 [бібліогр. с. 156—160].

П. І. Андон.

ОРГАНІЗА́ЦІЯ О́БЛІКУ В АВТОМАТИЗО́ВАНИХ СИСТЕ́МАХ УПРАВЛІ́ННЯ — див. *Автоматизовані системи управління* в народному господарстві.

ОРГАТЕ́ХНІКА, організаційна техніка — комплекс технічних засобів, які використовують для механізації й автоматизації управлінської й інженерно-технічної праці. Розробкою теорії й практики використовування засобів О. в наукових дослідженнях займається нова галузь науки — *наукознавство.* Розумова праця є найменш механізованою з усіх видів людської діяльності. В сфері управління за останнє сторіччя ефективність праці зросла лише в два рази, тоді як продуктивність праці у виробництві матеріальних благ зросла більш як у 15 разів. Високі темпи науково-тех. прогресу викликали швидке зростання обсягу інформації. Для чіткого управління підприємством, галуззю, всім нар. г-вом необхідно систематично вивчати всю існуючу інформацію і на цій основі створювати інформацію зворотних зв'язків, яка повинна впливати на роботу об'єктів управління. Це можливо лише за умови значного підвищення ефективності праці працівників сфери управління. Вирішальну роль у процесі механізації й автоматизації обробки інформації й повинна відіграти О.

Тех. засоби О. (від олівців до найскладніших автоматичних диспетчерських установок і *електронних обчислювальних машин*) становлять матеріальну основу прогресивних систем управління і призначені для скорочення часу на обробку інформації. Недостатня кількість засобів О. в сфері управління приводить до зростання чисельності працівників і, відповідно, до зниження ефективності роботи управлінського апарату, до затримування вирішень оперативних питань, а це, в свою чергу, негативно впливає на сферу виробництва. Особливе місце займають питання, пов'язані з устаткуванням робочих місць і службових приміщень. Дослідження свідчать, що продуктивність праці працівників усіх категорій багато в чому залежить від правильної організації їхнього робочого місця, від рівня оснащеності цього місця засобами О. Існуючу класифікацію засобів О. наведено в таблиці.

Таблиця класифікації засобів оргатехніки

Засоби оргатехніки						
Засоби складання документів	Засоби розмножування й копіювання	Засоби обробки документів	Засоби зберігання, пошуку й транспортування документів	Засоби для креслярських робіт і лічильних операцій	Меблі й обладнання для службових приміщень	Засоби сигналізації й інформації
Друкарські машинки Диктофонна техніка Авторучки, кулькові ручки, олівці	Обладнання для світлокопіювання Обладнання для фотокопіювання Обладнання для мікрофотокопіювання Обладнання для електрографічного й електростатичного копіювання Обладнання для електронного копіювання Обладнання для термокопіювання Обладнання для офсетного й трафаретного друку Обладнання для гектографічного друку	Обладнання фальцювальне Аркушопідбиральне обладнання Обладнання для скріплювання й склеювання Обладнання для різання Обладнання для нанесення захисних покрить на документи Обладнання для знищення паперів Номенклатурно-адресне і штампельне обладнання	Картотеки Засоби пошуку мікрофільмової інформації Обладнання для пошуку ручних перфокарт Засоби доставляння документів	Креслярські машини й прилади Обладнання робочого місця креслярa-конструктора Інструменти і прилади для креслярських робіт Математичні прилади Довідкові механічні таблиці	Спеціальні меблі для службових приміщень Спеціальне обладнання для службових приміщень	Пошуково-викликові пристрої Інформаційні пристрої

До найпростіших засобів О. належать приладдя для записування інформації, засоби зберігання й обробки інформації: папки, альбоми, картотеки, перфокарти, сортувальне й адресне обладнання, рахівниці й лічильні лінійки, обладнання для креслення та ін. До простих засобів О. належать різні графіки, маршрутні схеми, диспетчерські й кон-

торські досьє тощо. Вказаний набір знарядь охоплює всі етапи управління від одержання інформації до переробки й використання її. В техніці управління роль простих засобів дуже велика, від них багато де в чому залежить продуктивність управлінської праці.

До засобів О. належать, крім того, засоби складання, копіювання й розмноження документів, які повинні забезпечити швидке розмноження наукової інформації, тех. і службової документації тощо. Копіювально-розмножувальна техніка є осн. частиною засобів документаційної техніки, її застосовують практично в усіх галузях інженерної й управлінської праці.

Скорочення обсягу збережуваної документації стало важливою проблемою сучасності. Мікрофотокопіювання до деякої міри розв'язує цю проблему. Тех. засоби, які застосовують для *диспетчерського управління автоматизації*, повинні забезпечити високий рівень автоматизації збору первинної виробничої інформації й перетворювання її на форму, придатну для сприймання оператором. Осн. елементом диспетчерської техніки є пульт, на приладових панелях якого розміщуються прилади, які реєструють необхідну для управління інформацію. Створено чимало приладів і машин, за допомогою яких механізують і автоматизують одержування й дистанційне відображування первинної інформації. Щоб здійснювати адміністративно-виробничий зв'язок, широко застосовують фототелеграфну апаратуру зв'язку, яка дає можливість передавати на значну відстань різноманітні фотографії, креслення, графічні матеріали тощо. Використання промислового телебачення дає змогу здійснювати контроль за складними технологічними процесами, які відбуваються на різних ділянках виробництва, у важкодоступних місцях, там, де людина за родом виробництва перебувати не може. Пром. телебачення теж є засобом швидкісної візуальної передачі інформації. В удосконаленні управління підприємствами, орг-ціями, окремими галузями г-ва і всім нар. г-вом особливу роль відіграє *обчислювальна техніка*. Сучасна обчисл. техніка дає можливість забезпечити оперативність, точність, надійність, різносторонність і глибину процесу управління.

Сучасні засоби О.— це не тільки окремі механізми, а й цілі системи засобів для механізації різноманітних галузей управлінської праці. Комплексне застосування засобів О. на підприємстві чи в установі значно підвищує їхню ефективність і скорочує непродуктивні витрати часу всіх категорій інженерно-управлінських працівників. Створення великих систем керування на базі обчисл. техніки й розв'язування за їхньою допомогою проблем *науково-технічного прогнозування* і планування нар. г-ва дасть змогу зробити управління економікою країни справді оптимальним. У багатьох міністерствах і відомствах країни розробляють галузеві системи планування та управління, на базі яких буде створено єдину державну *обчислювальних центрів мережу* й автоматизовану систему планування, обліку й управління нар. г-вом.

У Директивах XXIV з'їзду КПРС відмічено, що сучасні тех. засоби будуть відігравати дедалі більшу роль в управлінні народним г-вом. Впровадження цієї техніки в систему управління є важливим народно-господарським завданням.

Літ.: Клименюк В. Н. Применение перфокарт в научных исследованиях. К., 1969 [бібліогр. с. 205—209]; Панюшкин И. Е., Кусов А. Ф., Дроздов И. М. Практика внедрения оргатехники. М., 1970; Бурцев В. В., Каплан Э. Б. Средства оргатехники. Справочник-каталог. М., 1971.

В. М. Клименюк.

ОРДЕНА ЛЕНІНА ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНСЬКОЇ РСР — науково-дослідна установа в Києві. Засн. 1962 на базі обчисл. центру АН УРСР, створеного 1957 для розгортання робіт у галузі кібернетики та обчисл. техніки, які розпочато на Україні наприкінці 40-х рр. Тематика досліджень ін-ту охоплює майже всі напрями сучасної кібернетики та обчисл. техніки. В галузі теоретичної кібернетики провадяться дослідження з теорії цифрових автоматів і матем. машин, автоматизації проектування ЦОМ, автоматизації програмування, щодо розроблення алгоритмічних мов і розпізнавання образів. Результати цих досліджень практично втілено в ряді засобів цифрової обчислювальної техніки: в ін-ті створено ЕЦОМ «Киев», «Промінь», «МИР-1», «Днепр», «Київ-67», «Днепр-2», «МИР-2», «Рось». Усі машини, крім першої, випускаються серійно. Розроблений в ін-ті метод квазіаналогового моделювання дав змогу створити серію спеціалізованих (аналогових і комбінованих) обчислювальних машин: «ЭМСС-7», «ЭМСС-8», «Итератор», «Оптимум», «Аркус», «АСОР-1», «АСОР-2», «Экстрема». Успіхи вчених і конструкторів ін-ту сприяли створенню нової галузі пром-сті на Україні — електронного машинобудування. Розроблені в ін-ті основи нового чисельного методу оптимізації — методу послідовного аналізу варіантів — сприяли успішному розвиткові досліджень у галузі економічної кібернетики: розроблення матем. методів планування й управління народним г-вом, матем. методів планування транспорту й розміщення виробн., автоматизації обліку й економ. аналізу. Широко провадяться дослідження в галузі технічної кібернетики щодо створення систем автомат. керування технологіч. процесами й складними тех. комплексами. В галузі біологічної та медичної кібернетики розробляються питання щодо створення автоматизованих діагностичних систем, біомедичної апаратури, з нейробіоніки й гідробіоніки. У 2-й пол. 60-х рр. почали успішно провадити роботи в галузі системотехніки щодо розроблення й створення автоматизованих систем

управління. Розроблену типову автоматизовану систему управління підприємством «Львів» впроваджують на кількох підприємствах, провадяться розробки щодо створення галузевих автоматизованих систем управління.

Ін-т має велике СКБ і дослідний з-д. Обчислювальний центр ін-ту оснащено машинами «БЭСМ-6», «М-220», «Днепр-2», «Минск-22», «МИР-2». При ін-ті створено Респ. фонд алгоритмів і програм, який є одним з найбільших в СРСР і за кількістю програм, і за інтенсивністю обслуговування інших орг-цій.

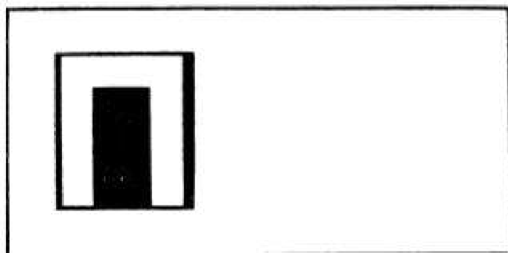
Ін-т видає журнали «Кибернетика», «Автоматика» (вони перевидаються в США) і «Управляющие системы и машины», періодичні збірники праць семінарів Наукової ради з проблеми «Кібернетика» АН УРСР, збірники програм і алгоритмів та багато інформаційних видань. При ін-ті є аспірантура, вчена рада з правом захисту канд. і докт. дисертацій з кількох спеціальностей. За успіхи в розвитку кiберн. науки та в справі підготовки кадрів ін-т 1969 нагороджено орденом Леніна.

Літ.: Глушков В. М. Інститут кібернетики. В кн.: Історія Академії наук Української РСР, кн. 2. К., 1967. *П. В. Походзіло.*

О́РДЕНА ЛЕ́НІНА ІНСТИТУ́Т ПРОБЛЕ́М КЕРУВА́ННЯ (АВТОМА́ТИКИ Й ТЕЛЕМЕХА́НІКИ), ІАТ — науково-дослідна установа в Москві. Підпорядкований Академії наук СРСР і Мін-ву приладобудування, засобів автоматизації та систем керування СРСР. Його створено 1939 у складі Відділу тех. наук АН СРСР. У 1964—69 наз. «Ін-т автоматики й телемеханіки (технічної кібернетики)». Теперішня назва — з 1969. Осн. напрями досліджень: фундаментальні питання теорії автомат. керування; принципи побудови елементів, тех. засобів та пристроїв автомат. керування; принцип побудови комплексних систем керування процесами та технічними об'єктами; принципи побудови інформаційно-керуючих систем оперативного керування; проблеми біоніки та ін. Ін-т має обчислювальний центр і дослідне виробництво. Є аспірантура й вчена рада з правом захисту докт. і канд. дисертацій. Ін-т здійснює видання журналу «Автоматика и телемеханика», видає збірники наук. праць. У 1969 за успіхи, досягнуті в галузі теорії і практики автомат. регулювання та в підготовці висококваліфікованих наукових кадрів, Ін-т нагороджено орденом Леніна.

Літ.: Трапезников В. А. Проблемы технической кибернетики в Институте автоматики и телемеханики (1939—1964 гг.). — Храмой А. В. Очерк истории Института автоматики и телемеханики(1939—1964 гг.). «Автоматика и телемеханика», 1964, № 6. *Д. М. Беркович.*

ОРДИНА́ЛЬНІ ЧИ́СЛА — див. *Частково впорядкована множина.*



ПАКЕ́ТНА ОБРО́БКА ІНФОРМА́ЦІЇ — один з видів організації обчислювального процесу на ЦОМ, коли певну кількість задач користувачів машини об'єднують разом, створюючи вхідний пакет, який потім послідовно обробляється на ЦОМ. При П. о. і., як правило, не буває безпосереднього доступу користувачів до ЦОМ. Підготовлені задачі здають обслуговуючому персоналові, який вводить їх у ЦОМ і видає користувачам розв'язки. Пакети задач можна формувати або вручну, напр., накладаючи одна на одну кілька колод *перфораційних карт* на пристрої введення, або автоматично, виділяючи за допомогою *операційної системи* певну групу задач, які попередньо нагромаджено на нагромаджувачах зовн. ЗП (у цьому разі задачі з пристроїв введення в зовн. нагромаджувачі вводить обслуговуючий персонал у довільні моменти часу). П. о. і. може здійснювати більшість сучасних операційних систем.

Системи П. о. і. з погляду проходження задач або частин їх усередині пакета можуть бути однопрограмні й багатопрограмні. Особливо доцільно виконувати П. о. і. при *багатопрограмній обробці інформації*, бо тоді можна домогтися досить високого ступеня суміщення роботи центр. *процесора*, зовн. пристроїв і нагромаджувачів. При цьому попереднє нагромадження на пристрої введення або на зовн. нагромаджувачі пакета задач дає змогу значно інтенсифікувати режим роботи всіх пристроїв ЦОМ, бо задачі (або частини їх), що входять до пакета, розв'язуються в найвигіднішому порядку і не втрачається час на чекання реакції обслуговуючого персоналу.

Відмітною рисою П. о. і. є те, що користувач порівняно довго (до закінчення розв'язування всього пакета) очікує, коли буде видано розв'язок задачі. Цей час коливається від кількох десятків хвилин до багатьох годин. П. о. і. можна застосовувати як фон у системах з *режимом розподілу часу*. В цьому випадку *обчислювальна система* провадить П. о. і. в інтервалах часу, вільних від обслуговування оперативних завдань користувачів. *А. І. Нікітін, О. М. Одинцов.*

ПА́ЛЬМА ПОТІ́К — стаціонарний ординарний випадковий потік з обмеженою післядією. П. п. однозначно характеризується ф-цією розподілу $F(t)$ інтервалу між послідовними подіями потоку, яка збігається з $1 - \varphi_0(t)$, де $\varphi_0(t)$ — Пальмова ф-ція (див. *Потік випадковий*). $F(t)$ має скінченний перший момент $\tau = \int_0^\infty \varphi_0(t)dt$. Для П. п. характерна скінченна інтенсивність, що збігається з параметром і дорівнює $1/\tau$. Для П. п. ф-ція розподілу інтервалу від моменту $t = 0$ до першої події потоку має вигляд $F(t) = \frac{1}{\tau}\int_0^t \varphi_0(x)dx$. Єдино можливими П. п. без післядії є найпростіші потоки (див. *Потік без післядії*, *Пуассона потік*). Нехай X — довільний потік. Якщо кожну подію X, незалежно від інших, залишати з імовірністю p, то потік залишених подій теж буде П. п. Потоки цього типу широко представлені у *масового обслуговування системах*. Так, потік втрачених вимог для системи з втратами при вхідному найпростішому потоці й показниково розподіленому часі обслуговування є П. п. *І. М. Коваленко.*

ПА́М'ЯТІ ЗА́ХИСТ — сукупність апаратних і програмних засобів ЦОМ, які забезпечують зберігання даних однієї задачі від можливого руйнівного впливу інших задач при *багатопрограмній обробці інформації*.

П. з. грунтується на принципі, за яким інформація про ресурси, передусім про обсяг і місце пам'яті, які керуюча програма *операційної системи* виділяє певній задачі, зберігається протягом усього часу розв'язування задачі в спец. таблицях. В інтервали часу, коли задачу обслуговує центр. *процесор*, ця інформація викликається на спец. *регістри*. Під час виконання будь-якої команди, що міститься в задачі, перевіряється допустимість звертання до *адреси математичної*, що міститься в команді, й коли ця адреса виходить за межі віртуальної пам'яті, виділеної для задачі, виробляється сигнал переривання, який інформує керуючу програму про необхідність втрутитися в процес розв'язування. В деяких випадках керуюча програма тимчасово захищає ділянки осн. пам'яті й від звертання з боку задачі, для якої їх виділено, напр., під час *запису* на цю ділянку інформації з зовн. носія. У машинах, що працюють з абсолютними адресами, може бути захищено тільки фіксовані зони осн. пам'яті, напр., ті, що містять керуючу програму. З П. з. пов'язане й питання про захист наборів даних (див. *Керування даними*), які містяться на зовн. носіях, від псування або небажаного копіювання споживачами машини, яких не допущено до цього набору. В цьому разі захист базується, як правило, на програмних методах, напр., на зазначенні пароля. *А. І. Нікітін.*

ПА́М'ЯТІ РОЗПО́ДІЛ — виділяння місць у пам'яті ЦОМ, у яких локалізуються (містяться або мають міститись) інформаційні об'єкти, що беруть участь в обчислювальному процесі, та сама відповідність між цими об'єктами й місцями, відведеними для них у пам'яті. П. р. являє собою скінченну послідовність відображень $(I \to F)_t$, де $t = 1, 2, \ldots$, множини I самих інформаційних об'єктів або їхніх найменувань у множину F фіз. *адрес* розпо-

ділюваної пам'яті для дискретних моментів t обчисл. процесу. П. р., в якому послідовність $(I \to F)_t$ обрано до виконання обчисл. процесу, наз. статичним. Динамічним наз. такий П. р., при якому кожне $(I \to F)_t$ обирається безпосередньо в ході обчисл. процесу в момент t, виходячи з $(I \to F)_{t-1}$ опису інформаційних об'єктів і фактичного звертання до них у попередні моменти часу. За наявності віртуальної (математичної) нумерації комірок пам'яті (див. *Пам'ять ЦОМ*) П. р. задають за допомогою двох послідовностей відображень: $(I \to M)_t$ і $(M \to F)_t$, де M — множина віртуальних адрес розподілюваної пам'яті.

Осн. задачами, які розв'язують за допомогою П. р., є: а) скорочення затримки обчисл. процесу при звертанні до пам'яті і б) зменшення кількості комірок, що наз. економією пам'яті. Затримка обчисл. процесу виникає і при звертанні до пам'яті, і при пересиланні інформації між ступенями пам'яті в зв'язку зі зміною наявного П. р. Скорочення цієї затримки досягають завдяки розміщуванню інтенсивно використовуваної інформації переважно у швидкодіючих ступенях пам'яті при обмеженому пересиланні інформації між ступенями. Економії пам'яті досягають внаслідок локалізації деяких інформаційних об'єктів в одних і тих самих комірках пам'яті.

Обмеження щодо вибору П. р. пов'язані головним чином зі способом задавання адрес слів, що становлять у сукупності інформаційний об'єкт (прямокутний масив, *список* тощо). Найхарактернішою є вимога локалізації прямокутних масивів у комірках пам'яті з послідовними адресами, оскільки адреса довільного елемента масиву обчислюється за абсолютною адресою 1-го елемента масиву та її порядковим номером відносно цього елемента. Динамічного П. р. можна досягти внаслідок зміни як відображення $(I \to M)_t$ ідентифікаторів інформаційних об'єктів на віртуальні адреси пам'яті, так і відображення $(M \to F)_t$ віртуальних адрес пам'яті на фіз. адреси комірок. Динамічний П. р. зі зміною відображення $(I \to M)_t$ застосовують для розміщування інформації в пам'яті в зв'язку з обчисл. процесами, для яких хід виконання або розміри використовуваних масивів не відомі до виконання їх. Осн. формами такого динамічного П. р. є: переадресація, що основана на використанні індекс-регістрів; адресація даних при блоковій структурі *мови програмування* (напр., АЛГОЛ-60) та адресація при списковій організації даних. Динамічний П. р. із змінюванням відображення $(M \to F)_t$, тобто на основі віртуальної нумерації комірок, застосовують при розміщуванні інформації в ступінчастій пам'яті або пам'яті зі змінним складом *запам'ятовувальних пристроїв* (ЗП). Найбільш застосовною формою здійснення такого П. р. є *пам'ять сторінкова*. Оскільки відображення $(I \to M)_t$ та $(M \to F)_t$ при динамічному П. р. вибираються і фіксуються різними засобами, число віртуальних і фіз. адрес пам'яті є двома незалежно витрачуваними ресурсами ЦОМ. Спочатку за інформаційними об'єктами закріплюють віртуальні адреси, а потім їх зіставляють з фіз. адресами. Динамічний П. р. на основі віртуальної нумерації може охоплювати частини ЗП, які становлять пам'ять ЦОМ, зокрема, такі групи ЗП, як феритний куб, *барабан магнітний* і *диски магнітні*; феритний куб як основну пам'ять і ЗП на тригерних регістрах як надшвидкодіючу оперативну пам'ять.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Ершов А. П. Сведение задачи распределения памяти при составлении программ к задаче раскраски вершин графов. «Доклады АН СССР», 1962, т. 142, № 4; Никитин А. С. Оптимальное распределение и выбор числа регистров в ЭЦВМ с помощью целочисленного линейного программирования. В кн.: Вопросы теоретической кибернетики. К., 1965; Belady L. A. A study of replacement algorithms for a virtual-storage computer. «IBM systems journal», 1966, v. 5, № 2.

С. Д. Міхновський.

ПА́М'ЯТЬ МАГАЗИ́ННА — пам'ять, що складається з груп комірок, зв'язаних між собою і розміщених у колонку, в якій лише верхня комірка має зв'язок з усією системою. При передаванні даних з пам'яті або в пам'ять вміст її пересувається вниз (угору) по колонці, звільняючи чи заповнюючи комірки (див. *Запам'ятовувальний пристрій магазинний*).

ПА́М'ЯТЬ СТОРІНКО́ВА — пам'ять ЦОМ з динамічною нумерацією комірок, виконаною на основі задання відповідності між рівновеликими групами з 2^k (де k — ціле число) послідовних віртуальних і фізичних адрес комірок пам'яті, що їх називають сторінками віртуальних адрес і сторінками пам'яті. Сторінки віртуальних адрес і сторінки пам'яті починаються з *адрес*, у двійкових *кодах* яких молодші k розрядів — нулі. Залежно від значення k двійковий код фіз. адреси будь-якої комірки пам'яті ділиться на дві частини, з яких група старших розрядів — від $k + 1$ і вище — є номером сторінки пам'яті, а група молодших розрядів — від 1 до k — відносною адресою $\alpha = 1 \div 2^k$ комірки на цій сторінці. Двійковий код віртуальної адреси аналогічно складається з номера сторінки A і відносної адреси α. Фізичну адресу комірки одержують з віртуальної адреси не арифм. операцією а складаючи її двійковий код.

Розчленування множини віртуальних адрес на групи сторінок — сегменти — пов'язане з розчленуванням двійкового коду номера сторінки на групи послідовних розрядів. Якщо, напр., $A = A_3, A_2, A_1$, де A_1, A_2, A_3 — числа, утворені групами з n_1, n_2, n_3 послідовних розрядів двійкового коду A, то A_1 — номер сторінки в сегменті першого рангу, що складається з 2^{n_1} сторінок, A_2 — номер сегмента першого рангу в сегменті другого рангу, що складається з 2^{n_2} сегментів пер-

шого рангу і т. д. Сегменти становлять підмножини віртуальних адрес, закріплених за групами інформаційних об'єктів (масивів, задач тощо), щоб локалізувати їх у пам'яті незалежно одна від одної.

Відповідність між сторінками адрес і сторінками пам'яті задають за допомогою таблиці, яка може мати ступінчасту організацію, що відповідає поділові множини віртуальних адрес на сегменти. У таблиці найвищого, напр., третього рангу може бути 2^{n_3} адрес таблиць другого рангу; в таблиці другого рангу — 2^{n_2} адрес таблиць першого рангу, і, нарешті, у таблиці першого рангу — 2^{n_1} адрес сторінок пам'яті, що складають разом сегмент першого рангу.

Достоїнство П. с. полягає у тому, що застосовуваний у ній спосіб поділу пам'яті на рівні сторінки дуже спрощує техніку розміщення інформації та визначення фіз. адрес комірок при *пам'яті розподілі*.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257].

С. Д. Міхновський.

ПА́М'ЯТЬ ЦОМ — частина цифрової обчислювальної машини, що зберігає інформацію у вигляді послідовності символів її структурного алфавіту. П. ЦОМ створюється звичайно на основі кількох типів запам'ятовувальних пристроїв (ЗП), які істотно відрізняються швидкодією, ємністю й вартістю. Послідовність ЗП, що становлять П. ЦОМ, упорядкована за часом звертання до них, наз. ієрархією ЗП. За функціональними й конструктивними ознаками П. ЦОМ здебільшого розчленовують на ділянки, що їх наз. ступенями. Вони відрізняються за виглядом і структурою інформації, що зберігається в них, часом вибирання та частотою звертання до неї, способом адресації тощо.

Розрізняють такі ступені П. ЦОМ. Основна П. охоплює ЗП, в яких має зберігатися виконувана програма й осн. частина даних, що належить до неї. Вся інформація в основній П. адресується в певних одиницях (здебільшого в словах), які можуть сприйматися процесором як операнди. Робоча П. — ділянка основної П., призначена для зберігання проміжних результатів обчислення, а не для зберігання *програм*. Крім того, основна П. може поділятися на ступені (напр., оперативну, надоперативну), призначені для зберігання інформації з різною інтенсивністю використання. Різновидом робочої П. є П. магазинна. Допоміжна П. охоплює повільніші, але місткі ЗП, інформація з яких стає доступною для перетворення в центр. процесорі лише після того, як її переписано в основну П. Адресовуваними одиницями інформації в допоміжній П. є *масиви* слів. Ділянки П. спец. призначення виділяються для запам'ятовування інформації про стан системи в момент переривання програми, для проміжного нагромаджування інформації при пересиланні її між ступенями П. (буферні ділянки П.), для зберігання програми підготовки ЦОМ до роботи тощо.

За характером зв'язку з процесором розрізняють внутрішню й зовнішню П. Внутрішня П. є невід'ємною фіз. частиною машини, й усі дані, що зберігаються в такій П., автоматично доступні для цієї машини. Зовнішня П. зберігає інформацію у формі, прийнятій для цієї машини, але, на відміну від внутрішньої, може бути відділена від машини. Осн. П. завжди є внутрішньою П. машини. Допоміжна П. може бути зовнішньою і внутрішньою. Допоміжна П. для зберігання великої кількості інформації, в якій є засоби автомат. розміщення масивів, внесення змін до масивів і захисту їх від будь-яких непередбачених дій над ними, наз. масовою П. Термін «масова П.» застосовують і для наймісткішого ступеня П. Для зручності й ефективності використання П. в ЦОМ нумерацію комірок ЗП можна змінювати. Крім номера комірки як елемента ЗП — фізичної адреси, — їй надають номер, під яким вона бере участь в обчисл. процесі, — віртуальну, або математичну адресу. Нумерація комірок П. може бути статична, якщо відповідність «віртуальна адреса — фізична адреса» неможливо змінити в ході обчисл. процесу, або динамічна, якщо таке змінювання можливе. Прикладом статичної нумерації може бути наскрізна нумерація П. з кількох ЗП, за якої номер комірки П. складається з її номера в ЗП й номера ЗП так, що комірки П. з послідовними номерами належать до різних ЗП.

Динамічну нумерацію комірок застосовують у зв'язку з динамічним розподілом П. (див. *Пам'яті розподіл*). Прикладом П. з динамічною нумерацією комірок може бути *пам'ять сторінкова*. П. ЦОМ з такою динамічною нумерацією, за якої віртуальні адреси (групи послідовних віртуальних адрес) можна відобразити на будь-які комірки (групи послідовних комірок П.), наз. віртуальною П., бо фактичне розміщення інформації в ЗП приховане й не керується на рівні програми задачі. Для програміста чи *транслятора* віртуальна П. є лише множиною доступних віртуальних адрес. Віртуальна П., що грунтується на різнотипових ЗП, наз. й П. одного рівня. П. ЦОМ, що складається з кількох ступенів, які істотно різняться за ємністю та швидкодією, наз. ступінчастою.

Літ.: Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К. 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis — New York, 1966.

С. Д. Міхновський.

ПАРАБОЛІ́ЧНОГО ТИ́ПУ ДИФЕРЕНЦІА́ЛЬНИХ РІВНЯ́НЬ У ЧАСТИ́ННИХ ПОХІДНИ́Х СПО́СОБИ РОЗВ'Я́ЗУВАННЯ. Найпростішим прикладом рівняння параболічного типу є рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \qquad (1)$$

яке описує поширювання тепла на прямій. Тут $u = u(x, t)$ — температура, $f(x, t)$ — щільність теплових джерел. Розглянемо рівняння (1) при $0 < t \leqslant T$ на відрізку $0 < x < l$ з додатковими умовами — початковою умовою

$$u(x, 0) = u_0(x), \qquad 0 < x < l \tag{2}$$

і крайовими умовами 1, 2 або 3-го роду

$$\text{а) } u(0, t) = \nu_1(t), \quad u(l, t) = \nu_2(t);$$

$$\text{б) } \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \nu_1(t), \quad -\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = \nu_2(t);$$

$$\text{в) } \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) - \beta_1 u(0, t) = \nu_1(t). \tag{3}$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) - \beta_2 u(l, t) = \nu_2(t).$$

Для розв'язування задач (1) — (3) використовують *скінченнорізницеві методи* (с. р. м.), які дають змогу знаходити розв'язок лінійних і нелінійних рівнянь параболічного типу з крайовими умовами 1, 2 або 3-го роду. Для цього введемо рівномірну сітку вузлів по просторовій і часовій координаті з кроками відповідно h і τ:

$$x_i \in \omega_h = \{x_i = ih, \qquad i = 0, 1, \ldots, N.$$
$$h = l/N\},$$
$$t_j \in \omega_\tau = \{t_j = j\tau, \; j = 0, 1, \ldots, j_0, \; \tau = T/j_0\}.$$

Похідні $\frac{du}{dt}(x_i, t_j)$, $\frac{d^2u}{dx^2}(x_i, t_j)$ замінимо відповідно різницевими виразами

$$y^j_{\bar{t}i} = (y^j_i - y^{j-1}_i)/\tau, \quad y^j_{\bar{x}x,i} =$$
$$= (y^j_{i+1} - 2y^j_i + y^j_{i-1})/h^2.$$

Поставимо у відповідність рівнянню (1) різницеве рівняння

$$y^j_{\bar{t}i} = \sigma y^j_{\bar{x}x,i} + (1 - \sigma) y^{j-1}_{\bar{x}x,i} + \varphi^{j-1/2}_i \tag{4}$$

при $i = 1, 2, \ldots, N - 1$, $j = 1, 2, \ldots, j_0$. Тут σ — ваговий множник, $\varphi^{j-1/2}_i$ — сітковий аналог ф-ції $f(x_i, t_j - 0{,}5\tau)$. Вибір параметра σ визначає стійкість (див. *Стійкість різницевих схем*) і разом з правою частиною $\varphi^{j-1/2}_i$ — точність схеми. Напр., схема (4) з однорідними крайовими умовами $y^j_0 = y^j_N = 0$, $(\nu_1 = \nu_2 = 0)$ при $\varphi^{j-1/2}_i = 0$ $(f = 0)$ стійка за початковими даними в сітковій нормі $L_2(\omega_h)$ при $\sigma \geqslant 0{,}5 - h^2/4\tau$. Схема (4) з крайовою умовою 1-го роду $y^j_0 = \nu_1(t_j)$, $y^j_N = \nu_2(t_j)$, $i = 0, 1, \ldots, j_0$ і початковою умовою $y^0_i = u_0(x_i)$, $i = 0, 1, \ldots, N$ при $\sigma = 0$, $\sigma = 1$, $\varphi^{j-1/2}_i = f(x_i, t_j - 0{,}5\tau)$ має апроксимацію й точність $O(\tau + h^2)$ при $\sigma = 0{,}5$ — $O(\tau^2 + h^2)$, при $\sigma = 0{,}5 - h^2/12\tau$ й відповідному виборі ф-ції $\varphi^{j-1/2}_i - O(\tau^2 + h^4)$. Крайові умови 3-го роду апроксимуються такими різницевими рівняннями:

$$\sigma(y^j_{x,0} - (\beta_1 y^j_0 + \nu^j_1)) + (1 - \sigma)(y^{j-1}_{x,0} -$$
$$-(\beta_1 y^{j-1}_0 + \nu^{j-1}_1)) = 0{,}5h(y^j_{\bar{t},0} - \varphi^{j-1/2}_0);$$

$$\sigma(-y^j_{\bar{x},N} - (\beta_2 y^j_N + \nu^j_2)) + (1 - \sigma)(-y^{j-1}_{\bar{x},N} -$$
$$-(\beta_2 y^{j-1}_N + \nu^{j-1}_2)) = 0{,}5h(y^j_{\bar{t},N} - \varphi^{j-1/2}_N).$$

Тут $y_{x,i} = (y_{i+1} - y_i)/h$, $y_{\bar{x},i} = (y_i - y_{i-1})/h$.

Розглянемо схеми для рівняння теплопровідності зі змінними й розривними коеф.:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x, t)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + f(x, t),$$
$$0 < x < l, \quad 0 < t \leqslant T. \tag{5}$$

У точці $x = \xi$ розриву коеф. k, f ставлять додаткові умови спряження — умови неперервності т-ри й теплового потоку

$$u(\xi - 0, t) = u(\xi + 0, t), \; k(\xi - 0, t)\frac{\partial u}{\partial x}(\xi -$$
$$-0, t) = k(\xi + 0, t)\frac{\partial u}{\partial x}(\xi + 0, t). \tag{6}$$

Для розв'язування рівняння (5) з умовами (6) будують однорідні різницеві схеми. Коеф. схеми, які є аналогами коеф. k, f, в усіх вузлах схеми обчислюють за одним і тим самим правилом. Для рівняння (5) розглядають схеми виду

$$y^j_{\bar{t},i} = (a^{j-1/2}(\sigma y^j_{\bar{x}} + (1 - \sigma) y^{j-1}_{\bar{x}}))_{x,i} + \varphi^{j-1/2}_i. \tag{7}$$

Якщо точка $x = \xi$ розриву коеф. k, f співпадає з вузлом сітки ω_h, то беруть

$$a^{j-1/2}_i = k(x_i - 0{,}5h, \quad t_j - 0{,}5\tau),$$
$$\varphi^{j-1/2}_i = 0{,}5(f(x_i - 0, t_j - 0{,}5\tau) + \tag{8}$$
$$+ f(x_i + 0, t_j + 0{,}5\tau)).$$

Схема (7), (8) при відповідному задаванні крайових і початкових умов має в сітковій нормі C точність $O(\tau + h^2)$ при $\sigma = 0$, $\sigma = 1$, точність $O(\tau^2 + h^2)$ при $\sigma = 0{,}5$. Однорідні схеми виду (7) одержують з рівняння теплового балансу. Для цього інтегрують, враховуючи (6), рівняння (5) від $x_{i-0,5} = x_i - 0{,}5h$ до $x_{i+0,5} = x_i + 0{,}5\,h$

$$\int\limits_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{\partial u}{\partial t}\,dx = k\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=x_{i+1/2}} -$$
$$-k\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=x_{i-1/2}} + \int\limits_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f\,dx$$

і замінюють початкові вирази різницевими аналогами.

Для рівняння теплопровідності в циліндричних і сферичних координат

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial u}{\partial r} \right), \qquad 0 < r < R$$

$$n = 1, 2$$

вводять відповідні сітки

$$\omega_h^{(n)} = \left\{ r_i = \left(i + \frac{n}{2} \right) h, \ i = 0, 1, \ldots, N, \quad h = \frac{R}{N + \frac{n}{2}} \right\}, \quad n = 1, 2$$

і розглядають рівняння

$$y_{\bar{t}}^j = \Lambda_r^{(n)} (\sigma y^j + (1 - \sigma) y^{j-1}),$$

де

$$(\Lambda_r^{(n)} y)_0 = \frac{1}{r_0^n h} (\bar{r}_1^n y_{\bar{r},1}), \quad (\Lambda_r^{(n)} y)_i = \frac{1}{r_i^n h} (\bar{r}^n y_{\bar{r}})_{r,i}, \qquad i = 1, 2, \ldots, N-1,$$

$\bar{r}_i = 0.5 (r_i + r_{i-1})$ при $n = 1$, $\bar{r}_i = \sqrt{r_i r_{i-1}}$ при $n = 2$, $i = 1, 2, \ldots, N-1$.

С. р. м. є практично єдиним методом розв'язування квазілінійних рівнянь теплопровідності. Розгляньмо, напр., рівняння

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right).$$

Для розв'язування його використовують схеми

$$y_{\bar{t},i}^j = (a(y^{j-1}) y_{\bar{x}}^j)_{x,i}, \tag{9}$$

$$y_{\bar{t},i}^j = (a(y^j) y_{\bar{x}}^j)_{x,i}, \tag{10}$$

де $a(y_i) = k\left(\frac{y_i + y_{i-1}}{2} \right)$. Розв'язання рівняння (9), як і всіх попередніх різницевих рівнянь, здійснюється прогонки методом, рівняння (10) — за допомогою ітераційного процесу (див. *Ітераційні методи*)

$$\frac{\overset{(s+1)}{y_i^j} - y_i^{j-1}}{\tau} = (a(\overset{(s)}{y^j}) \overset{(s+1)}{y_{\bar{x}}^j})_{x,i}, \tag{11}$$

де за початкову ітерацію беруть значення $\overset{(0)}{y_i^j} = y_i^{j-1}$. В разі багатовимірних задач для рівняння теплопровідності використовують т. з. економічні схеми, в яких кількість арифм. операцій, необхідних для обчислення сіткової ф-ції на часовому шарі t_j за значенням ф-ції на шарі t_{j-1} — порядку кількості вузлів просторової сітки. Розгляньмо дві економічні двошарові абсолютно стійкі схеми для рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + f(x_1, x_2, t), \ (x_1, x_2) \in G, \ 0 < t \leqslant T, \tag{12}$$

де $G = \{0 < x_\alpha < l_\alpha, \ \alpha = 1, 2\}$ — прямокутник, на межі якого задано крайову умову 1-го роду

$$u = \nu(x_1, x_2, t), \ (x_1, x_2) \in \Gamma, \ 0 < t \leqslant T. \tag{13}$$

Нехай

$$u|_{t=0} = u_0(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in G. \tag{14}$$

Введемо в $\bar{G} = G \cup \Gamma$ сітку ωh вузлів

$$x_{i_1 i_2} = (x_1^{(i_1)}, x_2^{(i_2)}), \ x_\alpha^{(i_\alpha)} = i_\alpha h_\alpha, \ i_\alpha = 0, 1, \ldots N_\alpha, \ h_\alpha = \frac{l_\alpha}{N_\alpha} \quad \alpha = 1, 2$$

й сітку ω_τ за часом

$$\omega_\tau = \{t_j = j\tau, \ t_{j+1/2} = (j + 1/2)\tau, \ j = 0, 1, \ldots, j_0, \ \tau = T/j_0\}.$$

Опустивши індекси i_1, i_2, запишемо схему змінних напрямів

$$\frac{y^{j-1/2} - y^{j-1}}{0.5\tau} = y_{\bar{x}_1 x_1}^{j-1/2} + y_{\bar{x}_2 x_2}^{j-1} + f(x_1, x_2, t_{j-1/2});$$

$$\frac{y^j - y^{j-1/2}}{0.5\tau} = y_{\bar{x}_1 x_1}^{j-1/2} + y_{\bar{x}_2 x_2}^{j} + f(x_1, x_2, t_{j-1/2}); \tag{15}$$

$$y^{j-\alpha/2}|_\Gamma = \nu(x_1, x_2, t_{j-\alpha/2}), \ \alpha = 1, 0, \quad j = 1, 2, \ldots, j_0;$$

$$y^0 = u_0(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \omega_h.$$

Показано, що схема (15) в сітковій нормі $L_2(\omega_h)$ має точність $O(h_1^2 + h_2^2 + \tau)$. Для розв'язування задачі (12—14) використовують і локально-одновимірну схему

$$\frac{y^{j-1/2} - y^{j-1}}{\tau} = y_{\bar{x}_1 x_1}^{j-1/2} + \frac{f^j}{2}$$

$$\frac{y^j - y^{j-1/2}}{\tau} = y_{\bar{x}_2 x_2}^{j} + \frac{f^j}{2}; \tag{16}$$

$$y^{j-\alpha/2}|\Gamma = \nu(x_1, x_2, \tau^{j-\frac{\alpha}{2}}); \ \alpha = 1, 0, \quad j = 1, 2, \ldots, j_0,$$

$$y^0 = u_0(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \omega_h.$$

Схема (16) має точність $O(h_1^2 + h_2^2 + \tau)$ в сітковій нормі C.

Рівняння (15) і (16) також розв'язують методом прогонки. Крім розглянутих, є й багато інших схем для розв'язування різних параболічних задач.

Літ.: Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [бібліогр. с. 538—550].

О. А. Самарський, І. В. Фрязінов.

ПАРАЛЕ́ЛЬНИЙ АЛГОРИ́ТМ — див. *Розпаралелювання алгоритму.*

ПАРА́МЕТР ФАКТИ́ЧНИЙ — параметр, що його використовують у звертанні до *процедури*. П. ф. у різних *мовах програмування* можуть бути: вирази, рядки, *ідентифікатори* змінних, масивів, перемикачів, процедур тощо. Під час виконання процедури П. ф. або його значення підставляють у тіло процедури замість відповідного *параметра формального*. Кількість, порядок слідування, типи й класи формальних параметрів і П. ф. здебільшого мають відповідати один одному.

А. І. Халілов.

ПАРА́МЕТР ФОРМА́ЛЬНИЙ — параметр, який використовують для описування *процедури* (підпрограми, функції). П. ф. являє собою *ідентифікатор* або спец. символ *мови програмування*. В процедурі, що її описують, можна вказати деякі характеристики її параметрів (типи й класи величин, спосіб використання *параметрів фактичних*). Тіло процедури задає сукупність дій над параметрами. Під час виконання процедури замість П. ф. підставляють відповідний фактичний параметр чи його значення. Тип, кількість і порядок слідування П. ф. та фактичних параметрів здебільшого мають відповідати один одному.

А. І. Халілов.

ПАРАМЕТРО́Н — радіотехнічна схема, що являє собою електромагнітний коливальний контур з нелінійною індуктивністю чи ємністю, в якому збуджуються параметричні коливання з двома стійкими станами фаз, залежними від фази вхідного сигналу. Для збудження параметричних електромагн. коливань контурові задають порівняно невеликі початкові коливання з частотою, що дорівнює власній частоті контура. Якщо потім періодично змінювати один з реактивних параметрів контура П. (індуктивність чи ємність), у кожному півперіоді в контур надходитиме додаткова порція електромагн. енергії. Внаслідок цього амплітуда коливань напруги (струму) в контурі зростатиме. Зі збільшенням амплітуди коливань у контурі збільшуються й активні втрати. Коли втрати починають дорівнювати внесеній додатковій енергії, амплітуда коливань у контурі стабілізується. Усталені коливання в контурі П. можуть мати дві можливі фази, що відрізняються одна від одної на 180°.

Існування двох стійких станів, які характеризуються фазою електромагн. коливань у П., використовується в *обчислювальній техніці* для двійкового зображення інформації. Щоб змінити зафіксовану в П. інформацію, тобто, щоб змінити в його контурі фазу усталених коливань, необхідно перервати сигнал збудження, після чого на вхід П., як правило, через трансформатор ($Тр_1$ на мал.) подається керуючий сигнал протилежної фази і знову вмикається джерело збудження. За певних умов П. може перебувати в третьому стійкому стані, коли напруга навіть дуже великої амплітуди не може збудити параметричних коливань. Такий П. наз. тристабільним. Його можна використовувати для операції з інформацією, представленою в трійковому коді. Періодична зміна нелінійної індуктивності чи ємності досягається подаванням в коло збудження контура П. змінної напруги (струму) досить великої амплітуди.

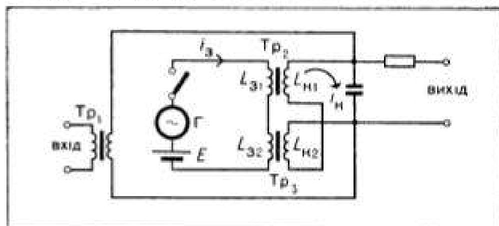


Схема параметрона індуктивного типу ($i_з$ — струм збудження; $i_к$ — струм контура; $L_{з1}$ і $L_{з2}$ — індуктивності обмоток збудження; $L_{к1}$ і $L_{к2}$ — індуктивності контура).

Для параметричного збудження коливань у П. найсприятливішим співвідношенням частот зміни параметра і власної резонансної частоти контура є 2 : 1. Усе це однаковою мірою стосується всіх П. незалежно від того, що є змінним параметром — ємність чи індуктивність. Як індуктивність контура П., як правило, застосовують котушки з феритовими осердями з нелінійною характеристикою намагнічування. Нелінійні конденсатори виготовляють з сегнетоелектричних матеріалів або використовують бар'єрну ємність напівпровідникових $p - n$ переходів. У практичних схемах П. необхідно передбачати заходи щодо запобігання передачі енергії від джерела збудження безпосередньо в коливальний контур. З цією метою, напр., у П. індуктивного типу (див. мал.) сигнал збудження подають на збалансовану пару трансформаторів ($Тр_2$, $Тр_3$), вторинні обмотки яких намотано в протилежному напрямку. У П. ємнісного типу небажаний електр. зв'язок між входом і коливальним контуром П. усувають за допомогою мостової схеми вмикання пари нелінійних конденсаторів та індуктивності контура. Робочий режим нелінійної індуктивності (ємності) коливального контура П. задається за допомогою сталої складової сигналу збудження, яка може подаватися від окремого джерела чи за допомогою імпульсу напруги разом зі змінною складовою. У застосовуваних П. величина постійного струму збудження становить $0{,}4 \div 0{,}7a$, частота збудження дорівнює $5 \div 6$ *Мгц*, а тактова частота роботи — $100 \div 200$ *кгц*.

П. застосовують як *запам'ятовувальні елементи*. Їх використовують і як підсилювачі та лінії затримки. Осн. вада схем на П. поля-

гає в тому, що для них потрібне потужне високочастотне джерело енергії (30 ÷ 120 *мвт* на один П.). Вадою П. є й те, що в схемі є нетехнологічні елементи — трансформатори.
В. М. Корсунський.

ПАРЕ́ТО О́ПТИМУМ — вектор з даної множини векторів-розв'язків, не домінований у певному розумінні ніяким іншим вектором з тієї самої множини. Якщо розв'язок описується вектором $x \in X$, причому є набір *цільових функцій* $f_1(x), \ldots, f_p(x)$, які бажано максимізувати, тоді П. о. (максимум) x^* характеризується тим, що не існує такого вектора x^1, для якого $f_i(x^1) \geqslant f_i(x^*)$, $i = 1, \ldots, p$, причому $f_i(x^1) > f_i(x^*)$ хоча б для одного i. Якщо оптимум, що його розглядають, є мінімумом, то знаки нерівності у наведеному визначенні треба замінити на обернені. Поняття «П. о.» є одним із узагальнень поняття оптимуму на випадок, коли оптимізується одночасно кілька цільових ф-цій. Це поняття застосовується в *ігор теорії*, в задачах багатокритеріальної оптимізації, в деяких економічних задачах тощо.
О. А. Корбут.

ПА́ЧКА ПОМИЛО́К, пакет помилок — спотворення кодового вектора, при якому спотворені компоненти розміщуються в межах якогось відрізка його. Довжину цього відрізка наз. довжиною П. п. П. п. найхарактерніші для магнітних носіїв інформації, пристроїв записування та для збоїв в ін. пристроях від діяння завад. Щоб виправити П. п. довжини b, потрібна менша надмірність, ніж для того, щоб виправити довільні помилки кратності b. Зокрема, щоб виправити всі П. п. довжини b або меншої, лінійний *код* мусить мати принаймні $2b$ перевірних символів, а щоб виправити всі П. п. довжини b чи меншої й одночасно виявити всі П. п. довжини $d \geqslant b$ або меншої, лінійний код мусить мати принаймні $b + d$ перевірних символів.
І. В. Сафонов.

ПЕРЕДАВА́ЛЬНА ФУ́НКЦІЯ — функція, що являє собою відношення перетворення Лапласа вихідної координати лінійної системи до перетворення вхідної координати за нульових початкових умов. П. ф. лінійної системи з постійними параметрами є дробово-раціональною функцією параметра перетворення Лапласа p, а П. ф. сполук окремих ланок задовольняє умови: 1) П. ф. послідовного сполучення n ланок дорівнює добуткові П. ф. окремих ланок: $W(p) = W_1(p), \ldots, W_n(p)$; 2) П. ф. паралельного сполучення n ланок дорівнює сумі П. ф. окремих ланок $W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$; 3) П. ф. сполучення двох ланок із *зворотним зв'язком* визначають як дріб $W(p) = \frac{W_п(p)}{1 \pm W_{зз}(p)\, W_п(p)}$, в чисельнику якого стоїть П. ф. прямого зв'язку $W_п(p)$, а в знаменнику — сума (або різниця) одиниці й добутку П. ф. прямого й зворотного зв'язку $W_{зз}(p)$; при цьому знак «+» відповідає негативному зворотному зв'язкові, а «—» — позитивному.

В *системах керування замкнених* розрізняють П. ф. розімкненої й замкненої систем. П. ф. розімкненої системи визначають як П. ф. послідовного сполучення (при цьому за окремі ланки можна вважати й згадані вище сполучення ланок), що не залежить від місця розімкнення системи. П. ф. замкненої системи залежить від того, що вважають за вхід і що — за вихід системи. У зв'язку з цим розрізняють: 1) П. ф. за задавальним діянням; визначають її як П.ф. сполучення зі зворотним зв'язком, при цьому $W_п(p)$ — ланка або сукупність ланок, що містяться між точкою прикладання задавального діяння і регульованою координатою; 2) П. ф. за похибкою $W_e(p) = \frac{1}{1 + W_{зз}(p)\, W_п(p)}$ (тут за вхід приймають задавальне діяння, а за вихід — похибку системи); 3) П. ф. за збуренням, коли за вхід вважають збурення, що діє на об'єкт, а за вихід — регульовану координату $W_f(p) = \frac{W_{fy}(p)}{1 + W_{зз}(p)\, W_п(p)}$ (тут за $W_{fy}(p)$ вважають П. ф. ланки, що міститься між точкою прикладання збурення та регульованою координатою y). У всіх трьох П. ф. замкнених систем є спільний знаменник $1 + W_{зз}(p)\, W_п(p)$. Прирівнявши його до нуля, одержимо характеристичне рівняння замкненої системи, корені якого визначають динамічні характеристики системи, якщо вона цілком піддається керуванню і спостереженню. Використання апарату різницевих рівнянь і *Лапласа дискретних перетворювань* аналогічно приводить до визначення П. ф. імпульсних систем керування.
А. А. Тунік.

ПЕРЕДАВА́ННЯ ІНФОРМА́ЦІЇ ШВИ́ДКІСТЬ — величина, що характеризує *інформації кількість*, яка міститься в сигналі на виході *каналу зв'язку*, порівняно з кількістю її в сигналі на його вході. Якщо $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)$ та $\tilde{\eta} = (\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \ldots)$ — випадкові послідовності, що утворюють відповідно сигнали на вході та виході якогось каналу зв'язку з дискретним часом, то П. і. ш. по такому каналу буде величина

$$R = \bar{I}(\eta, \tilde{\eta}) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} I((\eta_1, \ldots, \eta_n), (\tilde{\eta}_1, \ldots, \tilde{\eta}_n)), \quad (1)$$

де $I(.,.)$ — кількість інформації, що міститься в n-вимірній *випадковій величині* $(\tilde{\eta}_1, \ldots, \tilde{\eta}_n)$ щодо n-вимірної випадкової величини $(\eta_1, \ldots, \eta_n)$, якщо ця границя існує. Аналогічно цьому, для каналів з неперервним часом П. і. ш. наз. величину

$$R = \bar{I}(\eta, \tilde{\eta}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} I(\eta_0^T \tilde{\eta}_0^T), \quad (2)$$

якщо ця границя існує. Тут η_0^T та $\tilde{\eta}_0^T$ — відрізки $(0, T)$ сигналів $\eta(t)$ та $\tilde{\eta}(t)$ на вході й виході каналу відповідно. Існування границь у ф-лах (1) та (2) доведено для досить широкого класу каналів, у яких сигнали на вході та виході є стаціонарними і становлять стаціонарно зв'язану пару випадкових послідовностей (або процесів). Для стаціонарних каналів без пам'яті П. і. ш. дорівнює кількості інформації $R = I(\eta_t, \tilde{\eta}_t)$, що міститься в сигналі на виході $\tilde{\eta}_t$ в якийсь момент t щодо сигналу на вході η_t у той самий момент. Явне обчислення П. і. ш. виявляється можливим, напр., для гауссівських каналів. Якщо сигнали на вході й виході каналу $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)$ та $\tilde{\eta} = (\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \ldots)$ є регулярними гауссівськими стаціонарними та стаціонарно зв'язаними послідовностями із *спектральними щільностями* $f_\eta(\lambda)$, $f_{\tilde{\eta}}(\lambda)$ відповідно та $f_{\eta\tilde{\eta}}(\lambda)$ — взаємна спектральна щільність пари $(\eta, \tilde{\eta})$, то П. і. ш.

$$R = -\frac{1}{2}\int\limits_{f_\eta(\lambda)>0} \log\left(1 - \frac{|f_{\eta\tilde{\eta}}(\lambda)|^2}{f_\eta(\lambda) f_{\tilde{\eta}}(\lambda)}\right) d\lambda,$$

де інтегрування ведеться за тими λ з інтервалу $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, для яких $f_\eta(\lambda) > 0$.

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.

ПЕРЕКЛАД АВТОМАТИЧНИЙ — див. *Машинний переклад.*

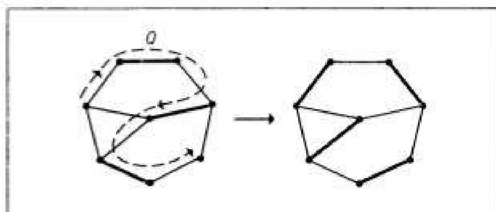
ПЕРЕМИКАЛЬНІ ФУНКЦІЇ — функції, що здійснюють однозначне відображення множини наборів $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$, у яких аргументи приймають значення з множин $X_1, X_2, \ldots, X_n$, де $X_i = \{0, 1, \ldots, k_i\}$, у множину $Y = \{0, 1, \ldots, k\}$. Найчастіше розглядають П. ф., в яких усі аргументи приймають значення з однієї й тієї самої м-ни $X = \{0, 1, \ldots, k\}$ і для яких м-на Y збігається з м-ною X. Якщо $X = Y = \{0, 1\}$, то П. ф. наз. **функцією алгебри логіки** (ФАЛ) або *булевою функцією.* В заг. випадку кількість різних наборів, на яких визначено П. ф., $N = X_1^{k_1} X_2^{k_2} \ldots X_n^{kn}$ (для ФАЛ $N = 2^n$), а кількість різних П. ф. дорівнює $K^{X_1^{k_1} X_2^{k_2} \ldots X_n^{k_n}} = K^N$ (для ФАЛ $N = 2^{2^n}$). Отже, кожну П. ф. можна задавати скінченною таблицею, в якій N рядків. У лівій частині цієї таблиці перелічуються всі можливі набори аргументів заданої П. ф., а в правій — її значення на цих наборах. Зі зростанням кількості аргументів або при великих потужностях м-н X_i значення N швидко збільшується, і табличне задавання П. ф. стає неефективним. Крім задавання П. ф. у вигляді таблиці, їх завжди можна подавати й в аналітичній формі. Найдужче поширеними є аналітичні подавання П. ф., що використовують характеристичні ф-ції. Характеристична ф-ція χ_j повинна мати таку властивість: на наборі з номером j вона повинна набувати деякого фіксованого значення α, а на решті наборів — відмінного від цього значення, але однакового для всіх наборів значення β. Нехай, напр., $\chi_j = \alpha$ для набору з номером j і дорівнює β для наборів з номерами, відмінними від j $(\alpha, \beta \in X)$. Визначимо дві спец. операції $*$ та O з такими властивостями: $\beta O y_j = \beta$, $\alpha O y = y_i$ і $\gamma * \beta = \gamma$, де $\gamma \in X$, а y_i — це значення П. ф. на наборі з номером y_i. Тоді П. ф. y можна записати в стандартній формі: $y = (\chi_0 O y_0) * (\chi_1 O y_1) * \ldots * (\chi_{N-1} O y_{N-1})$. Для ФАЛ аналогом аналітичних виразів П. ф. є *диз'юнктивна нормальна форма* і кон'юнктивна нормальна форма.

Однією з центр. проблем у теорії П. ф. є *повноти проблема,* суть її зводиться ось до чого: треба визначити, чи можна побудувати будь-яку П. ф., застосовуючи до заданої системи П. ф. операції суперпозиції (підстановки). Необхідні й достатні умови перевірки повноти системи ф-цій одержано лише для ФАЛ і П. ф. зі збіжними м-нами X та Y при $k = 2$. Другою великою проблемою в теорії П. ф. є проблема мінімізації аналітичного опису П. ф. Навіть для випадку ФАЛ ця проблема становить відчутні труднощі, пов'язані з великим перебором, неминучим при пошуку мінім. аналітичних виразів. Ще більші труднощі виникають при мінімізації П. ф. з $k > 1$.

Д. О. Поспелов.

ПЕРЕМІЖНИЙ ЛАНЦЮГ — *ланцюг* графа $L = (X, U, P)$ з виділеним у ньому суграфом $L' = (X, U', P)$, який має ту властивість, що ребра, які належать U' («жирні»), чергуються з ребрами, які не належать U' («тонкими»). Зсув суграфа L' в L по П. л. Q з множиною ребер V — це заміна L' новим суграфом $L'' = (X, U'', P)$, де $U'' = (U' \setminus V) \cup (U \setminus U')$, тобто заміна вздовж ланцюга Q всіх «жирних» ребер «тонкими» і навпаки.

Суграф L', ребра якого не мають одне з одним спільних вершин, наз. **паросполученням** графа L; якщо Q — простий П. л. відносно L', такий, що його початкова й кінцева вершини не інцидентні ніяким ребрам з U', то зсув L' по Q приводить до нового паросполучення L'', яке містить на одне ребро більше, ніж L' (див. мал.); якщо ж П. л. вказаного вигляду в L нема, то паросполучення L' містить найбільшу можливу кіль-



кість ребер. Цим користуються у *графів теорії* та її застосуваннях (напр. при розв'язуванні задачі про оптим. призначення кандидатів на посади). Метод, заснований на зсувах підграфів по П. л., наз. ще угорським методом.

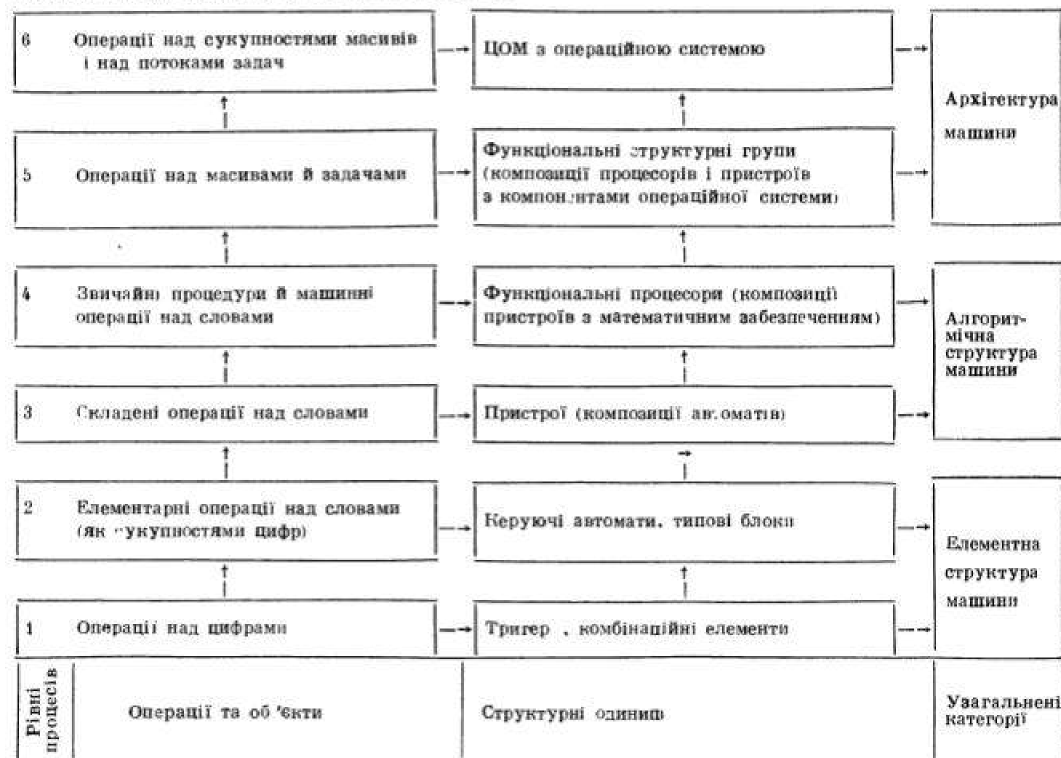
О. О. Зиков.

ПЕРЕРІЗІВ ПРОСТОРУ ПАРАМЕТРІВ МЕТОД — метод дослідження фазового простору і простору параметрів при *нелінійних систем автоматичного керування аналізі.*

ПЕРЕРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В ЦОМ — ієрархічний процес одержування шуканих результатів шляхом виконання задаваних за допомогою програм (прямо чи непрямо) дій над первісними даними і над проміжними результатами. Ієрархічність процесу полягає в тому, що кожний його рівень щодо нижнього рівня (крім найнижчого) характеризується такими осн. особливостями: одиниці інформації являють собою впорядковані сукупності одиниць інформації нижнього рівня; операції над цими одиницями інформації становні рівні процесу; це не виключає можливості поділу їх в свою чергу на проміжні рівні. Розглянемо цю таблицю з першого нижнього рівня.

Операції над цифрами є або *операторами елементними,* або їхніми стандартними суперпозиціями (за приклад такої суперпозиції може правити елементний оператор, що реалізує ф-ції *тригера,* виконаного у вигляді композиції комбінаційних елементів). Ці операції не мають, як правило, позначень у *мові ЦОМ внутрішній.* До операцій 2-го рівня належать т. з. типові *елементарні операції над словами* (як сукупностями цифр), виконувані в *блоках ЦОМ типових,* і операції в *автоматах керуючих,* що являють собою деякі їхні суперпозиції. Зазначені операції, як правило, є однотактними; їх можна розглядати як мікрооперації, що мають позначення у внутр. мові ЦОМ, але при цьому безпосередньо до них програмного доступу немає. Ці два рівні переробки інформації об'єднано спільним по-

Ієрархічна структура процесу переробки інформації.



лять системи операцій нижнього рівня; структурні компоненти, де реалізуються ці операції, є не що інше, як композиції структурних компонент нижнього рівня. Сукупність цих характеристик для кожного з рівнів процесу П. і. в ЦОМ наведено в табл., що характеризує процес у цілому. В табл. подано в узагальненому вигляді лише основні визначальні

няттям — *елементна структура ЦОМ.* Для описування операцій нижнього рівня використовують алгебр. мови (напр., *булеві алгебри*), для операцій 2-го рівня — автоматні мови (напр., такі, що застосовують разом *алгебру подій,* таблиці переходів та виходів і систему *булевих функцій*). Обидва ці рівні об'єднано мовами *часових перемикальних*

функцій, причому в останньому випадку часові співвідношення, що характеризують процес роботи автомата, враховують аналітично.

Операції над словами (див. *Операції над символами й рядками*), що належать до 3-го рівня процесу переробки інформації, розглядають як системи елементарних операцій над словами, тобто як складені операції над словами. Операції 4-го рівня розглядають як системи складених операцій, т. з. машинні базисні операції, а також як звичайні вбудовані процедури (напр., типу елементарних ф-цій), виконувані над окремими операндами (а не масивами) протягом або одного елементарного циклу (для базисних операцій), або кількох таких циклів роботи машини, або процесора (для вбудованих процедур). Перші з них реалізуються автономними пристроями (типу керуючих, запам'ятовувальних, оброблювальних, операційних та інших пристроїв), а другі — власне машиною або кожним з її процесорів — у разі багатопроцесорної побудови машини (див. *Багатопрограмна обробка інформації*).

Операції зазначених рівнів процесу П. і. в ЦОМ позначаються на програмному рівні внутр. мови в явному й неявному видах (у неявному виді — переважно службові операції). При цьому операції 3-го рівня визначаються відповідними операційними й адресними частинами команд, а операції 4-го рівня — командами в цілому. Операціями 3-го і 4-го рівнів керують звичайно *мікропрограми*, що реалізуються апаратними засобами (див. *Математичне забезпечення ЦОМ внутрішнє*). При цьому мікропрограма операцій 4-го рівня являє собою систему відповідних мікропрограм операцій 3-го рівня, кожна з яких є певною послідовністю мікрокоманд операцій 2-го рівня.

Для описування операцій 3 й 4-го рівнів використовують мови мікропрограмних алгебр (див. *Алгебра алгоритмів*) і логічних схем алгоритмів, а для описування відповідних структурних компонент наступних рівнів — *мови описування пристроїв ЦОМ*. Усі верхні рівні цього процесу, починаючи з 3-го рівня, об'єднано спільним поняттям *алгоритмічної структури ЦОМ*, всередині якого виділяють ще й поняття архітектури машини, яке охоплює всі рівні, що йдуть за 4-м рівнем. На 5-му рівні процесу П. і. в ЦОМ розглядають *операції над масивами* слів, включаючи такі операції, як введення, виведення й пересилання масивів, обробка їх (напр., різні стандартні операції матрице-векторного типу), операції трансляції програм, операції власне розв'язування задач, операції організації обчисл. процесу. Ці операції виконує або машина в цілому спільно з власною *операційною системою*, або функціональні групи її процесорів та пристроїв (під час мультипроцесорної обробки). Залежно від ступеня автомат. організації обчисл. процесу засобами операційної системи на 5-му рівні чіткіше, ніж на попередніх рівнях, можна намітити різні підрівні. Найвищий підрівень 5-го рівня відповідає мультипрограмній організації обчисл. процесу в режимі колективного користування (див. *Обробка інформації в режимі розподілу часу*). Останній — 6-й рівень (стосовно машин, а не *обчислювальних систем*, що складаються з окремих машин) — охоплює т. з. мультипроцесорну обробку інформації (бо вона є обробкою, яку виконує не один оброблювальний процесор). Коли операції попереднього рівня розглядати як окремі задачі, то на 6-му рівні операціями є потоки завдань, а одиницями інформації, над якими вони здійснюються,— сукупності масивів і потоки задач. Як видно з наведеної схеми процесу П. і. в ЦОМ, дальша автоматизація матем. експлуатації машин і збільшення їхньої ефективності пов'язані з нарощуванням рівнів процесу та з розвитком засобів *математичного забезпечення ЦОМ*. Цю схему в цілому можна розглядати як абстрактну й найзагальнішу, але водночас досить типову структуру процесу переробки інформації в цифрових обчисл. машинах.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]; Глушков В. М. [та ін.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [бібліогр. с. 254—257]; Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., 1972 [бібліогр. с. 258—274].

З. Л. Рабинович.

ПЕРЕСЛІ́ДУВАННЯ ЗАДА́ЧА — спеціальна задача *ігор диференціальних*, в якій є два гравці (переслідувач та переслідуваний). Мета першого — спіймати другого, а другий намагається, щоб його не спіймали. Математично задача формулюється так. Поведінку переслідувача P описують системою дифер. рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u),$$

де x — n-вимірний вектор, $f(x, u)$ — n-вимірна ф-ція з компонентами $f_1(x, u), \ldots, f_n(x, u)$, u — r-вимірний вектор, що змінюється в області U, t — час. Аналогічно описують поведінку переслідуваного E:

$$\frac{dy}{dt} = g(y, v),$$

де v — s-вимірний вектор, що змінюється в області V. Кажуть, що гравець P наздогнав гравця E, якщо в якийсь момент часу $x = y$. Іноді для спіймання необхідно, щоб співпала лише частина координат $x_i = y_i$, $i = 1, \ldots, k \leqslant n$. Вибираючи своє керування, гравці P та E можуть користуватися лише моментальною інформацією, тобто знанням *фазових координат* $x(t)$ й $y(t)$ у поточний момент часу. Тому свої керування вони повинні вибирати як ф-ції координат x та y, тобто $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$. Потрібно з'ясувати, з яких початкових станів x^0, y^0 гравець P може скінчити переслідування за скінченний відрізок часу та яке керування $u(x, y)$ він повинен використати при цьому.

П. з. добре досліджено здебільшого для лінійних систем дифер. рівнянь, тобто коли

$$f(x, u) = Ax + Bu, \quad g(y, v) = Dy + Cv,$$

де A та D — *матриці* розмірів $n \times n$, а B та C — матриці розмірів $n \times r$ та $n \times s$ відповідно. Для цього випадку сформульовано ряд достатніх умов того, що з якоїсь точки x^0, y^0 гравець P може скінчити переслідування за скінченний відрізок часу. Існують також умови, за яких гравець E гарантує собі, що його не буде спіймано.

Одну з найпростіше перевірюваних умов, що гравець P наздожене гравця E, можна (не зовсім строго) описати в таких термінах. Нехай $M(x, T)$ — множина точок, яких може досягти гравець P в момент часу T, використовуючи всі можливі *допустимі керування*, тобто обмежені вимірні ф-ції $u(t)$ $(u(t) \in U)$ при всіх t, $0 \leqslant t \leqslant T$. Множину $M(x, T)$ наз. множиною досяжності. Аналогічно визначають множину досяжності гравця E $N(y, T)$. Моментом поглинання $T(x, y)$ наз. такий перший момент $T \geqslant 0$, для якого $N(y, T) \subset M(x, T)$. Нехай тепер множини $M(x, T)$ та $N(y, T)$ гладкі й у момент $T(x, y)$ мають єдину точку дотику. Припускають, що ці умови виконано для всіх x, y, для яких $T(x, y) < +\infty$. Тоді гравець P може спіймати гравця E з будь-якої точки x^0, y^0, для якої $T(x^0, y^0) < \infty$.

Літ. див. до ст. *Ігри диференціальні.*

Б. М. Пшеничний.

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЕРІОДИЧНО-ВИЗНАЧЕНЕ — спеціальний тип перетворення на нескінченному в обидва боки k-позиційному регістрі $X = (\ldots, x_1, x_0, x_{-1}, \ldots)$, тобто на такому регістрі, що кожна x_i набуває значення з множини $E_k = (0, 1, \ldots, k-1)$, $(-\infty < i < \infty)$. Під станом *регістра* X розуміють нескінченну в обидва боки послідовність з елементів множини E_k: $\tilde{\alpha} = (\ldots, \alpha_1, \alpha_0, \alpha_{-1}, \ldots)$, де α_i — стан (значення) i-го елемента регістра. Нехай k — якесь ціле число, а $f(\tau_1, \ldots, \tau_n)$ — ф-ція k-значної логіки (див. *Логіка багатозначна*), де аргументи $\tau_1, \ldots, \tau_n$ — нефіктивні. П. п.-в. $F_{k,f}$ регістра X, який перебуває в стані $\tilde{\alpha} = (\ldots, \alpha_1, \alpha_0, \alpha_{-1}, \ldots)$, переводить цей регістр у новий стан $\tilde{\beta} = (\ldots, \beta_1, \beta_0, \beta_{-1}, \ldots)$, який визначають за ф-лою

$$\beta_i = f(\alpha_{i+k}, \alpha_{i+k+1}, \ldots, \alpha_{i+k+n-1}), \ (-\infty < i < \infty)$$

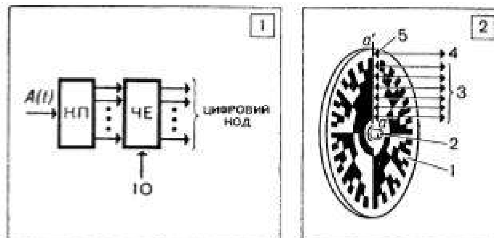
Число k наз. коеф. перетворення $F_{k,f}$, а ф-цію f — базовою, або породжувальною, ф-цією даного перетворення. Прикладом П. п.-в. є зсув $C_{k,f}$ на регістрі X, де $f(\tau_1) = \tau_1$, коеф. k вказує на напрям і число, на яке зсуваються елементи регістра; при зсуванні праворуч $(k > 0)$, ліворуч $(k < 0)$. Якщо регістр X є двопозиційним $(E_2 = \{0, 1\})$, П. п.-в. $I_{k,f}$ при $k = 0$, $f(\tau_1) = \bar{\tau}_1$ реалізує інверсію на регістрі X.

Узагальненнями однорегістрових П. п.-в. є П. п.-в. з допоміжними змінними та багаторегістрові П. п.-в., до яких належать, напр., відомі порозрядні логічні операції: *кон'юнкції*, *диз'юнкції*, суми (mod 2) тощо. П. п.-в. на регістрі та їхні узагальнення запропонував рад. математик В. М. Глушков (н. 1923) у зв'язку з формалізацією етапу блокового проектування ЦОМ і для ряду ін. задач. Зокрема, за допомогою П. п.-в. можна здійснювати синтез мікропрограм арифм. і логіч. операцій, таких, як додавання, множення, порівнювання тощо, та представляти оператори й деякі синтаксичні перетворення в алгоритм. *мовах програмування.* Див. також *Автомат регістровий.*

Літ.: Глушков В. М. Теория автоматов и вопросы проектирования структур цифровых машин. «Кибернетика», 1965, № 1; Ющенко Е. Л., Цейтлин Г. Е. Об алгебре многорегистровых операторов. «Кибернетика», 1971, № 2.

Г. О. Цейтлін.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ З БЕЗПОСЕРЕДНІМ ВІДЛІКОМ — аналого-цифровий перетворювач (АЦП), у якому знімання даних здійснюється методом прямого зчитування. Застосовують його для кодування кутових величин та електр. напруг. Для П. з б. в. (мал. 1) є характерною наявність кодуючого пристрою КП (у вигляді кодових дисків, масок і сіток), який здійснює безпосереднє оцінювання аналогової величини $A(t)$, й чутливих елементів ЧЕ, які зчитують *код* з КП при поданні імпульсу опиту ІО. В П. з б. в. для кодування кутових величин використовують диски, а для напруг — кодові маски на екранах електроннопроменевих трубок. Кодові диски виконують для різних способів знімання цифрової інформації: електромех. (контактного), фотоелектр., індуктивного, трансформаторного та ємнісного. В П. з б. в. високої точності може бути кілька дисків, з'єднаних редукторами з передатним відношенням, кратним основі системи числення. Якщо в КП застосовують звичайні двійкові коди (мал. 2), то при невеликій неточності в розміщенні чутливих елементів у момент знімання кодів можуть виникати значні похибки. Щоб уникнути цього, в КП застосовують спец. коди, напр., двійково-циклічний код (код Грея) або один із двійково-зсунутих: «подвійну щіт-



1. Блок-схема аналого-цифрового перетворювача з безпосереднім відліком.
2. Аналого-цифровий перетворювач з безпосереднім відліком: *1* — кодовий диск; *2* — вал; *3* — вихід цифрового коду; *4* — сигнал опитування; *5* — чутливий елемент: *aa'* — лінія встановлення чутливих елементів.

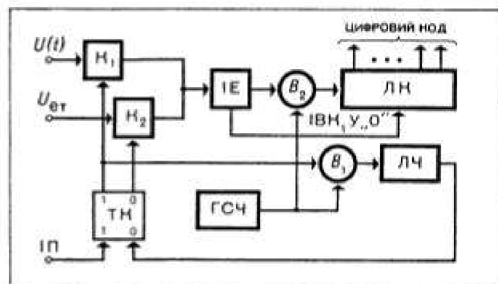
ку» або «V-розгортку» (код Баркера). Завдяки цьому похибка зчитування не перевищує одиниці молодшого розряду.

До П. з б. в. належать і перетворювачі без кодових масок, але з відліком коду в один такт. Їх будують за принципом паралельного (одночасного) відпрацювання всіх розрядів числового еквівалента аналогової величини. В таких перетворювачах використовують спец. кодуючі сітки з нелінійних елементів або набори порогових порівнювальних пристроїв за числом градацій дискретної шкали. В кожний фіксований момент часу стан порогових порівнювальних пристроїв є дискретним відображенням вхідного аналогового сигналу. При опитуванні П. з б. в. час витрачається лише на зчитування готового коду.

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ІНТЕГРУВАЛЬНОГО ТИПУ — аналого-цифровий перетворювач (АЦП) послідовної лічби, в якому цифровий еквівалент вхідної аналогової величини на виході перетворювача зображується у вигляді усередненого значення цієї величини за час циклу кодування. Принцип інтегрування використовують в АЦП з проміжним перетворенням аналогового сигналу на частотний (див. *Перетворювач частотно-імпульсний*) і в деяких різновидах перетворювачів часо-імпульсних і фазо-імпульсних. Загальним для всіх П. і. т. є інтегрування вхідного сигналу. В *перетворювачах часо-імпульсних* інтегрування відбувається у кожному циклі перетворення протягом постійного проміжку часу, потім здійснюється компенсація одержаного інтеграла за допомогою еталонної величини з одночасним кодуванням часу, який витрачено на компенсацію. Одержаний код є числовим еквівалентом вхідного сигналу. У перетворювачах частотно-імпульсних інтегрування провадиться періодично, з частотою, пропорційною величині вхідного сигналу. Кодування здійснюється підраховуванням числа спрацьовувань інтегратора під дiянням вхідного сигналу за якийсь постійний проміжок часу, що дорівнює за тривалістю циклові однократного перетворювання.

На мал. зображено блок-схему П. і. т. для кодування електр. напруг $U(t)$. Вхідним вузлом П. і. т. є інтегрувальний елемент ІЕ. Пусковим імпульсом ІП тригер керування ТК переводять у положення «1». При цьому сигнал з його одиничного виходу відкриває ключовий елемент $К_1$ і вентиль $В_1$. Через $К_1$ до ІЕ підключається кодована напруга $U(t)$, а через $В_1$ у лічильник часу ЛЧ починають надходити імпульси з генератора стабільної частоти ГСЧ. ЛЧ задає постійний інтервал часу інтегрування T_i, за який в ІЕ нагромаджується величина, пропорційна інтегралові $\int_0^{T_i} U(t)\,dt$. Вентиль $В_2$ в цей час залишається закритим. Коли закінчується час T_i, ЛЧ виробляє імпульс, який переводить ТК у положення «0». Закриваються $К_1$ і $В_1$, але відкривається $К_2$ (сигналом від ТК) і $В_2$ (сигналом від ІЕ). Відбувається це майже одночасно. Через $К_2$ до ІЕ підмикається *еталонна напруга* $U_{ет}$. Вона постійна за величиною й протилежна за знаком напруги $U(t)$, і, коли її підімкнути до ІЕ, викликає на його виході сигнал, який відкриває $В_2$. Імпульси з ГСЧ надходять в лічильник коду ЛК. Під впливом $U_{ет}$ відбувається компенсаційне інтегрування і в момент настання рівності $\int_0^{T_i} U(t)\,dt = U_{ет}T_к$ ($T_к$ — час компенсації) на виході ІЕ зникає сигнал, і вентиль $В_2$ закривається. В ЛК залишається код N, який дорівнює за значенням $N = T_к f_Т$, де $f_Т$ — частота імпульсів ГСЧ. Враховуючи попереднє співвідношення, можна записати $N = K \int_0^{T_i} U(t)\,dt$, де $K = \frac{f_Т}{U_{ет}}$ — величина постійна. З цього видно, що коди на виході П. і. т. пропорційні, з одного боку, інтегралові аналогового сигналу, з другого — часові компенсації (кодування).



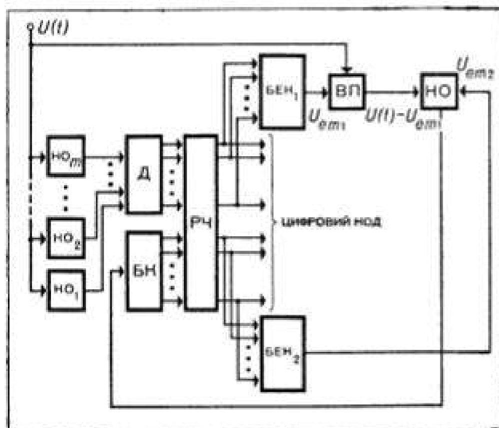
Блок-схема перетворювача інтегрувального типу.

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ КОМБІНОВАНИЙ — аналого-цифровий перетворювач, який залежно від величини чи швидкості змінювання вхідного аналогового сигналу провадить кодування за одним з кількох принципів, закладених у його структуру. Поява і розвиток П. к. зумовлені прагненням розв'язати задачу оптимізації характеристик аналого-цифрових перетворювачів структурними методами. При проектуванні П. к. з усього комплексу тех., метрологічних, екон. та експлуатаційних вимог виділяють головні й у комбіновану структуру включають такі перетворювачі та обирають такі зв'язки між ними, а також забезпечують таку послідовність їхньої роботи в процесі кодування, при яких вдається найповніше задовольнити осн. вимоги, враховуючи їхню важливість. Є багато конкретних схем П. к., до складу яких входять перетворювачі з різним *алгоритмом* функціонування або з однаковим алгоритмом, але з різними *системами числення* чи кроком *квантування*.

Найчастіше комбінуються *перетворювачі послідовної лічби* і *перетворювачі з порозряд-*

ним кодуванням, послідовної лічби і безпосереднього відліку, порозрядного кодування і безпосереднього відліку. Через це такі П. к. при зміні, напр., швидкості аналогової величини здатні змінювати час кодування в межах від T до $2^n T$, де T — період слідування тактових імпульсів, n — кількість розрядів *коду* в двійковій системі числення. На мал. подано блок-схему П. к. для кодування електр. напруг $U(t)$, який являє собою сполучення *перетворювача з безпосереднім відліком* і перетворювача з порозрядним кодуванням.



Блок-схема комбінованого перетворювача.

Перший перетворювач поділяє шкалу вхідних сигналів на однакові частини і визначає, до якої з них належить кодована напруга $U(t)$. При двійковій системі числення кількість частин береться кратною 2^m, де m — кількість старших розрядів, що визначаються за допомогою перетворювача з безпосереднім відліком. Для цього використовують 2^m-1 порогових *нуль-органів* $НО_1$—$НО_m$. Сигнали з НО за допомогою дешифратора Д перетворюються на двійковий код, який записується в m старших розрядах регістра числа РЧ. Блок еталонної напруги $БЕН_1$, керований цими розрядами, виробляє еталонну напругу $U_{ет1}$, еквівалентну записаному в них коді. У віднімальному пристрої ВП від $U(t)$ віднімається $U_{ет1}$ і залишок подається на вхід другого перетворювача, який здійснює порозрядне кодування цього залишку. Відповідний їй код запам'ятовується в $(n-m)$ молодших розрядах РЧ (n — повне число двійкових розрядів П. к.). Потактне порівнювання залишку $U(t) - U_{ет1}$ з еталонною напругою $U_{ет2}$ провадить НО. Блок еталонної напруги $БЕН_2$ виробляє $U_{ет2}$, а блок керування БК здійснює тактування. *А. І. Кондалєв.*

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ЛІНІЙНИЙ — пристрій для перетворення однієї системи фізичних величин на іншу, пов'язану з першою лінійною залежністю вигляду $y = A(x)$. Тут $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — вектор відомих (заданих) величин будь-якої фіз. природи, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ — вектор невідомих (одержуваних) величин фіз. природи, відмінної, в заг. випадку, від x, A — відомий лінійний оператор. За видом оператора A розрізняють П. л. алгебр., інтегро-диф. та ін., за фіз. зображенням величин — електронні, мех., електромех., фотоелектр. тощо. Зокрема, якщо у векторі x є одна компонента, A — число, а y — величина електр. характеру, П. л. перетворюється на відомий давач — перетворювач неелектр. величини x на електр. струм, напругу чи іншу величину y електр. природи з лінійним законом перетворення.

В *електронному моделюванні* П. л.— пристрій для лінійного перетворення системи електр. величин. Електронні П. л. широко застосовують у моделях систем лінійних алгебр. рівнянь і нерівностей, у моделях задач *програмування лінійного* та ін. лінійних об'єктів. Відомі резистивно-омічні, реактивні, трансформаторні й власне електронні П. л. Як реактивні П. л. можуть виступати лінійні кола змінного струму, що мають додаткові лінійні реактивні елементи: індуктивності, ємності, взаємні індуктивності. Трансформаторні П. л. мають систему багатообмоткових трансформаторів, кількість, параметри обмоток і взаємні з'єднання яких визначають вид оператора перетворення. Резистивно-омічні й трансформаторні П. л. належать до алгебр. П. л. Сюди ж можна віднести й реактивні П. л. в тому разі, коли використовують усталені періодичні режими їхньої роботи. На мал. дано схему алгебр. П. л., що побудований з використанням електронних підсилювачів постійного струму і здійснює лінійне перетворення:

$$V_1 = g_{11}U_1 + g_{12}U_2 + \cdots + g_{1n}U_n, \quad V_m = g_{m1}U_1 + g_{m2}U_2 + \cdots + g_{mn}U_n. \quad (1)$$

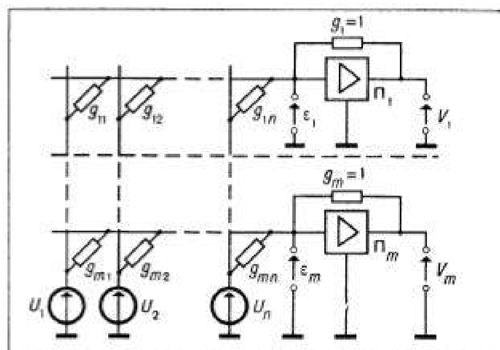


Схема алгебричного лінійного перетворювача.

У цій схемі задавання величин джерел напруг $U_1, U_2, \ldots, U_n$ приводить до появи на вихідних полюсах підсилювачів $П_1, \ldots, П_m$ напруг $V_1, V_2, \ldots, V_m$, пов'язаних з U залежністю (1). Для точної роботи пристрою потрібно утворити *потенціально-нульові точки* $\varepsilon_1, \ldots$

..., ε_m. Цього досягають, застосовуючи підсилювачі з великим від'ємним коеф. підсилення.

Інтегро-дифер. П. л. одержують, використовуючи перехідні режими в ланцюгах з реактивними елементами або на основі електронних П. л., застосовуючи індуктивні та ємнісні зворотні зв'язки в електронних підсилювачах. *В. В. Васильєв.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧ ЛІНІ́ЙНИЙ КВАЗІОБОРО́ТНИЙ — різновид квазіоборотної моделі об'єкта, який описується недовизначеною системою лінійних алгебричних рівнянь. Використання П. л. к. приводить до моделей, простіших за оборотні. Його перевагою є й те, що макс. значення *машинних змінних* дорівнюють допустимій напрузі підсилювачів постійного струму. На мал. 1 подано схему П. л. к. для системи

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n + b_1 = 0, \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n + b_2 = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m_1}X_1 + a_{m_2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n + b_n = 0. \end{cases}$$

П. л. к. дає змогу визначити будь-які m невідомих із загального числа n, якщо решту $n - m$ величин буде задано шляхом підмикання джерел напруги. Які саме невідомі буде одержано в схемі П. л. к., залежить від стану т. з. ключової матриці Q, що здійснює перемикання виходів *підсилювачів* Π_1, ..., Π_m до різних m полюсів з числа X_1, X_2, ..., X_n. В кожному стовпчику матриці Q завжди має бути ввімкнено лише один ключ, а в кожному рядку — не більше як один. У наведеному прикладі П. л. к. настроєно на одержання величин X_1, X_2, ..., X_{m-1}, X_n. Величини X_m, ..., X_{n-1} вважаються відомими і повинні бути задані шляхом підмикання до відповідних полюсів джерел напруги. В описаному випадку П. л. к. буде працездатним не при будь-яких величинах коеф. a_{ij}, що стоять перед одержуваними невідомими, зокрема, він працюватиме стабільно, якщо квадратна матриця цих коеф. буде неособливою, симетричною та додатно визначеною (див. *Стійкість моделі*). Стійкість П. л. к. можна забезпечити, використовуючи сигма-аналоговий метод. На мал. 2 наведено приклад схеми сигма-аналогового перетворювача системи рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{14}X_4 = 0, \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{24}X_4 = 0 \end{cases}$$

для випадку, коли змінні X_1, X_2 задано. Перетворення змінних X_1, X_2 на змінні X_3, X_4 здійснюватиметься стабільно при будь-якій неособливій матриці $\begin{pmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}$. Ключові елементи на мал. не позначено. П. л. к. призначено для використання у складі моделей задач *програмування лінійного*, пристроїв попередньої обробки даних, перетворювачів координат тощо.

Літ.: Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]. *В. В. Васильєв.*

1. Схема лінійного квазіоборотного перетворювача.
2. Схема сигма-аналогового перетворювача.

ПЕРЕТВО́РЮВАЧ ЛІНІ́ЙНИЙ ОБОРО́ТНИЙ — різновид квазіаналогового моделюючого пристрою. Призначений для розв'язування недовизначених систем лінійних алгебр. рівнянь вигляду

$$Ax = 0, \qquad (1)$$

де x — n-вимірний вектор невідомих, A — $m \times n$-прямокутна матриця ($m \leqslant n$). В ширшому розумінні П. л. о. — пристрій для відшукування лінійно залежних величин, підпорядкованих залежності

$$A(x) = 0, \qquad (2)$$

де A — лінійний оператор. П. л. о. застосовують при моделюванні задач *програмування лінійного*, в пристроях попередньої обробки даних для побудови моделей ділянок лінійних об'єктів, моделюючи їх за методом ділянок, тощо. Схему ро-аналогового П. л. о. дано на мал., де ε_m — напруга на входах, Φ_m — напруга на виходах підсилювачів постійного струму (Π_1, ..., Π_m); g_{ij} — провідності, пропорційні коеф. системи (1), U_n — напруги, пропорційні невідомим системи (1). Цей перетворювач дає змогу відшукувати напруги

$U_1, U_2, \ldots, U_n$, пов'язані залежностями

$$\begin{gathered} g_{11}U_1 + g_{12}U_2 + \cdots + g_{1n}U_n = 0, \\ g_{21}U_1 + g_{22}U_2 + \cdots + g_{2n}U_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ g_{n_1}U_1 + g_{n_2}U_2 + \cdots + g_{nn}U_n = 0. \end{gathered} \quad (3)$$

Щоб на цьому П. л. о. одержати нетривіальний розв'язок системи (3), частину напруг повинно бути задано підмиканням до полюсів $U_1, U_2, \ldots, U_n$ джерел напруги чи при-

Схема ро-аналогового лінійного оборотного перетворювача.

строю, що забезпечує певний зв'язок цих напруг між собою. У першому випадку кількість таких джерел не повинна перевищувати $n - m$; у другому — додаткові обмеження не повинні суперечити системі (3). Якщо $m = 1$, П. л. о. перетворюється на оборотний суматор, а якщо $m = n$, — на *квазіаналогову модель* системи лінійних алгебр. рівнянь.

П. л. о. будують, використовуючи *оборотності принцип*. Достоїнствами його є велика стійкість роботи електронної схеми й можливість перетворення без змінювання структури схеми при довільному поділі напруг $U_1, U_2, \ldots, U_n$ на задавані та одержувані. Вадами П. л. о. є апаратурна складність і низький рівень робочих напруг порівняно з шкалою електронних підсилювачів. Щоб уникнути цих вад, будують *перетворювачі лінійні квазіоборотні*. *В. В. Васильєв.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧ НАГРОМА́ДЖУВАЛЬНИЙ — різновид аналого-цифрового перетворювача, що базується на принципі кодування аналогових величин за методом послідовного нагромадження приростів. П. н. застосовують головним чином для точного оцінювання кутових величин і числа обертів обертових валів. У найпростішому випадку П. н. складається з насадженого на вал диска, розміченого на однакові частини, чутливого елемента, який у відповідь на кожний одиничний приріст кутової величини формує імпульс, та нагромаджувального лічильника імпульсів. Загальна кількість налічених імпульсів у кожний момент часу еквівалентна кутові повороту вала. Якщо обертання вала двостороннє, то потрібен реверсивний лічильник: при обертанні вала в одному напрямі в лічильнику відбувається підсумовування імпульсів, що надходять, а при обертанні в протилежному напрямі — віднімання їх.

Є багато різновидів конструктивного виконання дисків і чутливих елементів: індукційні, магнітні, фотоелектричні, ємнісні тощо. На мал. наведено блок-схему П. н. для кодування кутового переміщення вала з реверсивним обертанням. Уздовж периметра диска записано (показано у вигляді міток) дві послідовності імпульсів I_1 та I_2. Імпульси I_2 зсунуті відносно імпульсів I_1. Величина зсуву залежить від напряму обертання: якщо рух відбувається за годинниковою стрілкою, зсув дорівнює $\frac{1}{4}T$, якщо проти годинникової стрілки — $\frac{3}{4}T$, де T — період проходження імпульсів. Імпульси I_1 зчитує чутливий елемент $ЧЕ_1$, імпульси I_2 — $ЧЕ_2$. Підсумовуванням або відніманням імпульсів (залежно від напряму обертання) керує схема, що складається з тригера керування ТК, двох ліній затримки $ЛЗ_1$ (для імпульсів I_1) і $ЛЗ_2$ (для імпульсів I_2) та двох вентилів B_0 і B_1. Затримки дорівнюють $\frac{1}{2}T$. Імпульси I_1 подано на вхід «0», імпульси I_2 на вхід «1» тригера керування ТК. Затримані імпульси I_1 подано на вентиль B_1, затримані імпульси I_2 — на вентиль B_0. Якщо тригер ТК встановлюється в стан «0», він відкриває вентиль B_0, якщо встановлюється в стан «1» — відкриває вентиль B_1. Коли вал обертається в позитивному напрямі (за годинниковою стрілкою), через вентиль B_1 по шині «+» (підсумовування)

Блок-схема нагромаджувального перетворювача.

в реверсивний лічильник ЛР проходять затримані імпульси I_1, а коли вал обертається в протилежному напрямі, через вентиль B_0 по шині «—» (віднімання) проходять затримані імпульси I_2. Знімаються дані, внаслідок подавання імпульсів опитування IO у блок

видачі коду БВК. Описаний перетворювач працює без помилок, якщо швидкість обертання в обидві сторони однакова і правильно вибрано час зсуву і затримок між імпульсами. Щоб не було помилок, спричинених несталою швидкістю обертання, замість ліній затримок $ЛЗ_1$ і $ЛЗ_2$ можна застосувати записування на диску ще двох послідовностей імпульсів, зсунутих на $\frac{1}{2}$ T відносно I_1 та I_2. Недоліком усіх П. н. є нагромадження помилок, що виникають. *А. І. Кондалев.*

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ПОСЛІДОВНОЇ ЛІЧБИ — аналого-цифровий перетворювач (АЦП), у якому перетворення аналогових величин на цифровий *код* грунтується на принципі послідовної лічби імпульсів, одиничних приростів або періодів коливання. Застосовується для кодування кутових величин, часових інтервалів, напруг, фазових зсувів і частоти. До П. п. л. відносять *перетворювачі часо-імпульсні, перетворювачі фазо-імпульсні, перетворювачі частотно-імпульсні, перетворювачі слідкуючі* й *перетворювачі нагромаджувальні.* Для П. п. л. (мал.) характерним є наявність квантувального пристрою КП, що виробляє при кожній одиничній зміні аналогового сигналу $A(t)$ по одному імпульсу, і лічильника імпульсів ЛІ, в якому формується числовий еквівалент аналогової величини. В часо-імпульсних, фазо-імпульсних і частотно-імпульсних АЦП, що є циклічними, знімання коду здійснюється після подання пускового імпульсу ПІ після закінчення циклу кодування, в слідкуючих та нагромаджувальних — безпосередньо після подання імпульсу опитування ІО. *А. І. Кондалев.*

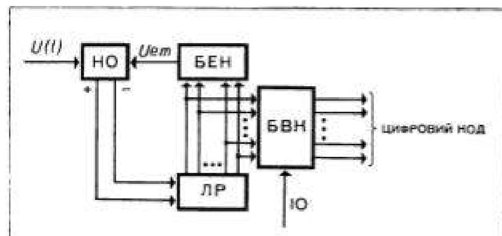
Блок-схема аналого-цифрового перетворювача послідовної лічби.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ РОЗГОРТУВАЛЬНИЙ — аналого-цифровий перетворювач послідовної лічби, в якому в кожному циклі кодування здійснюється порівнювання вхідної аналогової величини з еталонною величиною, що змінюється за законом лінійної розгортки (див. *Перетворювач часо-імпульсний*) або за якимось ін. законом. Внаслідок цього еталонна величина, поступово наближаючись до аналогової, в якийсь момент часу стає однаковою з нею, і це свідчить про закінчення циклу кодування. Розгортка може бути рівномірною або нерівномірною. В першому випадку еталонна величина являє собою лінійно-східчасту функцію з кроком східця, що дорівнює одному квантові. В другому випадку, щоб збільшити швидкодію П. р., на початковому етапі крок змінювання розгортувальної величини може становити кілька квантів, а з наближенням до кодованої величини — зменшуватися до одного кванта. На мал. зображено блок-схему П. р. такого типу (*а*) й діаграму його роботи (*б*). Кожен цикл однократного перетворення починається з пускового імпульсу (ІП), який встановлює тригери T_1 і T_2 в стан «1». При цьому відкриваються вентилі C_1 і C_2, через які імпульси з генератора імпульсів (ГІ) починають надходити на вхід i-го розряду P_i лічильника (Л). Блок еталонних напруг (БЕН), керований від Л, починає формувати східчасту ф-цію $U_{ет}$ з величиною східця, що дорівнює 2^i квантів. У момент часу t_1, коли $U_{ет}$ досягає величини $U(t)$, спрацьовує *нуль-орган* (НО). Імпульс з його виходу проходить через відкритий вен-

Перетворювач розгортувальний: *а* — блок-схема; *б* — діаграма роботи.

тиль C_4 на нульовий вхід T_2, встановлюючи його на «0». Цей самий імпульс віднімає одиницю від i-го розряду Л, зменшуючи $U_{ет}$ на один (більший) ступінь. Перейшовши в стан «0», T_2 закриває C_2 й відкриває C_3, перекриваючи доступ імпульсам з ГІ в i-й розряд і відкриваючи в перший розряд P_1. БЕН з цього моменту формує східці $U_{ет}$ завбільшки в один квант. У момент часу t_2, коли $U_{ет}$ вже дорівнює $U(t)$, НО виробляє другий імпульс, який, пройшовши через відкритий вентиль C_5, встановлює на «0» T_1 і Л. З блоку видавання коду (БВК) виводять числовий еквівалент $U(t)$, а вентиль C_1 перекриває доступ імпульсам ГІ в Л до початку наступного циклу. *А. І. Кондалев.*

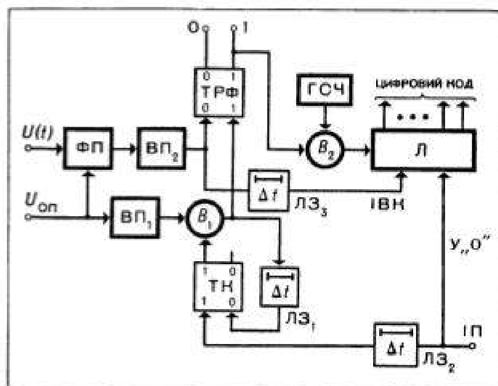
ПЕРЕТВО́РЮВАЧ СЛІДКУ́ЮЧИЙ — аналого-цифровий перетворювач, який працює за принципом дискретного слідкування за аналоговою величиною, що неперервно змінюється. За способом кодування П. с. належить до групи *перетворювачів послідовної лічби*, за способом знімання кодів — до групи *перетворювачів з безпосереднім відліком*. П. с. має коло зворотного зв'язку. Тому слідкуюче зрівноважування аналогової величини $U(t)$ еталонною величиною $U_{ет}$ відбувається без нагромадження випадкових похибок. На мал. подано блок-схему П. с. для кодування електр. напруг. Вхідний аналоговий сигнал $U(t)$ і еталонна напруга $U_{ет}$ подаються на входи двоканального *нуль-органа* (НО) генераторного типу. НО може перебувати в одному з трьох станів залежно від знака різниці між порівнюваними напругами $U(t)$ і $U_{ет}$. При $U(t) > U_{ет} + \varepsilon$ (де ε — поріг чутливості НО) НО генерує імпульси постійної частоти в каналі «+», які надходять на підсумовувальний вхід реверсивного лічильника (ЛР). При $U(t) < U_{ет} - \varepsilon$ генеруються такі ж самі імпульси в каналі «—», які надходять на віднімальний вхід ЛР. При $U(t) = U_{ет} \pm \varepsilon$ генерація імпульсів припиняється. ЛР керує блоком еталонних напруг (БЕН), який виробляє на своєму виході еталонну напругу $U_{ет}$, еквівалентну числовому кодові в ЛР. Доти, поки існує розузгодження між $U(t)$ і $U_{ет}$, НО генерує імпульси, які, надходячи в ЛР, змінюють у ньому код, наближуючи $U_{ет}$ до $U(t)$.



Блок-схема аналого-цифрового перетворювача слідкуючого типу.

Коли настає рівність $U_{ет} = U(t)$, НО припиняє генерацію. При порушенні рівності на величину, яка перевищує $|\varepsilon|$, генерація відновлюється. Отже, відбувається неперервне дискретно-ступінчасте слідкування за зміною $U(t)$. Якщо частоту імпульсів НО дібрано так, що при зміні $U(t)$ напруга $U_{ет}$ не відстає від неї, то код в ЛР завжди є дискретним еквівалентом $U(t)$. Зчитування коду може провадитися в будь-який момент часу подачею імпульсу опитування (Ю) у блок видавання коду (БВК). *А. І. Кондалев.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧ ФА́ЗО-ІМПУЛЬСНИЙ — аналого-цифровий перетворювач послідовної лічби, що грунтується на принципі попереднього перетворення аналогового сигналу на проміжний параметр — фазовий зсув, а фазового зсуву — на числовий *код*. Осн. елементом П. ф.-і. є фазообертальний пристрій, що перетворює аналоговий сигнал на еквівалентний зсув фази. На мал. наведено блок-схему П. ф.-і. для кодування напруг. На фазообертальний пристрій ФП подається *опорна напруга* синусоїдальної форми $U_{оп}$ і вхідний аналоговий сигнал $U(t)$. З виходу ФП знімається синусоїдальна напруга, зсунута за фазою щодо $U_{оп}$ на кут, пропорційний величині $U(t)$. Фазовий зсув визначають визначниками переходу через нуль $ВП_1$ та $ВП_2$, що їх вихідні сигнали керують *тригером* розузгоджень фаз ТРФ. Цей тригер відкриває вентиль $В_2$ на час, пропорційний фазовому зсувові, й лічильник Л фіксує число імпульсів від генератора стабільної частоти ГСЧ, еквівалентне аналоговій величині. Неправильній роботі П. ф.-і. внаслідок часового розузгодження між імпульсом пуску ІП та імпульсом з виходу визначника переходу $ВП_1$ запобігають тригер керування



Блок-схема фазо-імпульсного перетворювача.

ТК і лінії затримки $ЛЗ_1$ та $ЛЗ_2$. П. ф.-і. застосовують здебільшого для кодування кутових величин та електр. напруг. Розроблено високочутливі фазообертальні пристрої, які дають змогу будувати на їхній основі П. ф.-і. для кодування сигналів низького рів-

ня, що їх знімають з термопар, термометрів опору й тензодавачів, які широко застосовують у практиці. *А. І. Кондалєв.*

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ — пристрій для утворювання заданих функцій одного або кількох аргументів. За характером фіз. величин, що зображують аргументи й ф-цію, розрізняють П. ф. мех., гідравлічні, електронні, фотоелектронні тощо. За способом представлення величин П. ф. поділяють на цифрові й аналогові, за можливістю перестроювання з однієї ф-ції на іншу — на універсальні та спеціалізовані. Найпоширенішими є електронні П. ф. ф-цій одного аргументу, в яких як нелінійні елементи використовують діоди чи стабілітрони (див. *Діод напівпровідниковий*). Реалізовувані ф-ції здебільшого відтворюють методом кусково-лінійної апроксимації

$$y = y_0 + ax + \sum_{i=1}^{n} b_i (x - x_i^0). \qquad (1)$$

при цьому $b_i = 0$, якщо $x \leqslant x_i^0$. Перший доданок (1) утворюється за допомогою джерела напруги або струму, що пропорційні y_0, другий — за допомогою подільника напруги або струму. Щоб реалізувати суму, використовують комбінацію діодних чи стабілітронних комірок. Два типи таких комірок наведено на мал. 1. Змінюючи знаки вхідної та зміщувальної напруги й полярність вмикання нелінійних елементів, можна одержувати кусково-лінійні складові реалізовуваної ф-ції, розміщені в будь-якому з чотирьох координатних квадрантів. Так, напр., для комірки (мал. 1, *а*), якщо $U^0 > 0$ й на вході діє напруга $+U_x$, матимемо:

$$I_y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } U_x < -\dfrac{R_1}{R_2} U^0, \\ \dfrac{U_x}{R_1} + \dfrac{U_0}{R_2}, & \text{якщо } U_x \geqslant -\dfrac{R_1}{R_2} U^0. \end{cases} \qquad (2)$$

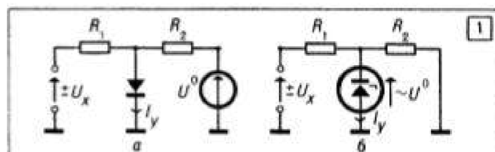
ф-ція, що її реалізує комірка, міститься в другому квадранті. Щоб одержати стандартний за рівнем і потужністю сигнал, на виході П. ф. здебільшого ставлять підсилювач постійного струму. Схему П. ф. для парних ф-цій типу параболи, побудованого на діодно-резисторних елементах (мал. 1, *б*), показано на мал. 2. Діоди, ввімкнені на вході, забезпечують парність реалізовуваної ф-ції. Включаючи П. ф. діодний у схему *перетворювача лінійного оборотного*, можна одержати П. ф. оборотний. На мал. 3 показано схему оборотного П. ф. для реалізації залежності $y - x^3 = 0$. При подаванні вхідної напруги U_x для підсумовувальної точки підсилювача є правильним буде вираз $\alpha U_x^3 + U_y R_1^{-1} = 0$, звідки

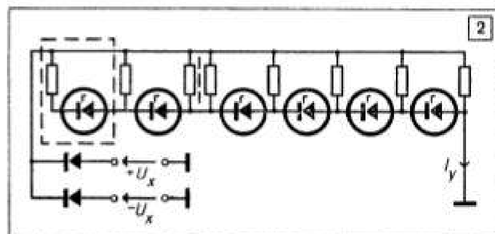
$$U_y = -R_1 \alpha U_x^3. \qquad (3)$$

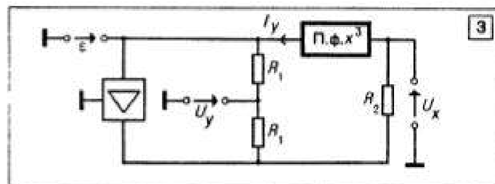
Коли як вхідний сигнал використати напругу U_y, то

$$U_x = -\sqrt[3]{\frac{U_y}{\alpha R_1}}. \qquad (4)$$

У відомих електроннопроменевих П. ф. теж застосовують кілька способів реалізації функціональних залежностей. Один з них передбачає використання непрозорого шаблона (за виглядом ф-ції), що його накладають на екран електроннопроменевої трубки. Напругу горизонтальної розгортки встановлюють так, щоб вона була пропорційною аргументові ф-ції. Напруга вертикальної розгортки формується спец. фотоелектронною слідкуючою системою так, щоб світлова пляма залишалася на межі шаблона. Ця напруга є пропорційною висоті шаблона і, отже, зображує реалізовувану ф-цію. За другого способу використовують непрозору маску з прорізом за формою реалізовуваної ф-ції. Напруга горизонтальної розгортки пропорційна аргументові ф-ції. На вертикальні відхиляючі пластини подають пилкоподібну напругу. Часова затримка імпульсу фотоелектронної системи щодо моменту початку розгортки буде пропорційною ординаті реалізовуваної ф-ції. Вихідний сигнал можна одержати в цифровій чи аналоговій формі, відповідно перетворивши часовий інтервал на цифровий код або напругу. Реалізація ф-цій кількох незалежних змінних за допомогою П. ф. пов'язана зі значними труднощами. Найпоши-







1. Типи діодних комірок.
2. Схема функціонального перетворювача для парних функцій типу параболи.
3. Схема оборотного функціонального перетворювача.

ренішими є П. ф. двох змінних. В електроннопроменевих П. ф. двох змінних використовують напівпрозорі фотошаблони, оптична щільність яких відповідає ординатам реалізовуваної ф-ції. Напруги горизонтальної та вертикальної розгорток встановлюють пропорційними аргументам ф-ції. Вихідним сигналом П. ф. є напруга підсилювача фотоелектронної системи.

Похибки більшості П. ф.— у межах від десятих часток до одиниць процентів. Підвищення точності П. ф., збільшення гнучкості перебудування, автоматизація введення і виведення інформації здійснюються за допомогою цифрових П. ф. Включенням *опорів цифрових керованих* у схеми діодних П. ф. можна перетворити ці схеми на цифрові керовані П. ф. Інші типи цифрових П. ф. грунтуються на використанні запам'ятовувальних пристроїв для зберігання опорних ординат ф-цій та інтерполяційних пристроїв для обчислювання значень ф-цій в інтервалах між опорними ординатами. П. ф. широко застосовують у схемах *аналогових обчислювальних машин, гібридних обчислювальних машин*, у *системах автоматичного керування* й регулювання, в пристроях попередньої обробки інформації тощо.

Літ.. Кобринский Н. Е. Математические машины непрерывного действия. М., 1954 [бібліогр. с. 444—447]; Смолов В. Б. Диодные функциональные преобразователи. Л., 1967 [бібліогр. с. 133—134]; Гинзбург С. А. Математическая непрерывная логика и изображение функций. М., 1968 [бібліогр. с. 132—134]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1—2. М., 1967—68 [бібліогр. ч. 1, с. 453—456].

В. В. Васильєв.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ЦИКЛІЧНИЙ — аналого-цифровий перетворювач з вираженим початком та закінченням однократного перетворювання. У П. ц. кожний новий цикл однократного перетворювання починається з того самого вихідного стану його елементів. Циклічними є всі типи аналого-цифрових перетворювачів, що входять до груп *перетворювачів з безпосереднім відліком* та *перетворювачів з порозрядним кодуванням*, а також більшість *перетворювачів послідовної лічби*, крім *перетворювачів нагромаджувальних* і *перетворювачів слідкуючих*.

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ЧАСО-ІМПУЛЬСНИЙ — аналого-цифровий перетворювач послідовної лічби, що в ньому як проміжну величину перетворення використовують часовий інтервал. Розрізняють П. ч.-і. розгортувального та інтегрувального типу. Розгортувальні П. ч.-і. (мал. 1, *а*) мають джерело еталонної величини (ДЕВ), яка змінюється за лінійним або лінійно-східчастим законом $U_{ет}$, *нуль-орган* (НО), генератор імпульсів стабільної частоти (ГІ), керований вентиль (В) і лічильник імпульсів (Л). На початку кожного циклу однократного перетворення пусковим імпульсом (ІП) запускається ДЕВ і відкривається В. Імпульси з ГІ починають надходити в Л. Еталонна величина $U_{ет}$ (мал. 1, *б*), рівномірно зростаючи, в якийсь момент часу t_1 дорівнює $U(t)$. У цей момент спрацьовує НО й своїм імпульсом (ІНО) закриває В. Зафіксований у Л код N є дискретним еквівалентом інтервалу часу T, протягом якого в лічильник надходили імпульси з частотою $f = \frac{1}{T}$ (T — період проходження імпульсів ГІ), а, отже, й еквівалентом вхідної аналогової величини $U(t)$, яка в момент, коли вона дорівнює еталонній величині $U_{ет}$, є пропорційною інтервалові часу T.

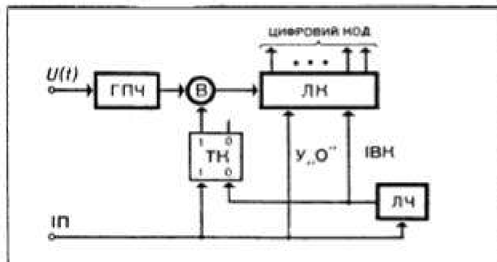
Часо-імпульсний розгортувальний аналого-цифровий перетворювач: *а* — блок-схема, *б* — часова діаграма роботи

В інтегрувальних П. ч.-і. (див. *Перетворювач інтегрувального типу*) вхідну аналогову величину підмикають на певний час до інтегрувального елемента, що виробляє на своєму виході прямокутний імпульс, пропорційний за тривалістю інтегралові вхідного аналогового сигналу за час інтегрування. Своїм переднім фронтом цей імпульс відкриває вентиль, через який у лічильник надходять імпульси від генератора стабільної частоти. Заднім фронтом прямокутного імпульса вентиль закривається. Т. ч., у лічильнику в кожному циклі кодування фіксується код, що являє собою числовий еквівалент тривалості прямокутного імпульса, а, отже, й усередненого значення за час інтегрування вхідного аналогового сигналу.

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕТВОРЮВАЧ ЧАСТОТНО-ІМПУЛЬСНИЙ — аналого-цифровий перетворювач послідовної лічби, в основу якого покладено принцип попереднього перетворення аналогового сигналу на частотний сигнал і частотного — на числовий код. Осн. елементом П. ч.-і. є проміжний перетворювач аналогової величини на пропорційну їй частоту електр. або мех. коливань. На мал. наведено блок-схему П. ч.-і. для кодування електр. напруг. Вхідний аналоговий сигнал $U(t)$ підключено до генератора пропорційної частоти ГПЧ, що генерує коливання з частотою, пропорційною величині аналогового сигналу. Пусковим імпульсом ІП в кожному циклі однократного перетворювання вводиться в дію тригер керування ТК і лічильник часу ЛЧ. ТК відкриває вентиль В, й імпульси з ГПЧ надходять у лічильник коду ЛК протягом незмінного інтервалу часу інтегрування T_i, відлі-

чуваного ЛЧ. Після закінчення цього інтервалу тригер ТК закриває вентиль В. Зафіксований у ЛК код є числовим еквівалентом середнього значення величини $U(t)$ за час T_i. П. ч.-і. належить до групи перетворювачів інтегрувального типу, він не реагує на короткочасні перешкоди, тривалість яких істотно менша за T_i, а це є важливою позитивною якістю П. ч.-і. Проте, як і всі перетворювачі послідовної лічби, П. ч.-і. відзначаються порівняно невисокою швидкодією. *А. І. Кондалєв.*

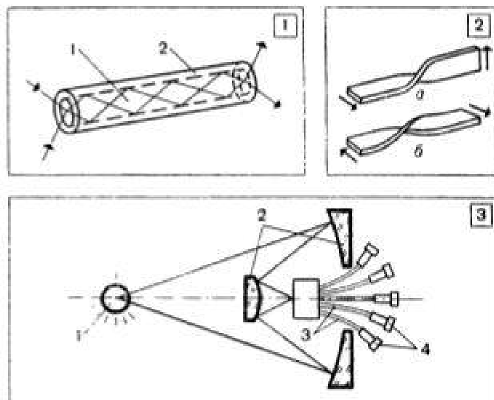


Блок-схема частотно-імпульсного перетворювача.

ПЕРЕТВО́РЮВАЧІ ВОЛОКО́ННІ — оптичні пристрої, які складаються з системи тонких скляних волокон і служать для перетворювання форми кадра, збільшення освітленості, зміни розмірів зображення і його орієнтації та для розв'язання інших задач.

Кожне волокно (мал. 1) складається з циліндричної скляної серцевини (*1*) малого діаметра (здебільшого від 1 *мкм* до десятих часток міліметра), оточеного оболонкою (*2*) зі скла з меншим показником заломлення. Тому промінь, потрапивши на один з торців волокна і зазнавши численних повних внутрішніх відбиттів на межі поділу серцевини — оболонка, вийде на другому торці, передавши відповідну інформацію про яскравість елемента поверхні, що дотикається вхідного торця волокна.

Перетворювачі форми кадра та поворотники зображення здебільшого формуються з волокон, діаметр яких сталий по всій довжині. В перетворювачах форми кадра вхідні торці спікаються так, щоб їхній переріз мав форму первинного зображення (напр., правильного круга, який відповідає дискові планети), а перехід вихідних торців утворював іншу фігуру (напр., смужку, розміри якої відповідають вхідній щілині спектрального приладу). Це дає змогу максимально використовувати світловий потік, а отже, й значно підвищувати роздільну здатність оптичної системи. Поворотники зображення повертають зображення на будь-який кут, не змінюючи ні форми, ні розмірів первинного зображення (мал. 2). Перетворювачами розмірів кадра без зміни його форми є фокони. Вони складаються з конічних волокон, товсті й тонкі торці яких укладено так само в певному порядку, як і в більшості інших перетворювачів. Збільшення або зменшення зображення залежить від співвідношення діаметрів вхідного та вихідного торців окремого волокна і його довжини. Фокон може виконувати роль конічного концентратора світлової енергії, який підвищує освітленість у ділянці меншого торця і збільшує відношення сигнал/завада, що має велике значення для систем, які працюють в інфрачервоній ділянці спектра. Фокони застосовують в *оптронах*. Тут їхня роль найчастіше зводиться до встановлення найефективнішого оптичного зв'язку різних за розмірами активної поверхні джерела і приймача випромінювання, для збільшення кількості каналів оптичного зв'язку або розв'язування оберненої задачі.



1. Окреме волокно: *1* — серцевина, *2* — оболонка.
2. Поворотники зображення: *а* — на 90°, *б* — на 180°.
3. Схема волоконного дисектора зображення: *1* — джерело світла; *2* — опукле та угнуте дзеркала; *3* — елементи волоконного джгута; *4* — приймачі зображення.

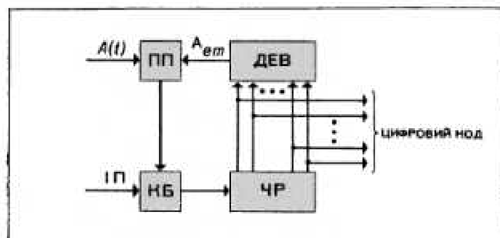
До П. в. належать і коректори дисторсії та вирівнювачі поля зображення, які перетворюють неплоске зображення на плоске, підвищуючи тим самим роздільну здатність лінзових оптичних систем. У деяких скануючих, фотометричних та спектрофотометричних пристроях застосовуються волоконні дисектори зображення для перерозподілу світла в зображенні джерела з метою передавання його на кілька приймачів випромінювання. Фокусування променів на вхідному торці П. в. здійснює двокомпонентна відбивна система (мал. 3). Його вихідний торець поділено на кілька джгутів, кожний з яких посилає частину світлового потоку на окремий приймач. Така система дає змогу реєструвати часові зміни світіння рухомого об'єкта.

Розробляти оптичні обчисл. машини зі значно більшою, ніж в існуючих ЕЦОМ, швидкістю передавання сигналів між окремими елементами та вузлами можна лише застосовуючи П. в.

Літ.: Лисица М. П., Бережинский Л. И., Валах М. Я. Волоконная оптика. К., 1968 [бібліогр. с. 270—276]; Свечников С. В. Элементы оптоэлектроники. М., 1971 [бібліогр. с. 257—266]; Капани Н. С. Волоконная оптика. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 451—461]. *М. П. Лисиця.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧІ ДВОХ І БІ́ЛЬШЕ ЗМІ́ННИХ — див. *Перетворювач функціональний.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧІ З ПОРОЗРЯ́ДНИМ КОДУВА́ННЯМ — аналого-цифрові перетворювачі, основані на використанні принципу потактного порівнювання вхідної аналогової величини з формованою в процесі кодування еталонною величиною, при якому в кожному такті відпрацьовується по одному розряду *коду*. П. з п. к. застосовують переважно для перетворювання напруг. Для них є характерною наявність джерела еталонних



Блок-схема аналого-цифрового перетворювача з порозрядним кодуванням.

величин (ДЕВ), порівнювального пристрою (ПП), числового регістра (ЧР) та керуючого блока (КБ) (див. мал.). Є три основні різновиди цих перетворювачів, що різняться наборами еталонних джерел, порівнювальних пристроїв та керуванням: у першому використовується один *нуль-орган* (НО) і набір зважених еталонів за числом розрядів у коді; у 2-му різновиді (з порівнюванням і відніманням) — набір зважених еталонів за числом розрядів і стільки ж віднімальних підсилювачів; у 3-му різновиді (з подвоюванням різниці) — одне джерело *еталонної напруги,* набір віднімальних підсилювачів за числом розрядів і стільки ж підсилювачів (подвоювачів різницевого сигналу). Напр., в одному з П. з п. к. 1-го різновиду для кодування електр. напруг $U(t)$ осн. вузлами є: нуль-орган, який порівнює напругу $U(t)$ з еталонною напругою $U_{ет}$; блок еталонних напруг (БЕН), що виробляє $U_{ет}$, еквівалентну кодові в блоці регістра числа (БРЧ); блок керування перетворюванням (БКП) і генератор тактівних імпульсів (ГІ). Кожний цикл одноразового перетворення в П. з п. к. починається з пускового імпульсу (ІП). БКП потактно виробляє $U_{ет}$, порівнює її з $U(t)$ й формує в БРЧ, залежно від результатів порівнювання, числовий код. Число тактів дорівнює числу розрядів коду. Якщо кодування в перетворювачі здійснюється двійковим числовим кодом, у 1-му такті в старший за номером n-й розряд БРЧ записується «1». В БЕН формується $U_{ет1} = \frac{1}{2}\alpha_n 2^n \Delta U$, де α_n — двійкова цифра («0» чи «1») n-го розряду коду; ΔU — еталонна напруга, еквівалентна одиниці молодшого розряду. При $U_t \geqslant U_{ет1}$ в n-му розряді залишається «1», тобто $\alpha_n = 1$; при $U(t) < U_{ет1}$ — одиниця стирається й натомість записується «0», тобто $\alpha_n = 0$. В 2-му такті записується «1» в наступний $(n-1)$-й розряд. У БЕН формується $U_{ет2} = \frac{1}{2}(\alpha_n 2^n + \alpha_{n-1}2^{n-1})\Delta U$. Якщо $U(t) \geqslant U_{ет2}$, то $\alpha_{n-1} = 1$, якщо $U(t) < U_{ет2}$, то $\alpha_{n-1} = 0$ і т. д. В останньому n-му такті $U(t)$ порівнюється з $U_{етn} = \frac{1}{2}(\alpha_n 2^n + \alpha_{n-1}2^{n-1} + \dots + \alpha_1 2)\,\Delta U$ й одержується остаточне значення числового коду $N = \alpha_n 2^{n-1} + \alpha_{n-1}2^{n-2} + \dots + \alpha_1 2^0$.

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕТВО́РЮВАЧІ КОД-АНА́ЛОГ — те саме, що й *цифро-аналогові перетворювачі.*

ПЕРЕТВО́РЮВАЧІ ФО́РМИ ІНФОРМА́ЦІЇ — спеціалізовані пристрої для зв'язку та обміну інформацією між об'єктами з різною формою подавання величин. Крім осн. операцій, аналого-цифрового й цифро-аналогового перетворювання, П. ф. і. виконують і деякі операції з первинної обробки перетворюваних величин: масштабування, згладжування, запам'ятовування, апроксимацію, стискання й ін. та взаємокеруючі операції щодо джерел і приймачів інформації. Таким чином, П. ф. і. є системними пристроями, конкретний склад операцій, які вони виконують, визначається інформаційними властивостями автомат. систем. П. ф. і. входять до таких систем: керування виробничими процесами, керування рухомими об'єктами, автоматизації складних експериментів, до інформаційно-вимірювальних систем для централізованого збирання, реєстрації й контролю інформації та до аналого-цифрових моделюючих систем. Деякі з перелічених систем мають завжди працювати в реальному масштабі часу, інші, залежно від характеру розв'язуваних задач,— або в реальному, або в трансформованому. П. ф. і. мають забезпечувати можливість здійснення зазначених режимів.

Системи керування характеризуються великою різноманітністю властивостей і параметрів. Це спричинює потребу вивчати кожну систему окремо, щоб визначати й конкретні, й заг. властивості, якими зумовлюються тех., метролог. та експлуатаційні вимоги до П. ф. і. Осн. різниця між П. ф. і. для систем керування технолог. процесами й П. ф. і. для дослідних систем полягає в тому, що перші є складовою частиною керуючих машин, а другі — будують як самостійні пристрої, орієнтовані на універсальні ЕЦОМ. Показовими є й велика широчінь і різноманітність тех. і метролог. параметрів, що їх повинні мати П. ф. і. для наук. досліджень, а головне — їх треба конструювати з певним запасом різних властивостей, які забезпечують їм можливість ефективно виконувати свої функції в умовах вимог, які змінюються від експерименту до експерименту, від задачі до задачі. Ці основні

передумови слід брати до уваги при розробленнях і дослідженнях П. ф. і. До осн. параметрів П. ф. і. належать: фіз. природа сигналів на вході *аналого-цифрових перетворювачів* (АЦП) і на виході *цифро-аналогових перетворювачів* (ЦАП); кількість вхідних і вихідних каналів; допустимі рівні й діапазон змінювання аналогових сигналів на вході й виході; допустима частота (швидкість) змінювання аналогових сигналів на вході; система числення і розрядність кодів на вході й виході; похибка перетворення; швидкість перетворення; надійність (вірогідність) результатів перетворення; вхідний опір АЦП і вихідний опір ЦАП; типи обчисл. машин і зовн. пристроїв, на сполучення з якими розраховано П. ф. і.; логічні й керуючі операції, які вони виконують у системі; фіз. компоненти, на яких реалізуються лічильно-логічні й функціональні вузли П. ф. і.; вимоги до експлуатаційних умов; джерела живлення і вартість.

У 2-й половині 60-х рр. 20 ст. створено кілька зразків П. ф. і. різного призначення. До найраніших вітчизн. розробок належать сім'ї пристроїв для контролю й реєстрування технолог. параметрів типу МАРС-100, МАРС-200, МАРС-300 й ЕЛРУ-1, ЕЛРУ-2. Всі ці пристрої працюють у режимі обіжного контролю осн. параметрів регульованого процесу. За допомогою АЦП значення вимірюваних величин і контрольованих параметрів перетворюються на числову форму. Фактичні значення контрольованих параметрів порівнюються з заданими установками. В разі відхилення їх на величину, що перевищує допустиме значення, включаються регулюючі блоки, приводиться в дію сигналізація й провадиться реєстрація параметрів, що відхилилися. Пізніше було розроблено кілька ін. пристроїв для автомат. реєстрації, сигналізації та регулювання параметрів різних технолог. процесів, найбільш універсальними з яких є МАРС-УБ, ЕЛРУ-2М, ЕЛРУ-3, «Зеніт-2», «Зеніт-3», МППІ-1, ІВ-500 та ін. П. ф. і. входять до складу пристроїв усіх вітчизн. керуючих машин. Машина «Днепр-1» має аналоговий *перетворювач часо-імпульсний* з комутатором вхідних каналів. У машині «Днепр-2» можливості перетворювачів істотно розширено. В керуючій машині «ВНИИЭМ-1» є багатоканальний універсальний пристрій перетворення аналогових сигналів на цифрові й цифрових — на аналогові. Керуюча машина «УМ-1-НХ» має 8-канальний АЦП напруги в двійковий код. Для з'єднання аналогових і цифрових машин в аналого-цифрові моделюючі системи було створено й випускається серійно універсальний перетворювач «УП-1», який складається з 8-канальних АЦП і ЦАП. З н.-д. метою розроблено кілька системних П. ф. і.

К о м п л е к с н и й   п е р е т в о р ю в а ч для кодування й реєстрування біоелектр. імпульсів (мал. 1) складається з АЦП, ЦАП і нагромаджувача інформації на магнітній стрічці НМС. Числові коди реєструються в НМС або вводяться в ЕЦОМ для обробки. ЦАП у ході експерименту здійснює зворотне перетворення числових кодів на аналогові сигнали. Система допускає обробку інформації в реальному масштабі часу з автомат. керуванням ходом експерименту за допомогою обчисл. машини. Кодування здійснюється з частотою 25 *кгц*. Похибка АЦП-2%, ЦАП-10%.

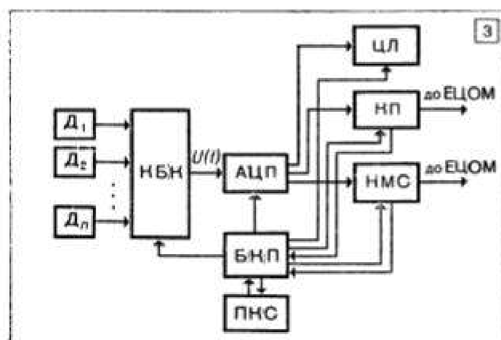
Ш в и д к о д і ю ч и й АЦП «Блок» (мал. 2) призначено для кодування електр. сигналів частотою до 10 *кгц*, що їх знімають з вимірювальних магнітофонів (М) та ін. давачів

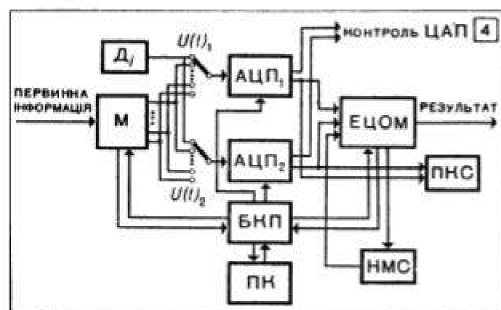
1. Блок-схема комплексного перетворювача для кодування та реєстрації біоелектричних імпульсів.
2. Швидкодіючий аналого-цифровий перетворювач «Блок».

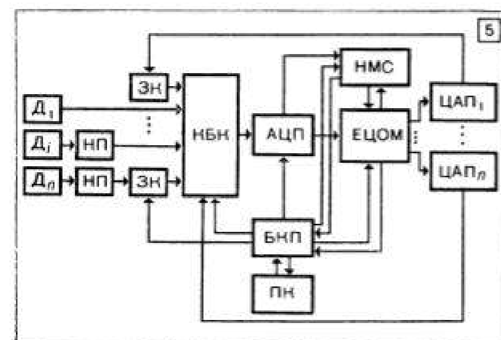
($Д_i$). *Коди* вводяться в ЕЦОМ або реєструються на НМС, перфокартах і перфострічках (ПКС). Перетворювач автоматично маркірує стрічку вимірювального магнітофона й здійснює введення з неї інформації масивами в ЕЦОМ чи в НМС. Наявність взаємокеруючих ф-цій АЦП щодо джерел інформації та ЕЦОМ дає змогу вести обробку інформації в реальному й зміненому масштабі часу. З пульту керування й сигналізації (ПК) задають режими й здійснюють контроль роботи АЦП. Перетворювач має найбільшу швидкодію порівняно з усіма ін. вітчизн. перетворювачами. Він може працювати на частотах видавання кодів від сотих часток *гц* до сотень *кгц*. Точність перетворення, враховуючи динамічну похибку, — 0,4%. Його можна стикувати з вітчизн. ЕЦОМ різних типів. Використовують його для розв'язування дослідних задач в електроакустиці, механіці, геофізиці та ін. галузях науки.

Б а г а т о к а н а л ь н и й   АЦП для наукових цілей (мал. 3) є системним вимірювально-кодуючим пристроєм великої точності. Призначений для роботи в умовах, коли не можна безпосередньо вводити інформацію в ЕЦОМ, а записування її має здійснюватися на носії універсальних ЕЦОМ. Похибка перетворювання — 0.1%, каналів — 8. Може працювати одночасно з двома 80-

колонними картковими перфораторами (КП) або з нагромаджувачем на магнітній стрічці типу НМС-1, провадячи записування числової інформації за системою, прийнятою в ЕЦОМ. Роботу передбачено в трьох режимах: програмного керування (спільно з ЕЦОМ); автономному (спільно з нагромаджувачами) і в режимі цифрового вимірювального пристрою з фіксацією результатів на цифрових лампах ЦЛ. Перетворювач з'єднується з давачами $Д_i$ багатьох типів, використовуваними в різних галузях науки й техніки.







3. Блок-схема багатоканального аналого-цифрового перетворювача для наукових цілей.
4. Блок-схема аналого-цифрового перетворювача для одночасного кодування двох швидкомінливих аналогових величин.
5. Блок-схема комплексного перетворювача для біомедичної інформаційної системи.

АЦП для одночасного кодування двох швидкомінливих аналогових величин (мал. 4). В ряді випадків, коли проводять складні експерименти, потрібно провадити водночас вимірювання кількох величин. Цей перетворювач дає змогу одночасно кодувати і вводити в ЕЦОМ або НМС, на перфострічки й перфокарти ПКС дві неперервні величини. Якщо немає потреби одночасно кодувати дві величини, то використовують будь-який з двох каналів. За можливою швидкістю, точністю перетворення й принципами з'єднування з ЕЦОМ цей АЦП ідентичний перетворювачеві «Блок».

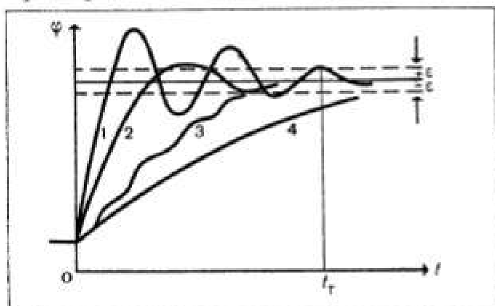
Комплексний перетворювач форми інформації (мал. 5). Обробляти на ЕЦОМ інформацію, одержувану від різних давачів і наук. приладів, особливо в реальному масштабі часу при проведенні складних експериментів на живих об'єктах, не можна без швидкодіючих П. ф. і. В одному експерименті можна використати десятки й сотні давачів і приладів, які потрібно опитувати в різних поєднаннях, залежно від умов проведення експерименту. Перелічені вимоги задовольняє комплексний П. ф. і. В ньому застосовано нормування вхідних сигналів по амплітуді за допомогою нормувальних підсилювачів (НП). Є кола для відбирання й запам'ятовування аналогових сигналів — запам'ятовувальні комірки (ЗК), щоб виключити динамічні похибки й одержувати числові відліки для кількох давачів одночасно. За допомогою блока керування перетворювач БКП здійснює автомат. вибирання й задавання часу опитування потрібних груп давачів. Найбільше число давачів у групі — 64. Комутацію каналів здійснює комутатор (КБК). П. ф. і. може працювати разом з ЕЦОМ і з різними нагромаджувачами інформації (НМС, ПКС). До комплексу входять ще 8 ЦАП, і це дає змогу автоматично керувати експериментом у реальному масштабі часу. Є й пристрій для контролю та перевірки працездатності елементів і вузлів П. ф. і. і пульт керування та сигналізації (ПК). Діапазон вхідних сигналів — $0 \div 1$ *в* і $\pm$ 100 *в*; частотний спектр сигналів — $0 \div 100$ *гц*, $0 \div 500$ *гц* і $0 \div 2000$ *гц*; шкала вхідних сигналів після нормування — $0 \div 5$ *в* і $\pm$ 2,5 *в*; число вірогідних двійкових розрядів у коді — 10. Для обробки інформації під час складних досліджень створено агрегатований комплекс перетворювачів інформації АКПІК-1, що являє собою ряд кодуючих і декодуючих перетворювачів з програмним пристроєм, пристроєм первинної обробки й зв'язку з джерелами інформації та засобами обчислень і керування. Кожен пристрій можна використовувати і самостійно й у поєднанні з ін. пристроями. Осн. завданнями у галузі теор. і прикладних робіт є досліджувати оптим. алгоритми й структури системних П. ф. і. та розробляти нові фіз. компоненти для реалізації їх.

Літ.: Гитис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М.—Л., 1961 [бібліогр. с. 366—373]; Дроздов Е. А., Пятибратов А. П. Автоматиче-

ское преобразование и кодирование информации. М., 1964 [бібліогр. с. 539—541]; Кондалев А. И. Преобразователи формы информации. К., 1965 [бібліогр. с. 174—175]; Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи напряжения. Л., 1967 [бібліогр. с. 308—310].

А. І. Кондалєв.

ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕ́С — процес зміни в часі координат динамічної системи, який виникає при переході з одного усталеного режиму роботи на інший. В динамічній системі П. п. виникає під впливом *збурювальних діянь*, які змінюють її стан, структуру або параметри, та внаслідок ненульових початкових умов. Широко застосовують експериментальне й аналітичне визначення та побудову П. п. для найнесприятливіших умов роботи динамічної системи при зовнішніх збуреннях типу *дельта-функції*, східчастих та синусоїдальних діяннях і т. д.



Види перехідних процесів.

У лінійних неперервних динамічних системах прийнято розглядати П. п., спричинений одиничним східчастим збуренням. Усталеного значення досягають за нескінченно великий час. Якщо обмежити точність досягнення усталеного значення якоюсь величиною ε, то тривалість П. п. $t_т$ буде скінченною величиною (мал.). При цьому тривалість П. п. в системі характеризує її швидкодію (див. *Швидкодія в системах автоматичного керування*), а його характер визначає якість системи. Оскільки характер зміни в часі координат системи залежить у заг. випадку від початкового стану системи, її властивостей, виду та інтенсивності діючих збурень і т. д., в ряді випадків структуру і параметри динамічної системи можна вибрати так, що П. п., викликаний діями певних збурень, матиме мінімальну тривалість або його не буде взагалі (див. *Автономність, Інваріантність систем автоматичного керування*). Залежно від характеру розрізняють П. п. (див. мал.): коливальні (1), слабкоколивальні (2) та неколивальні (4). Крім того, розрізняють ще й монотонні коливальні (3) та немонотонні коливальні (1) П. п.

У лінійних імпульсних системах керування при відповідному виборі параметрів системи П. п. може здійснюватися за скінченне число періодів регулювання — тривалість П. п. скінченна.

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

ПЕРИФЕРІ́ЙНЕ ОБЛА́ДНАННЯ — обладнання, за допомогою якого здійснюється введення, виведення й зберігання інформації для центрального *процесора*, з яким воно зв'язане функціонально відповідно до структури обчислювальної машини або системи. Див. також *Зовнішні пристрої, Пристрої введення та виведення інформації ЦОМ*.

ПЕРІО́Д ЗА́ЙНЯТОСТІ в системах масового обслуговування — проміжок часу від моменту переходу обслуговуючого механізму з вільного стану в зайнятий до першого наступного за цим моментом переходу у вільний стан. П. з. — *випадкова величина*. П. з. — важливий показник роботи обслуговуючого механізму. За ним можна робити висновки про тривалість безперебійної роботи, на яку має бути розраховано прилад. П. з. характеризується ймовірнісним розподілом або моментом цього розподілу.

Для однолінійної системи обслуговування з пуассонівським вхідним потоком параметра λ (див. *Пуассона потік*) та довільним розподілом $G(z)$ часу обслуговування при $\lambda\mu < 1$ перетворення Лапласа — Стілтьєса $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-sz}\, dG(z)$ розподілу $G(z)$ П. з. має вигляд

$$\Gamma(s) = \frac{1+\mu(s+\lambda) \pm \sqrt{[1+\mu(s+\lambda)]^2 - 4\lambda\mu}}{2\lambda\mu},$$

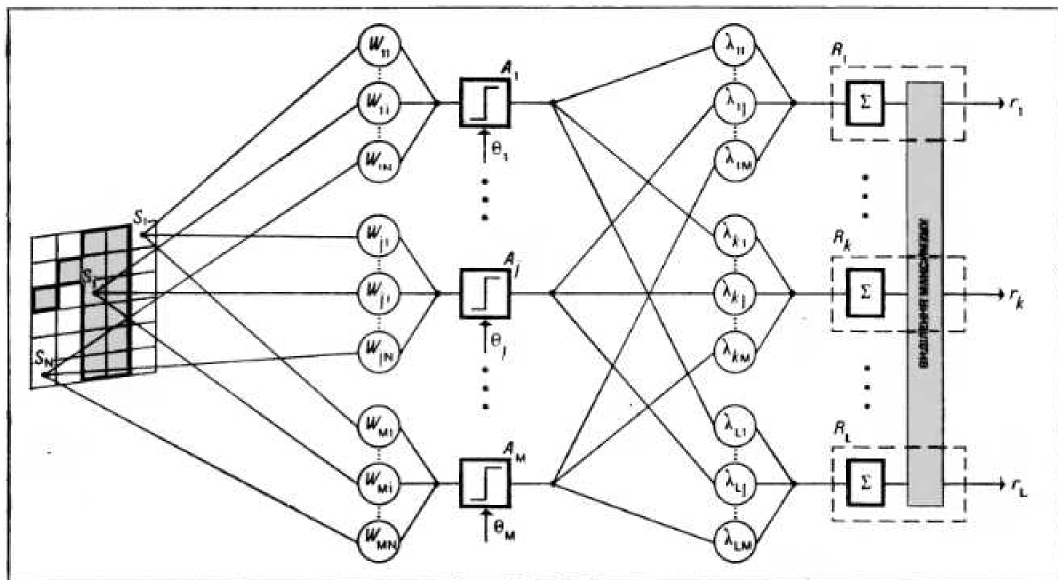
де при дійсних s треба брати знак «—».

М. В. Яровицький.

ПЕРСЕПТРО́Н (від англ. to percept — сприймати) — навчувана *розпізнавальна система*, яка реалізує коректовуване лінійне *правило вирішувальне* в просторі фіксованих випадково вибраних ознак вхідних сигналів. Звичайно ознаки є лінійними пороговими функціями від вхідних сигналів. Навчання П. полягає в послідовній корекції положення роздільної гіперплощини за поточними результатами розпізнавання вхідних сигналів; методи корекції за своєю ідеєю близькі до градієнтних методів оптимізації й звичайно зводяться до змін положення роздільної гіперплощини за кожної помилки розпізнавання таким чином, щоб нормаль до цієї площини зміщувалась у напрямі помилково розпізнаного вектора ознак.

П. запропонував у 1957 амер. учений Ф. Розенблат як найпростішу модель мозку. Здебільшого розглядають П., які розпізнають оптичні зображення. В найпростішому випадку схеми таких П. подібні зображеній на мал. Зображення, що його розпізнає П., проектують на *сітківку* з світлочутливих елементів (S-елементів). Їхні вихідні сигнали s_i відповідають зачорненості окремих ділянок зображення. Виходи S-елементів зв'язують із входами т. з. асоціативних елементів (A-елементів). Кожний зв'язок $S_i - A_j$ характеризується певним числом (вагою зв'язку)

w_{ji}, на яке множать передаваний сигнал s_i. Асоціативні A-елементи являють собою багатовходові порогові елементи. Вихідний сигнал a_j такого елемента набуває одного з двох можливих значень (напр., «1» або «0») залежно від того, перебільшує чи ні алгебр. сума його вхідних сигналів заданий поріг $\theta_j : a_j = 1$, якщо $\Sigma w_{ji}\, s_i > \theta_j$ і $a_j = 0$ у противному разі. Структуру зв'язків A-елементів з сітківкою вибирають випадково відповідно до заданого розподілу ймовірностей. Вихідрішення П. (в найпростішому випадку, якщо зображення класу k помилково віднесено до класу l, то вага λ_{kj} замінюється на $\lambda_{kj} + a_j$, а вага λ_{lj} на $\lambda_{lj} - a_j$). В режимі самонавчання зазначення класу надходить з виходу самого П. і змінювання ваг провадиться безперервно. Доведено теореми про збіжність певних алгоритмів навчання П. за деяких обмежуючих умов. Збіжність означає, що навчання вимагатиме скінченного числа корекцій ваг. Умови, за яких ці теореми



Структурна схема тришарового персептрона.

ні сигнали A-елементів також помножують на деякі ваги λ_{kj} і подають на входи вирішувальних елементів (R-елементів). Їхні вихідні сигнали r_k формують код рішення П. Здебільшого кожному з класів зображень (образів), що їх має розрізнювати П., ставлять у відповідність один з вирішувальних елементів R_k і для будь-якого розпізнаваного зображення відмінним від нуля є вихід лише одного R-елемента, напр. того, для якого алгебр. сума вхідних сигналів є максимальною. Алгоритм розпізнавання, реалізовуваний цим П., здійснює лінійний поділ класів (образів) у просторі вихідних сигналів A-елементів, що виступають як деякі ознаки вхідних зображень. Навчання такого найпростішого П. (наз. тришаровим, або $S - A - R$ П.) полягає в змінюванні за певними правилами значень ваг зв'язків λ_{kj} між A- і R-елементами. Розрізняють режим навчання й режим самонавчання П. При навчанні клас розпізнаваного зображення зазначається ззовні, напр. людиною — «вчителем». Найчастіше трапляється т. з. навчання з корекцією помилок, під час якого змінювання ваг провадиться лише в разі помилкового справджуються, рівносильні вимозі лінійної роздільності класів зображень у просторі вихідних сигналів A-елементів.

Експериментальні дослідження П. як моделюванням на ЦОМ, так і створенням спеціалізованих пристроїв (напр., амер. макети «Марк 1» і «Конфлекс 1») показали, що в тих випадках, коли зображення одного класу «накривають» в основному ті самі групи S-елементів, після досить тривалого навчання можна досягти ймовірності правильного розпізнавання, яка значно перевищує ймовірність випадкового вгадування (70 ÷ 90% при розпізнаванні графічних зображень типу букв, «уписаних» у поле зору сітківки).

Практичне значення тришарових П., незважаючи на відносну простоту теор. і експериментального вивчення їх, досить незначне. Екстраполяційна здатність таких П., тобто вміння правильно розпізнавати зображення, які не брали участі в навчанні, цілком визначається структурою зв'язків S- і A-елементів. Оскільки ці зв'язки випадкові, то характер здійснюваної П. екстраполяції лише випадково може збігатися з потрібним. Серйозних труднощів завдає й режим самонавчання. Через те, що фактично не визна-

чено, якої саме класифікації має «самонавчитися» П., результуюча класифікація, як правило, не має нічого спільного з очікуваною (напр., поєднання всіх вхідних зображень в один клас).

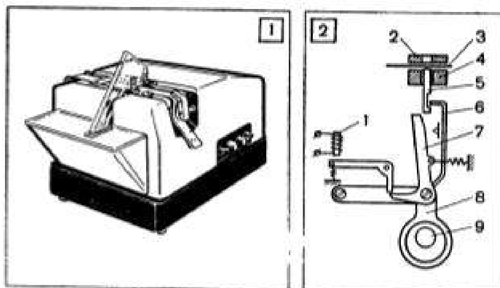
Теорія тришарових П. набула значного розвитку в працях амер. кібернетиків М. Мінського і С. Пейперта. Вони строго довели, що тришарові П. в принципі не можуть розв'язувати багатьох задач *розпізнавання образів.* До таких задач, зокрема, належить розпізнавання симетрії чи подібності геом. фігур, виявлення відомої фігури на фоні інших фігур, виявлення зв'язності фігури тощо. Навіть за порівняно малої кількості елементів сітківки для розв'язування подібних задач за допомогою тришарових П. необхідні фізично нереалізовні обсяги апаратури (за кількістю потрібних *A*-елементів і за значеннями ваг зв'язків) і тривалості навчання (за кількістю окремих корекцій ваг).

У багатьох працях були спроби поліпшити робочі характеристики П., ускладнюючи його структуру (напр., переходячи до багатошарових схем, у яких сигнали від сітківки послідовно передаються через кілька «шарів» *A*-елементів і лише потім надходять на входи *R*-елементів) або ускладнюючи процедуру навчання (напр., корекція ваг ін. зв'язків, крім зв'язків *A*- і *R*-елементів, тощо). За подібних вдосконалень втрачаються такі привабливі особливості тришарових П., як простота й ясність схемної організації та процедури навчання. Повноцінний теор. аналіз складніших за тришарові П. схем і алгоритмів навчання стає незрівнянно важчим і майже нерозробленим завданням. Питання про можливості багатошарових П. ще не розв'язано. Є лише окремі більш-менш вдалі результати експериментальних досліджень деяких варіантів таких схем (напр., чотиришарового $S - A - A - R$ П. «ПАПА» італ. вченого А. Гамба). Хоч успіхи в теорії й практиці П. ще невеликі, схема П. історично відіграла велику роль, бо звернула увагу багатьох дослідників на необхідність строгого формулювання й докладного теор. аналізу питань моделювання розумної поведінки й, зокрема, питань навчання й самонавчання кібернетичних пристроїв.

Літ.: Глушков В. М. Введение в кибернетику. К., 1964 [бібліогр. с.319—322]; Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с. 468—473]; Минский М., Пейперт С. Персептроны. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 245—252].
Г. Л. Гімельфарб.

«ПЕРТ» — одна з перших систем сіткового планування і керування. «П.» створила в 1958 у США група спеціалістів Управління спеціальними проектами ВМФ за участю представників фірми «Локхід». Система керівництва розробками за методом «П.» дала змогу перспективно планувати весь проект, слідкувати за виконанням кожної окремої задачі й аналізувати причини затримок, які загрожують виконанню в строк всього проекту. «П.» застосовують при керуванні розробками великих військових систем, а також у промисловості й будівництві. Див. *Сіткові методи планування й управління.*

ПЕРФОРА́ТОР — пристрій для реєстрації інформації за допомогою пробивання отворів (перфорації) в носіях інформації, здебільшого *перфораційних картах* або *перфораційних стрічках.* П. набули широкого застосування з розвитком телеграфії. На початку 19 ст. ввійшли до комплекту лічильно-перфораційних машин, а з середини 20 ст.— як *зовнішні пристрої* до складу ЕЦОМ. Є



1. Перфоратор стрічковий типу ПЛ-80.
2. Механізм набирання коду й пробивання стрічкового перфоратора: *1* — кодовий електромагніт; *2* — матриця; *3* — перфострічка; *4* — напрямна; *5* — пуансон; *6* — зворотна рамка; *7* — штовхач; *8* — шатун; *9* — ексцентриковий вал.

багато типів П.: за видом носія інформації розрізняють П. стрічкові (мал. 1) і карткові; за способом введення інформації — зі введенням від клавіатури та з автоматичним введенням (від ЕОМ чи ін. пристрою); за призначенням П. поділяють на вхідні (на яких підготовляють первісну інформацію, що підлягає обробці) і вихідні (служать для виведення результатів з обчисл. пристроїв), а також дублюючі (реперфоратори, репродуктори), що виготовляють дублікати перфораційних носіїв, П., що переносять інформацію з одного виду перфоносія на ін., та П., що переносять інформацію з магнітної стрічки на перфоносії, П. зчитувальні (вони автоматично зчитують позначки олівцем, зроблені на перфокартах на спец. сітці, й перфорують ці самі або інші карти), П., що переписують інформацію з нестандартних носіїв (графіків, малюнків) або вимірювальних приладів на перфоносії, тощо. Здебільшого для різних спец. призначень застосовують вихідні П., оснащені належною схемою керування. Лише вхідні П. мають введення інформації від клавіатури, всі ін. П.— автоматичне введення.

Залежно від порядку пробивання перфокарти розрізняють П. карткові — з поколонною перфорацією, в яких символи записують у колонках карти, що рухається вузьким боком уперед, і П. позиційні, що записують інформацію по позиціях карти, яка переміщується широким боком уперед. За характером записуваної інформації П. поділяють на цифрові й алфавітно-цифрові. В цифрових інформація записується по колонках, у ви-

гляді поодиноких отворів у відповідних позиціях колонок. Застосовують їх гол. чин. у комплектах лічильно-перфораційних машин. В алфавітно-цифрових П. здебільшого записують символи рос. і лат. алфавітів, цифри, матем. знаки та ін. спец. знаки у вигляді двійкового коду по колонках або позиціях. Застосовують їх переважно в ЕОМ як вхідні та вихідні П., рідше — в комплектах лічильно-перфораційних машин та ін. спец. установках. За принципом роботи карткові П. поділяють на одноперіодні та двоперіодні. В перших пробивання символу провадиться одночасно з натискуванням на відповідну клавішу (або з надходженням керуючого сигналу від якого-небудь пристрою). В двоперіодних П. пробивання провадиться лише після набору всієї карти чи всього рядка. Вони значно складніші за одноперіодні, бо мають систему запам'ятовування вводжуваних символів (здебільшого на електромагн. реле) й громіздкіший пробивний механізм. Проте завдяки деяким перевагам (можливість виправляти помилки, помічені в процесі набирання на клавіатурі, фіксувати постійні ознаки та ін.) вони зручніші в експлуатації та продуктивніші.

За конструкцією стрічкові й карткові П. істотно відрізняються один від одного, проте заг. структура їх єдина. В П. є магазин для носія інформації, механізми набирання коду, пробивання й транспортування носія, приймальний механізм (для перфокарт — укладальний, для перфострічки — підмотувальний), схема керування та електр. привод. Механізми набирання коду, пробивання й транспортування носія є осн. вузлами П., які визначають його надійність і швидкодію. Отвори пробиває пуансон з матрицею (мал. 2). Коли сигнал надходить на кодовий електромагніт, пружина притягує штовхач до упора й встановлює його співосно з пуансоном. Ексцентриковий вал посилає через шатун і штовхач пуансон, і він, входячи в отвір матриці, пробиває носій. У початкове положення пуансон встановлює зворотна рамка. Якщо сигналу на кодовому електромагніті немає, штовхач стає в положення, показане на мал. 2, а при обертанні ексцентрикового вала проходить повз пуансон. У стрічкових і карткових П. з поколонною перфорацією кожній позиції колонки відповідає свій пуансон і механізм керування ним. У карткових позиційних П. кількість пуансонів дорівнює кількості колонок перфокарти (80 чи 45 пуансонів у вітчизн. П.). Механізм транспортування в карткових П. здійснює стартстопний рух перфокарти через пробивний пристрій і подає її після пробивання в приймальний механізм. Перфокарта лишається нерухомою в момент пробивання, а в проміжках часу між пробиваннями переміщується на віддаль, яка дорівнює віддалі між колонками (або між позиціями в позиційних П.). У стрічкових П. транспортування стрічки здебільшого здійснюється і в стартстопному режимі. Є конструкції стрічкових П. і з стрічкою, що рухається безперервно. Пробивний механізм таких П. робить зворотно-поступальний рух, тобто рухається разом із стрічкою в моменти пробивання, а в проміжки часу між пробиваннями повертається в початкове положення.

У П. спец. призначення, крім зазначених вище механізмів, є й додаткові пристрої, що виконують функції, потрібні за конкретним призначенням їх. Напр., у дублюючому П. є два тракти, що синхронно працюють для перфоносія,— тракт пробивання та репродукційний (який відрізняється від тракта пробивання тим, що в ньому замість механізмів набирання коду й пробивання є механізм індикації отворів, здебільшого щітковий або фотоелектричний). Перфоносій — оригінал, який треба дублювати,— пропускають через репродукційний тракт. Механізм набирання коду тракта пробивання одержує керування від механізму індикації отворів репродукційного тракта й виготовляє дублікат оригіналу. Зчитувальний П. має вузол індикації позначок олівцем на перфокарті, керуючий пробивний механізм тощо. Стрічкові П. мають лише від 5 до 8 пуансонів з механізмами набирання коду (на відміну від П. карткових, які мають до 80 цих вузлів), механізми транспортування носія та приймальний у стрічкових П. конструктивно простіші й надійніші, а тому їхні розміри й вага значно менші за розмір і вагу П. карткових. Удосконалення П. спрямовано на збільшення швидкості перфорації, підвищення надійності та оснащення їх пристроєм контролю правильності перфорації.

Літ.: Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [бібліогр. с. 480]; Королева Е. П. Счетно-перфорационные машины. М., 1965.
І. Т. Пархоменко.

ПЕРФОРАЦІЙНА КАРТА, перфокарта — прямокутник стандартних розмірів з тонкого еластичного картону, призначений для записування інформації способом пробивання на ньому отворів. Цифрова сітка, нанесена на лицевий бік перфокарти (мал.), ділить її на вертикальні колонки й горизонтальні ряди — рядки, що визначають положення пробивок (отворів).

Інформацію записує оператор, користуючись електромех. пристроєм — *перфоратором*. Наявність отвору означає код 1, а відсутність його — код 0. Зчитується інформація автоматично в процесі переміщення перфокарти в пристрої зчитування інформації. П. к. зручно користуватися для формування масивів інформації. Їх легко замінити, якщо вони зіпсуються, але щільність запису в П. к. мала й вони порівняно недовговічні. П. к. використовують у ЦОМ для введення і виведення інформації та в лічильно-аналітичних машинах, у системах керування поточними лініями й верстатами тощо.

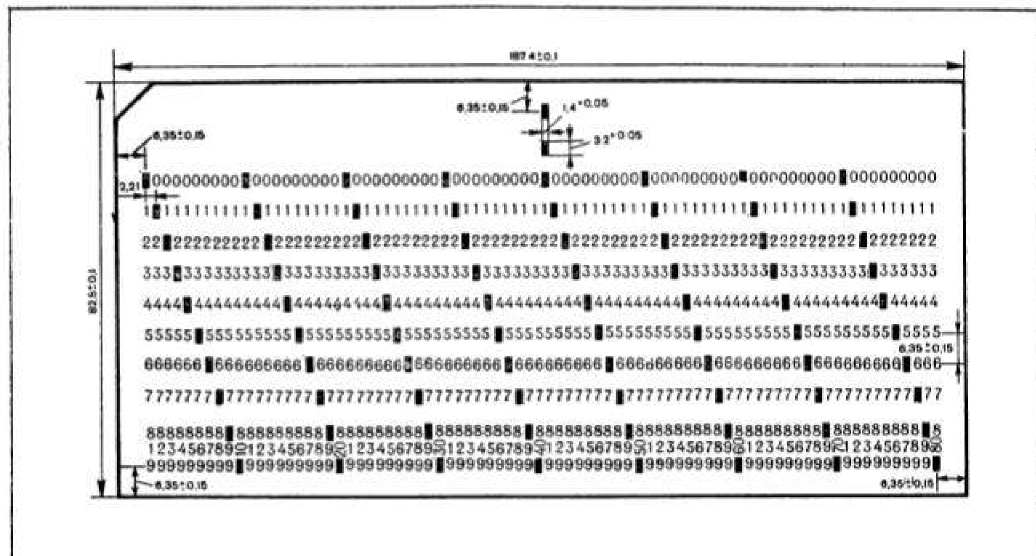
В *інформаційно-пошукових системах* для ручної обробки масивів поширені П. к. з крайовою перфорацією, щілинні й суперпозиційні. Характеристики (ознаки), за яки-

ми кодується (й відшукується) П. к., залежать від виконання перфорації: в П. к. з крайовою перфорацією пробивки розміщено по периметру карти, у щілинній — між отворами кодового поля, суперпозиційна П. к. кодується системою отворів, координати яких відповідають певним ознакам. Осн. інформацію записують на полі, вільному від перфорації. Див. також *Інформаційно-пошуковий пристрій.* *Р. Я. Черняк.*

на 6, 7 і 8 доріжок має ширину 25,4 *мм*). П. с. спец. призначення виготовляють з ін. матеріалів (напр., пластмасових) і ін. розмірів. Пристрої для роботи з П. с. простіші й дешевші за відповідні пристрої для перфокарт, але виправляти й сортувати інформацію, записану на П. с., важче.

Літ.: Седлачек Я., Штетка К. Перфолента. Пер. с чеш. М., 1964.

І. Т. Пархоменко.



80-колонкова перфораційна карта з прямокутними перфораціями.

ПЕРФОРАЦІЙНА СТРІЧКА, перфострічка — носій запису інформації у вигляді довгої, найчастіше паперової, стрічки, записування на яку здійснюється пробиванням (перфорацією) отворів у певній кодовій комбінації. Отвори розміщуються в поперечному напрямі стрічки колонками, послідовність яких утворює доріжки вздовж стрічки. Під час записування інформації отвори колонки пробиваються одночасно, а при зчитуванні — сприймаються паралельно. П. с. почали застосовувати в 1-й половині 19 ст. для керування роботою ткацьких верстатів, у 2-й половині 19 ст. вона поширилась у зв'язку з розвитком телеграфії. П. с. широко використовують і в цифрових обчисл. машинах для введення й виведення інформації та в пристроях програмного керування верстатами й технологічними процесами, щоб записувати на них команди в потрібній послідовності і з потрібними інтервалами (після зчитування сигнали розшифровуються і передаються відповідним виконавчим механізмам, які звичайно оснащено кроковими двигунами). В СРСР випускають паперову П. с. на 5, 6, 7 і 8 доріжок. Розміри П. с. і кодування інформації на ній встановлено відповідно до міжнародного стандарту (напр., П. с.

ПІВГРУПА, асоціативна система — множина S, в якій визначено операцію (здебільшого її записують як множення), що ставить у відповідність кожній парі елементів x і y з S, розміщених у даному порядку, елемент $z = xy$ з S — їхній «добуток». При цьому припускають, що в S виконується асоціативний закон: $(xy)\,z = x\,(yz)$ для будь-яких елементів x, y і z з S. Якщо $xy=yz$ для довільних елементів x і y з S, то така П. наз. комутативною (іноді — абелевою). В П. S може міститися «одиниця» e або «нуль» 0 — такі елементи, що $xe = ex = x$, $x0 = 0x = 0$ для будь-якого елемента x з S. Але на відміну від *групи* (див. *Груп теорія*), не обов'язково, щоб у П. була одиниця (а тим паче — обернені елементи). Якщо якась підмножина T П. S сама є П. щодо дії, визначеної в S (тобто T містить добуток будь-яких двох своїх елементів), то T наз. підпівгрупою П. S. T наз. ідеалом П. S, якщо tx і xt містяться в T, які б там не були елементи t з T, x з S.

Окремі результати, що стосуються П., було одержано ще на поч. 20 ст. Серйозне вивчення П. почалося в 20-х рр. у працях рад. алгебриста А. К. Сушкевича (1889—1961). П. S наз. П. із скороченням, якщо для будь-яких її елементів x, y і z з $xz = yz$ або $zx =$

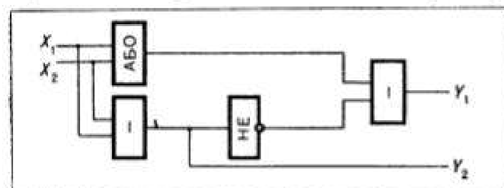
$= zy$ випливає $x = y$. Будь-яка група й будь-яка підпівгрупа групи є П. зі скороченням. Будь-яку комутативну П. зі скороченням можна вкласти в якусь абелеву групу. Існують некомутативні П. із скороченням, які не можна вкласти в групу. Групи є важливим і найбільш вивченим класом П. Теорія П. розвивалася спочатку як узагальнення теорії груп. Проте згодом теорія П. виділилася в самостійну галузь заг. алгебри, що має свої задачі, методи й застосування. Позначимо через $S(A)$ множину всіх перетворень (відображень у себе) якоїсь множини A. $S(A)$ є П. відносно операції суперпозиції перетворювань: $f = f_1 f_2$ ($f_1, f_2, f \in S(A)$), якщо $f(a) = f_1[f_2(a)]$ для будь-якого елемента a з A. Загальніша ситуація виникає при вивченні операції множення бінарних відношень. Бінарне відношення ρ на множині A — це підмножина декартового квадрата $A \times A$ (див. *Відношення*). Добуток $\omega = \rho \cdot \sigma$ двох бінарних відношень ρ і σ на A визначають як множину таких пар $(a, b) \in A \times A$, що $(a, c) \in \rho$, а $(c, b) \in \sigma$ для якогось $c \in A$. Сукупність усіх бінарних відношень на множині A утворює для визначеного так множення П. Позначимо через $pr_1\rho$ і $pr_2\rho$ множини всіх елементів c і відповідно b з A, для яких існує такий елемент a, що $(c, a) \in \rho$ і $(a, b) \in \rho$. Кожне бінарне відношення ρ між елементами множини A можна розглядати як відображення (загалом, багатозначне) множини $pr_2\rho$ на $pr_1\rho$, яке ставить у відповідність кожному елементові $a \in pr_2\rho$ якусь підмножину $\rho\langle a \rangle \subseteq pr_1\rho$: $c \in \rho\langle a \rangle$ тоді й лише тоді, коли $(c, a) \in \rho$; здебільшого це наз. багатозначним частковим перетворенням множини A. Якщо $pr_2\rho = A$, то перетворення ρ наз. повним. Для повних однозначних перетворень множення бінарних відношень зводиться до операції суперпозиції перетворень. Гомоморфізм (зокрема, ізоморфізм) φ П. S на яку-небудь підпівгрупу $\varphi S = S'$ П. $S(A)$ всіх перетворень якоїсь множини А. наз. представленням П. перетвореннями. Для кожної П. S існує ізоморфне представлення φ перетвореннями якоїсь множини A. Водночас П. $S(A)$ всіх перетворень множини A є підпівгрупою П. $P(A)$ усіх бінарних відношень між елементами множини A (тобто багатозначних часткових перетворень множини A). Тому теорію П. можна трактувати як абстрактне вчення про суперпозицію найзагальніших перетворень — не обов'язково оборотних, не обов'язково однозначних і навіть не скрізь визначених. Елемент s П. S наз. ідемпотентом, якщо $s^2 = s$. Зокрема, якщо П. S містить одиницю e або нуль 0, то вони є ідемпотентами. П. S наз. регулярною, якщо для будь-якого її елемента x існує такий елемент y, що $xyx = x$, $yxy = y$. Регулярна П. S наз. інверсною, якщо $e_1e_2 = e_2e_1$ для будь-яких її ідемпотентів e_1 й e_2. Інверсні П. і лише вони є ізоморфними П. оборотних (взаємно однозначних) часткових перетворень множин. Як і для довільних *алгебричних структур*, усякий гомоморфізм П. пов'язаний з якимось відношенням конгруентності. На відміну від груп, конгруентність П. не визначається якимось одним її класом. Ідеали П. і лише вони є повними прообразами нуля при її гомоморфізмах φ (якщо П. φS містить нуль). Нехай M — підмножина П. S; $[M]$ — найменша підпівгрупа П. S, яка містить M; якщо $[M] = S$, то M наз. породжувальною множиною S. П. S, яка містить породжувальну множину, що складається з одного елемента, наз. моногенною (циклічною). Будь-яка нескінченна моногенна П. є ізоморфною П. всіх цілих додатних чисел відносно додавання. Якщо всі моногенні підпівгрупи П. S є скінченними, то така П. S наз. періодичною. Якщо $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_m$ — елементи породжувальної множини П. S, то рівність $a_1 a_2 \ldots a_n = b_1 b_2 \ldots b_m$ наз. визначальним співвідношенням П. S. Якщо в П. S з породжувальною множиною M є лише такі визначальні співвідношення, в яких $m = n$ і $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \ldots, a_n = b_n$, то $S = M^*$ наз. вільною П. над M. П., в яких є скінченна породжувальна множина, є, зокрема, об'єктами вивчення *алгоритмів теорії*.

З кожним абстрактним автоматом A пов'язують, як відомо, вільні П. над множиною $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{A}$ його входів, виходів і станів. Крім того, з автоматом A зіставляють представлення φ вільної П. $\mathfrak{X}^*$ перетвореннями множини $\mathfrak{A}$. П. перетворень $S_A = \varphi(\mathfrak{X}^*)$ наз. П. автомата A. Якщо S_A — П. багатозначних перетворень (бінарних відношень), то одержуємо недетермінований автомат; якщо S_A — П. однозначних перетворень, автомат A — детермінований. Якщо S_A — П. повних (відповідно, часткових) перетворень, то автомат A — повний (відповідно, частковий або неповний). Для будь-яких підмножин A та B довільної П. S позначимо через AB множину всіх добутків ab, де $a \in A$ та $b \in B$. Відносно визначеної так операції множина $\mathfrak{P}(S)$ усіх підмножин П. S утворює П.; $\mathfrak{P}(S)$ наз. глобальною П. для П. S. Якщо X^* — вільна П. над X, то елементи глобальної П. $\mathfrak{P}(X^*)$ у теорії автоматів наз. подіями, в *лінгвістиці математичній* — мовами, а в абстрактній теорії кодування — *кодами* (докладніше про застосування П. в теорії автоматів див. *Алгебрична теорія автоматів*).

У різних застосуваннях бувають упорядковані й топологічні П. Впорядкована П. — це П. S з відношенням часткової впорядкованості $\leqslant$, таким, що для будь-яких a, b, $c \in S$ з $a \leqslant b$ випливає $ac \leqslant bc$ і $ca \leqslant cb$. П. S наз. топологічною, якщо вона є топологічним простором і ф-ція $f(x, y) = xy$ (де $x, y \in S$) є неперервною.

Літ.: Ляпин Е. С. Полугруппы. М., 1960 [бібліогр. с. 565—589]; Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [бібліогр. 373—374]; История отечественной математики, 1917—1967, т. 3. К., 1968 [бібліогр. с. 618—700]; Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп. Пер. с англ., т. 1—2. М., 1972 [бібліогр. т. 1, с. 270—278; т. 2, с. 407—414]. *Л. М. Глускін.*

ПІВСУМА́ТОР — пристрій, який виробляє за двома однорозрядними доданками цифру суми і перенос до наступного старшого розряду. Схема П. (мал.) іноді складається з логічних елементів «І», «АБО» й «НЕ», що виконують функції: Y_1 (сума) $= \overline{X_1 X_2} (X_1 \vee X_2)$ і Y_2 (перенос) $= X_1 X_2$. Логічні функції Y_1 і Y_2, що їх виробляє П., описують таблицею. Якщо доданки X_1 і X_2 надходять неодночасно (внаслідок властивостей давачів), то в схему П. вводяться додаткові елементи пам'яті (*тригери*, лінії затримки тощо). Осн. параметри



Блок-схема півсуматора.

Аргумент		Функція	
X_1	X_2	Y_1	Y_2
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

П. — час встановлення суми ($T_{вст}$) і час перенесення ($T_п$) — визначаються часом перемикання конкретних *логічних елементів ЦОМ*, що становлять схему П. Два П. і одна схема «АБО» утворюють повну схему *суматора однорозрядного*, крім того, П. можна застосовувати як пристрій порівнювання *кодів* двох чисел або як компонент інших, складніших цифрових пристроїв кібернетики, обчисл. техніки й автоматики. Напр., у ЦОМ *«Стрела»* ланцюжок П. використовується для додавання до суми одиниці кругового перенесення, а також бере участь в утворенні знаків добутку й частки.

Літ.: Дроздов Е. А., Прохоров В. И., Пятибратов А. П. Основы вычислительной техники. М., 1964 [бібліогр. с. 462]; Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [бібліогр. с. 480].

М. І. Пелипенко

ПІДАВТОМА́Т — поняття *алгебричної теорії автоматів*, аналогічне поняттю підалгебри в алгебрі (див. *Алгебри універсальні*). В *автоматів теорії* автомат $A = \langle \mathfrak{A}, X, Y, \delta, \lambda \rangle$ наз. підавтоматом автомата $A_1 = \langle \mathfrak{A}_1, X_1, Y_1, \delta_1, \lambda_1 \rangle$, якщо $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}_1$, $X \subseteq X_1$, $Y \subseteq Y_1$ і $\delta(a, x) = \delta_1(a, x)$, $\lambda(a, x) = \lambda_1(a, x)$ для всіх $a \in \mathfrak{A}$, $x \in X$.

ПІДПРОГРА́МА — частина програми, яка реалізує певний алгоритм і допускає звертання до себе з різних місць програми. П. широко використовують для того, щоб скоротити записи програм у тих задачах, у процесі розв'язування яких треба виконати кілька разів один і той самий *алгоритм* при різних значеннях параметрів. Оператори, що реалізують відповідну П., виписують один раз, а в потрібних місцях пишуть оператори передачі керування на цю П. Набір найчастіше використовуваних П. утворює *бібліотеку стандартних підпрограм*.

В. Ф. Ляшенко.

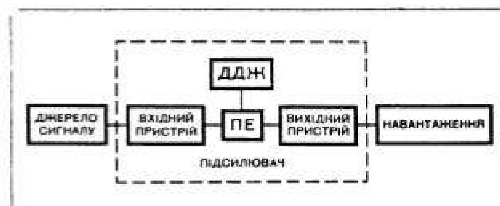
ПІДПРОГРА́МА ВІДКРИ́ТА — див. *Процедура* в програмуванні.

ПІДПРОГРА́МА ЗА́МКНЕНА — див. *Процедура* в програмуванні.

ПІДПРОГРА́МА СТАНДА́РТНА — підпрограма, яку складено так, що її можна використовувати при розв'язуванні багатьох задач, і яка задовольняє певні умови, що забезпечують її включення до основної програми. Однакові за змістом частини низки *програм* оформляють здебільшого у вигляді П. с. Складаючи нові програми, П. с. включають до них як щось готове. П. с. об'єднують у *бібліотеки стандартних підпрограм*. До бібліотеки включають і спец. інтерпретуючу програму, що забезпечує включення П. с. до конкретної програми і організовує її зв'язок з осн. програмою. Досить повна бібліотека П. с. істотно полегшує працю програміста, прискорює програмування і відладку задач, зменшує вимоги до знань обчисл. методів. Див. також *Бібліотечних підпрограм метод*.

В. Ф. Ляшенко.

ПІДСИ́ЛЮВАЧ — пристрій, в якому здійснюється збільшення потужності керуючого (вхідного) сигналу за рахунок енергії допоміжного (керованого) джерела живлення, при цьому функціональний зв'язок між вихідним та вхідним сигналами є неперервним і однозначним. Залежно від виду енергії керуючого сигналу і керованого джерела П. поділяють на електр., мех., гідравлічні, пневматичні та ін. Найпоширеніші електричні П., що в ряді галузей, таких, як радіозв'язок, телебачення, радіолокація, радіонавігація, вимірювальна техніка тощо, є основою побудови всієї апаратури. Широко використовують електр. П. в кібернетиці й обчисл. техніці, до того ж в аналоговій обчисл.



Блок-схема підсилювача.

техніці вони є осн. елементами. Електричні П. за типом керуючого (підсилюючого) елемента поділяють на електронні (лампові та напівпровідникові), діелектричні, магнітні, кріотронні та ін. На мал. дано блок-схему П. з джерелом сигналу й навантаженням. Осн.

частинами власне П. (на мал. його обведено пунктиром) є: а) вхідний пристрій, який передає керуючий сигнал до вхідного кола підсилюючого елемента (ПЕ); використовують його тоді, коли безпосередньо підмикати джерело вхідного сигналу до ПЕ з тих чи інших причин недоцільно; б) ПЕ з допоміжним джерелом живлення (ДДЖ); в) вихідний пристрій, призначений для передавання вихідного сигналу на навантаження, використовують його тоді, коли безпосередньо об'єднувати навантаження й ПЕ небажано. Найважливіші характеристики П.: 1) коеф. підсилення — відношення кількісної міри вихідного сигналу до такого ж самого виду кількісної міри вхідного; 2) частотна характеристика; 3) перехідна характеристика; 4) динамічний діапазон; 5) вхідний опір; 6) вихідний опір; 7) рівень власних шумів; 8) характеристика відмінності між потрібною функціональною залежністю вихідного сигналу від вхідного і дійсною. Здебільшого потрібна залежність є лінійною, але іноді застосовують П. з іншими типами залежності (напр., логарифмічні П.). За видом характеристик П. поділяють на П. струму, П. напруги, П. потужності, П. імпульсних сигналів, П. низької частоти, П. високої частоти, П. постійного струму, широкосмужні П., вибірні П. тощо. Див. також *Підсилювач диференціальний*, *Підсилювач операційний*, *Підсилювач відпрацьовуючий*.

І. Є. Єфімов.

ПІДСИЛЮВАЧ ВІДПРАЦЬОВУЮЧИЙ — *підсилювач* для автоматичного зрівноважування *квазіаналогових моделей*. Аналізуючи квазіаналоги, П. в. апроксимують підсилюючою ланкою з дійсним від'ємним достатньо великим коеф. підсилення, що не залежить від частоти підсилюваного сигналу. Якщо дотримано умов стійкості зрівноважування та обмеженості вихідної напруги П. в., напруга на його вході мала (її приймають за нуль). Тому, якщо П. в. підмикати до квазіаналога, вузол квазіаналога, з'єднаний з входом П. в., стає потенціально-нульовим практично миттю (через малу тривалість перехідних процесів у П. в.). Кількість П. в. у квазіаналозі дорівнює кількості вузлів, які мають бути потенціально-нульовими. В динамічних квазіаналогових моделях застосовують перемикальні П. в.

Г. І. Грездов.

ПІДСИЛЮВАЧ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИЙ — *підсилювач*, вихідна напруга якого пропорційна різниці двох вхідних напруг. На мал. подано схему простого П. д. на транзисторах ($U_{вх1}$, $U_{вх2}$ — вхідні напруги). Під вихідною напругою розуміють або різницю потенціалів між колекторами (симетричний вихід — $U_{вих}$), або величину відхилення потенціалу колектора від початкового значення (несиметричний вихід — $U'_{вих}$). Оскільки в схемі є негативний *зворотний зв'язок* за струмом через резистор R_e, то, обираючи в певний спосіб параметри схеми, можна домогтися того, що при $U_{вх_1} = U_{вх_2}$ $U_{вих}$ та $U'_{вих}$ будуть незначні (при цілковитій симетрії схеми $U_{вих} = 0$), а при $U_{вх_1} \neq U_{вх_2}$ вихідна напруга (в будь-якому випадку) буде велика і пропорційна їхній різниці. П. д. характеризується коеф. підсилювання різниці вхідних напруг $K_р$ і коеф. підсилювання середнього рівня їх $K_п$. При довільних $U_{вх_1}$ та $U_{вх_2}$ і виконанні співвідношень $\alpha_1 \approx \alpha_2 = \alpha$:

$$R_{к_1} = R_{к_2} = R_к; \quad R_{e_2} + r_{e_2} = R_{e_1} + r_{e_1} + \Delta R_e \approx R_{e_1} + r_{e_1} = R_e; \; \beta_1 \approx \beta_2 = \beta,$$

$$U_{вих} \approx (U_{вх_2} - U_{вх_1}) K_р + 0{,}5 (U_{вх_1} + U_{вх_2}) K_п, \tag{1}$$

$$U'_{вих} \approx (U_{вх_1} - U_{вх_2}) K'_р + 0{,}5 (U_{вх_1} + U_{вх_2}) K'_п, \tag{2}$$

де

$$\left.\begin{aligned} K_р &= \frac{\alpha R_к}{R_e + 0{,}5\beta^{-1}(R_{б_1} - R_{б_2})}; \\ K_п &= -\frac{K_р}{2R_e}\left(\frac{R_{б_1}}{\beta_1} - \frac{R_{б_2}}{\mu_2} - \Delta R_e\right); \\ K'_р &= 0{,}5K_р, \quad K'_п = -\frac{K_р}{2R_e}\left(R_{e1} + r_{e1} + \frac{R_{б_1}}{\beta_1}\right); \\ R_{б_1} &= r_{б_1} + \frac{r_1 r'_1}{r_1 + r'_1}; \\ R_{б_2} &= r_{б_2} + \frac{r_2 r'_2}{r_2 + r'_2}; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

α, β — коеф. підсилення за струмом транзистора в схемі зі спільною базою та спільним

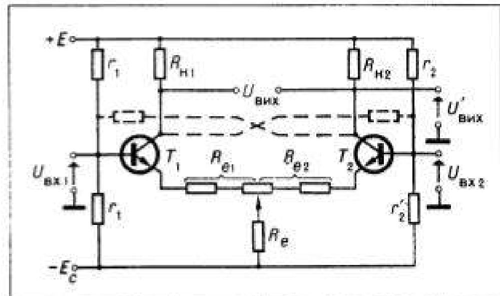


Схема диференціального підсилювача.

емітером відповідно; $r_{бi}$, r_{ei}, $i = 1, 2$ — базові й емітерні опори транзисторів T_1, T_2 відповідно. З (1) і (2) видно, що для якісної роботи П. д. параметри схеми треба так обирати, щоб величина $q = \left|\frac{K_п}{K_р}\right| \left(\text{або} \left|\frac{2K'_п}{K_р}\right|\right)$

була достатньо малою. При $U_{вх_1} = U_{вх_2}$ (синфазні сигнали) $U_{вих}$ та $U'_{вих}$ залежать лише від других членів (1) і (2), тому величину q^{-1} наз. коеф. пригнічування синфазних сигналів. Згідно з (3), для зменшення q треба збільшувати опір R_e (а це веде до необхідності збільшувати напругу джерела зміщення $E_з$) і вибирати транзистори з великим β, а це крім того, дає збільшення K_p. На практиці замість R_e використовують транзисторну схему із зворотним негативним зв'язком за струмом (схему незмінного струму), яка має великий дифер. опір, а замість окремих транзисторів використовують схему складеного транзистора (при цьому збільшується вхідний опір П. д.). Іншими способами збільшення коеф. пригнічування синфазних сигналів є введення зворотного зв'язку синфазного типу, резистивного перехресного зворотного зв'язку як позитивного (показано на мал. пунктиром), так і негативного (в багатокаскадних П. д.). При цьому вдається підвищити вхідний опір П. д. на постійному струмі до 1 *Мом* і вище.

Осн. достоїнствами П. д. є універсальність застосування і його здатність пригнічувати однакові на обох входах сигнали (ефект пригнічування синфазних сигналів). П. д. у широкому діапазоні частот (від нуля до сотень *Мгц*) може виконувати операції порівнювання, детектування, модулювання, змішування двох вхідних напруг або вхідної напруги та напруги зворотного зв'язку, а також генерувати сигнали й автоматично регулювати підсилення. Застосування П. д. дає змогу відносно вільно обирати початкові рівні вхідних і вихідних напруг, одержувати вихідний сигнал будь-якого знака і, отже, парафазний сигнал. Все це зумовлює широке використання П. д. у радіотехніці, автоматиці, обчисл. та вимірювальній техніці. Притаманний П. д. ефект пригнічування синфазних сигналів зумовлює те, що їх застосовують як вхідні каскади різних вимірювальних підсилювачів, підсилювачів постійного струму (ППС), що їх використовують у *підсилювачах операційних*, бо при цьому з'являється можливість зменшити *дрейф нульового рівня*, усунути різні перешкоди (напр., наводки). Застосування П. д. в транзисторних ППС дає змогу компенсувати зміщування нуля у вигляді струму та напруги, і збільшити вхідний опір.

Істотною вадою П. д. є необхідність добирати елементи схеми, та ще й у транзисторних П. д. цей добір складніший, ніж у лампових, у зв'язку з температурною залежністю деяких величин (напр., напруги база — емітер, початкового струму колектора). Практично це призводить до ускладнення схем транзисторних П. д. внаслідок введення термокомпенсуючих елементів (термоопорів, температуро-залежних джерел напруг). З другого боку, для П. д. характерна одна важлива риса — суміщуваність з технологією виготовлення монолітних *інтегральних схем* (ІС). Властивість такої суміщуваності та згадані вище достоїнства П. д. зумовили те, що тепер каскади їх входять до складу майже всіх лінійних ІС.

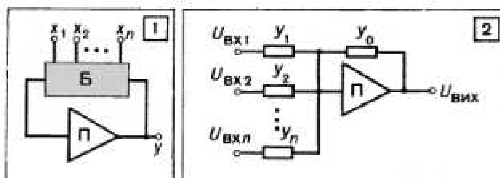
Літ.: Эрглис К. Э., Степаненко И. П. Электронные усилители. М., 1964 [бібліогр. с. 537—539]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 453—456].

І. Є. Єфімов.

ПІДСИЛЮВАЧ ОПЕРАЦІЙНИЙ, підсилювач розв'язувальний — моделююче електричне коло з підсилювачем постійного струму (ППС), який є водночас зрівноважувальним пристроєм і багатополюсником, що формує певну математичну операцію. На мал. показано заг. блок-схему П. о. з паралельним колом *зворотного зв'язку*: Б — багатополюсник; П — підсилювач постійного струму; x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, y — вхідні й вихідні величини відповідно. Треба, щоб ППС задовольняв такі вимоги: щоб у нього був високий коеф. підсилювання в робочій смузі частот (від 10^3 до 10^8); малий *дрейф нульового рівня*; малий вихідний (порядку одиниць *ом*) і великий вхідний опір (не менше як одиниці *Мом*). Окремим випадком заг. схеми є П. о. з багатополюсником у вигляді зірки з двополюсників (мал. 2), що його використовують для моделювання елементарних операцій: множення на постійну величину, підсумовування кількох незалежних змінних, інтегрування та диференціювання за часом тощо. Крім того, такий П. о. можна використовувати, розв'язуючи дифер. рівняння певного виду й здійснюючи деякі функціональні перетворення. Вихідну напругу в операторній формі визначають як

$$U_{вих}(p) = \frac{-\sum_{i=1}^{n} Y_i(p)\, U_{вхi}(p)}{Y_0(p)\left[1 + \dfrac{1 + \sum_{i=1}^{n} Y_i(p)/Y_0(p)}{K(p)}\right]}, \quad (1)$$

де $Y_i(p)$ — вихідна провідність i-го входу в операторній формі: $U_{вхi}(p)$ — операторне



1. Блок-схема операційного підсилювача.
2. Схема операційного підсилювача з багатополюсником.

відображення i-ї вхідної напруги. $Y_0(p)$ — операторна провідність кола зворотного зв'язку, $K(p)$ — операторний коеф. підсилення ППС при розімкненому зворотному зв'язку, n — кількість входів. Як можна бачити з

(1), $U_{вих}$ є сумою вхідних сигналів, з яких кожен множать на k-й передатний коеф. (цей коеф. легко визначити з (1), якщо взяти $U_{вхi}(p) = 0$ при $i \neq k$). Відношення $\frac{Y_i(p)}{Y_0(p)}$ визначає потрібну матем. операцію на i-му вході, що її виконували б, коли б був ідеальний ППС, який має $|K(j\omega)| = \infty$ для всіх частот. Член $\frac{1}{K(p)}\left[1 + \sum_{i=1}^{n} Y_i(p)/Y_0(p)\right]$ визначає систематичну похибку, зумовлену неідеальністю ППС (скінченністю коеф. підсилення та обмеженістю смуги пропускання). Чим більше $|K(j\omega)|$ й чим повільніше відбувається його затухання із зростанням частоти сигналу, тим меншу похибку дає ППС. Нехтуючи другим доданком квадратної дужки знаменника в (1), одержують ідеалізоване операторне рівняння П. о., яке й використовують, обчислюючи моделі. Вибираючи конкретні двополюсники (мал. 2), одержують конкретні режими роботи, напр., при $n = 1$, $Y_1 = \frac{1}{R_1}$, $Y_0 = \frac{1}{R_0}$ з (1) маємо $U_{вих} = -\frac{R_0}{R_1} U_{вх1}$, тобто операцію множення на величину $-\frac{R_0}{R_1}$; якщо число входів n, $Y_i = \frac{1}{R_i}$, $Y_0 = \frac{1}{R_0}$, то $U_{вих} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{R_0}{R_1} U_{вхi}$; якщо $n = 1$, $Y_1 = \frac{1}{R_1}$, $Y_0 = pC$, то $U_{вих}(p) = -\frac{1}{pR_1C} U_{вх1}(p)$, а це при переході від зображень до оригіналів дає $U_{вих}(t) = -\frac{1}{R_1C}\int_0^t U_{вх1}(\tau)d\tau$, тобто П. о. у цьому разі виконує операцію інтегрування.

Найважливішою характеристикою П. о. є точність виконання заданої матем. операції. Осн. причинами *похибки* П. о., крім згаданих вище, є дрейф нульового рівня ППС, скінченність вхідного опору й вихідної провідності його, відмінність значень операційних резисторів і конденсаторів від розрахункових, неточність задавання вхідних напруг, наявність паразитних параметрів (ємність монтажу, опір витікання операційних конденсаторів, паразитна ємність операційних резисторів і потенціометрів установлення коеф.). Більшість з цих первинних джерел похибки П. о. має випадковий характер. Аналіз повної похибки П. о., якщо враховувати всі перелічені фактори, є складною задачею. Здебільшого розглядають впливи зазначених первинних похибок на похибку на виході при діянні деяких стандартних сигналів (синусоїдальний, східчастий) і за результатами такого аналізу роблять висновки про точність. Наведена похибка виконання операцій П. о. сучасних аналогових машин може набувати значень від сотих часток до кількох процентів залежно від типу машини, виконуваної операції й точнісних характеристик елементів П. о.

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Полонников Д. Е. Широкополосные решающие (операционные) усилители. «Автоматика и телемеханика», 1960, т. 21, № 12; Вычислительная техника. Справочник. Пер. с англ., т. 1—2. М.—Л., 1964; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., т. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 453—456]. *І. Є. Єфімов.*

ПІДСИЛЮВАЧ РОЗВ'ЯЗУВАЛЬНИЙ — те саме, що й *підсилювач операційний*.

ПІДСИСТЕМА — сукупність елементів (алгоритмів), об'єднаних єдиним процесом функціонування, які, взаємодіючи, реалізують певну операцію (програму), необхідну, щоб досягнути мети, поставленої перед системою в цілому. Прикладом енергетичної П. є ядерна установка атомохода (криголама). Процеси розв'язування задач системного, логіч. й техн. етапів проектування становлять П. комплексної розробки та створення зразків нової техніки.

Із зростанням складності функціонування техн. систем значною мірою утруднюється проектування їх. Основою *системного підходу* є розчленування складної проблеми на розв'язувані задачі й розгляд цих задач у взаємодії. Крім розчленування складної системи на чисто функціональні П. (в енергетиці, механіці руху тощо), в задачах системного аналізу конструюють багатоякісні моделі, П. яких є локальні моделі для дослідження технології процесу $M_{тп}$, динаміки виробництва продукції $M_{дв}$ й вартості — ефективності виробництва $M_{вев}$. Виділяти П. означає задавати функціональні зв'язки всередині сукупності взаємодіючих частин (алгоритмів), а також структуру системи у вигляді зв'язків, які об'єднують П. в єдине ціле. Будь-яка система складається з П. і є, в свою чергу, П. тієї системи, до якої вона входить.

Поняття П. має властивість функціональної повноти, бо йому притаманні всі властивості системи, формально представлювані категоріями входу, виходу й стану. З усієї множини виходів і станів у задачах декомпозиції виділяють підмножину домінуючих пар, які визначають функціональну суть об'єднуваних П. Розчленування системи в розумінні оптимізації пов'язане з критеріями якості функціонування П. Декомпозиція систем на П. й методи дослідження П. посідають важливе місце в теорії й практиці побудови *складних систем керування*.

Літ. Жук К. Д. Некоторые структурные построения информационно-управляющих систем. В кн.: Информационно-управляющие системы, в. 2—3. К., 1967. Оптнер С. Л. Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. Пер. с англ. М., 1969; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970. *К. Д. Жук*

ПІРСА СТРІЛКА, функція Вебба, заперечення диз'юнкції — *булева функція* двох аргументів. Позначають її знаком ↓ і задають такою таблицею істинності:

X	Y	X ↓ Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

П. с. є комутативною, але не асоціативною і не дистрибутивною щодо *диз'юнкції* та *кон'юнкції*, тому перетворювати логічні вирази з П. с. досить важко. Проте вона є функціонально повною, тому логічні перемикальні елементи, що реалізують цю ф-цію, широко застосовують у ЦОМ. *В. М. Коваль.*

ПЛ-1 — багатоцільова універсальна *мова програмування*. Розробила її 1963—66 амер. фірма ІБМ. Мова ПЛ-1 значною мірою об'єднала в собі фундаментальні поняття й засоби таких попередніх мов, як *ФОРТРАН*, *АЛГОЛ-60*, *КОБОЛ*, *адресна мова*. Істотною її особливістю є орієнтація на сучас. *операційні системи*, й це значно підвищує ефективність застосування її. Водночас з ПЛ-1 пов'язано багато нових ідей і понять. вона має ряд нових властивостей.

Більшість мов програмування є тією чи іншою мірою спеціалізованими. Кожну з них призначено записувати *алгоритми* розв'язування задач з цілком визначеної області. Так, АЛГОЛ-60 і ФОРТРАН найзручніші для описування обчисл. процесів, КОБОЛ — для описування задач обробки даних, *СНОБОЛ* — для описування процесів переробки символьної інформації тощо. Використання для розв'язування задачі мови, не призначеної для неї, як правило, пов'язане з великими затратами праці й часу і є малоефективне. ПЛ-1 — універсальна машинно-незалежна мова програмування достатньо високого рівня. Вона має широкий набір засобів для ефективного описування обчисл. процесів, задач обробки даних, обробки символьної інформації, процесів моделювання, розв'язування логіч. задач, дослідження логіч. схем, розв'язування задач у *реальному масштабі часу* й навіть для розробки систем матем. забезпечення. Важливою особливістю мови є її модульність — можливість утворювати спеціалізовані (для конкретної області застосування) підмножини мов різної складності шляхом відкидання непотрібних для даних застосувань засобів. Ця особливість полегшує вивчення мови та використання її й істотно відбивається на структурі та ефективності роботи відповідних трансляторів.

Оператори *програми* мовою ПЛ-1 об'єднуються в так звані блоки. Програма може складатися з одного або кількох блоків, які бувають укладені один у другий. Блоки визначають область дії змінних та інших назв, так що одну й ту саму назву можна використовувати в різних блоках з різною метою; крім того, поняття блоку дає змогу відводити пам'ять під змінні лише на час виконання даного блоку й вивільняти для використання з іншою метою після припинення роботи блоку.

Пам'яті розподіл для даних можна виконувати або статично, до початку виконання програми, або динамічно — у певний момент її виконання. Динамічний розподіл пам'яті здійснюється або автоматично, в момент входження в блок, або ним керує програміст за допомогою спец. операторів і апарату т. з. покажчиків, які виступають у ролі *фіксаторів* місця пам'яті, в яке вміщують *дане*. Якщо при розміщенні в пам'яті якогось даного використовується покажчик, то таку змінну наз. базованою. В пам'яті можна зберігати й використовувати кілька «поколінь» даних; розподілом пам'яті між ними керує програміст.

Як об'єкти обробки в мові можуть використовуватися скалярні величини, *n*-вимірні упорядковані сукупності елементів з однаковими властивостями, ієрархічно впорядковані сукупності елементів, названі структурами, фіксатори, які позначають адреси даних і називаються покажчиками, та *масиви* даних. Структури даних описують за допомогою апарату рівнів, запозиченого з КОБОЛу. За типами розрізняють робочі дані й дані. які керують виконанням програми. До робочих даних належать числові величини (дійсні та комплексні числа), рядки символів і рядки *бітів*. Керуючі дані використовують, щоб організовувати передавання керування в програмі, паралельно виконувати окремі гілки програми, переривати програму, коли настає якась подія, й організовувати динамічний розподіл пам'яті. Кожне дане описується в програмі за допомогою т. з. оголошення, в якому вказано приписувані йому властивості. Як властивості робочих даних можуть фігурувати особливості форми представлення їх (основа *системи числення*, розрядність, представлення з фіксованою чи плаваючою комою), розмір, шаблон, аналогічний шаблонові в КОБОЛі, його клас (дійсні чи комплексні числа), особливості способу розташування і зберігання в *пам'яті ЦОМ* і області діяння, а також початкові значення даних. При оголошенні властивостей мовою послідовно дотримано концепції т. з. замовчування: коли якоїсь властивості прямо не вказано і є кілька альтернативних можливостей, одна з них, визначувана мовою, приписується автоматично, при цьому в тих випадках, коли вибір властивості можна зробити неоднозначно, він здійснюється за контекстом оголошення. Будь-яке оголошення має в програмі певну область дії, визначувану блоковою структурою програми.

Оператори мови дають змогу виконувати такі дії: обчислювати арифм. вирази з дійсними й комплексними числами (в т. ч. з упорядкованими послідовностями даних і з

структурами); виконувати логіч. операції «І», «АБО», «НЕ» над рядками бітів, «склеювати» рядки; виконувати операції порівнювання для даних різних типів; здійснювати передавання значень між даними з необхідними перетворюваннями форми представлення; здійснювати введення — виведення даних, у т. ч. обмін інформацією з масивами, що зберігаються на *стрічках магнітних* і *дисках магнітних*, *редагування даних* тощо; динамічно керувати виконанням програми; обробляти *спискові структури;* виконувати окремі *оператори* в процесі трансляції; керувати розподілом пам'яті; звертатися до т. з. вбудованих функцій — стандартних *підпрограм*, передбачених у самій мові.

При керуванні виконанням програми, крім операторів умовного й безумовного переходів, циклів і можливості звертатися до підпрограми, є й засоби для паралельного виконування окремих ділянок програми й переривання її. Для реалізації цих засобів введено поняття гілки. Під гілкою розуміють виконання певної сукупності операторів. Програма в мові ПЛ-1 завжди містить головну гілку; якщо якусь ділянку програми бажано виконувати паралельно, асинхронно з головною гілкою, то, викликаючи в роботу, її можна назвати гілкою, і цим дати дозвіл на асинхронне виконання її. Завершення виконання гілки розглядають як настання якоїсь події. Виконання гілки може бути перерване й затримане доти, доки не буде досягнуто певної точки при виконанні іншої гілки — з цією метою програміст вказує спеціальний оператор, який приписує чекати подію, пов'язану з гілкою програми. Т. ч. досягають синхронізації гілок. Коли утворюють гілку, вказують *пріоритет* її виконання. У мові ПЛ-1 є можливість керувати перериванням, а саме: блокувати стандартні реакції системи на переривання; визначати особливості дії для тієї чи іншої ситуації переривання; замовляти особливі причини переривання, не передбачені стандартними діями системи. Ця можливість дає могутні засоби відладки програм: так, програміст може обумовити виникнення ситуації переривання за кожної зміни значення якогось даного або за кожного виконання якогось позначеного оператора і як реакцію на переривання замовити видавання якогось повідомлення; ситуацією переривання може бути вихід за проголошені межі діапазону індексів. Нарешті, ситуацією переривання може бути здійснення якоїсь події, при цьому є можливість імітувати її здійснення в будь-якій точці програми. Ряд операторів мови виконується під час трансляції. Ці оператори перетворюють текст первісної програми мовою програмування ПЛ-1 на робочу програму. Є можливість, зокрема, робити вставки, виправляти текст первісної програми (наприклад, наладжуючи її), змінювати програму, щоб одержати ефективнішу робочу програму тощо. Особливості мови ПЛ-1 дають змогу підвищити ефективність роботи *трансляторів* і виготовлюваних ними робочих програм і раціональніше використовувати наявне устаткування ЕОМ.

Літ.: Универсальный язык программирования PL/1. Пер. с англ. М., 1968; Д ж е р м е й н К. Программирование на IBM/360. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 852]. *Л. П. Бабенко.*

ПЛА́ВАЮЧА КО́МА — див. *Арифметика з плаваючою комою.*

ПЛАН-ГРА́ФІК — див. *Календарне планування.*

ПЛАТІ́ЖНА МА́ТРИЦЯ — те саме, що й *виграшів матриця.*

ПЛАТІ́ЖНА ФУ́НКЦІЯ — те саме, що й *виграшу функція.*

ПЛІ́ВКА МАГНІ́ТНА — нанесений на міцний немагнітний підклад (основу) шар феромагнітної речовини, який служить для записування інформації, здійснюваного шляхом перемагнічування ділянок шару. П. м. виготовляють двома основними способами: напилюванням у вакуумі та електролітичним осаджуванням. Набули поширення два види плівок — плоскі (з розімкненою магн. системою) та циліндричні (з замкненою магн. системою). П. м. широко застосовують для виготовляння швидкодіючих елементів ЕОМ, зокрема, для створення швидкодіючих *запам'ятовувальних пристроїв* (ЗП). Найпоширеніші — оперативні ЗП на тонких плоских і циліндричних плівках, *твістори* та ін.

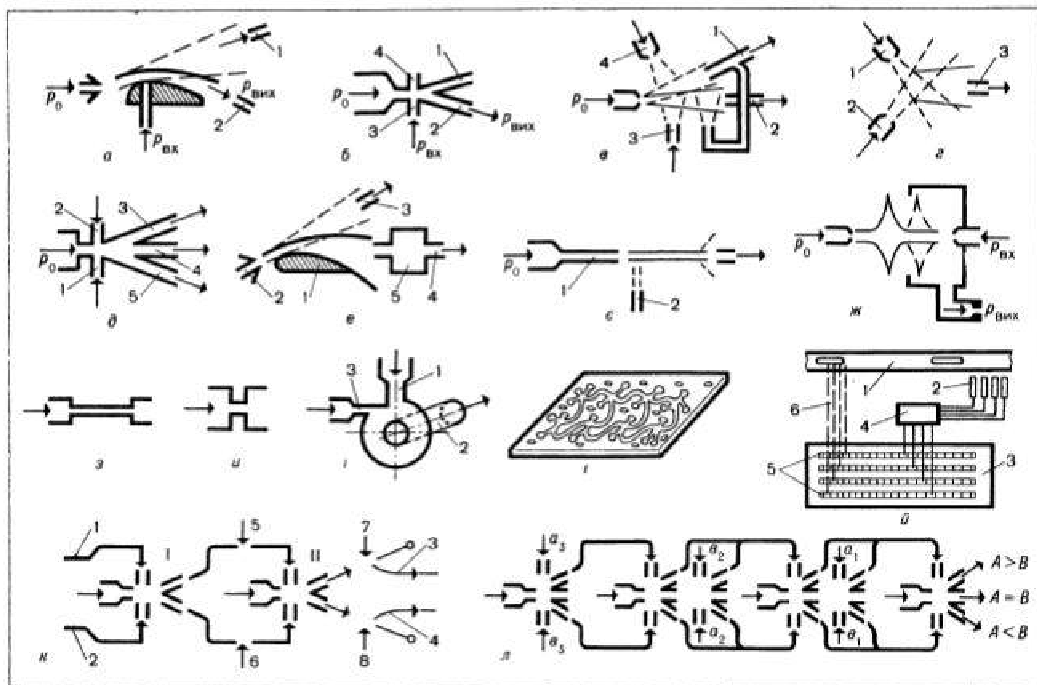
Товщина П. м. — у межах від одиниць до десятих часток *мкм*. Плівку, товщина якої порядку 0,1 *мкм*, наз. тонкою. Осн. її перевага — швидкодія (час перемагнічування плівки — від одиниць до десятків *нсек*).

Р. Я. Черняк.

ПНЕВМО́НІКА, с т р у м и н н а п н е в м о а в т о м а т и к а — напрям у створюванні засобів автоматики та обчислювальних пристроїв, характерною рисою якого є використання елементів із взаємодією потоків повітря. У цих елементах немає механічних рухомих частин. Вузли приладів — модулі й цілі прилади — виготовляють пресуванням. У струминних елементах П. використовують різні аеродинамічні процеси: відрив потоку від стінки, безпосередню взаємодію струменів та ін. У струминному реле (мал., *а*) при безперервному збільшенні тиску $p_{вх}$, при деякому його значенні, потік, що витікає з каналу живлення, до якого він підводиться з тиском p_0, відривається від стінки; при цьому стрибком змінюються тиски й витрати на виході: зникають у каналі 2 й виникають у каналі 1. Ті самі функції виконує й струминний елемент, який має два канали керування (мал., *б*), якщо сигнали керування передаються тільки по одному з них і елемент має тільки один стійкий робочий стан. При відповідному виборі параметрів (відносні розміри, режими течії) цей елемент має два стійкі стани: при створенні тиску в каналі 3 потік, що витікає з каналу живлення, прямує в канал 1 і примикає до верхньої його стінки, причому цей напрям течії зберігається й після зняття тиску в каналі 3; при створенні тиску в каналі 4 потік переключається в канал 2 і примикає до його нижньої стінки, цей напрям течії

зберігається й після зняття тиску в каналі 4. Коли немає керуючих діянь, ці обидва стани елемента зберігаються завдяки властивостям пристінкових течій. Працюючи таким способом, струминний елемент виконує функції комірки запам'ятовування сигналів. Ці самі функції виконує й елемент, у якому основний струмінь утримується у відхиленому положенні струменем, що витікає з каналу зворотного зв'язку (мал., *в*).

Струминні елементи виконують різні логіч. операції, такі, як кон'юнкція (мал., *г*, де *ж*) та ін. Окрім струминних елементів, у пристроях П. застосовують і ламінарні (мал., *з*) й турбулентні (мал., *и*) дроселі та пневматичні камери (ємності) з дроселями різних типів. Функції дроселів змінного опору виконують вихрові струминні елементи, в яких втрати мех. енергії потоку, що йде з каналу 1 до вихідного каналу 2, залежать від ступеня завихреності потоку, що визначається величиною тиску в каналі керування 3 (мал., *і*). Прикладами вузлів цифрових систем П. є струминна комірка зсуваючого ре-



Струминні елементи пневмоніки.

1 і 2 — вхідні канали, 3 — вихідний канал), рівнозначність (мал., *д*; тут 1 і 2 — вхідні канали, 4 — вихідний), нерівнозначність (мал. *д*; при об'єднанні вихідних каналів 3 і 5), імплікація (мал., *д*; при об'єднанні вихідних каналів 3 і 4) та ін. В аеродинамічному генераторі коливань (мал., *е*), що має профільну вставку 1 і камеру 5, за сталого тиску живлення в каналі 2 у вихідних каналах 4 і 3 тиск коливається з частотою, що залежить від об'єму камери 5, причому коливання тиску в каналі 4 — пилкоподібної форми, а в каналі 3 — прямокутні.

Для виконування зазначених операцій використовують і інші аеродинамічні ефекти: релейні характеристики одержують у струминному елементі при турбулізації струменя, що витікає з капілярного каналу 1, під дією струменя, що надходить з каналу керування 2 (мал., *є*); використовується ефект взаємодії зустрічних коаксіальних струменів (мал., гістра й струминний пристрій порівнювання за модулем двох двійкових чисел.

У струминній комірці зсуваючого регістра (мал., *к*) є два елементи запам'ятовування сигналів — I та II. Коли немає тактових команд, на виходах елементів утримуються сигнали, що відповідають раніше поданим вхідним сигналам. По каналах 1 і 2 елемента I передаються сигнали від попередньої комірки зсуваючого регістра. Вихідні канали 3 і 4 комірки є разом з тим вхідними каналами для наступної комірки регістра. По каналах 5, 6, 7 і 8 підводяться тиски, що відповідають тактовим командам. За кожною з них у дану комірку зсуваючого регістра надходять сигнали з попередньої комірки, а сигнали, які раніше в ній утримувалися, передаються в наступну по ланцюгу діянь комірку. У струминному пристрої порівнювання за модулем двох двійкових чисел (на мал., *л*, показано комірки порівнювання трьох розря-

дів числа) при рівності в обох порівнюваних числах цифр вищого розряду струмінь, що витікає з каналу живлення, надходить у відповідному елементі в середній приймальний канал, що є перепускним (прохідним), і операція порівнювання далі виконується в наступному молодшому розряді. Цифрами старших розрядів порівнюваних чисел A і B є a_3 та b_3. При $A=B$ струмені, що витікають з усіх каналів живлення струминних елементів, крім крайнього праворуч, ідуть у перепускні канали, а струмінь, який витікає з крайнього праворуч каналу живлення, прямує до центр. вихідного каналу пристрою. Виникнення тиску повітря в цьому каналі й указує на те, що $A=B$. Якщо ж $a_3 > b_3$ (тобто $a_3=1$, $b_3=0$) або $a_3 < b_3$, то переключенням струменя, який витікає з наступного каналу живлення, на один з похилих приймальних каналів відповідного струминного елемента відмикається живлення системи порівнювання сигналів a_2 та b_2. Потім вимикається й система порівнювання сигналів a_1 та b_1, і на виходах ланцюга струминних елементів у відповідному з крайніх праворуч похилому каналі створюється тиск, і це вказує відповідно на те, що $A > B$ або $A < B$.

На струминних елементах і пневматичних камерах будують і розв'язувальні підсилювачі, лінійні й нелінійні перетворювачі, інтегратори та ін. обчислювальні пристрої неперервної дії.

Виготовлення приладів П. способом друкованих схем грунтується на тому, що на пластинці з пластмаси або з іншого матеріалу за допомогою штампу одержують заглиблення, які утворюють осн. елементи й комунікації (мал., *г*). Якщо перекрити таку пластинку плоскою кришкою, виходить готовий вузол приладу або цілий прилад. Прилади П. виготовляють і способом фотохім. травлення, при якому на пластинах із світлочутливого матеріалу з негатива роблять відбитки і під час проявляння протравлюють їх на задану глибину. Використовують і прецизійне литво та інші технологічні способи. Всі перелічені способи побудови елементів дають можливість підвищити надійність приладів і розроблюваних на їхній основі систем та спростити експлуатацію їх. Для елементів П. характерні малі затрати потужності, бо вони можуть працювати при дуже малих надлишкових тисках живлення (порядку 100—200 *мм вод. ст.*). Хоч швидкість виконування операцій в елементах П. (робоча частота порядку *кгц*) і значно менша, ніж в електронних елементах, але вона на кілька порядків більша за ту, яку раніше вважали гранично досяжною для пристроїв пневмоавтоматики. Вартість виготовлення приладів П. набагато менша, ніж приладів інших типів. Прилади П., як і інші пристрої пневмоавтоматики, вогне- і вибухобезпечні; якщо їх виготовити з відповідних матеріалів, вони можуть працювати і при дуже високих температурах навколишнього середовища, при радіаційних діяннях та в ін. спец. умовах експлуатації, коли прилади інших типів виявляються непрацездатними.

Окрім раніше відомої широкої сфери застосування пневмоавтоматики, П. використовують і там, де раніше вважалося можливим застосовувати лише електроніку,— напр., при побудові цифрових керуючих та інформаційних пристроїв. Елементи і прилади П. застосовують у машинобудуванні, енергетиці, авіац. і ракетній техніці, при створюванні нових типів мед. апаратів, при вимірюваннях різних фіз. величин та в моделюючих установках. Прикладом систем автомат. керування, що їх будують на елементах П., є система керування конвейєром (мал., *й*). Деталь рухається зі стрічкою конвейєра 1. На входи 5 групи зсуваючих *регістрів* 3 подаються сигнали «0» і «1», що становлять укупі двійкове число, яким шифрується програма обробки деталі. За кожною з тактових команд, зв'язаних з рухом стрічки конвейєра, це двійкове число зміщується, переходячи з одного вертикального ряду комірок групи зсуваючих регістрів у сусідній ряд. У разі збігу двійкового числа, яким зашифровано програму, з заданим для відповідної позиції конвейєра двійковим числом, пристрій порівнювання 4 видає команду переставити виконавчі органи 2. Програму можна коректувати в зв'язку з надходженням по каналах 6 сигналів від давачів вимірювальних пристроїв. Окрім самостійного застосування, струминні елементи П. застосовують і в комбінованих пневматичних системах (використовують разом з мембранними елементами *універсальної системи елементів промислової пневмоавтоматики*). Розробки пристроїв П. провадяться як в СРСР, так і за рубежем.

Літ.: Новое в пневмонике. М., 1969; Залманзон Л. А. Теория элементов пневмоники. М., 1969 [бібліогр. с. 485—502]; Залманзон Л. А. Пневмоника и модели. М., 1970; Пневматическая струйная техника. Пер. с польс. М., 1969.

Л. А. Залманзон.

ПОВЕДІНКА АВТОМАТІВ. В *автоматів теорії* використовують різні поняття, що уточнюють інтуїтивне уявлення про поведінку та обчислювальні можливості автоматів. У цих поняттях, поряд з правилами функціонування *автомата*, відображено й деякі специфічні правила інтерпретації, що залежать від того, яким чином використовуватимуть автомат як обчисл. засіб.

Правила функціонування автомата $\mathfrak{M}$ визначають його роботу в дискретні моменти часу $t = 1, 2, 3, \ldots$; нехай $x(t)$, $q(t)$, $y(t)$ — відповідно вхідний символ, внутр. стан і вихідний символ у момент t. Саме через це автомат можна розглядати як динамічну систему, в якій поточна точка траєкторії має координати $[x(t), q(t), y(t)]$ (тут і нижче розглянуто заг. випадок; у більш часткових випадках — автомата без виходу, без входу тощо — фігурує лише частина цих координат). Якщо $\mathfrak{M}$ — *автомат детермінований* або *автомат недетермінований*, то координати поточної точки мають задовольняти рекурентні співвідношення.

$$q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)],\ y(t) = \Phi[q(t), x(t)], \quad (1)$$

де Ψ — ф-ція переходів, Φ — ф-ція виходів (для недетермінованого автомата ці ф-ції не однозначні). А якщо автомат є ймовірнісним, то на множині всіх траєкторій визначено ймовірнісну міру, що її індукують матриці перехідних і вихідних імовірностей. У динаміч. системах зазначеного типу втілено всю інформацію про П. а., яка міститься в правилах його функціонування. Дальші уточнення концепції П. а. залежать уже від застосовуваних правил інтерпретації, серед яких можна умовно виділити правила кодування й правила настроювання.

Правила кодування інтерпретують траєкторію (скінченну чи нескінченну)

$$[x(1), q(1), y(1)],\ [x(2), q(2), y(2)], \ldots, \ldots, [x(t), q(t), y(t)], \quad (2)$$

як обчисл. процес одного з трьох типів (нижче x, y можуть бути скінченними й нескінченними словами): перетворювальний процес, у якому відбувається перетворення якогось слова x на слово $y = Tx$; розпізнавальний процес, що в ньому для якогось слова x з'ясовують, чи має воно ознаку, яку розпізнає автомат, інакше кажучи, чи приймає автомат слово x; породжувальний процес, що в ньому будується якесь слово x. Відповідно до цього можна так класифікувати концепцію поведінки: реалізація оператора в автоматі — з автоматом асоціюється словарний оператор $y = Tx$; представлення (розпізнавання) множини — з автоматом асоціюється множина M, елементів якої він набуває; породження (перелічування) множини — з автоматом асоціюється множина M, елементи якої він породжує. Друга ознака, за якою відрізняють одну від одної концепції поведінки: чи є аргумент і значення оператора T (елементи множини M) скінченними чи нескінченними словами. Відповідно говорять про скінченну чи нескінченну поведінку автоматів.

Правила кодування, що їх постульовано для якогось класу K автоматів, ще не дають змоги однозначно зіставляти з кожним автоматом із K оператор, що його реалізує цей автомат (множину, яку він представляє). Такої однозначності досягають здебільшого, застосовуючи додаткові правила (правила настроювання), що фіксують певні початкові або граничні умови й параметри. Напр., деякі стани оголошують початковими, інші — заключними, а якщо автомат є імовірнісним, то фіксують спец. числовий параметр $0 < c < 1$, що його за змістом інтерпретують як прийнятний рівень надійності, тощо. Тому, коли говорять про П. а., здебільшого мають на увазі поведінку об'єкта типу ⟨автомат + настроювання⟩, інакше кажучи, поведінку настроєного автомата. Два настроєні автомати вважають еквівалентними, якщо поведінка в них однакова, тобто якщо вони реалізують той самий оператор або представляють ту саму множину.

Поведінка детермінованих автоматів. Розглянемо спочатку деякі варіанти реалізації оператора в детермінованому автоматі $\mathfrak{M} = \langle Q, X, Y, \Psi, \Phi\rangle$ при фіксованому початковому стані $q_0 \in Q$ (в *автоматі ініціальному* $\langle\mathfrak{M}, q_0\rangle$).

а) Реалізація в реальний час (скінченна поведінка). Оператор $T(\mathfrak{M}, q_0)$ визначають так. Нехай x — довільна скінченна послідовність вхідних символів $x = x(1)\ x(2) \ldots x(r)$. Тоді рекурентні співвідношення (1), доповнені початковою умовою $q(1) = q_0$, однозначно визначають процес $[x(1), q(1), y(1)]$, $[x(2), q(2), y(2)]$, ..., $[x(r), q(r), y(r)]$, а тим самим і слово $y = y(1) \ldots y(r)$, яке й вважають за результат застосування оператора T до слова x. Вживання терміна «реалізація в реальний час» виправдане тим, що при такій інтерпретації автомат витрачає на те, щоб одержати результат, саме стільки часу, скільки потрібно, щоб «прочитати» вхідне слово x.

а′) Реалізацію в реальний час (нескінченна поведінка) визначають цілком аналогічно. Оператор $T(\mathfrak{M}, q_0)$ переробляє кожне нескінченне слово $x = x(1)\ x(2) \ldots x(t) \ldots$ на те нескінченне слово $y = y(1)\ y(2) \ldots y(t) \ldots$, яке однозначно визначається рекурентними співвідношеннями (2) й початковою умовою $q(1) = q_0$.

б—б′) Реалізація з розтягуванням s $(s = 1, 2, \ldots)$ — в обох варіантах скінченної та нескінченної поведінки — є узагальненням концепцій а) — а′). У вхідному алфавіті X виділено спец. символ Λ («пустий» символ). Процес переробляння слова $x = x(1)\ x(2) \ldots$ в алфавіті $X - \{\Lambda\}$ полягає ось у чому. Розглядають слова $x' = x(1) \underbrace{\Lambda \ldots \Lambda}_{(s-1)} x(2) \underbrace{\Lambda \ldots}_{(s-1)}$, де за кожною буквою слова x вставлено $s - 1$ символів Λ, і процес переробляння в реальний час (див. а) —а′)) слова x' на якесь слово $y' = y(1)\ y\ (2)\ y(3) \ldots$. Результатом застосування оператора до слова $x = x(1)\ x(2) \ldots x(r)$ вважають слово $y = y(s)\ y(2s) \ldots y(rs)$. При $s = 1$ реалізація з розтягуванням s є реалізацією за реальний час.

в) Реалізація оператора T з необмеженою часовою затримкою означає, що після того, як автомат сприйняв слово x, він продовжує працювати ще стільки часу, скільки потрібно, щоб одержати результат $y = Tx$; про початок і кінець зчитування готового результату автомат сигналізує за допомогою спец. символу V.

В попередніх визначеннях структурні особливості автомата $\mathfrak{M}$ зовсім не бралися до уваги; такий підхід є характерним для *абстрактної теорії автоматів*, де Q, X, Y розглядають лише як певні абстрактні алфавіти, цілком абстрагуючись від природи їхніх елементів. При цьому виявля-

лося, що аргументи й значення оператора T є відповідно словами у вхідному й вихідному алфавіті автомата.

г) **Реалізація оператора T на одностріччковій машині Тьюрінга $\mathfrak{M}$.** З погляду абстрактної теорії автоматів $\mathfrak{M}$ є автоматом без входу й без виходу, який має нескінченну множину станів Q; відповідно скінченні процеси (траєкторії) в машині $\mathfrak{M}$ мають вигляд

$$q(1),\ q(2),\ \ldots,\ q(t),\ \ldots,\ q(\nu). \qquad (3)$$

Нехай $P = \{p_0, p_1, \ldots, p_k\}$ — множина станів головки, а $S = \{s_0, s_1, \ldots, s_m\}$ — алфавіт стрічки. Структурно кожний стан $q \in Q$ є конфігурацією, яка повністю характеризується трьома об'єктами: записом на стрічці, станом головки й розглядуваною коміркою. Настроювання автомата $\mathfrak{M}$ полягає ось у чому: фіксують стани головки p_1 (початковий) і p_0 (зупинний) і, відповідно, початковим (заключним) станом машини $\mathfrak{M}$ вважають усяку конфігурацію, в якій стан головки є p_1 (p_0); крім того, фіксують символ s_0, що його вважають за «пустий» символ.

Говорять, що на стрічці записано якесь слово $z = z(1) \ldots z(r)$ в алфавіті $S - \{s_0\}$, якщо в r комірках, що йдуть одна за одною зліва направо без пропусків, записано це слово, а в решті комірок — символ s_0. Для слова x в алфавіті $S - \{s_0\}$ процес обчислювання слова $y = Tx$ (якщо тільки оператор T визначено для цього значення аргументу) полягає ось у чому. За $q(1)$ беруть таку початкову конфігурацію, в якій на стрічці записано слово x, починаючи з комірки, що її оглядає головка. Процес (3) триває до першої появи заключної конфігурації $q(\nu)$; якщо при цьому виявиться, що на стрічці записано якесь слово y в алфавіті $S - \{s_0\}$, то за визначенням $y = Tx$.

Кожну концепцію реалізації операторів, природно, можна модифікувати в концепцію представлення множин. Напр., представлення мов чи подій (тобто множин із скінченних слів) можна здійснити таким додатковим настроюванням. Фіксуємо якусь множину букв Z і вважаємо, що автомат приймає слово x, тобто включає його в представлювану множину, якщо Tx закінчується буквою з Z. Поряд з цим широко застосовують і наведені нижче концепції представлення для детермінованого автомата без виходу $\mathfrak{M} = \langle Q, X, \Psi \rangle$.

д) **Представлення мови M у реальний час.** Настроювання: фіксують початковий стан q_0 і множину заключних станів $Q' \subseteq Q$. Для кожного слова $x(1) \ldots \ldots x(r)$ в алфавіті X рекурентне співвідношення $q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)]$, доповнене початковою умовою $q(1) = q_0$, однозначно характеризує стан $q(r+1)$. Слово x вважають прийнятим, якщо $q(r+1) \in Q'$, і відхиленим у противному разі. Множина M, що її представляють за такого настроювання, складається з усіх прийнятих слів.

е) **Представлення в реальний час множини M нескінченних слів.** Настроювання: фіксують початковий стан q_0 й систему Z підмножин множини Q. Кожному нескінченному слову $x = x(1)\,x(2) \ldots$ в алфавіті X відповідає один процес $[x(1),\ q(1)],\ [x(2),\ q(2)],\ \ldots$ $\ldots, [x(t), q(t)]$, де $q(1) = q_0$. Нехай H — множина всіх тих станів, кожний з яких трапляється у цьому процесі незліченну кількість разів; тоді автомат приймає слово x, якщо $H \in Z$, і відхиляє в противному разі.

Поведінка ймовірнісних і недетермінованих автоматів. Для поведінки детермінованих автоматів характерним є те, що кожному слову x відповідає не більше як один процес, у якому його обробляють (перетворення, приймання чи відхилення). Якщо *автомати імовірнісні* чи недетерміновані, то таких процесів може бути багато, до того ж з різними результатами; тому потрібні додаткові правила інтерпретації. Для ймовірнісних автоматів додаткове настроювання полягає у фіксації параметра $0 < c < 1$. Вважають, що $Tx = y$, якщо з імовірністю, більшою як c, у процесі обробки слова x буде вироблено результат y (це визначення коректне для $c \geqslant \frac{1}{2}$, бо інакше могло б існувати кілька y, які задовольняли б цю умову). Це дає змогу перенести на ймовірнісні автомати концепції типу а) — г). Аналогічно адаптують концепції представлення д) —е); са́ме слово x вважають прийнятим, якщо з імовірністю, більшою як c, для відповідного процесу виконано умову $q(r+1) \in Q'$ ($H \in Z$). Для недетермінованих автоматів розглянуто аналоги концепцій д) і е). Слово x вважають прийнятим, якщо хоча б для одного з допустимих процесів його обробки виконано умови

$$q(r+1) \in Q' \ (H \in Z).$$

Параметри, спектри, класи операторів. Щоб досліджувати П. а., зручно спочатку визначити деякі спец. класи операторів і множин (оператори без передбачення, константні, істинністні, обмежено-детерміновані та ін.), а також параметри й спектри поведінки. Кількість станів автомата (можливо, нескінченна) є найважливішим параметром, що характеризує обсяг його пам'яті; з ним пов'язані інші параметри (ступінь розрізнюваності, ступінь досяжності, діаметр автомата тощо). Докладнішої характеристики пам'яті та її доступності в процесі обчислювання досягають за допомогою спектрів, тобто послідовностей числових параметрів. Визначимо, напр., спектр розрізнюваності $E_{\mathfrak{M}}(k)$ детермінованого автомата $\mathfrak{M} = \langle Q, X, Y, \Psi, \Phi \rangle$. Стани q_1, q_2 автомата $\mathfrak{M}$ наз. k-розрізнюваними, якщо існує слово завдовжки k, яке ініціальні автомати $\langle \mathfrak{M}, q_1 \rangle$ і $\langle \mathfrak{M}, q_2 \rangle$ за реальний час перетворюють на різні слова. Спектр $E_{\mathfrak{M}}(k)$ дорівнює макс. числу попарно k-розрізнюваних станів автомата $\mathfrak{M}$ ($k = 1, 2, 3, \ldots$). Аналогічний спектр вводять і для операторів без передбачення.

Дослідження поведінки автоматів зосереджено в таких напрямах.

I. Нехай зафіксовано клас K автоматів і концепцію поведінки Π. Треба якомога точніше окреслити відповідний клас (K, Π) реалізовуваних операторів (представних множин). Здебільшого цього досягають, виявляючи певні внутр. властивості цих операторів (множин) або замкненість класів (K, Π) відносно певних операцій. Характерні результати: 1) оператор, який реалізують в розумінні а') на *автоматі скінченному,* перетворює всяке періодичне слово $x(1)\, x(2) \ldots$ на періодичне слово $y(1)\, y(2) \ldots$; 2) оператори, що реалізуються на *Тьюрінга машинах,* ефективні (рекурсивні); 3) будь-який оператор, що реалізується за реальний час, є оператором без передбачення; 4) клас множин, представних у розумінні д) або е) на скінченних автоматах, замкнений щодо теоретико-множинних операцій суми, перетину, доповнення та щодо ряду операцій, визначуваних у термінах конкатенації (зчленування слів), при цьому для варіанта е) це твердження досить нетривіальне. Зазначимо, що й проблему аналізу автомата також можна віднести до цього напряму. В цьому разі клас K складається з одного автомата, що його поведінку і аналізують.

II. Дослідження обчисл. засобів, придатних для розв'язування задач заданого типу. Задано якийсь клас операторів (множин) і потрібно з'ясувати, автоматами якого типу й при якій концепції їх можна реалізувати (представити). Деякі результати: 1) щоб реалізувати всі ефективні (рекурсивні) оператори, досить застосувати машини Тьюрінга з трьома станами головки чи машину Тьюрінга з деякими жорсткими обмеженнями на допустимі заміни символів на стрічці; 2) щоб реалізувати оператор без передбачення T за реальний час, треба, щоб спектр розрізнюваності автомата був не менший за спектр цього оператора. Зокрема, оператор, що його спектр зростає (за порядком) як функція c^{c^k} $(k = 1, 2, 3 \ldots)$, не можна реалізувати в жодній машині Тьюрінга чи автоматі Неймана з входом і виходом. Проблему с и н т е з у а в т о м а т а також можна віднести до цього напряму.

III. Порівнювання обчисл. сили автоматів різних типів зводиться до порівнювання відповідних класів реалізовуваних операторів (представних множин). Це дає змогу з'ясувати в ряді випадків, які фактори мають істотне значення для розширення обчисл. можливості автоматів, а які — не мають. Деякі результати: 1) в класі скінченних автоматів порівняємо поведінку детермінованих, недетермінованих та ймовірнісних автоматів у розумінні концепцій д) —е). Оскільки детермінований автомат можна розглядати як окремий випадок недетермінованого та ймовірнісного автомата, то, апріорі, відмова від детермінованості може привести до розширення класу представних множин. Виявляється, що й насправді існують множини, представні в імовірнісних автоматах, але не представні в детермінованих автоматах. Але будь-яка множина, представна в недетермінованому автоматі, представна в детермінованому автоматі. Більше того, існує алгоритм (детермінізації), який за недетермінованим автоматом будує еквівалентний йому детермінований автомат; 2) у зв'язку з попереднім пунктом цікаво з'ясувати умови, за яких застосування механізму випадкового вибору все ж не розширює можливостей автомата (порівняно зі спорідненим типом детермінованого автомата). Такі критерії знайдено для скінченних автоматів. Розглянемо ще ймовірнісну машину Тьюрінга $\mathfrak{M}$, що в ній головка функціонує як імовірнісний скінченний автомат. Якщо перехідні ймовірності для головки є ефективними (рекурсивними) дійсними числами, то оператор, який реалізує машина $\mathfrak{M}$, ефективний, а, отже, його можна реалізувати й на звичайній детермінованій машині Тьюрінга; 3) в деяких ситуаціях цікаво розглядати для даного фіксованого автомата $\mathfrak{M}_0$ серію T різних, але за змістом однотипних концепцій поведінки, напр., реалізацію операторів з розтягуванням s при різних s і при різних фіксаціях початкового стану. Нехай для кожного автомата $\mathfrak{M}$ з певного класу K і при фіксованій концепції поведінки для цього класу можна підібрати таку концепцію поведінки з Π, при якій $\mathfrak{M}_0$ еквівалентний $\mathfrak{M}$. У цьому розумінні $\mathfrak{M}_0$ є універсальним автоматом у класі K. Встановлення критеріїв універсальності становить великий теор. інтерес. Уже порівняно давно відомо, що в класі автоматів Тьюрінга існують універсальні автомати. Це вірно для автоматів Неймана та для класу узагальнених *автоматів зростаючих.*

Літ.: Г л у ш к о в В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Т р а х т е н б р о т Б. А., Б а р з д и н ь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [бібліогр. с. 389—395]; Б у х а р а е в Р. Г. Вероятностные автоматы. Казань, 1970; Автоматы. Пер. с англ. М., 1956.

Б. А. Трахтенброт.

ПОВЕДІ́НКА АВТОМА́ТІВ У ВИПАДКО́ВИХ СЕРЕДО́ВИЩАХ. Дослідження поведінки скінченних і стохастичних автоматів у випадкових середовищах як самостійний розділ теоретичної кібернетики набуло широкого розвитку лише на початку 60-х рр. 20 ст., починаючи з праць рад. математика М. Л. Цетліна (1924—66). Він запровадив осн. поняття, сформулював і розв'язав ряд задач для випадку стаціонарних і складених (що складаються із стаціонарних) середовищ в умовах дискретного часу. Як ілюстрацію було запропоновано автомат з лінійною тактикою, що має за певних умов асимптотично оптим. поведінку в стаціонарному середовищі і оптим. ємність пам'яті в складеному. Згодом інші дослідники запропонували конструкції асимптотично оптим. автоматів і вивчали різні властивості їх. У початковий період розвитку цього напряму з'явилися праці, присвячені дослідженню поведінки у

випадкових середовищах автоматів зі змінною структурою і навчанню автоматів. Є праці і для випадку неперервного часу. Значну кількість результатів забезпечив підхід, що використовує апарат теорії відновлення і теорії *напівмарковських випадкових процесів*. Було досліджено автомати з випадковим часом реакції. Застосування нових теоретико-ймовірнісних результатів виявилося плідним і для випадку складених середовищ. У переважній більшості праць розглянуто двовходові автомати. Є результати дослідження оптим. поведінки в стаціонарних випадкових середовищах і автоматів з багатьма входами. Особливо інтенсивно досліджують колективну П. а. у в. с.

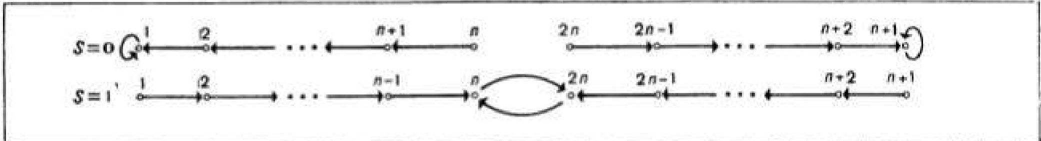
Стохастичний автомат A визначають як систему, що має скінченне число входів $s_0, s_1, s_2, \dots, s_r$ і скінченне число внутр. станів $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$. Число n вважають ємністю (обсягом) пам'яті автомата. Для кожного значення вхідної змінної s задано свою матрицю переходів станів автомата $A(s) = \|a_{ij}(s)\|$. Слід зауважити, що автомат з лінійною тактикою і його узагальнення на випадок K дій — $L_{kn,k}$ має асимптотично оптим. поведінку лише в тих середовищах, де $p_{\min} \leqslant \frac{1}{2}$, тобто є змога одержати невід'ємний середній виграш принаймні за одну якусь дію. Було запропоновано й досліджено ще й стохастичні автомати, що не мають цієї властивості. Крім того, A має вихідну змінну, яка може набувати m значень $f_1, f_2, \dots, f_m$ ($m \leqslant n$), однозначно визначуваних станом. Позначивши $\varphi(t)$, $s(t)$ і $f(t)$ відповідно стан автомата, значення його вхідної та вихідної змінних у момент t ($t = 0, 1, 2, 3, \dots$), можна повністю визначити функціонування стохастичного автомата співвідношеннями: $\varphi(t) = \Phi(\varphi(t-1), s(t))$, $f(t) = F(\varphi(t))$. Вважають, що вхідна змінна s може набувати лише двоє значень: $s = 0$ і $s = 1$, які розглядають відповідно як нештраф і штраф. Під функціонуванням A у випадковому середовищі $C = C(p_1, p_2, \dots, p_m)$ розуміють таке: якщо в момент t автомат перебуває в стані φ_i, якому відповідає дія f_α, то в момент $t + 1$ на вхід автомата надійде штраф ($s = 1$) з імовірністю p_α і нештраф ($s = 0$) з імовірністю $q_\alpha = 1 - p_\alpha$. Середовище наз. стаціонарним, якщо його імовірнісні характеристики $p_1, \dots, p_m$ не змінюються в часі.

Неважко показати, що функціонування стохастичного автомата в стаціонарному випадковому середовищі описується скінченним однорідним *Маркова ланцюгом*. Природно припустити у цього ланцюга наявність граничних імовірностей станів: $r_1, r_2, \dots, r_n$. Для обчислення *математичного сподівання* штрафу автомата A в середовищі C використовують таку ф-лу: $M(A, C) = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot p_{\alpha_i}$, де α_i є таким, що $F(\varphi_i) = f_{\alpha_i}$. Кажуть, що стохастичний автомат має доцільну поведінку у випадковому середовищі, якщо $M(A, C) \leqslant \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_m}{m}$.

Автомат A наз. асимптотично оптимальним у середовищі C, якщо $\lim_{n\to\infty} M(A, C) = \min(p_1, p_2, \dots, p_m)$. Задача оптимізації поведінки автомата A у випадковому середовищі C полягає в такому варіюванні змінних параметрів автомата, за яким мінімізується величина $M(A, C)$. Як приклад доцільного й асимптотично оптимального (при $p_{\min} \leqslant \frac{1}{2}$) автомата розглянемо скінченний автомат $L_{2n,2}$, що його наз. автоматом з лінійною тактикою. Цей автомат має $2n$ станів і може виконувати дві дії, причому

$$F(\varphi_1) = F(\varphi_2) = \dots = F(\varphi_n) = f_1;$$
$$F(\varphi_{n+1}) = F(\varphi_{n+2}) = \dots = F(\varphi_{2n}) = f_2.$$

Графи станів автомата $L_{2n,2}$ наведено на мал. Тут величини $a_{ij}(s)$ означають імовірність переходу автомата із стану φ_i у стан φ_j від діяння вхідного сигналу s. В окремому випадку, якщо в стохастичних матрицях $A(s)$ в кожному рядку є одна одиниця, а решта елементів рядка — нулі, відповідний автомат A наз. детермінованим скінченним автоматом.



Графи станів автомата $L_{2n,2}$.

Як важливу характеристику поведінки автомата можна розглядати функцію штрафів $s(T)$, що визначає середній штраф, виплачуваний автоматом за час T. Розглядаючи поведінку в стаціонарних середовищах автоматів складніших конструкцій, ніж $L_{2n,2}$ часто досліджують швидкість збіжності величини $M(A, C)$ до її мінімуму.

Досліджуючи П. а. у в. с., неперервність у часі можна розглядати по-різному. Назвемо автоматом з випадковим часом реакції такий стохастичний автомат, для якого час перебування в стані φ_i є певною додатною *випадковою величиною* ξ_i з довільною ф-цією

розподілу $p_i(t)$. Функціонування такого автомата у випадковому середовищі описується певним напівмарковським процесом. Можна розглядати автомати, в яких час реакції залежить тільки від вхідного сигналу або від попереднього стану тощо. Використовуючи наявність у напівмарковських процесів стаціонарного розподілу і застосовуючи метод стохастичних рівнянь, можна успішно розв'язувати задачі про середній штраф, виплачуваний за час t, про час перебування автомата в якійсь підмножині його станів та інші. Наявність у таких автоматів нових параметрів $a_i = M\xi_i$ — середніх часів реакції— відкриває нові можливості для розв'язування задач оптимізації.

Окремо розглянемо задачу про поведінку стохастичних автоматів у складених випадкових середовищах за дискретного часу. Складеним наз. середовище $K = K(C_1, C_2, \dots, C_\nu; \Delta)$, що складається з кількох стаціонарних випадкових середовищ $C_1, C_2, \dots, C_\nu$, перемикання яких здійснюється ланцюгом Маркова Δ з ν станами. В найпростішому випадку $K = K(C_1, C_2 : \delta)$, а $\Delta = \begin{pmatrix} 1-\delta & \delta \\ \delta & 1-\delta \end{pmatrix}$, де $\delta < \frac{1}{2}$. Автомат A функціонує в найпростішому складеному середовищі K, якщо кожного дискретного моменту часу він функціонує в середовищі C_1 або C_2 (в тому розумінні, як сказано вище). При цьому, якщо в момент t автомат перебуває в середовищі C_α ($\alpha = 1, 2$), то в момент $t + 1$ він буде з імовірністю $1 - \delta$ функціонувати в тому самому середовищі й з імовірністю δ — в іншому. В цьому разі $M(A, K) = \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(1)} \times \times p_{\alpha_i}^{(1)} + r_i^{(2)} \cdot p_{\alpha_i}^{(2)})$. Тут $r_i^{(1)}$ — граничні імовірності марковського ланцюга, що описує поведінку автомата в стаціонарному середовищі C_1, а $p_{\alpha_i}^{(1)}$ — імовірнісні параметри середовища C_1. Аналогічно $r_i^{(2)}$ і $p_{\alpha_i}^{(2)}$ для середовища C_2. У найпростішому випадку (середовища C_1 і C_2 симетричні) для автомата $L_{2n,2}$ доведено, що величина $M(L_{2n,2}, K)$ досягає свого мінімуму за певного фіксованого значення n, тобто існує якесь оптимальне значення ємності пам'яті автомата з лінійною тактикою в процесі його функціонування у найпростішому складеному випадковому середовищі.

Літ.: Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. М., 1969 [бібліогр. с. 306—316]. *В. Я. Валах.*

ПОВІДОМЛЕННЯ у теорії передавання інформації — будь-яка випадкова величина ξ_k, задана в момент часу τ_n, де $n = 1, 2, \dots$. Див. *Інформації передавання.*

ПОВІДОМЛЕНЬ ТЕОРІЯ — застаріла назва *інформації теорії.*

ПОВНОЇ ІМОВІРНОСТІ ФОРМУЛА — формула $P(A) = \sum_k P(B_k)\, P(A / B_k)$, де P — символ *імовірності* події, $P(A/B_k)$ — умовна ймовірність події A за умови, що відбулася подія B_k. П. і. ф. справджується за припущення, що B_k — несумісні події, причому, якщо відбулася подія A, то обов'язково відбудеться й одна з подій B_k.

П. і. ф. звичайно використовують для обчислення імовірності події, яка може відбутися лише тоді, коли здійсниться одна з несумісних гіпотез. Імовірності гіпотез та імовірності події за кожної з гіпотез вважають відомими. *М. П. Слободенюк.*

ПОВНОТА ФОРМАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ — властивість теорії, яка полягає в тому, що в ній можна вивести всі формули, «вірні» в певному розумінні. Формальну теорію $\mathfrak{T}$ наз. повною відносно непустого класу $\mathfrak{M}$ моделей цієї теорії, якщо будь-яка формула теорії $\mathfrak{T}$, істинна в кожній моделі класу $\mathfrak{M}$, є вивідною в $\mathfrak{T}$. Це позитивна форма повноти. Повноту відносно класу всіх моделей цієї теорії іноді наз. семантичною.

Формальну теорію $\mathfrak{T}$ наз. повною в негативному розумінні, якщо після приєднання до аксіом теорії будь-якої невивідної формули теорія перестає бути несуперечливою (див. *Несуперечливість системи аксіом*). Таку форму повноти наз. негативною. Нехай серед символів теорії є символ заперечення. Нехай $\mathfrak{B}$ — розв'язна підмножина множини правильно побудованих формул теорії $\mathfrak{T}$, така, що якщо якась формула належить $\mathfrak{B}$, то й її заперечення належить $\mathfrak{B}$. Формальну теорію $\mathfrak{T}$ наз. повною відносно $\mathfrak{B}$, якщо $\mathfrak{B}$ міститься в об'єднанні множини всіх вивідних формул теорії $\mathfrak{T}$ і множини всіх формул, заперечення яких є вивідними. Якщо формальна теорія не містить вільних предикатних змінних і як $\mathfrak{B}$ взято множину усіх замкнених формул, то теорію, повну відносно такого $\mathfrak{B}$, наз. просто повною. Несуперечлива і повна в негативному розумінні теорія є й просто повною. Просто повна несуперечлива теорія є повною відносно будь-якого класу її моделей. Будь-яка несуперечлива теорія, основана на *численні предикатів вузькому,* повна відносно класу усіх її моделей. Але вона може виявитися неповною відносно інших класів моделей, просто неповною або неповною в негативному розумінні. Якщо несуперечлива теорія є просто неповною, то вона є неповною відносно якогось класу її моделей (можливо, такого, який складається тільки з однієї моделі). Несуперечлива просто повна теорія, множина нелогічних аксіом якої перелічна, є розв'язною.

Приклади. 1. Класичне *числення висловлювань* — повне відносно об'єднання множини усіх тотожно істинних і множини усіх тотожно хибних формул, повне в негативному розумінні й повне відносно будь-якого класу моделей.

2. Класичне вузьке числення предикатів повне відносно класу всіх його моделей (теорема Геделя про повноту), але є неповним в негативному розумінні і просто неповним.

3. Класична *арифметика формальна*, якщо вважати її несуперечливою, повна відносно класу усіх її моделей (оскільки вона заснована на вузькому численні предикатів), але є неповною відносно «природної моделі» — натурального ряду зі звичайними арифм. операціями й рівністю, просто неповною і, тим більше, неповною в негативному розумінні (див. *Геделя теореми про неповноту*).

Літ.: Успенский В. А. Теорема Гёделя и теория алгоритмов. «Доклады АН СССР», 1953, т. 91, № 4; Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. Пер. с англ. М., 1948; Henkin L. The completeness of the first-order functional calculus. «The Journal of symbolic logic», 1949, v. 14, № 3. *К. П. Вершинін.*

ПОВНОТИ ПРОБЛЕМА в теорії автоматів — проблема знаходження критеріїв повноти для множин автоматів. При дослідженні П. п. для задавання автоматів здебільшого використовують мову *сіток логічних*. Множину автоматів 𝔄 наз. повною для даного класу автоматів 𝔐 і даного набору операцій над автоматами, якщо будь-який автомат з 𝔐 можна одержати з автоматів множин 𝔄 за допомогою зазначених операцій. Якщо кажуть про повну множину, не зазначаючи класу автоматів і операцій, то здебільшого мають на увазі, що множина 𝔄 складається з скінченних автоматів і що будь-який *автомат скінченний* можна одержати з автоматів множини 𝔄 за допомогою операцій суперпозиції і зворотного зв'язку. Систему зазначених автоматів і операцій позначимо через P. Вивчено різні системи автоматів і операцій. Сюди належать *автомати без пам'яті* з операціями суперпозиції, автомати, що реалізують ф-ції *алгебри логіки* з часовим зсувом (ф-ції з затримками), з операціями синхронної суперпозиції, система P тощо. П. п. для автоматів без пам'яті є, по суті, П. п. для ф-цій k-значної логіки, її вивчено порівняно добре. Значно просунулося вперед і вивчення аналогічної П. п. для ф-цій з затримками. Із знайдених критеріїв повноти випливає існування алгоритму, який встановлює для будь-якої скінченної системи автоматів її повноту чи неповноту. Критерії повноти дають здебільшого в термінах передповних класів. Цей підхід з успіхом застосовують в ряді задач про повноту. Принципово його можна використовувати й при розгляді системи P, бо множина автоматів є повною тоді і тільки тоді, коли вона не є підмножиною для жодного передповного класу в P. Але родина передповних класів у P континуальна, що виключає одержання ефективних критеріїв повноти в зазначених термінах.

У зв'язку з пошуками ефективних критеріїв повноти постає задача про відшукання алгоритму, що встановлює повноту чи неповноту будь-якої скінченної системи автоматів. Цю проблему можна узагальнити: для даного автомата A і скінченної множини автоматів 𝔅 треба визначити, чи можна одержати A з автоматів множини 𝔅 за допомогою заданого набору операцій. Отже, приходять до вивчення предиката $P(X, Y)$ — «автомат X реалізується множиною Y». Встановлено що проблема розпізнавання «реалізовності» є алгоритмічно нерозв'язною при будь-якому фіксованому A, тобто одномісний предикат $P(A, Y)$ має нерекурсивну множину істинності. З другого боку, при деяких значеннях 𝔅 параметра Y предикат $P(X, Y)$ має як рекурсивні, так і нерекурсивні множини істинності. У зв'язку з тим, що П. п. для автоматів алгоритмічно нерозв'язна, виникає задача про відшукування класів множин, для яких ця проблема має ефективний розв'язок. Зокрема, існує алгоритм для розпізнавання повноти систем, що складаються лише з *Мура автоматів* і всіх автоматів без пам'яті.

З П. п. пов'язана задача знаходження конкретних повних множин автоматів із заданими властивостями. Встановлено, що для будь-якого натурального n існує повна система автоматів, жодна власна підсистема якої не є повною, і таких систем при заданому n нескінченно багато. Існує і в певному розумінні найпростіший автомат з двома станами, двома вхідними та одним вихідним каналами, який утворює повну систему. П. п. розглядають і для різних узагальнень системи P. Ці узагальнення одержують заміною класу скінченних автоматів і заміною операції, що виконуються над ними. Дальші узагальнення пов'язані з введенням різних відношень еквівалентності на множині автоматів.

Літ.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Летичевский А. А. Условия полноты в классе автоматов Мура. В кн.: Теория автоматов, в. 2. К., 1963; Кратко М. И. О существовании нерекурсивных базисов конечных автоматов. «Алгебра и логика», 1964, т. 3, № 2; Кудрявцев В. Б. О мощностях множеств предполных множеств некоторых функциональных систем, связанных с автоматами. «Проблемы кибернетики», 1965, в. 13.

М. І. Кратко, В. Б. Кудрявцев.

ПОГЛИНАННЯ ЗАКОН — положення, згідно з яким в *алгебрі логіки* формула вигляду (𝔄 & 𝔅) ∨ 𝔅 є еквівалентною формулі 𝔅. У цьому разі кажуть, що ф-ла 𝔅 поглинає ф-лу 𝔄 & 𝔅.

ПОДІБНОСТІ ТЕОРЕМИ — див. *Подібності теорія.*

ПОДІБНОСТІ ТЕОРІЯ — 1) наукова основа моделювання як методу наукового пізнання та дослідження різних об'єктів; 2) наукова база аналогової обчислювальної техніки. Основним у П. т. є поняття аналогії — схожості об'єктів за деякими ознаками. Подібні об'єкти наз. *аналогами*. Об'єкти можуть виявитися аналогами і за якісними, і за кількісними ознаками. Найважливішим видом кількісної аналогії є математична — подібність за кількісними ознаками, що мають матем. вираження у вигляді кількох рівнянь. Матем. аналоги — об'єкти, які можна описа-

ти схожими рівняннями й ф-ціями. Функції та незалежні змінні наз. схожими, якщо в безрозмірній формі вони співпадають. Величини, числове значення яких залежить від прийнятих масштабів, тобто від системи одиниць вимірювання, наз. розмірними, або іменованими, величинами. Перехід від розмірної фіз. величини до безрозмірної здійснюється діленням на її характерне значення в даному процесі.

Два об'єкти подібні, якщо, по-перше, подібні їхні матем. описи у формі рівнянь виду

$$F(z, x_i, a_j, t_s, D_s) = 0; \qquad i = 1, 2, \ldots; \quad j = 1, 2, \ldots; \quad s = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

де $D_s = \dfrac{d}{dt_s}$, і, по-друге, розмірні схожі змінні (z_1 та z_2; x_{1i} та x_{2i}; t_{1s} та t_{2s}) в них зв'язані постійними коеф. пропорційності — константами подібності

$$C_z = \frac{z_1}{z_2}, \quad C_{x_i} = \frac{x_{1i}}{x_{2i}}, \quad C_{t_s} = \frac{t_{1s}}{t_{2s}} = \frac{D_{2s}}{D_{1s}} \tag{2}$$

Незмінну пропорційність (в т. ч. й за граничних умов) іноді підкреслюють позначенням C = idem (idem — незмінно). За умов (2) відповідні схожі рівняння, функції та змінні наз. подібними. Завдяки константам (2) результати, одержані для одного об'єкта, можна трансформувати у відповідні результати для подібного об'єкта. Необхідна умова подібності — сумісність рівнянь (1) та констант. Константи подібності (2) зв'язані між собою певними рівняннями констант. Для виведення їх схожі рівняння (1) зводять до безрозмірної форми

$$\Phi(z, x_i, a_j, t_s, D_s) \pm 1 = 0 \tag{3}$$

і добутки степенів z, x_i, a_j, t_s, D_s об'єднують у безрозмірні степеневі комплекси вигляду

$$\pi_r = a_j z^{\alpha_r} x_i^{\beta_{ir}} t_s^{\gamma_{sr}} D_s^{\delta_{sr}}, \tag{4}$$

що їх наз. **критеріями подібності**. Внаслідок цього безрозмірні ф-ції Φ стають представними безрозмірними критеріальними ф-ціями $\varphi(\pi_r) = \Phi(z, x_i, a_j, t_s, D_s)$, а безрозмірна форма рівняння (3) — критеріальним рівнянням

$$\varphi(\pi_r) \pm 1 = 0. \tag{5}$$

У випадку подібності схожі критерії дорівнюють один одному

$$\pi_{1r} = \pi_{2r}, \tag{6}$$

це записують символічно у вигляді π_r = idem. Рівняння констант подібності мають вигляд

$$\frac{\pi_{1r}}{\pi_{2r}} = \frac{a_{1j}}{a_{2j}} C_z^{\alpha_r} C_{x_i}^{\beta_{ir}} C_{t_s}^{\delta_{sr} - \gamma_{sr}} = 1. \tag{7}$$

Треба, щоб рівняння системи (7) були сумісні й незалежні. Якщо вони не сумісні — подібність неможлива ні при яких значеннях констант. Залежні рівняння треба з системи (7) виключити. Число незалежних рівнянь дорівнює числу m незалежних критеріїв подібності π_r, що його визначає основна в П. т. π-теорема. Залежність, яка зв'язує $n = k + m$ змінних та постійних розмірних величин, з-поміж яких k величин мають незалежні розмірності, можна перетворити на залежність між $m = n - k$ незалежними безрозмірними степеневими комплексами n величин.

Приклад. Якщо об'єкти можна описати рівняннями

$$D_1 z_1 + a_{11} z_1 - a_{12} x_1 = 0; \quad D_2 z_2 + a_{21} z_2 - a_{22} x_2 = 0,$$

де $D_1 = \dfrac{d}{dt_1}$, $D_2 = \dfrac{d}{dt_2}$, то, звівши їх до безрозмірної форми, напр., вигляду

$$\frac{D_1 z_1}{a_{12} x_1} + \frac{a_{11} z_1}{a_{22} x_1} - 1 = 0; \quad \frac{D_2 z_2}{a_{22} x_2} + \frac{a_{21} z_2}{a_{22} x_2} - 1 = 0,$$

одержимо критеріальні рівняння

$$\pi_{11} + \pi_{12} - 1 = 0, \quad \pi_{21} + \pi_{22} - 1 = 0,$$

при цьому:

$$\pi_{11} = \frac{D_1 z_1}{t_1 a_{12} x_1}, \quad \pi_{12} = \frac{a_{11} z_1}{a_{12} x_1}$$

$$\pi_{21} = \frac{D_2 z_2}{t_2 a_{22} x_2}, \quad \pi_{22} = \frac{a_{21} z_2}{a_{22} x_2}$$

та рівняння констант

$$\frac{\pi_{11}}{\pi_{21}} = \frac{a_{22} C_z}{a_{12} C_x C_t} = 1, \quad \frac{\pi_{12}}{\pi_{22}} = \frac{a_{11} a_{22} C_z}{a_{21} a_{12} C_x} = 1,$$

де

$$C_z = \frac{z_1}{z_2}, \quad C_x = \frac{x_1}{x_2}, \quad C_t = \frac{t_1}{t_2} = \frac{D_2}{D_1}. \tag{8}$$

Одну з констант можна вибрати довільно, дві інші однозначно визначають з рівнянь (8).

Окремими випадками матем. подібності є геометрична (подібність геом. образів) та часова (подібність функції часу, при якій часова константа показує, в якому відношенні перебувають такі параметри функцій, як період, часова затримка тощо), фізична (подібність при наявності фіз. аналогії; при цьому всі константи подібності — безрозмірні величини). У випадку фіз. подібності критерії подібності можна одержати без матем. опису об'єктів, на основі аналізу розмірностей та π-теореми. П. т. є також основою *моделювання фізичного*, яке широко застосовують у буд. механіці, літакобудуванні, при побудові моделей прямої аналогії тощо.

Літ.: Алабужев П. М. [та ін.]. Теории подобия и размерностей. Моделирование. М., 1968 [бібліогр. с. 199—204]; Веников В. А. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электро-

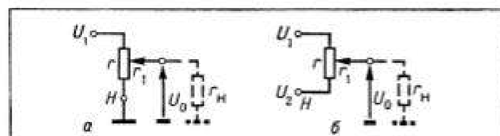
енергетики. М., 1966 [бібліогр. с. 478—482]; Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., 1967. *А. М. Лебедєв.*

ПОДІЇ ЦИКЛІЧНА ГЛИБИНА — одна з характеристик *регулярних подій та виразів.* П. ц. г.— кількість вкладених одна в одну пар ітераційних дужок у регулярному виразі, що задає цю подію; інакше кажучи, П. ц. г. — це кількість послідовних застосувань операції ітерації до певної підподії цієї події. Оскільки одну й ту саму *подію регулярну* можна задавати різними регулярними виразами, то, щоб характеризувати П. ц. г. одним числом, у кожному такому регулярному виразі вибирають макс. кількість вкладених одна в одну пар ітераційних дужок і з усіх знайдених чисел вибирають мінімальне. Це число й беруть за П. ц. г. Доведено, що для будь-якого натурального n існує така регулярна подія, що її циклічна глибина дорівнює n.

Літ.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [бібліогр. с. 389—395]. *М. І. Кратко.*

ПОДІЛ у теорії ігор — вектор виграшів гравців у *грі кооперативній,* який задовольняє деякі первинні умови «раціональності». Напр., частка кожного з гравців у поділі виграшу не може бути меншою за ту суму, яку він може здобути самостійно; сумарна частка виграшу всіх гравців має дорівнювати сумі, яка підлягає поділові. *М. М. Воробйов.*

ПОДІЛЬНИК НАПРУГИ — пристрій, в якому вихідна і вхідна напруги пов'язані між собою коефіцієнтом передачі $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. Пошир. різновидом П. н. є потенціометр, що має регульований резистивний елемент (див. *АОМ електромеханічна*). Як резистивні елементи П. н. застосовують вуглецеві або металеві плівки. В аналоговій обчисл. техніці застосовують багатооборотні (найчастіше 10, 20-оборотні) дротяні потенціометри. Для введення в розв'язувальні блоки постійних коефіцієнтів задачі П. н. можна застосовувати відповідно до двох осн. схем вмикання (мал. *а* і *б*). У схемі (мал. *а*) $U_0 = \alpha U_1$ ($r_н \to \infty$). На мал. *б* $U_0 = \alpha U_1 + (1 - \alpha) U_2$ ($r_н \to \infty$), де r — повний опір подільника, r_1 — вихідний опір, що міститься між рухомим і нижнім контактом, $\alpha = \frac{r_1}{r}$ — коефіцієнт передачі; U_1 і U_2 — вхідні напруги, U_0 — вихідна напруга, $r_н$ — опір навантаження. В АОМ введення цих коефіцієнтів здійснюється здебільшого шляхом безпосереднього вимірювання напруги на виході П. н. при подаванні на вхід відповідної *еталонної напруги* і при підмиканні до його виходу навантаження.



Схеми вмикання подільника напруги.

А. Ф. Верлань, В. А. Земцев.

ПОДІЯ в теорії автоматів — довільна множина слів у певному фіксованому скінченному алфавіті A. В теорії автоматів вивчають П., які можна перелічити автоматами, і П., які можна представити автоматами. П., яку можна перелічити автоматом $\mathfrak{A}$,— це множина слів, які одержують на виході автомата $\mathfrak{A}$, коли на його вхід подають усі можливі вхідні слова; П., яку можна представити автоматом $\mathfrak{A}$,— це множина всіх вхідних слів, що переводять автомат $\mathfrak{A}$ з початкового стану в один з т. з. заключних станів. П., які можна перелічити і представити *автоматами скінченними,*— це *події регулярні.* *М. І. Кратко.*

ПОДІЯ РЕГУЛЯРНА — множина слів певного алфавіту, що її одержують з однобуквених слів за допомогою скінченної кількості застосувань таких операцій до множин слів: теоретико-множинне об'єднання $A \cup B$; добуток $A \cdot B$ та ітерація $\{A\}$, де добуток $A \cdot B$ визначають як множину всіх слів, що мають вигляд $\alpha\beta$ ($\alpha \in A$, $\beta \in B$), а ітерацію множини A — як

$$\{A\} = A \cup A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cdot A \cup \ldots$$

(є й інше визначення ітерації, коли вимагають, щоб до $\{A\}$ належало пусте слово e, тобто вважають

$$\{A\} = e \cup A \cup A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cdot A \cup \ldots).$$

Оскільки справджується теорема, яка твердить, що П. р. і тільки їх можна представити в *автоматах скінченних,* поняття П. р. є одним з основних в *алгебричній теорії автоматів.* Див. також *Регулярні події та вирази.* *М. І. Кратко.*

ПОКАЗНИКОВИЙ РОЗПОДІЛ, експоненціальний розподіл — розподіл імовірностей, що відіграє важливу роль в теорії надійності. Випадкова величина ξ має П. р. з параметром λ, якщо її щільність імовірності дорівнює $\lambda e^{-\lambda x}$ при додатних x і нулеві при від'ємних x. Припустимо, що ξ — час безвідмовної роботи якогось приладу, задовольняє такі припущення: *імовірність* того, що прилад, який почав працювати при $t = 0$, вийде з ладу в інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$, дорівнює $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$, де $o(\Delta t)$ — нескінченно мала величина вищого порядку мализни, ніж Δt; події, пов'язані з виходом приладу з ладу у неперетинних інтервалах часу, є незалежними. Тоді ξ має П. р. з параметром λ. *Математичне сподівання* випадкової величини ξ дорівнює $\frac{1}{\lambda}$. *М. Й. Ядренко.*

ПОЛЕГШЕНЕ РЕЗЕРВУВАННЯ — спосіб резервування елементів, при якому резервні елементи перебувають у частково навантаженому стані й мають меншу інтенсив-

ність відмов, ніж основні елементи. П. р. використовують у радіоелектронній апаратурі. Граничними випадками П. р. є *навантажене резервування* та *ненавантажене резервування*. Досліджуючи системи з П. р., здебільшого припускають, що ймовірність відмови за час dt для осн. елемента дорівнює λdt, а для резервного $\lambda_1 dt$, де $\lambda_1 < \lambda$. Нехай система складається з n осн. та m резервних елементів. Якщо елементи, що відмовили, не відновлюються, то середній час до відмови системи, яка характеризується наявністю $m + 1$ елементів, що відмовили, дорівнює $\frac{1}{\lambda n} + \frac{1}{\lambda n + \lambda_1} + \cdots + \frac{1}{\lambda n + \lambda_1 m}$. Коли ж елементи, що відмовили, відновлюються, причому є r операторів, кожний з яких відновлює один елемент протягом випадкового часу з щільністю $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$, то стаціонарна ймовірність безвідмовної роботи системи дорівнює

$$(\theta_0 + \ldots + \theta_m) / (\theta_0 + \ldots + \theta_{n+m}),$$

де $\theta_j = (\lambda_0 \ldots \lambda_{j-1})/(\mu_1 + \ldots + \mu_j)$, $\lambda_j = n\lambda + (m - j)\lambda_1$ при $j \leqslant m$, $\lambda_j = (n + m - j)\lambda$ при $j > m$, $\mu_j = j\mu$ при $j \leqslant r$, $\mu_j = r\mu$ при $j > r$.

Остання ф-ла для випадку $r \geqslant n + m$ виконується і при довільному розподілі часу відновлення елемента, якщо середній час відновлення дорівнює $1/\mu$. *Математичне сподівання* довжини інтервалу між відмовами такої системи дорівнює $(\theta_0 + \theta_1 + \ldots + \theta_{n+m}) / \lambda_n \theta_m$. При $\frac{\lambda}{\mu} \to 0$ розподіл цього інтервалу при відповідній зміні масштабу часу збігається до експоненціального розподілу.

І. М. Коваленко.

ПО́ЛЬСЬКИЙ ЗА́ПИС — те саме, що й *запис бездужковий*.

ПО́МИЛКА В ПРИЙНЯ́ТТІ ГІПО́ТЕЗ — див. *Статистична перевірка гіпотез*.

ПОМИЛКИ́ В СИСТЕ́МАХ АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ — у загальному випадку це функціонали, що характеризують відхилення показника якості роботи (Φ) системи автоматичного керування (САК) від його заданого чи екстремального значення Φ_0. Показник якості визначається тех.-економ. вимогами до САК і може являти собою або сукупність заданих (потрібних) значень регульованих величин системи, напр., у системах автомат. регулювання (САР), або якусь функцію від цих величин (напр., у *системах екстремального регулювання* або в самонастроюваних системах). За міру відхилення здебільшого беруть різницю $\varphi = \Phi_0 - \Phi$, причому величини, що входять до цього виразу, в заг. випадку векторні. П. в с. а. к. залежать від процесу керування, тобто є ф-цією часу $\varphi = \varphi(t)$. Ця залежність визначає два види помилок: динамічні (при $0 \leqslant t < \infty$) й усталені (при $t \to \infty$). Динамічні П. в с. а. к. можна оцінювати за значеннями, взятими в певні моменти часу (напр., максимум помилки в процесі керування), або за інтегральними критеріями (напр., середньоквадратична похибка $\varphi_{сер} = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi^2(t)\,dt$, де T — період спостереження).

П. в с. а. к. залежать насамперед від структури систем та від збурень, які діють на об'єкт керування, від обмеженості керуючого діяння за величиною та потужністю, похибок у вимірювальних колах тощо. У зв'язку з цим у лінійних САК виявляють вимушену складову помилки, зумовлену впливом збурення на об'єкт керування або завданням, й вільну складову, що залежить від початкового відхилення показника якості роботи САК. Крім того, розглядають П. в с. а. к., що пов'язані з діянням випадкових сигналів на об'єкт керування, та відповідні оцінки цих помилок (напр., *математичне сподівання* та *дисперсія*). В слідкуючих САР вимушена складова помилки залежить від завдання в часі $x_0 = x_0(t)$. При цьому, крім осн. помилки $\varphi = (x_0 - x)$ — різниці задавання та регульованої величини, яку наз. ще й помилкою за положенням, розрізняють і її похідні за часом 1, 2-го і вищих порядків (їх наз. відповідно помилками за швидкістю, за прискоренням тощо). Для лінійних слідкуючих САР, якщо завдання змінюється повільно порівняно зі зміною імпульсної перехідної ф-ції системи, вимушену складову помилки можна зобразити як лінійну ф-цію від завдання та його похідних за часом:

$$\varphi(t) \approx C_0 x_0(t) + C_1 x_0'(t) + \cdots + \frac{C_{m-1}}{(m-1)!} x_0^{(m-1)}(t), \qquad (1)$$

де m — порядок тієї похідної завдання, яка має досить малу величину й зміною якої в часі можна знехтувати, а C_i — коефіцієнти помилок, які визначають як

$$C_i \approx \left[\frac{d^{(i)} W_\varepsilon(p)}{dp^i} \right]_{p=0} \qquad (2)$$

$$i = 0, 1, 2, \ldots, m-1,$$

де $W\varepsilon(p)$ — *передавальна функція* системи за помилкою. Користуючись формулами (1) і (2), можна за передавальною ф-цією систем за помилкою та за видом залежності $x_0(t)$ визначити характер змінювання вимушеної складової помилки. Напр., у випадку завдання $x_0 =$ const і системи з астатизмом 1-го порядку (один нульовий корінь передавальної ф-ції) одержують $C_0 = 0$, $x_0^{(i)} = 0$, $i = 1, 2 \ldots$, тобто вимушена складова помилки дорівнює нулеві.

За допомогою методів *автоматичного керування теорії* структуру САК можна вибра-

ти так, щоб мінімізувати П. в с. а. к. за прийнятої оцінки її або щоб мінімізувати якийсь показник, пов'язаний зі зміною помилки в часі (напр., час перехідного процесу). Раціональним вибиранням структури окремі види помилок САК можна звести до нуля, напр., усталені помилки в САК при інтегральному *регулювання законі* або динамічні помилки, пов'язані з діянням збурень на об'єкт керування в деяких випадках інваріантних систем керування. Див. також *Астатизм n-го порядку, Інваріантність систем автоматичного керування.*

Літ.: Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [бібліогр. с. 440—442]; Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. 1. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 382—392]; Современные методы проектирования систем автоматического управления. М., 1967. *Л. М. Бойчук.*

ПОМИЛО́К ТЕО́РІЯ — неправильно іноді використовувана назва теорії *похибок* (див. *Похибок обчислювань теорія*).

ПОНТРЯ́ГІНА ПРИ́НЦИП МА́КСИМУМУ — необхідна умова оптимальності в задачах *оптимального керування теорії.*

Розглянемо задачу оптим. керування з закріпленими кінцями; при цьому початкова й кінцева точки оптим. траєкторії $x(t)$ фіксовані. Заданий об'єкт описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = f(x, u), \qquad (1)$$

де x — n-вимірний вектор фазових координат $x_1, \ldots, x_n$, u — r-вимірний вектор керування $u_1, u_2, \ldots, u_r$, крапка над x означає диференціювання за часом t, $f(x, u)$ — вектор-функція своїх аргументів, неперервно диференційовна по x з компонентами $f_i(x, u)$, $i = 1, \ldots, n$. Потрібно вибрати таку вимірну обмежену ф-цію керування $u(t)$ і такі моменти часу t_0 і t_1, що $u(t) \in U$ для $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, де U — задана множина в r-вимірному просторі. Траєкторія $x(t)$ системи (1), що відповідає початковому положенню x^0 і керуванню $u(t)$, в момент часу t_1 потрапляє в точку x^1 і значення функціоналу $T = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t))\,dt$ — мінімальне. Нехай ф-ція $u^0(t)$ — оптим. керування, що розв'язує поставлену задачу, а $x^0(t)$ — відповідна траєкторія. Тоді П. п. м. стверджує, що існують такі абсолютно неперервні ф-ції $\psi_0(t), \psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)$, що виконуються такі умови:

а) для майже всіх $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$

$$\dot{\psi}_i(t) = -\sum_{j=0}^{n} \frac{\partial f_j(x^0(t), u^0(t))}{\partial x_i}\, \psi_j(t),$$
$$i = 1, \ldots, n$$
$$\psi_0(t) = 0;$$

б) майже для всіх $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$

$$H(\psi(t), x^0(t), u^0(t)) = M(\psi(t), x^0(t)),$$

де

$$H(\psi, x, u) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i f_i(x, u),$$
$$M(\psi, x) = \sup_{u \in U} H(\psi, x, u);$$

в) в кінцевий момент часу t_1 — $\psi_0(t_1) \leqslant 0$

$$M(\psi(t_1), x^0(t_1)) = 0.$$

Більше того, ф-ції $\psi_0(t)$ і $M(\psi(t), x^0(t))$ є постійні, отже, перевірку умов в) можна здійснювати в кожний момент t.

У деяких задачах оптим. керування кінці траєкторії не фіксовані, а мають лише задовольняти співвідношення

$$a_k(x^0(t_0)) = 0, \qquad k = 1, \ldots, p,$$
$$b_k(x^0(t_1)) = 0, \qquad k = 1, \ldots, g.$$

В цьому випадку виконуються усі наведені вище умови, але, крім того, повинні існувати такі постійні λ_k, $k = 1, 2, \ldots, p$ і J_k, $k = 1, \ldots, g$, що виконуються *умови трансверсальності:*

$$\psi_i(t_0) = \sum_{k=1}^{p} \lambda_k \frac{\partial a_k(x^0(t_0))}{\partial x_i} \qquad i = 1, \ldots, n,$$

$$\psi_i(t_1) = \sum_{k=1}^{q} J_k \frac{\partial b_k(x^0(t_1))}{\partial x_i} \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Б. М. Пшеничний.

ПО́ПОВА КРИТЕ́РІЙ — один із *стійкості критеріїв.*

ПОРІ́Г ЧУТЛИ́ВОСТІ — параметр, який характеризує якість лінійної частини характеристик радіоприймача, підсилювача або чутливого елемента системи автомат. керування, їхню здатність приймати, підсилювати або вимірювати слабкі сигнали на фоні завад. Порогову (питому) чутливість цих елементів визначають номінальною потужністю вхідного сигналу, при якій відношення корисного сигналу до шуму (завади) на виході дорівнює одиниці. *А. Г. Шевельов.*

ПОРО́ГОВИЙ ЕЛЕМЕ́НТ — див. *Логіка порогова.*

ПОСЛІДО́ВНИЙ АНА́ЛІЗ — метод статистичних досліджень, заснований на послідовному (покроковому) прийнятті статистичних рішень. Класична постановка таких задач прийняття статистичних рішень, як розрізнювання статистичних гіпотез (див. *Статистична перевірка гіпотез*) і знаходження точкових та інтервальних оцінок невідомих параметрів (див. *Статистичні оцінки*), припускала заздалегідь фіксовану кількість спостережень (фіксований обсяг вибірки). Водночас цілком можливий і послідовний підхід до розв'язування цих задач, при якому кількість спостережень (обсяг вибірки) заздалегідь не фіксується, а визначається в процесі випробування. Вперше послідовний підхід було використано 1929 в задачі приймального статистичного контролю.

На початку 40-х рр. 20 ст. амер. математик А. Вальд побудував теорію П. а. стосовно до питання розрізнювання статистичних гіпотез і сформулював заг. задачу послідовного оцінювання. Осн. ідея послідовного оцінювання невідомого параметра полягає в тому, щоб провадити спостереження доти, поки не стане можливим одержати оцінку із заданим ступенем точності, який не залежить від невідомого значення оцінюваного параметра. Пізніше результати щодо послідовного розрізнювання статистичних гіпотез і послідовного оцінювання набули дальшого розвитку. З'ясувалося, що в багатьох статистичних задачах застосування П. а. дає істотну економію щодо кількості спостережень (іноді до 50% і більше) порівняно з класичними методами.

Послідовний підхід можна проілюструвати на прикладі послідовного критерію відношення правдоподібності для розрізнювання двох простих гіпотез відносно *випадкової величини* з дискретним розподілом. Розглянемо випадкову величину ξ з дискретним *розподілом імовірностей* $p(x, \theta)$. Невідомий параметр θ може приймати два значення — θ_0 і θ_1. Нехай H_0 є гіпотезою про те, що $\theta = \theta_0$, а H_1 — гіпотезою про те, що $\theta = \theta_1$. Позначимо послідовні (незалежні) спостереження випадкової величини ξ через ξ_1, ξ_2, ... Для будь-якого додатного цілого числа m *імовірність* одержання вибірки $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ визначається виразом

$$P_m^{(0)} = p(\xi_1, \theta_0) \cdot p(\xi_2, \theta_0) \ldots p(\xi_m, \theta_0),$$

коли правильною є гіпотеза H_0, і виразом

$$P_m^{(1)} = p(\xi_1, \theta_1) \cdot p(\xi_2, \theta_1) \ldots p(\xi_m, \theta_1),$$

коли правильною є гіпотеза H_1. Відношення правдоподібності, основане на перших m спостереженнях, має вигляд

$$R_m = \frac{P_m^{(1)}}{P_m^{(0)}} = \frac{p(\xi_1, \theta_1) \cdot p(\xi_2, \theta_1) \ldots p(\xi_m, \theta_1)}{p(\xi_1, \theta_0) \cdot p(\xi_2, \theta_0) \ldots p(\xi_m, \theta_0)}.$$

Природно чекати, що відношення правдоподібності R_m набуватиме (в середньому) малих значень ($R_m < 1$), якщо правильною є гіпотеза H_0, і великих значень ($R_m > 1$), якщо правильною є гіпотеза H_1. Послідовний критерій відношення правдоподібності для розрізнювання H_0 і H_1 визначають так. Вибирають дві постійні A й B такі, що $0 < B < 1 < A < \infty$. Провадять послідовну вибірку ($\xi_1, \xi_2, \ldots$). На кожному кроці обчислюють відношення правдоподібності, його значення порівнюють з числами A й B і вибирають одне з трьох рішень: прийняти гіпотезу H_0, прийняти гіпотезу H_1 чи продовжувати спостереження. Напр., на m-му кроці: а) якщо $R_m \leqslant B$, то спостереження припиняють і приймають гіпотезу H_0; б) якщо $R_m \geqslant A$, то спостереження припиняють і приймають гіпотезу H_1; в) якщо $B < R_m < A$, то провадять наступне, $m + 1$-е спостереження. Постійні A й B наз. граничними точками послідовного критерію відношення правдоподібності. На практиці зручніше обчислювати $\log R_m$, ніж R_m, бо $\log R_m$ можна подати у вигляді суми m доданків

$$\log R_m = \sum_{i=1}^{m} \log \frac{p(\xi_i, \theta_1)}{p(\xi_i, \theta_0)}.$$

Позначимо

$$\zeta_i = \log \frac{p(\xi_i, \theta_1)}{p(\xi_i, \theta_0)}, \quad S_m = \sum_{i=1}^{m} \zeta_i.$$

Тепер на кожному кроці обчислюємо S_m. Якщо $S_m \leqslant \log B = b$, то спостереження припиняють і приймають гіпотезу H_0; якщо $S_m \geqslant \log A = a$, то спостереження припиняють і приймають гіпотезу H_1; якщо $b < S_m < a$, то провадять наступне, $m + 1$-е спостереження. Нехай n — кількість спостережень до прийняття однієї з гіпотез (n — випадкова величина). Постає питання про те, за яких умов описана вище процедура закінчується за скінченну кількість кроків з імовірністю 1. Якщо $P(|\zeta_i| > 0) > 0$ при обох гіпотезах H_0 і H_1, то послідовний критерій відношення правдоподібності закінчується з імовірністю 1 за скінченну кількість кроків ($P(n < \infty) = 1$ як при H_0, так і при H_1. При цьому $M(n \mid H_i) < \infty$ ($i = 0, 1$), де $M(\cdot \mid H_i)$ — символ *математичного сподівання*, яке обчислили, припустивши, що правильною є гіпотеза H_i. Величину $M(n \mid H_i)$ наз. середнім обсягом вибірки послідовного критерію відношення правдоподібності за умови, що правильною є гіпотеза H_i ($i = 0, 1$). При послідовному підході до розв'язування задачі, як і при розрізнюванні гіпотез за вибірками фіксованого обсягу, виникають помилки двох видів. Нехай α — імовірність того, що гіпотезу H_0 буде відкинуто, коли вона правильна, а β — імовірність прийняття гіпотези H_0, коли правильною є гіпотеза H_1. Пару (α, β) наз. силою послідовного критерію. Треба за заданими імовірностями помилок α та β визначити граничні точки послідовного критерію відношення правдоподібності $A(\alpha, \beta)$ та $B(\alpha, \beta)$, які забезпечують критерієві силу (α, β). Визначення точних значень $A(\alpha, \beta)$ та $B(\alpha, \beta)$, як правило, пов'язане з великими труднощами. Однак, справджуються нерівності, що зв'язують величини α, β, $A(\alpha, \beta)$ та $B(\alpha, \beta)$ і дають змогу знаходити наближені значення граничних точок: 1) якщо послідовний крите-

рій відношення правдоподібності з граничними точками A та B має силу (α, β), то

$$A \leqslant \frac{1-\beta}{\alpha}, \quad B \geqslant \frac{\beta}{1-\alpha}. \qquad (1)$$

2) якщо при виборі $A = \dfrac{1-\beta}{\alpha}$ $B = \dfrac{\beta}{1-\alpha}$ послідовний критерій відношення правдоподібності має силу (α', β'), то

$$\alpha' \leqslant \frac{\alpha}{1-\beta}, \; \beta' \leqslant \frac{\beta}{1-\alpha}, \; \alpha' + \beta' \leqslant \alpha + \beta. \quad (2)$$

З нерівності (1) видно, що величина $\dfrac{1-\beta}{\alpha}$ є верхньою границею для $A(\alpha, \beta)$, а величина $\dfrac{\beta}{1-\alpha}$ — нижньою границею для $B(\alpha, \beta)$. З (1) можна одержати нерівності $\alpha \leqslant \dfrac{1}{A(\alpha, \beta)}$, $\beta \leqslant B(\alpha, \beta)$, з яких видно, що при заданих граничних точках послідовного критерію відношення правдоподібності A й B ймовірності помилок α та β не перевищують величин $1/A$ та B відповідно. З нерівностей (2) випливає, що у випадку малих α та β (на практиці, як правило, α та β вибирають в діапазоні $0{,}01 \div 0{,}05$), застосовуючи послідовний критерій відношення правдоподібності з граничними точками $\dfrac{1-\beta}{\alpha}$ та $\dfrac{\beta}{1-\alpha}$ замість $A(\alpha, \beta)$ та $B(\alpha, \beta)$ відповідно, одержуємо ймовірності помилок α' та β', дуже близькі до α та β. При цьому справджується принаймні одна з нерівностей $\alpha' \leqslant \alpha$ чи $\beta' \leqslant \beta$. Можна довести, що послідовний критерій відношення правдоподібності кращий від критерію з фіксованим обсягом вибірки в тому розумінні, що середній обсяг вибірки для першого з них менший, ніж фіксований обсяг для другого за умови, що обидва критерії мають ту саму силу (α, β). Більше того, порівняно з будь-якою іншою послідовною процедурою з заданою силою (α, β) послідовний критерій відношення правдоподібності має найменший середній обсяг вибірки.

П. а. як метод статистичних досліджень дуже поширений. Ідеї його значною мірою вплинули на формування нових матем. методів і теорій, таких як теорія статистичних рішень, *керування випадковими процесами теорія, послідовний аналіз варіантів,* істотний вклад у розвиток яких внесли рад. математики А. М. Колмогоров, В. С. Михалевич, А. М. Ширяєв та ін.

Літ.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Ширяев А. Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки. М., 1969 [бібліогр. с. 227—231]; Вальд А. Последовательный анализ. Пер. с англ. М., 1960; Вальд А. Статистические решающие функции. В кн.: Позиционные игры. М., 1967.

Е. С. Штатланд.

ПОСЛІДО́ВНИЙ АНА́ЛІЗ ВАРІА́НТІВ — метод розв'язування задач оптимізації, оснований на послідовній побудові, порівнюванні, аналізі й відборі варіантів. З погляду методології П. а. в. є природним узагальненням ідей послідовного прийняття рішень (див. *Послідовний аналіз*). З другого боку, П. а. в. тісно пов'язаний з *програмуванням динамічним*. *Алгоритм* динамічного програмування можна розглядати як окремий випадок П. а. в., коли в основі правил відбору варіантів лежить *Беллмана принцип оптимальності*. В схемі П. а. в. умову задачі подають як опис множини варіантів і сукупності «контрольних дослідів», з наслідками яких пов'язуються правила відбору варіантів. Процес розв'язування подається у вигляді багатоступінчастої структури, яка нагадує структуру складного досліду. Кожен ступінь пов'язано з перевіркою наявності у підмножин варіантів тих чи інших властивостей (це зводиться до одержування наслідків дослідів) і веде або до безпосереднього скорочення початкової множини варіантів, або підготовляє можливість такого скорочення в майбутньому. Нижче описано схему П. а. в (теоретико-множинною мовою).

Нехай є три множини: $W = \{w\}$ — множина варіантів, $\Pi = \{\pi_\alpha\}$ — множина дослідів, $\mathfrak{M} = \{\alpha\}$ — множина індексів дослідів. У множині $\mathfrak{M}$ виділено підмножину $\mathfrak{M}^*$, названу контрольною. Ще є множина $I = \{\omega\}$, яку наз. множиною наслідків. Для кожного досліду π_α у множині I визначено підмножину $I_\alpha = \{\omega_\alpha^1, \omega_\alpha^2, \ldots\}$, кожен елемент якої наз. наслідком досліду π_α. У множині I виділено підмножину $\Omega \subseteq I$, на якій визначено оператор звуження $S(\omega)$, який ставить у відповідність кожному $\omega \in \Omega$ якусь підмножину $W_\omega = S(\omega)\, W \subseteq W$. Ця відповідність поширюється на підмножини U множини W так: $S(\omega)\, U = U \cap W_\omega = U \setminus V_\omega$, де $V_\omega = W \setminus W_\omega$. На множині дослідів Π визначено оператор реалізації P, який ставить у відповідність кожному $\pi_\alpha \in \Pi$ якийсь елемент із I_α: $P\pi_\alpha = \omega_\alpha^*$, що його наз. реалізацією досліду π_α. Задача полягає в тому, щоб визначити таку макс. підмножину $W^* \subseteq W$, яка є інваріантною відносно будь-якого π_α (де елемент α — з контрольної множини $\mathfrak{M}^*$). $S(P\pi_\alpha)\, W^* = W^*$ для кожного $\alpha \in \mathfrak{M}^*$.

Запровадимо кілька означень. С х е м о ю R р о з в' я з у в а н н я з а д а ч і наз. послідовність ф-цій α_1, $\alpha_2(\omega_1)$, $\alpha_3(\omega_1, \omega_2)$, ... зі значеннями з $\mathfrak{M}$, де $\alpha_{k+1}(\omega_1, \ldots, \omega_k)$ визначено на прямому добутку $I \times I \times \ldots \times I$ (k разів). П р о ц е д у р о ю $Q[R]$, що відповідає схемі розв'язування $R = \{\alpha_1, \alpha_2(\omega_1), \alpha_3(\omega_1, \omega_2) \ldots\}$, наз. послідовність реалізації дослідів π_{α_1} π_{α_2}, ..., π_{α_N}, ..., де $\alpha_{k+1} = \alpha_{k+1}(P\pi_{\alpha_1}, \ldots, P\pi_{\alpha_k})$. Процедура наз. скінченною, якщо для неї існує якесь t, для якого

$P\pi_{\alpha_i} = l$, де l — елемент, що належить до множини наслідків I, з появою якого процедура розв'язування припиняється. Кінцем процедури є π_{α_N}, де $N = \min\{i/P\pi_{\alpha_i} = l\}$. Коли такого i немає, то процедуру наз. нескінченною. Розв'язком задачі, що відповідає схемі R, наз. множину W_R, яка є звуженням множини W відповідно до процедури $Q[R]: W_R = \bigwedge_j S(\omega_{\alpha_j})\ W$, де індекс j перебігає всю множину значень, для яких початкові ω_{α_j}, одержувані внаслідок реалізації процедури $Q[R]$, входять до Ω. Кажуть, що схема R дає повний і точний розв'язок цієї задачі, коли для будь-якого $\alpha \in \mathfrak{M}^*$ $S(P\pi_\alpha)\ W_R = W_R$ і немає іншої, відмінної від W_R, множини, яка б задовольняла цю умову й не входила в W_R. Пояснимо значення наведеної схеми. Розв'язування багатоваріантної задачі є масовою проблемою в тому розумінні, що заздалегідь не відомо, де міститься шукана підмножина W^* в множині W. Відомі лише загальні властивості варіантів усіх W^*, які в сукупності виділяють цю підмножину в W. Але перевірка кожної з цих властивостей і є певний обчисл. процес, що наз. дослідом. Ці досліди відповідають множині $\mathfrak{M}^*$. Наслідки дослідів дають змогу судити про те, де міститься W^* у W (напр., відкидати деякі підмножини, які не мають спільних частин з W^*), і про те, чи доцільно робити подальші досліди, які б уточнювали її місце перебування. Часто буває корисно робити досліди, для яких $\alpha \,\overline{\in}\, \mathfrak{M}^*$, але вони звужують W або підготовляють сприятливі умови, щоб проводити досліди, відповідні контрольній множині $\mathfrak{M}^*$. У більшості застосувань правила відбору варіантів відповідають узагальненому принципові оптимальності. Нехай задано якусь основну множину X. Позначимо множину скінченних послідовностей виду

$$p = (x_1, \ldots x_{k_p});\quad x_i \in X;\quad 1 \leqslant i \leqslant k_p \qquad (1)$$

через $P(X)$. У цій множині виділено якусь підмножину допустимих послідовностей $W(X) \subseteq P(X)$. А в множині $W(X)$ виділено підмножину повних допустимих послідовностей $\overline{W}(X) \leqslant W(X)$. Нехай задано послідовність виду (1). l-м початковим відтинком цієї послідовності буде послідовність виду

$$p_l = (x_1, \ldots, x_l);\quad 1 \leqslant l \leqslant k_p \qquad (2)$$

і q-м кінцевим відтинком — послідовність виду

$$p^{(q)} = (x_q, x_{q+1}, \ldots, x_{k_p});\quad 1 < q \leqslant k_p. \qquad (3)$$

Якщо $q = l + 1$, то відповідні частини p наз. спряженими. Розгляньмо дві допустимі послідовності p_1 і p_2. В p_1 виділено l_1-й початковий відтинок $p_{1 l_1}$ і $(l_1 + 1)$-й кінцевий відтинок $p_1^{(l_1+1)}$; в p_2 — l_2-й початковий відтинок $p_{2 l_2}$ і $(l_2 + 1)$-й кінцевий відтинок $p_2^{(l_2+1)}$. Якщо функціонал Φ, визначений на множині $W(X)$, має ту властивість, що з $p_{1 l_1} \in W(X)$, $p_{2 l_2} \in W(X)$; $p_1^{(l_1+1)} \equiv p_2^{(l_2+1)}$; $\Phi(p_{1 l_1}) < \Phi(p_{2 l_2})$ випливає $\Phi(p_1) < \Phi(p_2)$, то його наз. монотонно рекурсивним.

Нехай $\sup\limits_{p \in \overline{W}(X)} \Phi(p) = a$. Послідовність $p^* \in \overline{W}(X)$ наз. максимальною, коли $\Phi(p^*) = a$. Нехай задано допустиму послідовність $p \cdot p$ — родовою множиною буде підмножина $\sigma(p) \subseteq \overline{W}$, яка складається з елементів, у яких p є початковим відтинком. Множиною продовжень $P(p)$ наз. сукупність усіх скінченних відтинків елементів p-родової множини, спряжених з p. Тепер можна сформулювати узагальнений принцип оптимальності. Якщо задано монотонно рекурсивний функціонал Φ і дві допустимі послідовності p_1 і p_2, причому $\Phi(p_1) < \Phi(p_2)$; $P(p_1) \subseteq P(p_2)$, то елементи множини $\sigma(p_1)$ не можуть бути максимальними.

Узагальнений принцип оптимальності лежить в основі побудови оператора звуження в багатьох задачах оптимізації, в яких варіанти допустимих розв'язків будують як послідовність векторів і в яких на початкових відтинках цих послідовностей визначено функціонал, який має властивість монотонної рекурсивності. Як приклад застосування схеми П. а. в. розгляньмо задачу уніфікації виробів. Нехай при виконанні певного проекту потрібно застосувати N видів виробів, причому виріб i-го виду в кількості a_i одиниць ($i = 1, \ldots, N$). Вартість випуску партії виробів i-го виду обсягу x_i виражається ф-цією

$$f_i(x_i) = \begin{cases} c_i + b_i x_i, & \text{коли } x_i > 0; \\ 0 & \text{. коли } x_i = 0; \end{cases}$$

причому c_i, $b_i > 0$, $c_{i_1} \leqslant c_{i_2}$, $b_{i_1} \leqslant b_{i_2}$ при $i_1 < i_2$. Відомо, що вироби k-го виду можна застосовувати замість виробів видів $\{m_i^{(k)}\}$ з підмножини M_k, причому для будь-якого $l \leqslant k$ і з того, що $l \in M_k$, випливає, що $M_l \subseteq M_k$. Треба визначити, які вироби й у якій кількості слід випускати, щоб забезпечити виконання проекту, за критерієм мінімуму заг. витрат на випуск виробів.

Назвемо частковим варіантом довжини k послідовність $\sigma_1, \ldots, \sigma_k$, де σ_i набуває значення 0 або 1, $\sigma_i = 0$ відповідає тому, що виробів i-го типу не випускають, $\sigma_i = 1$ — тому, що вироби i-го типу випускають. Для довільної множини M запровадимо позначення:

$$\sigma M = \begin{cases} M, & \text{якщо } \sigma = 1; \\ \varnothing, & \text{якщо } \sigma = 0. \end{cases}$$

Назвемо частковий варіант завершеним, коли $\bigcup\limits_{i=1}^{k} \sigma_i M_i$ містить усі індекси від 1 до k. Пов-

ний варіант — це завершений варіант довжини N. При розв'язуванні описаної задачі оператор звуження будують на основі наслідків порівнювання оцінок двох завершених частинних варіантів довжини k. Під оцінкою варіанта $\sum_k^{(k)} = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_k\}$ розуміють величину

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} \sigma_i c_i + \sum_{i=1}^{k} a_i b_{k_i},$$

де

$$k_i = \{ l / i \in M_l; \ \min_{i \leqslant n} l, \ \sigma_l = 1 \}.$$

Коли $S_k^{(1)}$ і $S_k^{(2)}$ — оцінки двох завершених варіантів $\Sigma_1^{(k)}$ і $\Sigma_2^{(k)}$ довжини k й $S_1^{(k)} < S_2^{(k)}$, то множину повних варіантів, яка є продовженням $\Sigma_2^{(k)}$, відкидають. Наведене правило відбору варіантів, якщо його застосовують систематично, дає точний і повний розв'язок задачі. На основі застосування цього правила можна побудувати ефективний алгоритм розв'язування задачі уніфікації.

Схему П. а. в. з успіхом застосовують для розв'язування багатьох задач оптимізації планування й проектування. Особливо корисним метод П. а. в. виявляється при побудові алгоритмів розв'язування дискретних, комбінаторних задач: задач аналізу *транспортних мереж* і розміщування підприємств, проектування протяжних об'єктів (трубопроводів і шляхів), задач діагностики несправностей, задач теорії розкладів тощо. *Гілок і границь метод*, широко застосовуваний для розв'язування дискретних задач, можна розглядати як різновид П. а. в. зі специфічними правилами розвитку й відбору варіантів. П. а. в. розроблено 1960 в Обчисл. центрі АН УРСР (тепер Ін-т кібернетики АН УРСР).

Літ.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2. *В. С. Михалевич, Н. З. Шор.*

ПОСЛІДО́ВНИХ НАБЛИ́ЖЕНЬ МЕ́ТОД — один з ітеративних методів розв'язування математичних задач. Див. *Операторних рівнянь способи розв'язування, Наближених методів загальна теорія.*

ПО́СТА КОМБІНАТО́РНА ПРОБЛЕ́МА — масова проблема, що полягає в розпізнаванні властивості поєднанності списків. Сформулював П. к. п. і довів її алгоритм. нерозв'язність амер. математик Е. Пост (1897—1954). Списком наз. будь-який скінченний упорядкований набір скінченних слів у певному алфавіті. Два списки: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ і $B_1, B_2, \ldots, B_n$, що складаються з однакової кількості слів, наз. поєднуваними, якщо знайдеться хоча б одна послідовність індексів $i \ j \ \ldots \ l \ (1 \leqslant i, j, \ldots, l \leqslant n)$, для якої збігаються слова $A_i A_j \ldots A_l$ і $B_i B_j \ldots B_l$, одержані дописуванням одного до одного відповідних слів. П. к. п. є прикладом *нерозв'язної алгоритмічної проблеми*, якщо алфавіт має більше як одну букву, тобто не існує алгоритму, що дає змогу для будь-якої пари списків дізнатися, поєднанні ці списки, чи ні. Виявляється нерозв'язною навіть вужча масова проблема, що полягає в розпізнаванні поєднанності списків, які містять фіксовану кількість слів (напр., якщо їх не менше як 88). Алгоритмічна нерозв'язність багатьох масових проблем в *автоматів теорії*, в *лінгвістиці математичній* та в деяких ін. розділах теор. *кібернетики* було доведено методом зведення П. к. п. до цих масових проблем.

Літ.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [бібліогр. с. 373—374]; Post E. L. A variant of a recursively unsolvable problem. «Bulletin of the American Mathematical Society», 1946, v. 52, № 4. *Г. С. Плесневич.*

ПО́СТА МАШИ́НА — різновид *Тьюрінга машини*, названа так за іменем Е. Поста.

ПО́СТА ЧИ́СЛЕННЯ — клас *числень*, що його запропонував амер. математик Е.-Л. Пост (1897—1954). П. ч. можна розглядати як матем. уточнення інтуїтивного поняття *алгоритму*. У цьому розумінні вони еквівалентні іншим уточненням (див. *Тьюрінга машина, Нормальні алгорифми*).

П. ч. наз. четвірку виду $\mathfrak{N} = \langle A, \mathfrak{A}, P, \pi \rangle$, де A — алфавіт числення, $\mathfrak{A}$ — список слів в алфавіті A, називаних аксіомами, P — алфавіт змінних, причому $A \cap P = \varnothing$, π — список правил виводу, що мають вигляд

$$\frac{\begin{matrix} G_{1,1}p_{1,1}G_{1,2}p_{1,2} \ \ldots \ G_{1,n_1}p_{1,n_1}G_{1,n_1+1} \\ G_{2,1}p_{2,1}G_{2,2}p_{2,2} \ \ldots \ G_{2,n_2}p_{2,n_2}G_{2,n_2+1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ G_{m,1}p_{m,1}G_{m,2}p_{m,2} \ \ldots \ G_{m,n_m}p_{m,n_m}G_{m,n_m+1} \end{matrix}}{G_1p_1G_2p_2 \ \ldots \ G_np_nG_{n+1}}, \qquad (1)$$

де $G_{i,j}$ $(1 \leqslant i \leqslant m, \ 1 \leqslant j \leqslant n_i + 1)$, G_k $(1 \leqslant k \leqslant n + 1)$ — деякі конкретні слова в алфавіті A, а p_{ij} $(1 \leqslant i \leqslant m, \ 1 \leqslant j \leqslant n)$, p_k $(1 \leqslant k \leqslant n)$ — деякі (не обов'язково різні між собою) букви алфавіту P. Слово Q наз. вивідним із слів $Q_1, \ldots, Q_m$ за правилом (1), якщо для кожної змінної p_{ij} і p_k знайдеться таке слово в алфавіті A, що, коли підставити всі ці слова на всі місця входження відповідних змінних у правило (1), то одержимо вираз виду

$$\frac{\begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{matrix}}{Q}.$$

Список слів наз. виводом в численні $\mathfrak{N}$, якщо кожне його слово є або аксіомою, або вивідним з попередніх слів за одним з правил виводу. Слово D наз. вивідним в численні $\mathfrak{N}$, якщо існує вивід, останнім словом якого є слово D. Доведено, що будь-яку рекурсивно-перелічну множину слів в алфавіті A можна одержа-

ти як множину всіх вивідних слів у підходящому П. ч., яке має скінченне число аксіом та правил виводу. Е. Пост довів, що цей самий результат справджується для вужчого класу числень, т. з. нормальних канонічних числень, усі правила виводу яких мають вигляд $\frac{Qp}{pQ_1}$.

Разом з тим, П. ч., у яких правила виводу мають вигляд $\frac{Qp}{Q_1p}$, породжують лише *події регулярні*. П. ч. виявилися дуже зручними, щоб зводити їх до різних алгоритм. проблем дискретної математики й теор. кібернетики. Тим самим було доведено алгоритмічну нерозв'язність багатьох проблем, напр., проблеми тотожності слів у півгрупах, проблеми розпізнавання повноти для скінченних автоматів тощо. Див. *Повноти проблема* в теорії автоматів.

Літ.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [бібліогр. с. 373—374]; Post E. L. Formal reductions of the general combinatorial decision problem «American journal of mathematics», 1943, v. 65, № 2.

М. І. Кратко.

ПОТЕНЦІА́ЛІВ МЕ́ТОД — один із методів розв'язування *транспортної задачі*.

ПОТЕНЦІА́ЛЬНА ЕЛЕМЕ́НТНА СТРУКТУ́РА ЦОМ — елементна структура, що забезпечує виконання логічних операцій над інформаційними потенціальними сигналами. Ці сигнали можуть бути представлені не лише рівнями потенціалу, а й значенням струму, при цьому обов'язковим є зовн. керування спаданням сигналів.

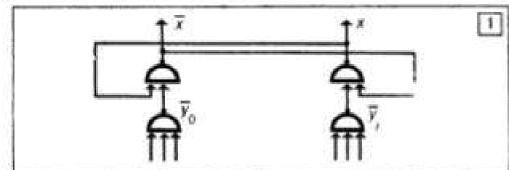
Використання потенціальних сигналів забезпечує просту реалізацію логічних операцій *кон'юнкції* та *диз'юнкції*, бо для елементів відповідних *комбінаційних схем* не потрібна синхронізація передавання інформації, а треба лише, щоб тривалість вхідних сигналів була достатньою для закінчення перехідних процесів і знімання інформації. Операція інверсії при потенціальних сигналах досить просто реалізується на базі активного елемента підсилювача-інвертора чи на базі *тригера*, який, крім виконання своїх осн. ф-цій, відіграє роль і відновлювального елемента відповідних рівнів сигналу. В зв'язку з тенденцією зрівнювання вартості пасивних *логічних елементів ЦОМ* і активних елементів та у зв'язку з вигодами від уніфікації елементів на практиці широко застосовують пристрої, в яких є пасивний елемент, що реалізує операцію диз'юнкції чи кон'юнкції, та активний елемент, що реалізує операцію інверсії. Результатом такого суміщення є потенціальний універсальний логіч. елемент, який реалізує ф-ції типу $\overline{x \vee y}$ або $\overline{x \cdot y}$, кожна з яких задовольняє умову функціональної повноти. Для П. е. с. ЦОМ, у якій використовують універсальний елемент, тригер складають з універсальних елементів. При цьому оператор тригера має вигляд: $x\bar{y}_0 \vee y_1 = \overline{\overline{x \cdot \bar{y}_0} \cdot \bar{y}_1}$, де y_0 і y_1 — вхідні сигнали на двох окремих входах, x — вихід тригера.

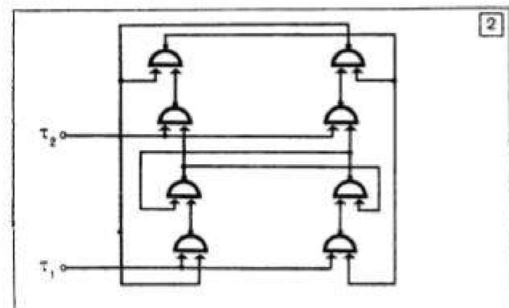
Щоб одержати інвертні значення аргументів y_0 і y_1, крім двох універсальних елементів, для реалізації власне тригера потрібні ще два універсальні елементи, які можуть реалізувати й кон'юнкції вхідних змінних (мал. 1). У наведених позначеннях універсального елемента стрілки, напрямлені до сегмента, відповідають логічним входам збігу, а точка на сегменті означає, що інверсію здійснено. Комплекси елементів потенціальної структури виконують, як правило, функціонально надмірними, щоб забезпечити достатню гнучкість, коли синтезують схеми з цих елементів. Так, крім елементів з одним ступенем комбінаційної логіки, перед інвертором часто використовують елементи з двома такими ступенями (тип $\overline{x_1 \cdot y_1 \vee x_2 \cdot y_2}$), розширюють набір тригерних елементів тощо.

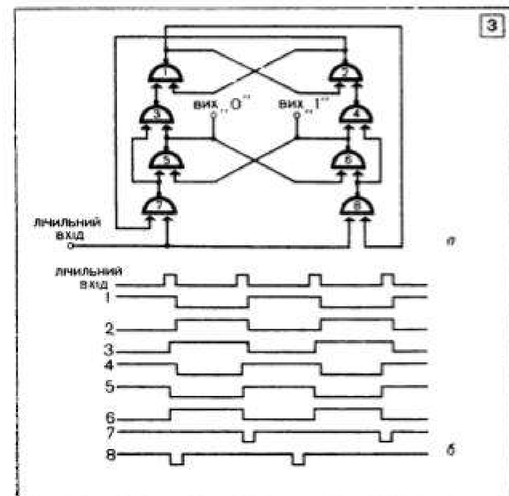
Інформаційні потенціальні сигнали зумовили для даної елементної структури застосування системи прямих гальванічних (потенціальних) зв'язків між елементами, завдяки яким забезпечується неперервність перетворюваних сигналів. За потенціальних зв'язків майже не застосовують спец. *елементів затримки*, що зміщують сигнали в часі. Щоб вхідні сигнали тригерів не залежали від їхнього стану, для П. е. с. у нагромаджувальних схемах використовують здебільшого двотактну систему обміну інформацією (див. *Логічний затримувальний елемент*). Одна з тактівних серій керує зніманням вихідної інформації з тригерів нагромаджувальної схеми (ці тригери наз. основними) і забезпечує передавання інформації (і одночасно логічне перетворення її) в допоміжні тригери, а друга серія сигналів забезпечує передавання з допоміжних тригерів в основні. Часто функціональні перетворення інформації, в той час, коли діє та чи інша серія, ідентичні. Простим прикладом двотактної схеми є реалізація лічильного каскаду з двох тригерів з окремими входами (мал. 2). При цьому обирають сигнали обох тактових серій τ_1 і τ_2 з тривалістю, що відповідає здебільшого часові перемикання одного тригера (включаючи й час проходження сигналу запуску тригера через його комбінаційні логічні схеми). Крім того, сигнали τ_2 і τ_1 потрібно зсунути на півперіод, щоб між ними не було часового перекривання.

Практично в П. е. с. використовують кілька різновидів двотактної синхронізації. Серед них є варіанти з окремим, тобто двопроводовим подаванням двох тактових серій, полярність тактових сигналів обох серій здебільшого однакова. Останнім часом набули поширення варіанти схем П. е. с. з однопроводовим подаванням тактових сигналів, при цьому реалізується й двотактний режим, бо частина перемикань у схемі реалізується при подаванні тактового сигналу, решта перемикань виконується лише після того, як припиниться тактовий сигнал. Як приклад, на мал. 3 наведено схему лічильного каскаду з однопроводовим подаванням тактових сигналів (*а*), яка використовує, як і схема на мал. 2,

два тригери з запуском, і часову послідовність процесів схеми (*б*); універсальні елементи схеми й епюри вихідних сигналів, що відповідають їм, позначено однаковими цифрами. У зв'язку з тим, що неможливий додатковий зсув у часі між двома різними тактами, однопроводовий варіант двотактної синхронізації ставить суворіші вимоги до розподілу часу перемикання елементів. Проте вигоди від однопроводового запуску схеми для її інтегрального виконання часто є домінуючим фактором. На практиці широко застосовують







1. Схема тригера з запуском на окремих входах на універсальних логічних елементах.
2. Двотактна схема лічильного каскаду з двома шинами запуску.
3. Схема лічильного каскаду з однопроводовим подаванням тактових сигналів (*а*) і часова діаграма процесів (*б*).

і схеми П. е. с. з багатотактною синхронізацією. Зокрема, багатотактну синхронізацію доцільно застосовувати в тих випадках, коли робоча частота логіч. вузла істотно нижча за робочу частоту використовуваних елементів. Схеми П. е. с. з однотактною синхронізацією (без застосування додаткових тригерів), де використовують явища короткочасного запам'ятовування інформації, застосовують обмежено, бо, по-перше, важко забезпечувати потрібну надійність, і, по-друге, технологічність виробн. реактивних елементів низька.

Розвиток і застосування варіантів схем П. е. с. пов'язані з переходом на технологію мікроелектронних *інтегральних схем*, яка дає змогу одержувати в єдиному виробничому циклі всі радіодеталі, напівпровідникові прилади, з'єднувальні проводи, що їх використовують для побудови логіч. вузла. Саме П. е. с. забезпечує розвиток інтегр. мікроелектронних схем. Тут просто реалізується схема універсального елемента для побудови осн. логічних вузлів. П. е. с. можна реалізувати без ємностей, індуктивностей, мікромініатюризувати які досить складно. П. е. с. дуже зручна тим, що для реалізації її можна використати для елементів мінім. кількість різних компонентів (можна обмежитися транзисторами й опорами).

На сучасному етапі розвитку *обчислювальної техніки* П. е. с. порівняно з *імпульсною елементною структурою, потенціально-імпульсною елементною структурою*, має вади: для неї витрачається більше апаратури на реалізацію схем з пам'яттю, у неї більша, ніж в інших елементних структур, споживана потужність, є й труднощі у формуванні сигналів за тривалістю. Але ці вади виявляються значно меншою мірою, ніж її переваги. Див. також *Елементна структура ЦОМ*. Е. Г. Комухаев.

ПОТЕНЦІА́ЛЬНИХ ФУ́НКЦІЙ МЕ́ТОД — метод навчання розпізнавати образи, що грунтується на апроксимації вирішувальної функції розвиненням її в ряд за відомою системою функцій (див. *Розпізнавання образів, Навчання розпізнавати образи*). При реалізації П. ф. м. припускають, що *правило вирішувальне* можна подати у вигляді

$$d = \operatorname{sign} \sum_{i=1}^{N} c_i \varphi_i (x) \qquad (1)$$

де x — розпізнаваний сигнал, d — відповідь *розпізнавальної системи* про належність сигналу x до того чи іншого класу, $\varphi_i(x)$ — заздалегідь відомі ф-ції від сигналу, c_i — наперед невідомі коефіцієнти, які треба визначити в процесі навчання. При цьому $N \leqslant \infty$. Якщо число $N = \infty$, то коефіцієнти c_i повинні задовольняти певну умову, а саме: треба, щоб ряд c_i^2/λ_i^2 був збіжний при якихось λ_i^2, які також становлять збіжний ряд. При скінченному N сукупність ф-цій $\varphi_i(x)$ можна розглядати як оператор, що відображує множину сигналів x у N-вимірний простір ознак. Оскільки справджується припущення (1), то в N-вимірному просторі ознак множини, що відповідають різним класам, є лінійно

подільними, тому цей простір наз. спрямляючим простором. Отже, завдання навчання полягає в знаходженні гіперплощини у спрямляючому просторі, що поділяє дві множини, які відповідають різним класам. Процес навчання полягає в послідовному змінюванні вектора $c = \{c_1, c_2, \ldots, c_N\}$ за таким алгоритмом. Нехай після подання сигналів $x^1, x^2, \ldots, x^{t-1}$ у процесі навчання одержано вектор c^{t-1}. Потім подано сигнал x^t, якому у спрямляючому просторі відповідає вектор $\varphi^t = \{\varphi_1(x^t), \varphi_2(x^t), \ldots, \varphi_N(x^t)\}$. Одночасно з поданням цього сигналу зазначається величина d^t — його належність до того чи іншого класу. Внаслідок подання сигналу x^t вектор c^{t-1} замінюється вектором c^t, що його обчислюють за формулою

$$c^t = c^{t-1} + \alpha(c^{t-1}, \varphi^t, d^{*t})\,\varphi^t, \qquad (2)$$

де величина $\alpha(c^{t-1}, \varphi^t, d^{*t}) = d^{*t} - \operatorname{sign}(c^{t-1}, \varphi^t)$. Ф-ла (2) означає, що вектор c змінюється тільки тоді, коли класифікація розпізнавальною системою сигналу x не відповідає справжній належності сигналу до цього класу.

Якщо розмірність спрямляючого простору велика, користуються видозміною алгоритму (2). Для цього вводять ф-цію $K(x, y) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(x)\,\varphi_i(y)$, яку наз. потенціальною ф-цією. Значення ф-ції $K(x, y)$ при деяких x, y наз. потенціалом, збудженим у точці x наявністю сигналу в точці y. Для будь-якого розпізнаваного сигналу обчислюють суму потенціалів, збуджених у цій точці сигналами з якоїсь множини X^+, що відповідає одному класові, й аналогічну суму для множин X^-, до якої входять деякі сигнали іншого класу. Сигнал відносять до того чи іншого класу залежно від того, яка з цих сум більша. Видозмінювання описаного вище алгоритму (2) полягає у формуванні множин X^+ і X^-. Нехай після подання $t - 1$ сигналу було сформовано множини X^+_{t-1} і X^-_{t-1}. Нехай подано черговий сигнал x_t і вказано потрібну відповідь d^*_t. Якщо відповідь розпізнавальної системи, що її обчислюють за формулою

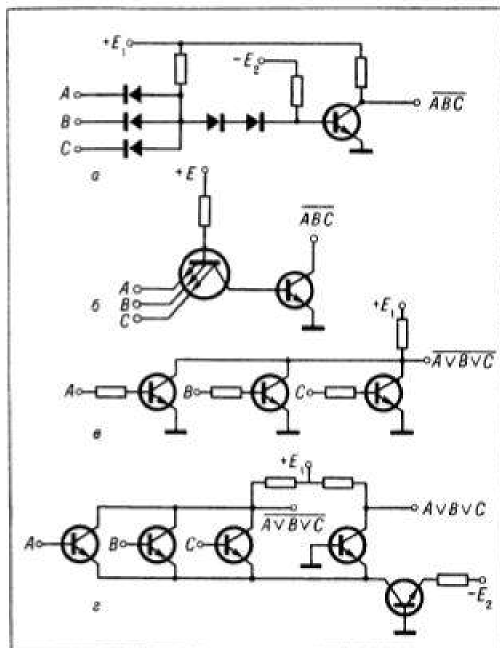
$$d = \operatorname{sign}\Big[\sum_{x \in X^+_{t-1}} K(x^t, x) - \sum_{x \in X^-_{t-1}} K(x^t, x)\Big], \qquad (3)$$

збігається з потрібною відповіддю, то множини X^+ і X^- не змінюються. А якщо ні — то сигнал x^t включається в множину X^+, якщо $d^*_t = +1$, або в множину X^-, якщо $d^*_t = -1$. Обидві описані реалізації П. ф. м. цілком еквівалентні одна одній. У цьому можна пересвідчитися, підставивши у ф-лу (3) наведений вище вираз для $K(x, y)$. П. ф. м. є узагальненням алгоритмів *персептрона*.

Літ.: Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., 1970 [бібліогр. с. 384].

М. І. Шлезінгер.

ПОТЕНЦІАЛЬНІ ЛОГІЧНІ ЕЛЕМЕНТИ — логічні елементи, призначені для перетворювання інформаційних сигналів потенціального виду. Сигнали цього виду характеризуються наявністю логічного керування їхньою тривалістю. П. л. е. мають тільки безпосередні гальванічні зв'язки, що передають і перехідні, й усталені значення сигналів. П. л. е. класифікують за їхнім призначенням і за характерними компонентами їхньої побудови. Крім того, П. л. е. розрізняють за деякими особливостями їхнього функціонування, напр., за режимом роботи транзисторів (схеми з насиченням або без нього), за розташуванням джерела струму, що перемикається, і т. д. Осн. функціональними типами П. л. е. є схеми збігу (схеми І), схеми поділу (схеми АБО) та *інвертори* (схеми НЕ) потенціальних сигналів. Ці схеми виконуються у вигляді окремих елементів і у вигляді типових поєднань. Найпоширенішими поєднаннями є схеми з активним виходом І — НЕ, АБО — НЕ, І — АБО — НЕ, кожна з яких реалізує універсальний *логічний елемент ЦОМ* (див. *Дискретних елементів система*). Класифікаційний перелік П. л. е. за типом компонентів досить різноманітний. Звичайно в інтегральному виконанні найчастіше використовують П. л. е. діодно-транзисторної логіки (схеми ДТЛ), транзисторно-транзисторної



Схеми потенціальних логічних елементів: *а* — діодно-транзисторної логіки; *б* — транзисторно-транзисторної логіки; *в* — резисторно-транзисторної логіки; *г* — транзисторної логіки з емітерними зв'язками.

логіки (схеми ТТЛ), резисторно-транзисторної логіки (схеми РТЛ; цей варіант наз. ще схемами МТЛБЗ — тобто схемами модифікованої транзисторної логіки з безпосередніми зв'язками) і транзисторної логіки з емітерними зв'язками (схеми ТЛЕЗ). На мал. наведено характерні схеми, які виконують логічні функції $\overline{A \cdot B \cdot C}$, $\overline{A \vee B \vee C}$. Найпростіше виготовляти схеми РТЛ, які дають змогу одержати порівняно високу швидкодію (поширення сигналу затримується приблизно на 40 *нсек*) при невеликій споживаній потужності (близько 5 *мвт*). Недоліком схем РТЛ є низькі значення коеф. розгалуження й завадостійкості. Схеми ДТЛ важче виготовити, зате вони дають змогу досягти доброго компромісу між такими параметрами, як затримка поширення сигналу, навантажувальна здатність, завадостійкість і споживана потужність. Схеми ТТЛ являють собою розвиток схем ДТЛ у тому розумінні, що для них вхідне коло *1* виконано у вигляді багатоемітерного транзистора, і цим досягнуто зменшення його паразитної ємності. Схеми ТТЛ — більш швидкодіючі, ніж схеми ДТЛ. Їхні недоліки — менший коефіцієнт розгалуження по входу. Ще більша швидкодія схем ТЛЕЗ, у яких транзистори не входять у насичення, на відміну від розглянутих схем, де через насичення транзисторів виникають затримки. У схемах ТЛЕЗ використовують принцип перемикання струмів при малих змінах вхідних напруг. Недолік ТЛЕЗ — підвищена споживаність потужності й низька завадостійкість.

Характерними вітчизняними комплексами П. л. е. з тих, що їх застосовують найширше, є системи: «Урал-10», «МИР-1» (обидві на основі схем ДТЛ), елементи «БЭСМ-6» (на основі схем ТЛЕЗ), «Тропа» (на основі схем РТЛ) та деякі інші.

Комплекс «Урал-10» (як і «МИР-1») містить осн. універсальний логічний елемент І — НЕ — модулі А, Б і Г (їхній час перемикання становить відповідно 0,25, 0,63 і 6,3 *мксек*) та модулі трьох інших типів. Елементи «БЭСМ-6» за рахунок ефекту перемикання струму забезпечують час перемикання осн. елемента близько 30 *нсек*, причому при навантаженні 6—8 модулів цей час не перебільшує 50 *нсек*. Крім осн. елемента, яким є швидкодіючий підсилювач-перемикач струму з діодною логікою на вході, в цій системі є й окремі діодні логічні схеми, спец. підсилювач для роботи на високочастотний кабель та комірка світлової індикації. Для зменшення довжини зв'язків використовують плати з двобічним монтажем. Комплекс П. л. е. «Тропа» складено з шести *інтегральних схем* типу універсального логічного елемента з можливістю підмикати додатково не більше як шість входів для утворення логічних функцій І чи АБО. Для даних П. л. е. затримка становить величину порядку 40 *нсек*, потужність розсіювання — 11—26 *мвт*, навантажувальна здатність — 2—8. Інтенсивно розвиваються П. л. е. на основі інтегральних схем ТТЛ, які дають змогу значно поліпшити більшість тех. параметрів. Перспективи поліпшення робочих параметрів П. л. е. і зниження вартості реалізації їх багато в чому пов'язуються з підвищенням рівня їхньої інтеграції. Див. також *Потенціальна елементна структура ЦОМ*.

Літ.: Петров В. П. Проектирование цифровых систем контроля и управления. М., 1967; Шигин А. Г. Цифровые вычислительные машины (элементы и узлы). М., 1971 [бібліогр. с. 315—317].

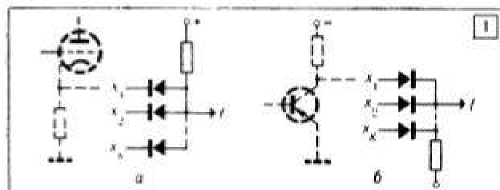
Е. Г. Комухаєв.

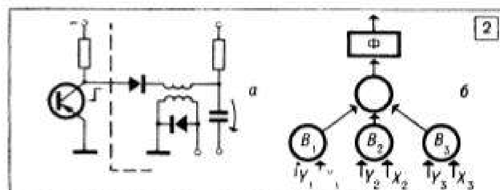
ПОТЕНЦІА́ЛЬНО-ІМПУЛЬСНА ЕЛЕМЕ́НТНА СТРУКТУ́РА — структура, яка містить тригери з імпульсним запуском і потенціальними виходами — прямим та інверсним, потенціальні й імпульсно-потенціальні вентилі, а також потенціальні інвертори та формуючі елементи. Робота структури грунтується на використанні *тригерів статичних*, що перемикаються імпульсними сигналами. На входах тригерів широко застосовуються імпульсно-потенціальні вентилі, керовані тригерами (у т. ч. й тригером, входом якого є даний імпульсно-потенціальний вентиль) або потенціальними інверторами по потенціальному входу. Наявність дозволяючого потенціалу на вентилі зумовлює проходження імпульсу, що надходить на його вхід. При цьому імпульсно-потенціальний вентиль служить для перетворення не лише інформації, а й виду інформаційного сигналу: потенціальний сигнал перетворюється на імпульсний, щоб інформація, виражена ним, запам'ятовувалася потім на тригері.

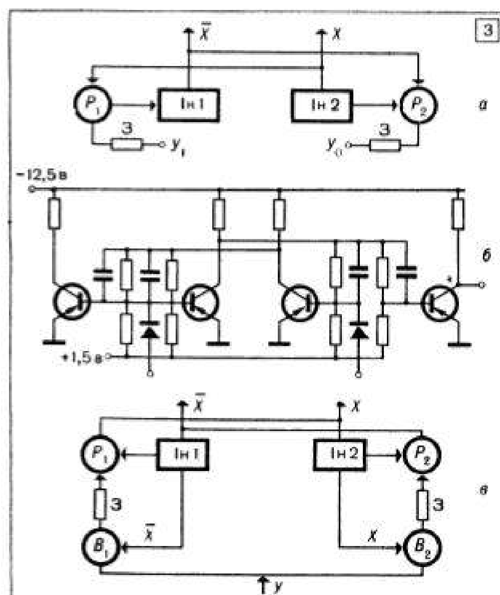
Застосовуючи в П.-і. е. с. різні види сигналів, зручно будувати як комбінаційні, так і нагромаджувальні схеми, причому для цих схем тут не потрібно спеціальної синхронізації, яка необхідна у відповідно чисто імпульсних і чисто потенціальних схемах (див. *Імпульсна елементна структура*, *Потенціальна елементна структура ЦОМ*). Оскільки аргументи функцій передаються з виходів тригерів за допомогою потенціальних сигналів, імпульсні сигнали, як носії інформації, утворюються за допомогою генераторів одиниць звичайно у вигляді двох керуючих серій імпульсів — кодових та зсувних. Приклади діодних потенціальних вентилів збігу й розділення наведено на мал. 1. Функції цих вентилів залежать від вибору відповідності між логічним і фіз. значеннями сигналів, причому, коли відповідність змінюється на зворотну, вентиль збігу стає вентилем розділення, а вентиль розділення — вентилем збігу. Реалізація ф-цій від великого числа аргументів на зазначених вентилях має значні переваги щодо зручності й економії апаратури при синтезі схем. Імпульсно-потенціальні вентилі служать для реалізації кон'юнкції двох аргументів, виражених потенціальним та імпульсним сигналами, і для перетворення потенціального сигналу на імпульсний. Вони є ланками, що зв'язують потенціальні *логічні елементи ЦОМ* і тригери. Вони також передають інформацію з одних тригерів на інші в процесі переробки її. Найчастіше

імпульсно-потенціальний вентиль (мал. 2, *а*) складається з кола діода і трансформатора з ударним збудженням, в якому струм протікає лише в момент надходження імпульсу при дозволяючому значенні потенціалу, що відповідає логічному значенню «1». Вибір дозволяючого значення потенціалу визначається умовою протікання струму вентиля через змінний опір джерела потенціалу. Так, використовуючи в машині напівпровідникові підсилювачі, потенціал можна знімати безпосередньо з колектора. При цьому зручно реалізувати логіч. функції безпосередньо на входах тригерів, а самі функції можуть мати вигляд: $\varphi = X_1Y_1 \vee X_2Y_2 \vee X_3Y_3$, де X_i та Y_i — відповідно потенціальні та імпульсні сигнали (мал. 2, *б*). Деякі з сигналів X_i та Y_i можуть бути константами. При $X_1 = X_2 = X_3 = 1$ даний вентиль виконує ф-цію $\varphi = Y_1 \vee Y_2 \vee Y_3$, тобто є пристроєм розділення імпульсних сигналів. Конструктивно він являє собою трансформатор з кількома первинними й однією вторинною обмотками, на яких здійснюються операції *кон'юнкції* та *диз'юнкції* відповідно.

Інверсія логічних величин, представлених в розглядуваній П.-і. е. с. імпульсними сигналами, безпосередньо не реалізується, бо немає потрібного для цього пристрою, який реагував би на одночасне надходження двох імпульсних сигналів; інверсія логічних змінних, представлених потенціальними сигналами, виконується безпосередньо за допомогою інвертора або посередньо — за допомогою тригерів. Тригер у П.-і. е. с. має два вихідні сигнали — прямий X та інверсний $\overline{X}$ (мал. 3, *а*), кожний з яких знімається з відповідного вихідного елемента тригера залежно від вибору кодування «1» і «0». Функціонування тригера в П.-і. е. с. можна описати такими логічними виразами: для тригера з роздільними входами $X = \overline{\overline{X} \vee \underset{\to\delta u}{Y_1} \vee \underset{\to\delta u}{Y_0}}$; для тригера з лічильним входом $X = \overline{\overline{X} \vee \underset{\to\delta u}{\overline{X}Y} \vee \underset{\to\delta u}{XY}}$. Тут X — прямий вихідний сигнал тригера, Y_1 та Y_0 — вхідні імпульсні сигнали, які надходять відповідно на одиничний та нульовий входи тригера з роздільними входами; Y — імпульсний сигнал, який надходить на лічильний вхід тригера з лічильним входом; $\to \delta u$ — затримка на одиницю дискретного часу. Іноді, щоб збільшити потужність вихідних сигналів і запобігти реакції навантаження (яка може призвести до помилкових перемикань), на виходах тригера встановлюють катодні чи емітерні повторювачі або підсилювачі (мал. 3, *б*). На входах тригера встановлюють вентилі, що виконують певні логічні функції і перетворюють потенціальні вхідні сигнали на імпульсні, від яких спрацьовує тригер. Знімання інформації з вихідного елемента тригера і введення нової інформації на його вхідний елемент у даній П.-і. е. с. виконується однотактним способом. Умову обміну інформацією в тригері можна виразити так: сигнал, що знімає інформацію з тригера, й сигнал, що перемикає тригер, не повинні перетинатися за часом. Оскільки звичайно обидва ці сигнали утворюються одночасно, то сигнал, який перемикає тригер, затримують на час діяння сигналу знімання. Ця затримка, як правило, здійснюється радіотех. засобами (З на мал. 3, *в*). Недодержання цієї умови призводить до помилок. Введення затримки на вході тригера дає змогу, зокрема, організувати економічнішу, ніж в інших елементних структурах,







1. Потенціальні схеми: *а* — збігу; *б* — розділення.
2. Потенціально-імпульсні вентилі: *а* — принципова схема з вхідним потенціальним сигналом від підсилювача на транзисторі; *б* — блок-схема групи вентилів з вихідним формувачем Ф.
3. Схеми тригера: *а* — блок-схема; *б* — принципова схема на напівпровідникових елементах з вихідним підсилювачем; *в* — блок-схема тригера в лічильному режимі.

схему тригера з лічильним входом. Для надійної роботи тригера величина затримки має забезпечити тимчасове зміщення сигналу, що дорівнює тривалості робочого імпульсу. Макс. частота перемикання тригера з лічильним входом при цьому визначається відповідним вибором мінім. часу між закінченням перемикального сигналу на вході тригера (тобто на вході його затримки) і початком сигналу, що знімає нову інформацію з тригера й надходить на вхід вентиля, керованого тригером. Цей час наз. **роздільною здатністю тригера.** Щоб запобігти зменшенню її, затримка на вході тригера не повинна зміщувати вхідний сигнал більше ніж на величину тривалості сигналу. Для керування тригерами передбачаються дві зміщені синхронізовані серії імпульсних сигналів. Тривалість цих сигналів вибирають залежно від часу перемикання тригера, щоб досягти необхідної надійності його, причому стараються, щоб ця тривалість була мінімальна. Це сприяє зменшенню потрібної тривалості затримок на входах тригерів, завдяки цьому поліпшуються швидкісні й конструктивні характеристики П.-і. е. с. Період проходження керованих сигналів та зсув між їхніми серіями в часі залежить від повного часу перемикання тригера, його вибирають у такий спосіб, щоб на імпульсно-потенціальних вентилях на момент надходження імпульсу встигав установитися дозволяючий потенціал.

До безперечних позитивних якостей П.-і. е. с. слід віднести те, що при побудові з них обчислювальних пристроїв витрачають невелику кількість апаратури. За витратою потужності П.-і. е. с. поступаються перед імпульсною структурою, але переважають потенціальні. Недоліком П.-і. е. с. слід вважати чутливість до імпульсних перешкод, а також наявність в її складі реактивних елементів, що утруднює мікромініатюризацію та виконання елементів в інтегральному варіанті. Див. також *Елементна структура ЦОМ*.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]. *Г. І. Корнієнко.*

ПОТЕНЦІА́ЛЬНО-НУЛЬОВА́ ТО́ЧКА — вузол електронного кола, потенціалом якого можна нехтувати порівняно з потенціалами інших вузлів при досить усталених режимах роботи кола. Одержання П.-н. т.— важлива задача при побудові електронної моделі. Розв'язують її, як правило, використовуючи електронні слідкуючі системи. Типовим прикладом П.-н. т. є підсумовувальна точка *підсилювача операційного.* Одержання П.-н. т. використовують при синтезі *квазіаналогових моделей.* Див. також *Потенціально-нульових точок метод.* *В. Ф. Євдокимов.*

ПОТЕНЦІА́ЛЬНО-НУЛЬОВИ́Х ТО́ЧОК МЕ́ТОД — один із способів синтезу електронних *квазіаналогових моделей* різних об'єктів. Суть методу полягає в тому, що в електронному колі — квазіаналогові розв'язуваної задачі чи модельованого об'єкта — визначають ряд вузлів, перетворення потенціалів яких на нуль приводить до того, що потенціали решти вузлів стають пропорційними шуканим невідомим величинам. Здебільшого як рівняння квазіаналога в цьому разі використовують рівняння методу вузлових напруг. У схему квазіаналогової моделі вводять регульовані джерела напруги або струму так, щоб вони могли змінювати потенціали вибраних вузлів. Під час розв'язування задачі на квазіаналоговій моделі величини напруг або струмів цих джерел змінюють (вручну чи автоматично, за допомогою електронних слідкуючих систем) так, щоб забезпечити перетворення на нуль усіх потенціалів вибраних вузлів.

Розрізняють паралельний (одночасний) і послідовний (по черзі) варіанти П.-н. т. м. За паралельного методу *потенціально-нульові точки* одержують, використовуючи електронні слідкуючі системи по одній на кожну точку. Послідовний варіант П.-н. т. м. дає змогу зменшити кількість слідкуючих систем. Використання його приводить до *динамічного моделювання методу.* Спосіб змінювання величин напруг чи струмів регульованих джерел (зрівноваження електронного кола) має забезпечити збіжність цього процесу (див. *Стійкість моделі*). Узагальненням П.-н. т. м. є метод еквіпотенціальних точок, особливістю якого є те, що для забезпечення еквівалентності моделі та об'єкта щодо одержуваних результатів треба, щоб потенціали дорівнювали один одному в ряді вибраних пар вузлів.

Найхарактернішим прикладом застосування П.-н. т. м. є побудова схеми *підсилювача операційного.* Напруга, що діє у вхідному колі такого підсилювача, практично близька до нуля, і це забезпечує виконання матем. операцій над вхідними напругами без істотних похибок. Підсилювач постійного струму з великим від'ємним коеф. підсилення виконує тут ф-ції електронної слідкуючої системи. Іншим прикладом застосування П.-н. т. м. може бути створення зрівноважуваних квазіаналогових моделей систем лінійних алгебр. рівнянь і алгебр. об'єктів, т. з. «альфа», «ро», «сигма» та ін. аналогів. При синтезі схем квазінегативних опорів і дельта-аналогових моделей алгебр. об'єктів застосовують метод еквіпотенціальних точок.

Літ.: Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]. *В. В. Васильєв.*

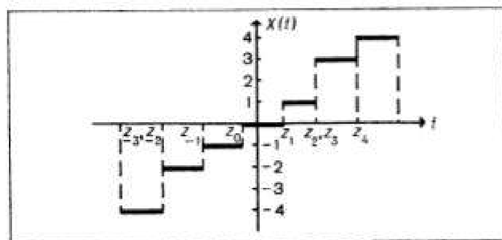
ПОТІ́К БЕЗ ПІСЛЯДІ́Ї — *потік випадковий,* який має ту властивість, що числа подій в неперетинних інтервалах часу — незалежні випадкові величини. Нехай $X(t)$ — число подій П. без п. в інтервалі $[0, t]$, $Y(t)$ — число різних моментів подій П. без п. у тому ж самому інтервалі; $t_1, \ldots, t_{Y(t)}$ — ці моменти. Тоді $X(t) = \nu(t_1) + \ldots + \nu(t_{Y(t)})$, де $\nu(t)$ — незалежні при різних t *випадкові величини,* сукупність яких не залежить від траєкторії процесу $Y(t)$. Якщо $MY(t) < \infty$.

то $Y(t) = Y_1(t) + Y_2(t)$, де $Y_1(t)$ і $Y_2(t)$ — незалежні *випадкові процеси*, причому $Y_1(t)$ — число подій деякого *Пуассона потоку* в інтервалі $(0, t)$, $Y_2(t)$ — число подій в інтервалі $(0, t)$ деякого ординарного сингулярного потоку. Ці події незалежні в сукупності і можуть відбуватися лише в моменти розриву ф-ції $\mathrm{M}\,Y(t)$. П. без п. однозначно у ймовірнісному розумінні характеризується ф-цією $M(t) = \mathrm{M}\,Y(t)$, умовною ймовірністю $P_k(t)$, що k подій потоку в момент t відбудеться за умови, коли хоч одна така подія сталася, та ймовірностями $q(\tau_i)$ настання хоча б одної події в моменти τ_i розриву ф-ції $M(t)$. Див. також *Властивість відсутності післядії*.

І. М. Коваленко.

ПОТІ́К ВИПАДКО́ВИЙ — залежна від випадку множина точок на прямій або в просторі R довільної природи. Поняття П. в. виникло в математиці як відображення різних фіз. явищ (потоку викликів у телефонії, потоку транспортних одиниць, потоку клієнтів на підприємствах масового обслуговування, скупчення зірок тощо). Теорію П. в. найбільш розроблено для випадку, коли R — числова пряма $\{-\infty < t < \infty\}$ або напівпряма $\{t \geqslant 0\}$.

Якщо точки числової прямої або напівпрямої інтерпретувати як моменти часу, то точки, що належать до П. в., можна розглядати як моменти часу, в які відбуваються події П. в. Тому П. в. на прямій наз. ще й потоками однорідних подій. Потік однорідних подій задають випадковим процесом $X(t)$, де $X(t)$ — число подій потоку в півінтервалі $[0, t)$ при $t \geqslant 0$; $-X(t)$ — число подій потоку в півінтервалі $[t, 0)$ при $t < 0$. Потік однорідних подій можна задавати сукупністю скінченновимірних розподілів $P_n(t_1, \ldots, t_n; k_1, \ldots, k_n) = P\{X(t_1) = k_1, \ldots, X(t_n) = k_n\}$, де n — будь-яке натуральне число, $t_1, \ldots, t_n$ — будь-які моменти часу, $k_1, \ldots, k_n$ — будь-які цілі числа ($k_i \geqslant 0$ при $t_i \geqslant 0$, $k_i \leqslant 0$ при $t_i \leqslant 0$). Така сукупність скінченновимірних



розподілів є еквівалентною сукупності скінченновимірних розподілів *випадкових величин* $\{Z_n\}$, $-\infty < n < \infty$, де Z_n однозначно визначається тим, що $X(t) < n$ при $t < Z_n$ і $X(t) \geqslant n$ при $t \geqslant Z_n$. При $n \geqslant 1$ Z_n — момент настання n-ї події П. в. (після нульового моменту). Випадковий процес $X(t)$ та випадкову величину Z_n показано, напр., на мал. У заг. випадку кілька подій можуть відбуватися й одночасно. У відповідності з цим $X(t)$ може зростати стрибками, більшими за 1, а випадкова множина, що визначає П. в., може містити повторювані елементи. П. в., для якого в процесі $X(t)$ з імовірністю 1 немає стрибків, більших за 1, наз. о р д и н а р н и м.

П. в. на прямій наз. с т а ц і о н а р н и м, якщо при будь-якому τ випадковий процес $Y_\tau(t) = X(t + \tau) - X(\tau)$ має такі самі скінченновимірні розподіли, як і процес $X(t)$. П. в. у n-вимірному просторі наз. п р о с т о р о в о   о д н о р і д н и м, якщо для будь-якого m та будь-яких обмежених борелівських множин $\Delta_1, \ldots, \Delta_m$ спільний розподіл числа точок потоку у множинах $\Delta_1, \ldots, \Delta_m$ є інваріантним відносно одночасного зсуву множин $\Delta_1, \ldots, \Delta_m$ на довільний вектор n-вимірного простору. Кожен такий потік має інтенсивність μ і параметр λ. І н т е н с и в н і с т ю стаціонарного П. в. μ є *математичне сподівання* числа подій потоку на відрізку одиничної довжини. Параметр потоку $\lambda = \lim\limits_{t \to 0} \frac{\omega(t)}{t}$, де $\omega(t)$ — *імовірність* того, що у фіксованому інтервалі довжини t відбудеться хоч би одна подія потоку. Для стаціонарного П. в. завжди справджується нерівність $\lambda \leqslant \mu$, обидві ці величини можуть бути й нескінченними. І для нестаціонарних П. в. можна ввести характеристики, аналогічні параметрові й інтенсивності стаціонарного П. в.: миттєву інтенсивність $\mu(t) = \frac{d}{dt} M[X(t)]$ та миттєвий параметр $\lambda(t) = \lim\limits_{\tau \to 0} \frac{\omega(t, \tau)}{\tau}$. Для стаціонарних потоків однорідних подій властивість ординарності потоку еквівалентна тому, що ймовірність того, що в інтервалі $(0, t)$ можуть трапитися дві або й більше події потоку, є величина порядку $o(t)$ при $t \to 0$. Для стаціонарних ординарних П. в. $\lambda = \mu$ (теорема Королюка). Важливими характеристиками стаціонарних П. в., окрім інтенсивності й параметра, є ф-ції Пальма — Хінчина. Якщо позначити через $h_k(\tau, t)$ імовірність того, що в інтервалі $(0, \tau)$ відбулася хоч би одна подія П. в., а в інтервалі $(\tau, \tau + t)$ — k подій, границя $\varphi_k(t)$ відношення $h_k(\tau, t)$ до визначеної вище ймовірності $\omega(\tau)$ при $\tau \to 0$ буде k-ю ф-цією Пальма — Хінчина. Будь-який стаціонарний П. в. зі скінченною інтенсивністю має ф-ції Пальма — Хінчина. Ф-цію $\varphi_k(t)$ можна інтерпретувати як *імовірність умовну* того, що може трапитися k подій П. в. в інтервалі завдовжки t, що йде за подією П. в. Позначимо через $v_k(t)$ імовірність того, що може трапитися k подій стаціонарного П. в. в інтервалі завдовжки t. Між ф-ціями $v_k(t)$ й ф-ціями Пальма — Хінчина існує взаєм-

но однозначна відповідність, а саме:

$$v_0(t) = 1 - \lambda \int_0^t \varphi_0(u)\,du;$$

$$v_k(t) = \lambda \int_0^t [\varphi_{k-1}(u) - \varphi_k(u)]\,du, \quad k > 0.$$

Ф-ції $\varphi_k(t)$ можна визначити за рівностями

$$V_0'(t) = -\lambda\varphi_0(t); \quad V_k'(t) = -\lambda\varphi_k(t), \quad k > 0,$$

де

$$V_k(t) = v_0(t) + \cdots + v_k(t).$$

У теор. дослідженнях і практичних задачах найчастіше застосовують П. в., які можна охарактеризувати досить простою системою параметрів або функцій. До таких П. в. належать *потік з обмеженою післядією*, *Пальма потік*, *потік регулярний*, *потік без післядії*, *Пуассона потік* та *потік геометричний*.

Значна частина теорії П. в. пов'язана із з'ясуванням умов збіжності потоків складної структури, що відображують різні фіз. процеси, до П. в. простої структури. Так, при підсумовуванні великої кількості малоінтенсивних П. в. одержаний у результаті цього П. в. при досить широких умовах буде близький до потоку Пуассона.

П. в. Пуассона з'являється і як граничний потік у схемі розрідження П. в. Нехай є послідовність П. в. у просторі R довільної вимірності. Позначимо через $\mu_n(\Delta)$ число точок n-го потоку у множині Δ, $\Delta \subset R$. Припустимо, що для будь-якої сфери Δ простору R і якоїсь послідовності $\Psi_n \to \infty$ виконується співвідношення

$$P\{|\mu_n(\Delta)[\Psi_n \int_\Delta \lambda(x)\,dx]^{-1} - 1| < \varepsilon\} \underset{n\to\infty}{\to} 1$$

при будь-якому $\varepsilon > 0$, де $\lambda(x)$ — якась інтегровна ф-ція. Нехай подія n-го П.в. залишається в точці x з імовірністю $p(x)\Psi_n^{-1}$, незалежно від останніх подій, де $p(x)\lambda(x)$ — інтегровна ф-ція. Тоді потік залишених точок n-го потоку при $n \to \infty$ збігається до П. в. Пуассона з просторовою щільністю $p(x)\lambda(x)$.

Розглянемо П. в. з обмеженою післядією. Нехай $F(x)$ — ф-ція розподілу інтервалу між подіями цього П. в., $\varphi(s) = \int_0^\infty e^{-sx}\,dF(x)$. Якщо кожну подію П. в. залишити з імовірністю ε і позначити через γ/δ інтервал між залишеними подіями П. в., то

$$M[e^{-s\gamma}] = \varepsilon\varphi(\delta s)[1 - (1-\varepsilon)\varphi(\delta s)]^{-1}$$

Можливими границями цього виразу при $\varepsilon \to 0$, $\delta \to 0$ можуть бути лише ф-ції вигляду $\varphi_0(s) = \dfrac{1}{1 + cs^\beta}$, де $c > 0$, $0 < \beta \leqslant 1$. Випадок $\beta = 1$ відповідає збіжності розрідженого П. в. у зміненому масштабі часу до П. в. Пуассона.

П. в. відіграють велику роль під час дослідження випадкових процесів. Це потоки різних подій, пов'язаних з поведінкою процесу: П. в. перетинів рівня, максимумів, точок перегину тощо. В багатьох випадках П. в. такого роду близькі до П. в. Пуассона. Нехай є стаціонарний гауссівський процес з кореляційною ф-цією $\rho(s)$. Потік виходів такого процесу за рівень, що необмежено збільшується, якщо відповідно змінити масштаб часу, збігається до П. в. Пуассона, якщо

$$\int_0^b \frac{1}{s}[\rho''(s) - \rho''(0)]\,ds < \infty, \quad b > 0,$$

$$\rho(t) = 0\left(\frac{1}{\ln t}\right), \quad \rho'(t) = 0\left(\frac{1}{\sqrt{\ln t}}\right), \quad t \to \infty.$$

Численні практичні задачі привели до необхідності перенести теорію П. в. на простори довільної природи. У заг. випадку П. в. визначають так. Нехай Ω — простір елементарних подій ω, $\mathfrak{A}$ — σ-алгебра подій. $P(A)$ — імовірнісна міра, визначена при всіх A з $\mathfrak{A}$. Тоді П. в. є відображенням простору Ω в клас точкових множин заданого простору R (напр., прямої). Звичайно припускають, що з імовірністю 1 в будь-якій обмеженій частині простору (компакті) є лише скінченна множина точок П. в. При такому припущенні П. в. можна задати випадковою цілочисловою мірою $\mu(\Delta, \omega)$, де Δ — будь-які обмежені борелівські множини простору R, ω — точки простору Ω, $\mu(\Delta, \omega)$ — число точок П. в., що належать до множини Δ. Оскільки внаслідок прийнятої умови множина точок простору R, що утворює П. в., є скінченною або зліченною, П. в. можна задати й послідовністю цих точок $\{x_n\}$, де $x_n = x_n(\omega)$.

Для потоків у просторі довільної вимірності, заданих випадковою мірою $\mu(\Delta, \omega)$, поняття ординарності визначають так: П. в. наз. ординарним, якщо з імовірністю 1 простір R можна покрити системою борелівських неперетинних множин Δ_n, де Δ_n можуть залежати від ω так, що $\mu(\Delta_n, \omega) \leqslant 1$ для всіх n.

В останній час досліджено провідну й параметричну міри П. в., заданого на довільному вимірному просторі (зокрема, таким є n-вимірний простір). Нехай П. в. задано випадковою мірою $\mu(\Delta) = \mu(\Delta, \omega)$, де Δ — множина заданого простору, ω — елементарні події. Тоді п р о в і д н о ю мірою П. в. наз. ф-цію множини Δ, яка дорівнює матем. сподіванню $\mu(\Delta)$. П а р а м е т р и ч н о ю мірою П. в. наз. ф-цію множини Δ вигляду

$$\lambda(\Delta) = \sup_{\{\Delta_\alpha\}} \sum_\alpha P\{\mu(\Delta_\alpha) > 0\},$$

де Δ_α — підмножини множини Δ такі, що утворюють розбиття цієї множини, і що в них мають сенс імовірності, які фігурують у зазначеній сумі. В досить заг. умовах на не-

стаціонарні потоки у вимірних просторах переноситься теорема Королюка в термінах провідної та параметричної мір. Див. також *Потік нестаціонарний*.

Літ.: Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М., 1963 [бібліогр. с. 234—235]; Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [бібліогр. с. 421—428]; Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 379—388].
І. М. Коваленко.

ПОТІК ВИХІДНИЙ — *потік випадковий*, утворений моментами закінчення обслуговування вимог у *масового обслуговування системах.* Вивчення П. в. має важливе значення, бо П. в. одних систем можуть правити за вхідні потоки для інших систем. Відомо, що П. в. n-лінійної системи масового обслуговування з очікуванням при найпростішому вхідному потоці (див. *Пуассона потік*) з параметром λ і експоненціальному розподілі часу обслуговування з параметром μ є найпростішим потоком з параметром $\lambda' = \min\{\lambda, n\mu\}$. На основі цього побудовано теорію складних систем масового обслуговування, що складається з багатьох приладів і до того ж таких, що вимоги, які обслужив один прилад, можуть надходити для наступного обслуговування на інші прилади. П. в. здебільшого має складнішу ймовірнісну природу, ніж вхідний потік. Спостереження П. в. можна використовувати для оцінки розподілів, пов'язаних з функціонуванням системи масового обслуговування. *І. М. Коваленко.*

ПОТІК ГЕОМЕТРИЧНИЙ — *потік випадковий* подій, що можуть відбуватися тільки в моменти часу вигляду $a + nh$, де a, h — сталі числа, n — цілі числа з деякого інтервалу (здебільшого $[0, \infty)$ або $(-\infty, \infty)$), який характеризується тим, що в будь-який згаданий момент подія потоку може відбутися з імовірністю p незалежно від того, чи відбудуться інші події. Реалізацію П. г. можна зобразити як послідовність нулів та одиниць, n-й символ якої дорівнює 1, якщо в момент $a + nh$ сталася подія потоку, і 0 — якщо її не було. Довжина ξ серії одиниць і довжина η серії нулів у даній послідовності мають геом. розподіл $P\{\xi = k\} = (1 - p)\, p^{k-1}$, $P\{\eta = k\} = p\,(1 - p)^{k-1}$, $k \geqslant 1$, звідки й назва П. г. Якщо $h \to 0$, $p \to 0$ так, що p/h прямує до скінченного числа λ, то П. г. на границі переходить у найпростіший потік (див. *Пуассона потік*) з інтенсивністю λ. П. г. використовують, досліджуючи випадкові явища у пристроях дискретної дії типу цифрових автоматів. *І. М. Коваленко.*

ПОТІК З ОБМЕЖЕНОЮ ПІСЛЯДІЄЮ — *потік випадковий* на напівпрямій, який характеризується такою властивістю: якщо z_1, z_2, ..., z_n, ... — моменти подій потоку, розміщені в порядку зростання, то *випадкові величини* z_1, $z_2 - z_1$, ..., $z_{n+1} - z_n$, ...— незалежні в сукупності. Найбільшого поширення набув частковий клас П. з о. п.— рекурентні потоки, для яких усі $z_{n+1} - z_n$ мають однакові розподіли при $n \geqslant 1$ і які, отже, характеризуються розподілом двох випадкових величин z_1 і $z_2 - z_1$. У разі, якщо ці розподіли експоненціальні з одним і тим самим параметром, П. з о. п. зводиться до найпростішого потоку (див. *Пуассона потік*). *І. М. Коваленко.*

ПОТІК ІНФОРМАЦІЙНИЙ ЗАМКНЕНИЙ — див. *Інформаційні потоки науки.*

ПОТІК НАЙПРОСТІШИЙ — стаціонарний, з постійною інтенсивністю, *Пуассона потік.*

ПОТІК НЕСТАЦІОНАРНИЙ — *потік випадковий*, для якого порушується умова стаціонарності — незмінність розподілів випадкових векторів $\{\mu(\Delta_1), ..., \mu(\Delta_n)\}$, де $\mu(\Delta)$ — число подій потоку в інтервалі Δ — при одночасному зсуві всіх Δ на будь-який відрізок. Як правило, на практиці П. н. можна розглядати як стаціонарний протягом досить малого інтервалу часу (напр., потік телефонних викликів протягом години наближено стаціонарний, тоді як протягом доби цей потік явно нестаціонарний). Інколи П. н. зводиться до стаціонарного перетворенням часу (див. *Пуассона потік*). У багатьох випадках П. н. є асимптотично стаціонарними, тобто якщо $X(t)$ — число подій П. н. в інтервалі $(0, t)$, то при $\tau \to \infty$ випадковий процес $X(t + \tau) - X(\tau)$ збігається щодо збіжності всіх скінченновимірних розподілів до числа подій в інтервалі $(0, t)$ стаціонарного потоку. Модель П. н. використовують, вивчаючи системи, що мають часові коливання в завантаженні (напр., завантаження телефонної мережі протягом доби). *І. М. Коваленко.*

ПОТІК РЕГУЛЯРНИЙ — *потік випадковий* на прямій, для якого ймовірність того, що подія відбулася в довільний фіксований момент часу, дорівнює 0. Нехай z_n — момент появи n-ї події потоку. Потік вважають регулярним тоді й тільки тоді, коли всі z_n мають неперервні ф-ції розподілу. Якщо потік є фінітний, тобто *математичне сподівання* $\Lambda(t)$ числа його подій в інтервалі $(0, t)$ (провідна ф-ція) є скінченне при довільному t, то необхідною і достатньою умовою регулярності потоку є неперервність $\Lambda(t)$. Нехай $M(t)$ — матем. сподівання числа різних моментів подій потоку в інтервалі $(0, t)$ ($M(t)$, взагалі кажучи, буває менше від $\Lambda(t)$, оскільки в той самий момент можливі дві або кілька подій потоку). Якщо $M(t) < \infty$, то для регулярності потоку необхідна й достатня неперервність $M(t)$. Це твердження вірне й для потоків у n-вимірному просторі. Потік з обмеженою післядією є П. р. тоді й тільки тоді, коли момент першої події потоку після моменту $t = 0$ має неперервну ф-цію розподілу. Стаціонарний випадковий потік на прямій, число подій якого зчисленне,— завжди регулярний. Як показав рад. математик О. Я. Хінчин, усі фінітні ординарні П. р. без післядії є *Пуассона потоками.*

Довільний П. р. без післядії X зі скінченним $M(t)$ має таку будову. Є потік Пуассона Y, для якого $M(t)$ є провідною ф-цією; якщо

в момент t відбувається подія потоку Y, то в цей самий момент відбувається ξ_t подій потоку X. При цьому ξ_t незалежні в сукупності й мають розподіли, залежні від t.

Інколи називають регулярним і випадковий потік, який зображує послідовність подій, що настають через рівні проміжки часу. *І. М. Коваленко.*

ПОТІ́К У МЕРЕ́ЖІ — *модель математична* однорідних фізичних потоків, наприклад, потоків однопродуктових вантажів по *транспортній мережі*, потоків однотипної інформації в сітках зв'язку, потоків рідини в трубопроводі тощо.

Граф Бержа (I, U) визначає таку сітку. Кожній дузі $(i, j) \in U$ поставлено у відповідність невід'ємне число r_{ij} — її пропускна здатність. Кожній вершині $i \in I$ поставлено у відповідність дійсне число d_i — її інтенсивність, причому $\sum_{i \in I} d_i = 0$. Тоді П. у м. наз. ф-цію x_{ij}, яку визначено на множині U і яка задовольняє такі умови:

$$\sum_{j \in I_i^+} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-} x_{ji} = d_i, \; i \in I, \qquad (1)$$

$$0 \leqslant x_{ij} \leqslant r_{ij}, \qquad (i, j) \in U, \qquad (2)$$

де $I_i^+ = \{j \mid (i, j) \in U\}$, $I_i^- = \{j \mid (j, i) \in U\}$.

Значення x_{ij} наз. в е л и ч и н о ю п о т о к у по дузі (i, j). Рівняння (1) є рівняннями збереження або неперервності. Вони відображують той факт, що для будь-якої вершини різниця між величиною витічного потоку й величиною втічного потоку повинна дорівнювати її інтенсивності. Нерівності (2) вказують на те, що величина потоку по дузі не повинна перебільшувати пропускної здатності цієї дуги. *І. М. Мельник.*

ПОТІ́К У МЕРЕ́ЖІ НЕОДНОРІ́ДНИЙ — *модель математична* багатопродуктових вантажопотоків по *транспортній мережі*. На відміну від *потоку у мережі* в П. у м. н. кожній вершині $i \in I$ поставлено у відповідність p-вимірний вектор інтенсивностей $(d_i^1, \ldots, d_i^k, \ldots, d_i^p)$, де d_i^k — k-а інтенсивність цієї вершини, причому $\sum_{i \in I} d_i^k = 0$ для $k = 1, 2, \ldots, p$. Тоді П. у м. н. наз. вектор-ф-цію $x_{ij} = (x_{ij}^1, \ldots, x_{ij}^k, \ldots x_{ij}^p)$, яку визначено на множині U і яка задовольняє такі умови:

$$\sum_{l \in I_i^+} x_{ij}^k - \sum_{l \in I_i^-} x_{ji}^k = d_i^k, \quad i \in I, \qquad (1)$$

$$k = 1, \ldots, p,$$

$$\sum_{k=1}^{p} x_{ij}^k \leqslant r_{ij} \qquad (i, j) \in U, \; x_{ij}^k \geqslant 0, \qquad (2)$$

$$(i, j) \in U, \; k = 1, \ldots, p.$$

Ф-цію x_{ij}^k $(k = 1, 2, \ldots, p)$, визначену на U, наз. k-им потоком. Значення x_{ij}^k наз. величиною k-го потоку по дузі (i, j). Рівняння (1) є рівняннями збереження або неперервності. Вони відображують той факт, що для будь-якої вершини різниця між величиною витічного k-го потоку й величиною втічного k-го потоку повинна дорівнювати її k-ій інтенсивності. Згідно з умовою (2) сумарна величина всіх k-их потоків по кожній дузі не повинна перебільшувати її пропускної здатності. *І. М. Мельник.*

ПО́ХИБКА — величина, що характеризує міру близькості точних (наближуваних) та наближених значень розглядуваних величин. А б с о л ю т н о ю П. наближеного числа x наз. величину $\Delta x = x^* - x$, де x^* — точне число. В і д н о с н а П. числа $x - \delta x = \frac{\Delta x}{|x|}$, $x \neq 0$. Звичайно Δx та δx невідомі, бо невідомим є x^*. Тому на практиці абсолютною і відносною П. наз. відомі оцінки відповідно $|\Delta x|$ та $|\delta x|$. Якщо x — *випадкове число* і $x_1, x_2, \ldots, x_r$ — його можливі значення, яких воно набуває з відповідними *імовірностями* $p_1, p_2, \ldots, p_r$, то $\sigma_x = (\sum_{i=1}^{r} p_i (x^* - x_i)^2)^{1/2}$ наз. с е р е д н ь о к в а д р а т и ч н о ю П. x. Якщо випадкове число x набуває неперервної множини значень із щільністю $p(x)$, то середньоквадратична П. $\sigma_x = (\int_D (x^* - x)^2 \times p(x)\, dx)^{1/2}$. В і д н о с н а с е р е д н ь о к в а д р а т и ч н а П. — $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{|x|}$. Мірою П. наближеного числа x наз. $\mu_x = \Delta x$, якщо $|x| < 1$ і $\mu_x = |\delta x|$, якщо $|x| \geqslant 1$.

Вказані характеристики наближених чисел узагальнюються на наближені вектори, ф-ції та елементи багатьох *просторів абстрактних*. Характеристикою точності наближеного вектора X $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ можуть бути й вектори $\overline{\Delta X}$, $\overline{\delta X}$, $\overline{\sigma_x}$, $\overline{\varepsilon_x}$, $\overline{\mu_x}$, складені з відповідних величин для кожної компоненти x_i, і будь-які норми $\| \; \|$ цих векторів. За відносну П. вектора X, що наближає вектор X^*, можна взяти й число $\delta x = \|X^* - X\| / \|X\| = \|\overline{\Delta X}\| / \|X\|$, $\|X\| \neq 0$. Якщо вектор X випадковий і D — множина його можливих значень із щільністю $p(X)$, то середньоквадратична похибка $\sigma_x = (\int_D \|X^* - X\|^2 p(X)\, dX)^{\frac{1}{2}}$, відносна середньоквадратична П. — $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{\|x\|}$. Мірою П. вектора X може бути $\mu_x = \|\overline{\Delta X}\|$, якщо $\|X\| < 1$ і $\mu_x = \delta X$, якщо $\|X\| \geqslant 1$.

У випадку наближеної ф-ції $x(t)$ характеристиками її точності можуть бути й ф-ції $\Delta x(t) = x^*(t) - x(t)$, де $x^*(t)$ — наближувана ф-ція; $\delta x(t) = \Delta x(t) / |x(t)|$, $x(t) \neq 0$;

$\sigma_x(t) = (\int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x^*(t) - x(t))^2\,dx)^{\frac{1}{2}}$; $\mu_x(t) = |\Delta x(t)|$, якщо $|(x(t)| < 1$ та $\mu_x(t) = |\delta_x(t)|$, якщо $|x(t)| \geqslant 1$, всі можливі норми цих ф-цій, і всі можливі ймовірнісні характеристики цих ф-цій, якщо ф-ції випадкові. Важливою й досить заг. характеристикою близькості випадкової ф-ції $x(t)$ до оцінюваної випадкової ф-ції $x^*(t)$ є середній риск $\rho(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(x, x^*)\,p(x, x^*)\,dx dx^*$, де $p(x, x^*)$ — щільність розподілу x, x^*, а $w(x, x^*)$ — т. з. ф-ція втрат, або ф-ція ціни похибки. При відповідному виборі $w(x, x^*)$ середній риск може збігатися з заданою ф-цією від *математичного сподівання* та *дисперсії* похибки $e = x - x^*$ або з імовірністю того, що похибка не вийде з заданих границь тощо. У випадку, коли x наближає x^* в абстрактному метричному просторі X, за абсолютну П. x беруть відстань $\rho(x^*, x)$, а за відносну П.— $\rho(x^*, x)/\rho(0, x)$.

Поняття середньоквадратичної П. також узагальнюють на довільний метричний простір. Треба лише визначити ймовірнісну міру $\mu(x)$ на X ($\int_X \mu(dx) = 1$), а потім можна взяти $\sigma_x = \left(\int_X \rho^2(x^*, x)\,\mu(dx)\right)^{\frac{1}{2}}$.

Залежно від способу виникнення розрізняють кілька осн. видів П. П. чисельного методу або обчислювального алгоритму виникає тому, що багато задач прикладної математики можна розв'язати за допомогою чисельних методів лише наближено. Цю П. у тех. літературі звичайно наз. принциповою або методичною. П. за рахунок реалізації чисельного методу на обчисл. машині наз. інструментальною, або приладовою. При надійній роботі ЦОМ цю П. наз. ще й П. заокруглення. П., що виникає внаслідок неточності початкових даних, у матем. літературі наз. неусувною або спадковою, а в технічній — трансформованою, або перехідною. Докладніше про зазначені види П. та способи оцінок їх див. *Похибок обчислювань теорія.*

В. В. Іванов.

ПО́ХИБКА РОЗВ'Я́ЗУВАЛЬНОГО ЕЛЕМЕ́НТА — кількісна міра точності розв'язувального елемента, тобто властивості, яка характеризує ступінь близькості наближено обчисленої ним математичної величини $y_{об}$ до справжнього її значення y. Справжнє значення обчислюваної величини y у загальному випадку можна подати за виразом

$$y(t) = f[x_i(t), \quad q_j, t], \qquad (1)$$

де f — реалізовувана операція (алгоритм); $x_i(t)$ — вхідні величини ($i = 1, 2, \ldots, n$); g_j — параметри (внутрішні) розв'язувального елемента ($j = 1, 2, \ldots, m$); t — час. Залежність (1) спрощується, якщо вхідні величини сталі, а розв'язувальний елемент є статичним (безінерційним). У цьому разі точна обчислювальна величина

$$y = f[x_i, g_j]. \qquad (2)$$

Реальна обчислена величина визначається за виразом

$$y_{об}(t) = f^*[x_i(t) + \Delta x_i(t), q_j + \Delta q_j, t] \qquad (3)$$

або в статичному випадку

$$y_{об} = f^*[x_i + \Delta x_i, q_j + \Delta q_j], \qquad (4)$$

де f^* — фактично реалізована операція, що апроксимує точну операцію f; Δx_i — *похибки* вхідних величин; Δq_j — похибки параметрів розв'язувального елемента.

Динамічні властивості розв'язувального елемента, визначувані за формулами (1) і (3), свідчать про необхідність аналізу динамічної похибки вихідної величини, яка являє собою в загальному випадку функцію часу. Це твердження лишається правильним і при аналізі похибок статичних розв'язувальних елементів з урахуванням динамічних властивостей, зумовлених наявністю інерційних паразитних параметрів. Статичні похибки відповідають усталеним режимам розв'язувальних елементів або мають місце в статичних розв'язувальних елементах, якщо знехтувати паразитними інерційними параметрами. Здебільшого на практиці похибки представляють числами, бо зручніше розглядати похибки функції при фіксованих значеннях аргументу, оцінки цих значень, граничні величини тощо, й це дає можливість надалі користуватися виразами (2) і (4).

Повну (вихідну, сумарну, експлуатаційну, похибку результату) абсолютну похибку

$$\Delta = y_{об} - y(t) = f^*[x_i + \Delta x_i, q_j + \Delta q_j] - f[x_i, q_j]$$

і відносну похибку

$$\delta = \frac{y_{об} - y}{y} = \frac{\Delta}{y} \approx \frac{\Delta}{y_{об}}$$

у детермінованому вигляді застосовують лише при відомих y, тобто практично при розв'язуванні контрольних задач. У практиці застосовують оцінки абсолютної та відносної похибок

$$\Delta y \geqslant |y_{об} - y|,$$

$$\delta y \geqslant \frac{|y_{об} - y|}{|y|} \approx \frac{|y_{об} - y|}{|y_{об}|},$$

пов'язані співвідношенням

$$\Delta y = |y_{об}|\,\delta y.$$

При випадковому характері факторів, які впливають на величину похибки, використовують поняття граничної похибки ($\Delta y_{гр}$, $\delta y_{гр}$)

як макс. значення похибки за сукупністю реалізацій обчисл. процесу або за сукупністю різних обчисл. пристроїв. Часто використовують оцінку наведеної відносної похибки

$$\delta y \geqslant \frac{\Delta y}{|y_{\text{об max}}|} \text{ або } \delta y \geqslant \frac{\Delta y}{|y_{\text{об max}}|} \cdot 100\%,$$

де $y_{\text{об max}}$ — найбільше значення реальної обчисленої величини. Повну похибку зручніше подати у вигляді суми складових похибок: методичної, спадкової та приладової.

Методична похибка $\Delta_м$ (принципова, похибка методу) зумовлена допустимим наближенням у реалізованій розв'язувальним елементом формулі (алгоритмі). Ця складова трапляється в *перетворювачах функціональних*, диференціаторах і множильних пристроях. Для цілком визначених вхідних впливів методичну похибку можна оцінити за виразом

$$\Delta y_м \geqslant |f^* [x_i, \ _j] - f [x_i, q_j]|$$

або навіть визначити (якщо має місце знак рівності). Тоді ця складова є систематичною похибкою, її можна компенсувати.

Спадкова (неусувна, трансформована, перехідна) похибка $\Delta_с$ зумовлена первинними похибками вхідних величин. Оскільки первинні похибки є, як правило, випадковими величинами, то спадкова похибка являє собою також випадкову величину, для якої розрахунками можна одержати або оцінку, або ймовірнісні характеристики: закон (функцію) розподілу, щільність імовірності, *математичне сподівання*, *дисперсію* і, в разі потреби, моменти вищого порядку. При цьому відправною для аналізу є залежність

$$\Delta_с = f [x_i + \Delta x_i, q_j] - f [x_i, q_j],$$

яка у випадку лінійності (або лінеаризації) й малої величини первинних похибок розвиненням у ряд Тейлора дає можливість одержати розрахунковий вираз

$$\Delta_с \cong \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \Delta x_i \cong \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y_{об}}{\partial x_i}\right) \Delta x_i.$$

Якщо відомі математичні сподівання $M[\Delta x_i]$, дисперсії $D[\Delta x_i]$, а вхідні похибки є некорельованими, то, щоб визначити математичні сподівання й дисперсії спадкової похибки (абсолютної й відносної), використовують вирази

$$M[\Delta_с] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) M[\Delta x_i];$$

$$D[\Delta_с] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 D[\Delta x_i].$$

Частинні похідні в наведених виразах можна визначити аналітично, експериментально або чисельними (машинними) методами. Якщо закон розподілу $\Delta_с$ є нормальним, то його можна побудувати за $M[\Delta_с]$ та $D[\Delta_с]$, а за граничну похибку можна прийняти величину $\Delta y_{с\,гр} = 3\sqrt{D[\Delta_с]}$ з імовірністю 0,997.

Приладову (інструментальну, обчислювальну) похибку $\Delta_п$ зумовлює недосконалість розв'язувального елемента, тобто існування первинних похибок параметрів g_j, множина яких визначається кожною складовою частиною розв'язувального елемента. Осн. джерелами приладових похибок є підсилювачі, потенціометри, діоди, електронні ключі та реле.

У *підсилювачі* постійного струму (ППС) приладові похибки зумовлені скінченністю коеф. підсилення, вхідного й вихідного опорів; зміщенням і *дрейфом нульового рівня*, впливом навантаження, нелінійними спотвореннями; тим, що фактичний опір відрізняється від номінального (розрахункового) в *зворотному зв'язку* та на вході; паразитними індуктивностями та ємностями; температурною нестабільністю; конденсаторами, тобто, тим, що їхня ємність відрізняється від номінальної завдяки абсорбції в діелектрику, втратами в ньому; температурною й часовою нестабільністю. У потенціометрах приладова похибка зумовлена неточністю встановлення передатного (масштабного) коефіцієнта, паразитними ємностями й індуктивностями, обмеженістю роздільної здатності (наявність витків), температурною нестабільністю (нагрівання та самонагрівання). У діодах, особливо напівпровідникових, цю похибку спричинює температурна нестабільність вольт-амперної характеристики та скінченні значення прямого й зворотного опорів. В електронних ключах причиною приладової похибки є скінченність прямого й зворотного опорів, температурна й часова нестабільність, обмеження кутового коефіцієнта характеристик. У реле похибку спричинюють обмежена швидкодія, неодночасність спрацьовування і втрати в ізоляції та паразитні ємності.

Якщо похибки параметрів точно відомі й лише технологічно їх не можна усунути, то вони спричинюють систематичні приладові похибки, які можна достатньо точно визначити й компенсувати. Оскільки більшість похибок параметрів — випадкові величини або випадкові функції, то необхідний імовірнісний аналіз для оцінки приладової похибки аналогічний аналізові для спадкової похибки (за тих самих умов):

$$\Delta_п = f [x_i, q_j + \Delta q_j] - f [x_i, q_j];$$

$$\Delta_п \cong \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right) D\Delta q_j \cong \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial y_{об}}{\partial q_j}\right)^2 D[\Delta q_j];$$

$$M[\Delta_п] = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right) M[\Delta q_j].$$

$$D[\Delta_п] = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right)^2 D[\Delta q_j].$$

Розрахунок і підсумовування систематичних і випадкових складових похибки дають змогу визначити оцінку приладової похибки $\Delta y_{\text{п}}$ або її граничне значення. Оцінки для повних похибок розв'язувального елемента звичайно визначають у вигляді

$$\Delta y_{\text{об}} = \Delta y_{\text{м}} + \Delta y_{\text{с}} + \Delta y_{\text{п}},$$

$$\delta y_{\text{об}} = \delta y_{\text{м}} + \delta y_{\text{с}} + \delta y_{\text{п}}.$$

У таблиці наведено деякі характеристики точності для розв'язувальних елементів найпоширеніших *аналогових обчислювальних машин* (ці значення є граничними для наведеної в табл. відносної похибки).

Характеристики точності розв'язувальних елементів деяких АОМ

Розв'язувальний елемент		Тип АОМ			
		МН-7, %	МН-14, %	МН-17М, %	ЭМУ-10, %
У статичному режимі	Суматор	0,5	0,3	0,3	0,1—0,25
	Множильний пристрій	1,5	0,3	0,3	Тиритовий —1, електромеханічний— 0,1—0,2
	Функціональний перетворювач	1—2	1—2	1—2	Електричний блок — 1, електромеханічний блок — 4
Інтегратор (за 100 *сек* при сталій часу 1 *сек* і сталій вхідній напрузі)		0,5	0,3	0,3	0,2
Дрейф підсилювача постійного струму		5 *мв*/10 *хв*	—	—	30 *мкв*/8 *год*

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Брувевич Н. Г., Доступов Б. Г. Основы теории счетно-решающих устройств. М., 1964; Проектирование и расчет вычислительных машин непрерывного действия. М., 1966 [бібліогр. с. 334]; Верлань А. Ф., Годлевский В. С., Ефимов И. Е. О влиянии паразитных параметров на точность блоков АВМ. «Вопросы радиоэлектроники. Серия электронная вычислительная техника», 1969, в. 4; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч 1. М., 1967 [бібліогр. с. 453—456].

І. І. Безуглий, А. Ф. Верлань.

ПОХИБОК ОБЧИСЛЮВАНЬ ТЕОРІЯ — розділ *обчислювальної математики*, який вивчає причини виникнення і способи оцінки похибок розв'язків задач прикладної математики.

Причини виникнення всіляких похибок (п.) неважко простежити, виходячи з такого характерного «технологічного ланцюжка» прикладної математики. Щоб дослідити будь-який реальний процес, складають його *модель математичну* (м. м.), яка лише наближено відображує досліджуваний процес. Причиною виникнення похибки м. м. є ідеалізація (спрощення) справжніх властивостей процесу, неповна адекватність матем. абстракцій відображуваним властивостям реальності, неможливість точного обчислення, вимірювання або спостерігання параметрів вибраної м. м. Щоб перевірити міру адекватності м. м. і процесу, спостерігають конкретні реалізації процесу й результати спостережень порівнюють з відповідними реалізаціями м. м. Останні реалізації одержують, застосовуючи *чисельні методи* (ч. м.), які звичайно апроксимують первісну м. м. і роблять її придатною для розрахунку. П. цієї апроксимації (п. числових методів), а також п. реалізацій числових методів і п. спостерігання або вимірювання реалізацій досліджуваного процесу треба враховувати, визначаючи похибку м. м. або міру адекватності м. м. і процесу. На цьому закінчується етап аналізу процесу. Якість аналізу визначається тим, наскільки висновок про ступінь адекватності м. м. і процесу, зроблений на основі порівняння окремих реалізацій м. м. і процесу, можна перенести на всілякі реалізації їх. На етапі синтезу процесу з заданою метою, крім м. м. процесу, вводять м. м. мети й м. м. обмежень, за яких синтез можливий і доцільний. Синтез процесу теж потребує застосування числ. методів, які звичайно апроксимують вказані м. м. і зводять задачі до тих чи інших задач *програмування математичного*. Оцінку похибки м. м. можна одержати, порівнюючи дану м. м. з явно точнішою. П. первісної м. м. треба враховувати у формулюваннях вимог до точності розв'язків різних задач, які основуються на цій моделі.

Заг. схему оцінки повної абсолютної п. розв'язку задач на ОМ у рамках заданої м. м. і осн. поняття П. о. т. можна описати так. Нехай відомі множини $I(\alpha)$ і $R(\alpha)$ відповідно можливих початкових даних і результатів розв'язування задач P класу α. Кожному елементові $I \in I(\alpha)$ відповідає елемент $R \in R(\alpha)$, який є результатом розв'язання задачі $P(I)$ з початковими даними I. Цей факт можна записати як $R = O(I)\,I$ і вважати, що будь-яку задачу $P(I)$ можна звести до визначення результату якоїсь операції $O(I)$. В числ. розв'язуваннях задачі $P(I)$ замість I та R звичайно оперують якимись скінченно-вимірними числовими векторами $I_p(i_1, i_2, \ldots, i_p)$, $R_q(r_1, r_2, \ldots, r_q)$, $R_q(X) = A(X)\,I_p$, де A — *обчислювальний алгоритм* (о. а.) розв'язування даної задачі, X — вектор формальних параметрів о. а. A. При

цьому I_p є якимсь наближенням до вектора $\overline{I}_p(\overline{i}_1, \overline{i}_2, \ldots, \overline{i}_p)$, зв'язаного з I, а R_q є наближенням до вектора $\overline{R}_q$, зв'язаного з R. Припустимо, що $|\overline{i}_k - i_k| \leqslant \varepsilon_k$, $\varepsilon_x \geqslant 0$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p)$. У стохастичних задачах остання оцінка відома лише з певною *імовірністю*. Вважатимемо, що векторам виду I_p та R_q поставлено у відповідність елементи виду $\varphi I_p \in I(\alpha)$ $\psi R_q \in R(\alpha)$. *Оператори* φ й ψ природно називати інтерпретаторами відповідно I_p й R_q. Візьмемо $R_{\varepsilon,p} = O(I)\,\varphi\, I_p$. Як показує дослідження *некоректно поставлених задач*, $R_{\varepsilon,\,p}$ не обов'язково наближається до R, коли $\varphi I_p \to I$. Введемо $R_{\varepsilon,\,p,\,h} = O_h \varphi I_p$, $R_{\varepsilon,\,p,\,h} \in R(\alpha)$, де h — скінченно-вимірний числовий вектор, а операцію O_h визначено на $I(\alpha)$. Якщо існують такі залежності $h = h(\varepsilon)$ і $p = p(\varepsilon)$, що $R_{\varepsilon,\,p(\varepsilon),\,h(\varepsilon)} \to R$, коли $\varepsilon \to 0$, то операція O_h регуляризує операцію O. Властивості $\varphi I_{p(\varepsilon)}$ і $R_{\varepsilon,\,p(\varepsilon)\,h(\varepsilon)}$, які проявляються при змінюванні ε, дають змогу виявити властивості I та R і уточнити операцію O. На практиці часто необхідні властивості I та R відомі заздалегідь з фіз. міркувань (сукупність числових характеристик цих властивостей тоді є частиною вектора I_p). Припустимо, що на $R(\alpha)$ визначено якусь метрику ρ. Величину $\Delta_1 = \rho(R, R_{\varepsilon,p,h})$ наз. с п а д к о в о ю (н е у с у в н о ю) п. розв'язку або п. за рахунок неточності початкових даних. Величину $\Delta_2 = \rho(R, \psi A(X)\, I_p)$ наз. похибкою ч. м. або п. обчисл. алгоритму $A(X)$. У тех. літературі Δ_1 й Δ_2 наз. відповідно п е р е х і д н о ю (т р а н с ф о р м о в а н о ю) і п р и н ц и п о в о ю (м е т о д и ч н о ю) п. Якщо при наближенні p, q, x до граничних значень $\Delta_2 \to 0$, то о. а. $A(X)$ наз. з б і ж н и м. У практиці обчислювань звичайно потрібна величина $\delta = \rho(R, \psi A(X)\, I_p)$ і звичайна схема її оцінки $\delta \leqslant \rho(R, R_{\varepsilon,\,p,\,h}) + \rho(R_{\varepsilon,\,p,\,h}, \psi A(X)\, I_p) \leqslant \Delta_1 + \Delta_2'$. Т. ч., важливо, щоб о. а. $A(X)$ забезпечували збіжність $\psi A(X)\, Ip$ до $R_{\varepsilon,\,p,\,h}$. За реалізації о. а. на обчисл. машині Y, де Y — вектор параметрів, які характеризують ОМ, матем. операції змінюються псевдоопераціями або машинними операціями, вектор початкових даних апроксимується допустимим для записування в ОМ вектором. В результаті о. а. $A(X)$ перетворюється на о. а. або *програму* на ОМ — $A(X, Y)$, а вектор I_p — на вектор $\widetilde{I}_p = I_p(Y)$. Величину $\Delta_3 = \rho(\psi Rq, \psi A(X, Y)\, \widetilde{I}_p)$ наз. п. реалізації о. а. $A(X)$ на ОМ (Y). У тех. літературі цю величину наз. і н с т р у м е н т а л ь н о ю (п р и л а д о в о ю) похибкою. Для цифрової ОМ (ЦОМ) цю величину наз. ще п. заокруглення. В цьому разі можна покласти $Y \equiv \tau$ — кількості розрядів машинного представлення чисел. Збіжну послідовність о. а. $A(x_k)$ наз. стійкою, якщо $\Delta_3 \to 0$ при $\tau \to \infty$ рівномірно за k. Повна абсолютна п. розв'язку задачі $P(I)$ на ОМ (Y) за допомогою о. а. $A(X)$ дорівнює $\Delta(X, Y, I) = \rho(R, \psi A(X, Y)\, \widetilde{I}_p) \leqslant \Delta_1 + \Delta_2' + \Delta_3$.

Детальній оцінці різних видів похибок присвячено велику кількість праць (див. *Наближених методів загальна теорія*, *Некоректно поставлених задач способи розв'язування* і *Заокруглення похибка*). Тому розглянемо лише загальну характеристику оцінок п. і способів одержування їх. Найпростіше одержати мажорантні оцінки виду $\Delta(X, Y, I) \leqslant d(X, Y, I)$ або $\max\limits_{I \in I(\alpha)} \Delta(X, Y, I) \leqslant d(X, Y)$, де Δ — одна з можливих мір п. Якщо для якогось $I^* \Delta(X, Y, I^*) = d(X, Y, I^*)$ або $\Delta(X, Y, I^*) = d(X, Y)$, то мажорантні оцінки наз. н е п о л і п ш у в а н и м и. Мажорантна навіть неполіпшувана оцінка може бути дуже завищеною в тому розумінні, що задачі, для яких $\Delta \approx d$, можуть мати екзотичний характер і практично ніколи не траплятися. Тому доцільно знаходити й с т а т и с т и ч н і о ц і н к и п.: оцінки *математичного сподівання* $M_I(\Delta)$, *дисперсії* $D_I(\Delta)$ та ін. імовірнісних характеристик Δ, вважаючи I за *випадкову величину*. Важливе значення має одержання т. з. асимптотичних оцінок п., які відшукати порівняно просто, враховуючи малі величини головних порядків і які поблизу граничних значень варійовуваних параметрів виявляються близькими до реальних п. Якщо оцінка п. достатньо просто виражається через початкові дані X, Y, Z, то її наз. а п р і о р н о ю. Якщо оцінка використовує наближений розв'язок задачі або деякі інші величини, достатньо складні для обчислення за початковими даними, її наз. а п о с т е р і о р н о ю. Апостеріорні оцінки одержують звичайно точнішими за апріорні. Але виграш у точності одержуємо, як правило, внаслідок додаткових, іноді досить громіздких, обчислень.

Таким чином, аналіз похибки доцільно вести за такою схемою:



Методи одержування різних оцінок п. доцільно поділити на такі чотири групи: аналітичні, алгоритмічні, або програмні, статистичного моделювання й комбіновані методи. При аналітичному способі провадять аналітичні оцінки, застосовуючи певні апріорні відомості про властивості розв'язків задачі, й знаходять апріорні оцінки п. Якість оцінок тут визначається мистецтвом дослідника й кількістю апріорних відомостей. Разом з тим задачі одержування потрібних оцінок п. правомірно розв'язувати за допомогою відповідної бібліотеки стандартних програм на ОМ. Розробка й застосування таких програм становлять сутність алгоритмічного, або програмного, методу. В складних випадках, щоб одержати статистичні оцінки п., доцільно користуватися методом статистичного моделювання і для набору статистики застосовувати числовий експеримент. Найефективнішим виявляється комбінований метод, коли весь *алгоритм* розв'язування задачі членують на частини, для кожної з яких можна успішно застосовувати один з названих методів.

Літ.: Иванов В. В. Вопросы точности и эффективности вычислительных алгоритмов. В кн.: Обзор достижений в области кибернетики и вычислительной техники, в. 2. К., 1969; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [бібліогр. с. 422—431].

В. В. Іванов.

ПОШУК ІНФОРМАЦІЇ АВТОМАТИЧНИЙ — послідовність формалізованих операцій, що виконуються тоді, коли треба знайти документи (статті, книги, науково-тех. звіти, описи до авторських свідоцтв і патентів тощо), в яких є необхідна інформація, й видати або самі документи або їхні копії чи фактичні дані — відповідь на запит. П. і. а. здійснюється за допомогою *інформаційно-пошукових систем*. Є два принципово різні підходи до розв'язування проблеми П. і. а.— емпіричний і семантичний. В основі першого підходу, що панував переважно в початковий період розвитку П. і. а.— в 50-х і на початку 60-х років 20 ст.,— лежить припущення, що пошук інформації — по суті простий процес, моделювання й автоматизація якого потребують розв'язування лише завдань, які мають переважно тех. характер, тобто створювання відповідних пристроїв для зберігання й пошуку інформації та складання словника термінів з відповідної галузі знань (словника *дескрипторів*). При цьому передбачається, що первинна обробка документів та інформаційних запитів (запис їхнього змісту за допомогою словника дескрипторів) здійснюватиметься вручну. В основі другого підходу, який набуває дедалі більшого визнання, лежить уявлення про те, що пошук інформації — складний творчий процес, об'єктом якого є смисловий зміст документів. Відповідно до цього підходу П. і. а. передбачає моделювання інтелектуальної діяльності людини, пов'язаної з розумінням смислу текстів, що стає можливим на основі результатів відповідних лінгвістичних і логіч. досліджень (з використанням методів структурної лінгвістики й логічної семантики).

Розрізняють два різновиди П. і. а.— документальний (або документографічний) і фактографічний. При документальному П. і. а. у відповідь на запит, у якому сформульовано вимоги до шуканої інформації (напр., перелічено характеристики певного вузла або пристрою, що цікавить споживача), інформаційно-пошукова система зазначає документи, в яких є потрібна інформація,— опис вузла чи пристрою. При фактографічному П. і. а. система видає споживачеві безпосередньо шукану інформацію,— технічні дані вузла чи пристрою тощо. Розрізняють іще вибірковий (або диференційований) розподіл інформації та довідковий (або ретроспективний) пошук. При вибірковому розподілі інформації кожний наступний сеанс документального або фактографічного П. і. а. провадиться в новому масиві документів, що надійшли в інформаційно-пошукову систему за певний проміжок часу на одні й ті самі запити, які відображають відносно стійке коло інтересів абонентів системи — їхній «профіль». Мета вибіркового розподілу інформації — оперативно оповіщати абонентів системи про надходження нових документів за їхньою тематикою. При довідковому пошуку, навпаки, кожний наступний сеанс П. і. а. провадиться в усьому інформаційному масиві документів на разові запити. Мета довідкового пошуку — відбір інформації відповідно до виниклого запиту в усьому масиві нагромаджених документів. Звичайно, й перелік запитів при вибірковому розподілі інформації, й масив документів при довідковому пошуку можуть поступово змінюватися внаслідок надходження нових запитів і документів і вилучення застарілих.

П. і. а. складається з двох осн. операцій — *індексування* і встановлення семантичної відповідності між запитами й документами. Індексування полягає в тому, що зміст документа або запиту формулюється в термінах *мови інформаційно-пошукової* у вигляді *пошукового образу документа* або, відповідно, *пошукового припису*. Індексування запиту зводиться до перекладу його з природної мови на інформаційно-пошукову мову. Індексування документа має два етапи — стислий виклад осн. змісту документа природною мовою (реферування) і переклад одержаного реферата на інформаційно-пошукову мову. Індексування при П. і. а. часто здійснюють вручну (це дає деяким авторам підставу не включати цю операцію до П. і. а.). Встановлення семантичної відповідності полягає у визначенні ступеня семантичної близькості між пошуковим приписом і пошуковим образом документа. Найчастіше критерій семантичної відповідності формулюється як ф-ція множини дескрипторів, що є одночасно в пошуковому припису і в пошуковому образі документа. Передбачається, що чим більше спільних дескрипторів мають пошуковий припис і по-

шуковий образ документа, тим вищий буде ступінь смислової близькості між ними.

Літ.: Берштейн Э., Лахути Д., Чернявский В. Вопросы теории поисковых систем. М., 1966 [бібліогр. с. 130—131]; Информационно-поисковая система «БИТ». К., 1968 [бібліогр. с. 215—217]; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [бібліогр. с. 728—735].

Е. Ф. Скороходько.

ПОШУКОВИЙ МАСИВ — див. *Масив інформаційний.*

ПОШУКОВИЙ ОБРАЗ ДОКУМЕНТА — текст інформаційно-пошуковою мовою, який поставлено в однозначну відповідність з документом і який відображує ознаки документа, потрібні для того, щоб на запит знайти його в інформаційно-пошуковій системі. Крім ознак, що розкривають тему документа, П. о. д. здебільшого містить і деякі додаткові відомості (бібліографічні описи, вихідні дані, тип документа та ін.). Зміст і структура П. о. д. визначаються типом інформаційно-пошукової системи, зокрема, *мови інформаційно-пошукової.* Див. також *Пошуковий припис.*

Е. Ф. Скороходько.

ПОШУКОВИЙ ОБРАЗ ЗАПИТУ — те саме, що й *пошуковий припис.*

ПОШУКОВИЙ ПРИПИС — текст інформаційно-пошуковою мовою, який є результатом перекладу інформаційного запиту з природної мови і відображує ознаки документів (або фактів), які має відібрати *інформаційно-пошукова система* у відповідь на даний запит. У П. п. можуть зазначатися як тематичні, так і бібліографічні характеристики шуканих документів. Зміст і структура П. п. визначається типом інформаційно-пошукової системи, і, зокрема, *мови інформаційно-пошукової.* Див. також *Пошуковий образ документа.* *Е. Ф. Скороходько.*

ПОШУКУ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЙ МЕТОДИ — див. *Мінімізації функцій методи, Оптимізації методи* чисельні.

ПРАВИЛО ВИРІШУВАЛЬНЕ в розпізнаванні образів — алгоритм, який дає змогу за результатами вимірювань певних ознак об'єкта (ситуації) прийняти рішення щодо значень цікавих для нас параметрів цього об'єкта, безпосередньо не спостережуваних при вимірюваннях (напр., рішення про те, до якого класу об'єктів, тобто образу, слід віднести цей об'єкт). П. в. звичайно виводять за два етапи: 1) вибирають, найчастіше на інтуїтивній основі, сукупність вимірюваних ознак об'єкта $x = (x_1, \ldots, x_n)$; 2) будують П. в. $\delta(x)$, яке відображає множину $\mathfrak{X}$ наборів ознак x об'єктів на множину Λ рішень λ, що приймаються відносно значень шуканих параметрів γ об'єктів. Множина Λ найчастіше тотожна (точніше, ізоморфна) множині значень шуканих параметрів Γ, але в загальному випадку може відрізнятися від неї. Прикладом П. в. може бути алгоритм лінійного поділу образів у n-мірному евклідовому просторі $\mathfrak{X}$. Множини Γ та Λ тотожні і є скінченними множинами номерів класів (образів): $\Gamma = \Lambda = \{1, 2, \ldots, N\}$. Кожний клас характеризується заданим опорним вектором (див. *Еталон* у розпізнаванні образів) $\alpha_\gamma = (\alpha_{1\gamma}, \alpha_{2\gamma}, \ldots, \alpha_{n\gamma})$. Алгоритм відносить об'єкт, описуваний набором ознак $x = (x_1, \ldots, x_n)$, до того з класів λ, для якого максимальним є скалярний добуток $\sum_{i=1}^{n} x_i\alpha_{i\gamma}$.

П. в., використовувані в *розпізнаванні образів,* частково взято з теорії статистичних рішень, *ігор теорії, оптимального керування теорії* і т. п. Деякі з синонімів П. в.: вирішувальна функція, стратегія, *алгоритм розпізнавання.* В розпізнаванні образів П. в. часто задають за допомогою сімейства дискримінантних функцій або системи роздільних поверхонь.

Кожна дискримінантна функція $f(x, \gamma)$ зазначає кількісно ступінь «близькості» (схожості) наборів ознак $x \in \mathfrak{X}$ до представників одного з класів γ. П. в. відносить об'єкт, описуваний набором ознак x, до класу λ, для якого схожість є максимальною: $f(x, \lambda) = \max_{\gamma \in \Gamma} f(x, \gamma)$. Роздільні поверхні $\varphi(x, \lambda) = 0$ розчленовують множину $\mathfrak{X}$ на неперетинні підмножини $\mathfrak{X}_\lambda = \{x | \varphi(x, \lambda) > 0\}$, що відповідають розрізнюваним класам: $\varphi(x, \lambda) > 0$, якщо об'єкт, описуваний набором ознак x, належить до класу λ, і $\varphi(x, \lambda) \leqslant 0$ в противному разі.

У задачах розпізнавання образів прагнуть будувати П. в. так, щоб оптимізувати величину певного критерію якості розпізнавання.

Статистичні П. в. (див. *Статистичні методи розпізнавання*) будують на основі критеріїв *риску розпізнавання,* тобто матем. сподівання втрат (напр., збитків через помилкові рішення). Можливі й інші критерії якості розпізнавання (зокрема, якщо П. в. вибирають з деякої обмеженої сім'ї алгоритмів, таким критерієм може бути кількість фактичних помилок при розпізнаванні об'єктів заданої контрольної сукупності, для яких відома правильна класифікація). Якщо статистичний критерій якості, крім збитків через помилкові рішення, враховує й вартість вимірювання кожної ознаки, найкраща якість досягається при послідовному П. в. Послідовне рішення виноситься за кілька етапів, причому кількість етапів змінюється від об'єкта до об'єкта. На кожному етапі, залежно від одержаних на попередніх етапах значень ознак розглядуваного об'єкта, або приймається рішення про наступне вимірювання, або виноситься остаточне рішення про значення шуканих параметрів цього об'єкта, й цим і завершується вирішення. Теорію оптим. послідовних статистичних П. в. уперше запропонував амер. учений А. Вальд. Непослідовне П. в. формально можна розглядати як окремий випадок послідовного П. в., при якому кількість вимірювань завжди фіксована.

Розрізняють рандомізовані й нерандомізовані П. в. При нерандомізованому П. в. для кожного певного набору

ознак $x \in \mathfrak{X}$ щоразу зазначається єдине відповідне йому рішення $\lambda = \delta(x)$. Рандомізоване П. в. для кожного такого набору ознак x задає лише певний умовний розподіл $g(\lambda \mid x)$ імовірностей усіх можливих рішень $\lambda \in \Lambda$. При кожній новій появі конкретного набору ознак $x \in \mathfrak{X}$ відповідно до цього розподілу провадиться випадкове вибирання одного з рішень $\lambda \in \Lambda$. Нерандомізоване П. в. є окремим випадком рандомізованого, коли для кожного набору ознак $x \in \mathfrak{X}$ умовна ймовірність рішення відмінна від нуля лише при одному конкретному значенні $\lambda = \delta(x)$.
Г. Л. Гімельфарб.

ПРАГМА́ТИКА — розділ *семіотики*, що вивчає відношення того, хто користується знаковою системою (інтерпретатора) до самої знакової системи. П. вивчає сприйняття осмислених виразів знакової системи відповідно до вирішувальних здатностей сприймаючого. Осн. ідеї П. виклав амер. логік Ч. Пірс (1839—1914), який сформулював проблематику її як семіотичної дисципліни. Згодом П. набула розвитку у працях амер. матем. А. Черча (н. 1903) та ін. авторів. Теоретична П. складається як природничонаукова теорія. У П. приймаються деякі гіпотези про властивості та будову інтелекту, формульовані на основі даних нейрофізіології, експериментальної психології, *біоніки*, теорії *персептронів* тощо. Спостереження, що нагромаджуються в «пам'яті» інтелекту, можуть правити за вихідні дані для навчання інтелекту, приводити його до самоорганізації і, отже, змінювати його реакції під час сприйняття семантичної системи (якась формальна інтерпретована мова). Проблематика теоретичної П. прилягає до *програмування евристичного* — галузі дослідження, що виникла останнім часом і вивчає правдоподібні міркування, результати евристичного програмування треба враховувати при побудові *штучного розуму*. Це є одним із стимулів розробляти *числення* з недедуктивними правилами виведення.

Тепер набули великого поширення й роботи в галузі прикладної П. Зокрема, чимало досліджень, що провадяться в СРСР, в США та інших країнах, присвячено емпіричному аналізові розуміння людьми різних мовних виразів, вивченню ритміки та віршування, а також розроблянню *інформаційно-пошукових систем* (однією з найважливіших проблем П., що стосується інформаційно-пошукових систем, є проблема порівнювання й оцінки різних систем залежно від точок зору споживачів). Ці роботи відіграють значну роль у розроблянні таких проблем, як автомат. *розпізнавання образів*, *машинний переклад* тощо. Галуззю прикладної П. є т. з. роботика — теорія побудови штучних інтелектів (ро́ботів). Існує зв'язок і між П. та проблемами космічних комунікацій. Отже, дослідження з моделювання розумової і творчої діяльності людини тісно пов'язані з проблематикою П. Прагматичний підхід до проблем логіки дуже цікавий і в дослідженнях з основ математики.

Літ.: Martin K. M. Toward a systematic pragmatics. Amsterdam, 1959; Карнап Р. Значение и необходимость. Пер. с англ. М., 1959 [бібліогр. с. 357—360]; Greniewski H. Cybernetics without mathematics. Oxford — London — New York — Paris — Warszawa, 1960; Harrah D. Communication: a logical model. Cambridge, 1963 [бібліогр. с. 107—111].
В. К. Фінн.

ПРЕДИКА́Т — одне з фундаментальних понять *логіки математичної*, умова, сформульована в термінах якоїсь точної логіко-математичної чи неформальної мови. П. містить позначення для довільних об'єктів певного класу (змінні). При заміні змінних іменами об'єктів цього класу П. задає точно визначене висловлювання. Прикладами П. можуть бути вирази $(x > 2)$, $(x + 3) = y$, $(x > 3$ та $y < x)$. Якщо замінити x на 2 й y на 5, то другий з наведених П. визначає дійсне висловлювання, а решта — хибні. Можливі й інші варіанти визначення П. Так, іноді провадять ототожнювання, вважаючи, що сімейство рівнозначних умов задає той же П. Висловлювання можна розглядати як окремий випадок П. з «фіктивними» змінними тощо.
А. Г. Драгалін.

ПРЕДИКАТИ́ВНІСТЬ — особливість, пов'язана із засобами визначення множин у *множин теорії*. Нехай множину M визначено як сукупність усіх елементів x, що задовольняють умову $\mathfrak{A}(x)$. Якщо при цьому формулювання умови $\mathfrak{A}(x)$ таке, що для його розуміння треба залучити клас множин G такий, що $M \in G$, то кажуть, що визначення множини M є непредикативним. Непредикативні визначення часто трапляються в звичайних формулюваннях теорії множин (напр., в системі ZF Цермело — Френкеля), де в умовах $\mathfrak{A}(x)$ фігурують необмежені квантори по всіх множинах і замість G можна взяти універсум усіх множин.

Давно помітили, що всі парадокси теорії множин містять непредикативні визначення і це може бути підставою для того, щоб вважати саме непредикативні визначення причиною парадоксів. Найпростіший засіб обмеження непридикативності застосовують у простій теорії типів Уайтхеда і Рассела, де всі множини поділяють на типи і сама множина має тип вищий, ніж її елементи. Але при цьому визначальні умови $\mathfrak{A}(x)$ все ж таки можуть містити квантори того самого типу, що й тип x, і навіть вищих типів. Радикальніше непредикативність усувають у розгалуженій теорії типів, фрагментом якої є т. з. предикативний аналіз. У цих теоріях кожна множина x визначається уже в строгому розумінні предикативно. На жаль, предикативні теорії накладають помітні обмеження на свободу поводження з множинами, тому розвиток у межах цих теорій змістової математики утруднений. З другого боку, для предикативних теорій часто можна побудувати конструктивне доведення їхньої несуперечливості.

Літ.: Kleene S. C. Introduction to metamathematics. New York — Toronto, 1952; Fraenkel A. A., Bar-Hillel Y. Foundations of set theory. Amsterdam, 1958.
А. Г. Драгалін.

ПРЕДСТА́ВЛЕНЬ ГРУП ТЕО́РІЯ — розділ *груп теорії*, що в ньому вивчають гомоморфні відображення абстрактної *групи* на групу *операторів лінійних*. Нехай G — скінченна група з елементами $g_1, \ldots, g_m$; T — група лінійних операторів $\hat{T}_{g_i}$ в якомусь просторі R гомоморфна групі G. Тоді група T являє собою представлення групи G. Якщо простір R є n-вимірний векторний простір, то будь-який його елемент $\vec{x}$ можна розкласти по n ортах $\vec{e}_k$, що утворюють базис цього простору $\vec{x} = x_1\vec{e}_1 + \ldots + x_n\vec{e}_n$. Визначимо оператор $\hat{T}_{g_i}$, припустивши $\hat{T}_{g_i}\vec{e}_k = \sum\limits_r T_{rk}(g_i)\,\vec{e}_r$ $(g_i \in G)$. Отже, кожному елементові g_i групи G ставлять у відповідність матрицю $T(g_i) = \| T_{rk}(g_i) \|_{r,\,k=1}^{n}$; сукупність матриць $T(g_i)$, коли елемент g_i пробігає всю групу G, також утворює представлення, що його наз. матричним представленням порядку n групи G. Переходячи до нового базису $\vec{e}_i{}' = \sum\limits_k v_{ik}\vec{e}_k$, матриці представлення $T(g_i)$ зазнають перетворення подібності; представлення групи G матрицями $V^{-1}T(g_i)\,V$ $(g_i \in G)$ наз. еквівалентним щодо представлення матрицями $T(g_i)$. В теорії лінійних представлень груп (т. л. п. г.) розглядають здебільшого унітарні представлення як одного з представників класу еквівалентних представлень. Якщо група матриць $T(g_i)$ $(g_i \in G)$ ізоморфна групі G, то кажуть, що ці матриці дають точне представлення групи G. Напр., циклічна група третього порядку складається з трьох елементів $g_1 = a$, $g_2 = a^2$, $g_3 = a^3 = I$ — одиничний елемент; ця група ізоморфна групі поворотів рівнобічного трикутника на кути 120°, 240°, 0° або 360° навколо осі, що проходить через центр трикутника перпендикулярно його площині чи групі трьох матриць:

$$T(g_1) = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T(g_2) = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$T(g_3) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Може бути й таке, що в просторі R_n, в якому визначено групу T, існує підпростір R_k $(k < n)$, інваріантний відносно всіх операторів групи T, тобто для кожного $\vec{x} \in R_k$ вектор $\hat{T}(g_i)\vec{x} \in R_k$; таке представлення наз. звідним. Узявши першими k ортів у просторі R_n орти підпростору R_k, усі матриці операторів групи T можна представити у блоково-трикутній формі

$$T(g_i) = \begin{Vmatrix} T_1(g_i) & T_{12}(g_i) \\ 0 & T_2(g_i) \end{Vmatrix}.$$

Якщо в просторі R_n немає нетривіального інваріантного підпростору, то представлення наз. незвідним. Якщо простір R_n можна розкласти на інваріантні підпростори, що в кожному з них реалізують незвідне представлення, то йдеться про п о в н у з в і д н і с т ь або розпад представлення T; при відповідному виборі базису матриці цього представлення мають квазідіагональний вигляд:

$T(g_i) =$

Базис простору R_n, в якому відбувається розпад звідного представлення, називають канонічним.

Апарат т. л. п. г. широко використовують у фізиці й хімії, вивчаючи симетричні багатоатомні молекули, кристали і різні симетричні квантовомеханічні системи, зокрема в теорії елементарних частинок. При цьому під симетрією системи розуміють інваріантність її матем. чи фіз. моделі відносно певної групи лінійних перетворень. Методи т. л. п. г. застосовують і в *автоматичного керування теорії*. В системах автомат. керування симетрія буває в структурі системи і в періодичності її функціонування. Симетрія є і в елементах корекції автомат. пристроїв (ланцюжки, мости, схрещені схеми та ін.), у рухомих об'єктах керування, що складаються з великої кількості однотипних пружних елементів, у розподілених системах керування типу керуючих середовищ з волокнистою структурою, в системах керування виробництвом і при аналізі ін. типів складних систем керування з просторово-часовою симетрією. Про представлення неперервних груп див. *Групи неперервні*.

Літ.: Л ю б а р с к и й Г. Я. Теория групп и ее применение в физике. М., 1958 [бібліогр. с. 345—349]; Л е н г С. Алгебра. Пер. с англ. М., 1968.

В. В. Удилов.

ПРИЙНЯТТЯ́ РІШЕНЬ В УМО́ВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ — задача, яка виникає при необхідності діяти в ситуації, що відома не повністю. Формулюють її здебільшого як задачу пошуку окремого найкращого (в якомусь розумінні) рішення на заздалегідь заданій множині допустимих рішень. Осн. трудність полягає в тому, що наслідки, пов'язані з прийняттям того або іншого рішення, залежать від невідомої ситуації. Ступінь неприйнятності цих наслідків прийнято вимірювати в умовних одиницях — втратах, яких, за припущенням, може зазнати активна особа, тобто той, хто приймає рішення. Осн. вихідною інформацією, необхідною для роз-

в'язування задачі, є функція втрат, що являє собою залежність втрат від двох аргументів: рішення та ситуації. Основний крок при розв'язуванні задачі полягає в перетворюванні ф-ції втрат у ф-цію риску, яка відображує залежність ступеня риску, на який іде активна особа, вже тільки від одного аргументу — від рішення, яке приймають. Спосіб такого перетворювання неоднозначний і залежить від критерію риску, що його вибрала активна особа. Від цього критерію залежить і зміст виразу «найкраще рішення»: найкращим наз. рішення, яке мінімізує риск. Застосовність різних критеріїв риску залежить від характеру невизначеності ситуації. Докладно вивчено два типи таких невизначеностей: невизначеність стану природи і невизначеність цілеспрямованої протидії. Задачі, пов'язані з невизначеностями 1-го й 2-го типів, вивчають відповідно теорія статистичних рішень та *ігор теорія*. Невизначеність стану природи, в свою чергу, буває двох осн. видів: коли про фактичний стан природи не відомо нічого, крім множини, з якої його можна вибрати; коли відомим є *розподіл імовірностей* (або ф-ція щільності ймовірності) на множині можливих станів природи.

Формально задачу ставлять так. Нехай A — множина допустимих рішень, Θ — множина можливих ситуацій, φ — ф-ція втрат, тобто числова ф-ція, визначена на множині $A \times \Theta$ всіх пар вигляду (a, θ), де $a \in A$ — рішення, $\theta \in \Theta$ — ситуація (число $\varphi(a, \theta)$ наз. втратою, що супроводить рішення a при ситуації θ). Зафіксувавши якесь рішення $a \in A$, з двоаргументної ф-ції φ одержимо нову (одноаргументну) ф-цію $\theta \to \varphi(a, \theta)$, визначену на множині Θ й таку, що відображує залежність втрати від ситуації при заданому й фіксованому рішенні a. Позначимо цю нову ф-цію через $\varphi(a, \cdot)$. Тоді усяке перетворення ф-ції втрат φ на ф-цію риску ρ можна здійснити, застосувавши до всіх можливих ф-цій вигляду $\varphi(a, \cdot)$ (де a перебігає множину A) якийсь функціонал Σ. Результат $\rho(a) = \Sigma\varphi(a, \cdot)$ застосування функціоналу Σ до ф-ції $\varphi(a, \cdot)$ являє собою число і наз. **р и с к о м**, пов'язаним з рішенням a. Найкращим рішенням, якщо воно існує, наз. таке $a^* \in A$, яке мінімізує риск на множині рішень A, тобто задовольняє вимогу $\rho(a^*) = \inf\limits_{a \in A} \rho(a)$. Коли множина A скінченна, для неї можна визначити поняття рандомізованого рішення (в таких випадках рішення з A наз. детермінованим). Рандомізованим рішенням, заданим на множині A, наз. усяку невід'ємну числову ф-цію q, визначену на множині A і таку, що задовольняє вимогу $\sum\limits_{a \in A} q(a) = 1$ (якщо множина A неперервна, сума замінюється інтегралом). Число $q(a)$ тоді наз. *імовірністю* детермінованого рішення a щодо рандомізованого рішення q. Практичне застосування усякого рандомізованого рішення полягає в тому, що кидають жереб, який визначає, яке детерміноване рішення з A треба в цьому разі прийняти, при цьому застосування рандомізованого рішення потребує такої організації кидання жереба, щоб детерміноване рішення a в ньому випадало з імовірністю $q(a)$. Позначимо множину всіх рандомізованих рішень, заданих на множині A, через $\widetilde{A}$. Очевидно, для кожного $a \in A$ знайдеться таке еквівалентне йому рандомізоване рішення $q_a \in A$, відносно якого ймовірність $q_a(a)$ детермінованого рішення a дорівнює 1. Тому множину $\widetilde{A}$ можна розглядати як результат поповнення множини A і, отже, доцільно ставити задачу пошуку найкращого рішення уже на множині $\widetilde{A}$. Для цього необхідно продовжити ф-цію втрат φ з множини $A \times \Theta$ пар вигляду (a, θ) на множину $\widetilde{A} \times \Theta$ пар вигляду (q, θ). Серед. втратою, що супроводить рішення $q \in \widetilde{A}$ при ситуації $\theta \in \Theta$, наз. число $\widetilde{\varphi}(q, \theta) = \sum\limits_{a \in A} q(a) \cdot \varphi(a, \theta)$. Те, що співвідношення $\widetilde{\varphi}(q_a, \theta) = \varphi(a, \theta)$ справджується для будь-якої пари (a, θ), показує, що ф-ція серед. втрат $\widetilde{\varphi}$ є продовженням ф-ції втрат φ. Якщо для детермінованих рішень уже було вибрано критерій риску, а, отже, й функціонал Σ, то за допомогою цього ж функціоналу Σ для рандомізованих рішень можна визначити ф-цію серед. рисків $\widetilde{\rho}$. Серед. риском, пов'язаним з рандомізованим рішенням $q \in \widetilde{A}$, наз. число $\widetilde{\rho}(q) = \Sigma\widetilde{\varphi}(q, \cdot)$. Найкращим рандомізованим рішенням вважають рішення, що мінімізує середній риск.

Важливий заг. висновок, що стосується будь-яких критеріїв риску, полягає в такому: яким би не був функціонал Σ, має місце співвідношення $\inf\limits_{q \in \widetilde{A}} \Sigma\widetilde{\varphi}(q, \cdot) \leqslant \inf\limits_{a \in A} \Sigma\varphi(a, \cdot)$. Отже, поповнення множини A не може завдати шкоди при розв'язуванні задачі. А відповідь на питання, чи дасть поповнення реальну користь (тобто чи можна знак $\leqslant$ замінити на знак $<$), залежить уже від використовуваного критерію риску. Найпоширенішими є два такі критерії риску: критерій мінімаксу й критерій Байєса. Коли вдаються до критерію мінімаксу, це не потребує ніякої інформації про ситуацію (крім зазначення множини можливих ситуацій). Тому цей критерій можна застосовувати при будь-якій з розглянутих невизначених ситуацій (а для невизначеності протидії він є навіть єдиним прийнятним критерієм з відомих). Функціонал Σ для нього має вигляд $\sup\limits_{\theta}$, а риск $\rho(a)$, пов'язаний з рішенням $a \in A$, визначають за співвідношенням $\rho(a) = \sup\limits_{\theta \in \Theta} \varphi(a, \theta)$. У багатьох практично важливих випадках

(напр., коли множини A та Θ скінченні) найкраще детерміноване рішення a^* задовольняє умову $\rho(a^*) = \min_{a \in A} \max_{\theta \in \Theta} \varphi(a; \theta)$. Для критерію мінімаксу поповнення множини A виявляється істотним, бо завдяки цьому можна, як правило, одержувати вигідніші рішення. Критерій Байєса можна використовувати тільки при такій невизначеності ситуації, коли відомим є розподіл імовірностей (або ф-ція щільності ймовірності) на множині Θ усіх можливих ситуацій. Нехай для будь-якого $\theta \in \Theta$ $p(\theta)$ — імовірність ситуації θ. Тоді функціонал Σ має вигляд M_p (читають його: «*математичне сподівання* за розподілом p»), а риск $\rho(a)$ визначають за ф-лою $\rho(a) = \sum_{\theta \in \Theta} p(\theta) \cdot \varphi(a, \theta)$. На відміну від критерію мінімаксу, для критерію Байєса є неістотним поповнення множини A, тобто введення рандомізованих рішень не дає ніякого виграшу.

Розглянута задача прийняття рішень є одночасно найпростішою і найважливішою. Назвемо її основною задачею. Вивчали різноманітні узагальнення й ускладнення цієї задачі. Один з варіантів ускладнення зв'язаний з використанням при вибиранні найкращого рішення результатів якихось спостережень. При такій постановці задачі треба шукати вже не найкраще рішення (осн. задача), а найкращу стратегію (або *правило вирішувальне*), що являє собою залежність найкращого рішення від результатів спостереження (стратегічна задача). Нехай Z — множина можливих результатів спостереження і нехай відомими є *імовірності умовні* (або щільності ймовірностей) $p(z/\theta)$ для усіх $z \in Z$ та $\theta \in \Theta$. Детермінованою (мішаною) стратегією наз. усяке відображення s множини Z у множину детермінованих рішень A (відповідно у множину рандомізованих рішень $\tilde{A}$). Множину $\tilde{S}$ усіх мішаних стратегій можна розглядати як результат поповнення множини S всіх детермінованих стратегій (для $s \in S$, $\tilde{s} \in \tilde{S}$ та $z \in Z$ $s(z)$ — детерміноване, а $\tilde{s}(z)$ — рандомізоване рішення. Стратегічну задачу (пошук найкращої стратегії у множині S або у множині $\tilde{S}$) можна звести до осн. задачі. Роль рішень у цій осн. задачі відіграють стратегії з множини S, а роль ф-ції втрат — ф-ція f, яку визначають з умови: для кожної пари (s, θ) $f(s, \theta) = \sum_{z \in Z} p(z/\theta) \cdot \varphi(s(z), \theta)$, де s — стратегія, θ — ситуація, φ — вихідна ф-ція втрат. Критерій Байєса дає ще один спосіб зведення стратегічної задачі до основної. Нехай для всіх $\theta \in \Theta$ та $z \in Z$ відомі ймовірності $p(\theta)$ та $p(z/\theta)$. Тоді, якщо одержаний результат спостереження є $z \in Z$, то, розглядаючи ймовірності $p(\theta)$ як апріорні, можна одержати апостеріорні ймовірності $\tilde{p}(\theta/z)$ для всіх $\theta \in \Theta$ за ф-лою Байєса (звідси й назва «критерій Байєса») $\tilde{p}(\theta/z) = [p(\theta) \cdot p(z/\theta)] / \sum_{\theta' \in \Theta} p(\theta') \cdot p(z/\theta')$. Після цього для кожного результату спостереження $z \in Z$ розв'язують його осн. задачу — на множині A шукають найкраще рішення a_z (під імовірністю A ситуації $\theta \in \Theta$ при цьому розуміють апостеріорну ймовірність $\tilde{p}(\theta/z)$). Цим способом можна одержати найкращу стратегію (це буде ф-ція $z \to a_z$, що ставить у відповідність кожному результатові спостереження z найкраще рішення a_z), до того ж вона буде співпадати з найкращою стратегією, знайденою першим способом. При умові, що риск в даний момент часу залежить від наслідків, зумовлених рішенням в попередні моменти часу, і критерій оцінки якості рішень, які приймають, являє собою якийсь функціонал, визначений на всьому інтервалі прийняття рішень, виникає багатокрокова задача прийняття рішень. Якщо рішення визначають вибір *керуючого діяння* і приймають їх в умовах невизначеності або неповноти інформації, то відповідну багатокрокову задачу наз. задачею керування в умовах невизначеності (див. *Дуальне керування* та *Керування з адаптацією*). Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності виникають в найрізноманітніших сферах людської діяльності: в економіці, біології, техніці, медицині тощо.

Літ.: Блекуэлл Д., Гиршик М. А. Теория игр и статистических решений. Пер. с англ. М., 1958 [бібліогр. с. 351—359]; Вильямс Дж. Д. Совершенный стратег или Букварь по теории стратегических игр. Пер. с англ. М., 1960 [бібліогр. с. 265—266]; Льюс Р. Д., Райфа Х. Игры и решения. Пер. с англ. М., 1961 [бібліогр. с. 608—625]; Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. Пер. с англ. М., 1962.

В. І. Іваненко, М. М. Дідук.

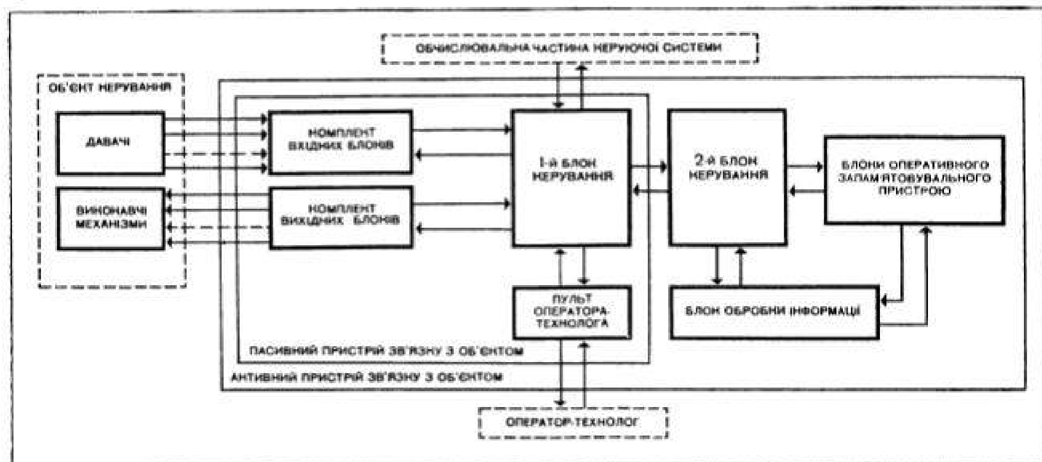
ПРИСТРІЙ ЗВ'ЯЗКУ З ОБ'ЄКТОМ — комплекс спеціалізованих блоків, який здійснює інформаційний обмін між об'єктом керування та цифровою керуючою машиною. Цей комплекс дає змогу одержувати в потрібному для цифрових обчислень вигляді інформацію про стан керованого об'єкта, виконує в ряді випадків деякі логічні та арифм. операції, пов'язані з простими формами обробки інформації, і забезпечує виконання операцій, що завершують процес керування (вироблення, передавання та підтримання в необхідних межах керуючих діянь на об'єкт). Функції П. з. з о. визначаються обсягом і характером завдань, поставлених перед керуючою машиною. На відміну від звичайних обчисл. машин керуюча машина (КМ) реалізує *алгоритм* керування, перебуваючи в безпосередньому інформаційному контакті з керованим об'єктом, його джерелами й приймачами інформації. Включена до системи автоматичного керування, вона знаходить оптим. розв'язки матем. рівнянь, які відображають суть процесу керування, й на основі одержаних результатів діє на регульований об'єкт, забезпечуючи найвигідніші умови експлуатації.

Значна частина контрольованої та керую-

чої інформації (від давачів, що вимірюють технологічні параметри, які безперервно змінюються) має іншу фіз. природу, ніж інформація, що циркулює всередині керуючої машини. В аналогових давачах вихідні сигнали являють собою неперервні ф-ції часу й у заданих межах можуть мати будь-які значення. Отже, коли обчисл. машини включають до системи керування, виникає завдання узгодити фіз. форму інформації на стиках між аналоговими й цифровими ланками системи. Є дуже багато типів існуючих аналогових давачів. Їхні вихідні сигнали можуть бути подані електр. величинами, мех. переміщеннями або кутом повороту вала, тиском тощо. Операцію перетворення вихідних сигналів давачів на цифрові коди здійснюють *аналого-цифрові перетворювачі* (прямі перетворювачі). У складі П. з. з о. прямі перетворювачі працюють здебільшого разом з комутаторами, на вхід яких подаються сигнали від давачів об'єкта.

Від технологічних об'єктів надходить і дискретна інформація (показання цифрових вимірювальних приладів і сигнали двопозиційних давачів). Цифровими вимірювальними приладами визначають осн. технологічні параметри (тиск, витрату енергії та речовини, т-ру тощо). Використання їх зводить завдання зв'язку до передавання дискретних даних від вихідного регістра приладу на вхідний регістр П. з. з о. Цифровий прилад складається з давача і перетворювача аналог-код. Перетворювач аналог-код спрощують, використовуючи спец. давачі, що видають показання у цифровій формі.

Давачі двопозиційних сигналів характеризують стан об'єкта тільки якісно: напр., об'єкт увімкнено (відкрито); об'єкт відімкнено (закрито); збіг дійсного й заданого положення об'єкта; зупинка об'єкта в проміжному положенні; правильність вибору об'єкта для керування тощо. Двопозиційні сигнали набувають двох значень («так» — «ні»; «замкнено» — «розімкнено»). Ці сигнали наз. р е л е й н и м и сигналами. Як вхідні величини в двопозиційних давачах використовують здебільшого крайні значення струмових або пневматичних сигналів стандартного діапазону або стан контактів (замкнено — розімкнено). Якщо ці стани позначити через «0» і «1», то кожен двопозиційний давач можна вважати за один розряд якогось двійкового числа. Частину двопозиційних давачів у конкретній системі керування можна використовувати як «аварійні». Якщо на виході такого давача є сигнал, це значить, що необхідно терміново змінити *програму* машини й перейти на аварійну *підпрограму*.



Блок-схема пасивного й активного пристроїв зв'язку з об'єктом.

До давачів дискретних сигналів можна віднести й давачі інтегр. значень параметрів (витратоміри, лічильники кількості тощо). Їх доцільно застосовувати для елементарних обчислень поза машиною, пов'язаних переважно з вимірюванням витрати рідин, сипких тіл, електроенергії тощо, коли вимірювані величини використовують для розрахунків періодично, через великі інтервали часу. В таких випадках приєднання до первинного давача інтегрувальної приставки істотно зменшує кількість інформації, яка надходить у машину. Як первинні давачі найчастіше використовують давачі «число-імпульсного» типу, що видають імпульсні сигнали постійного струму чи напруги, частота проходження яких пропорційна вимірюваному параметрові.

Незначний обсяг інформації (числові значення різних величин із зазначенням характерної ознаки) вводить оператор-технолог за допомогою алфавітно-цифрових пультів ручного введення, що їх можна вважати за двопозиційні давачі. Керуючу інформацію, що її виробляє обчисл. частина цифрової КМ, подано в дискретному вигляді. Частина її зберігається у вигляді двопозиційних сигналів, решту треба перетворити на неперервну

форму, щоб узгодити з вхідними характеристиками виконавчих органів аналогової дії. Таку операцію виконують перетворювачі код-аналог, або зворотні.

Вихідні сигнали двопозиційного керування використовують для впливу на виконавчі механізми релейного типу — електр. або пневматичні реле, електроприводи двопозиційних засувок тощо. Двопозиційні вихідні сигнали («ввімкнути» — «вимкнути», «так» — «ні») можуть групуватись у багаторозрядні сигнали, які видаються одночасно на одну адресу. За допомогою багаторозрядних сигналів організовується видавання інформації на *алфавітно-цифрові друкувальні пристрої*, пристрої креслення графіків, сигнально-символічні пристрої (табло сигналізації, мнемосхеми, звукові сигнали тощо), цифрові табло та ін.

Залежно від виконуваних функцій П. з. з о. поділяють на пасивні й активні. Пасивні П. з. з о. працюють тільки за командами обчисл. частини машини чи оператора-технолога. Їхні ф-ції зводяться до виконання команд опитування давачів і команд видавання керуючих діянь на виконавчі механізми об'єкта керування. Вони складаються (мал.) з комплекту вхідних блоків, комплекту вихідних блоків і блока керування. До складу комплектів вхідних і вихідних блоків, які забезпечують приймання й видавання аналогової та дискретної інформації всіх видів, входять перетворювачі аналог-код і код-аналог, комутатори, підсилювачі тощо. Кількість і типи вхідних і вихідних блоків у складі пристроїв зв'язку з об'єктом залежать від інформаційно-топографічних характеристик керованого об'єкта.

Блок керування забезпечує зв'язок П. з. з о. з обчисл. частиною КМ й керування всіма блоками пристрою, розшифровує команди, що надходять від обчисл. частини машини, й здійснює необхідний обмін інформацією через блоки введення — виведення. Активні П. з. з о. не тільки виконують усі ф-ції пасивних, а й здатні, крім того, працювати в автономному режимі слідкування за станом керованого процесу, вони виконують певні алгоритм. перетворення інформації, пов'язані з реалізацією простих алгоритмів контролю й керування (напр., алгоритм реєстрації параметрів і сигналізації їхніх відхилень від норми, алгоритм регулювання за одним із простих законів тощо). Активні П. з. з о. з точки зору складу апаратури відрізняються від пасивних наявністю блоків керування та обробки інформації, які забезпечують автономність роботи пристрою, керування його роботою в різних режимах і обробку вхідної та вихідної інформації. До складу активного П. з. з о. можуть входити й блоки оперативного ЗП. Побудова П. з. з о. за активним принципом дає змогу збільшити надійність системи керування загалом і водночас збільшити ефективність використання КМ завдяки зменшенню потоку інформації, що надходить від об'єкта в обчисл. частину машини.

При проектуванні П. з. з о. загальноприйнятим є принцип *агрегатно-блокової побудови засобів обчислювальної техніки*. При цьому агрегатувати доцільно не тільки набір вхідних і вихідних блоків, а й блоки керування та обробки інформації, щоб в разі ускладнення завдань керування можна було легко перейти від пасивних П. з. з о. до активних з різним набором виконуваних ф-цій безпосередньо в процесі створення й розвитку системи керування.

Літ.: Египко В. М. Учет информационных особенностей процессов и алгоритмов при проектировании электронных цифровых управляющих машин. «Управляющие машины и системы», 1967, в. 2.

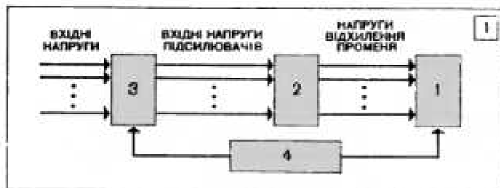
В. М. Єгипко.

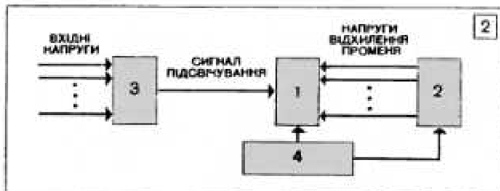
ПРИСТРІЙ ІНДИКАЦІЇ АОМ — пристрій, який забезпечує можливість візуального спостереження за результатами розв'язання поставленої на АОМ задачі. Осн. вимогами до пристроїв індикації є: достатньо висока точність реєстрації (на порядок вища за можливу точність розв'язку задачі), добра частотна характеристика (не гірша за частотні характеристики операційних блоків машин), можливість спостерігати одночасно за кількома кривими і зручність об'єднування з схемою керування АОМ. Зазначеним вимогам відповідають електроннопроменеві індикатори (ЕПІ). В СРСР серійно випускають кілька типів електроннопроменевих індикаторів (И-4, И-6 та И-10). Осн. вузлом у них є електроннопроменева трубка з статичним фокусуванням і статичним відхиленням променя, яке не потребує високої потужності керування положенням променя порівняно з системою магнітного відхилення. За способом відтворювання кривих розрізняють електроннопроменеві індикатори статичні й динамічні.

Осн. вузлами ЕПІ статичного типу є (мал. 1): електроннопроменева трубка (1) з джерелом живлення і схемою формування променя, схема керування відхиленням променя (2), схема комутації вхідних напруг (3) і схема керування пристроєм (4). У пристроях статичного типу И-4 та И-6 яскравість променя підтримується стала, допускається тільки підсвічування або гасіння (для утворення міток часу); криву «креслить» промінь, переміщуючись по екрану ЕПІ відповідно до змін вхідної напруги. В ЕПІ цього типу необхідність одночасно спостерігати за кількома кривими реалізується підмиканням по черзі вхідних напруг до входу підсилювача вертикального відхилення променя. Комутація вхідних напруг здійснюється переважно з допомогою контактів або електронних схем, які підмикають до входу підсилювача окремі ділянки спостережуваних кривих. Якщо АОМ працює в режимі швидкої періодизації розв'язувань, вхідні напруги можуть підмикатися до входу підсилювача з періодом, що дорівнює часові розв'язування задачі, зримо утворюючи комплекс досліджуваних кривих.

Характерною особливістю індикаторів динамічного типу (напр., И-10) є те, що положення променя не залежить від вхідних спостережуваних змінних (мал. 2). «Раст-

рову розгортку» променя по вертикалі й горизонталі здійснюють генератори розгортання променя, які входять до складу системи відхилення променя (2); візуалізація променя забезпечується підсвічуванням його в моменти, коли вхідна напруга дорівнює напрузі розгортки по вертикалі, цю рівність відмічають за допомогою схем порівнювання (3). Для спостереження за кількома змінними використовують кілька *схем порівнювання*, так що кількість одночасно спостережуваних кривих принципово не обмежена. Здебільшого в ЕПІ з растровою розгорткою променя з допомогою додаткових схем порівнювання на екрані утворюють масштабну сітку, якою користуються для вимірювання змінних разом з вертикальними прямими — позначками часу. До складу пристроїв керування індикаторів входять схеми, які забезпечують об'єднання ЕПІ з аналоговою машиною (щоб керувати машиною від ЕПІ або ЕПІ від АОМ), а також схеми керування розгортанням променя за часом і схеми генерації міток часу.





1. Блок-схема електроннопроменевого індикатора статичного типу.
2. Блок-схема електроннопроменевого індикатора динамічного типу.

І. М. Вітенберг.

ПРИСТРІЙ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІЮВАЛЬНИЙ — аналоговий розв'язувальний пристрій (функціональний перетворювач), вихідна величина якого z є похідною чи первісною функцією (інтегралом) від вхідної величини y або за часом t, або за нечасовим аргументом x. Отже, П. і.-д. призначений виконувати такі матем. операції над фіз. величинами:

$$z = \frac{dy}{dt}, \quad z = \frac{dy}{dx}, \quad z = \int y dt, \quad z = \int y dx.$$

Для інтегрування й диференціювання за часом t досить, щоб у П. і.-д. був один вхід для введення аргументу y і один вихід для знімання вихідної величини z; а для виконування тих самих операцій за нечасовим аргументом x потрібно, щоб був другий вхід для введення в пристрій фіз. величини x. П. і.-д. з двома входами можна використовувати для інтегрування та диференціювання за часом t. Наявність двох входів — умова необхідна, але не достатня для інтегрування та диференціювання за нечасовим аргументом x. Для виконування операцій за таким аргументом П. і.-д. повинен забезпечувати виконання операції множення та диференціювання за часом t у двох колах. Справді, припустимо, що кола А та Б є вхідними (мал.), і через них у П. і.-д. (на мал. ІДП) вводять відповідно x і y, а коло В — вихідне, і з нього знімають величину z. Вважатимемо також, що при такому використанні кіл виконується операція інтегрування

$$z = \int y dx. \qquad (1)$$

Продиференціювавши ліву й праву частини цього рівняння за часом t, одержимо

$$\frac{dz}{dt} = y \frac{dx}{dt}. \qquad (2)$$

Цей останній вираз означає, що в колах А та В має забезпечуватися диференціювання за часом t, а сукупність кіл А та Б має забезпечувати множення. Всі П. і.-д. з двома вхідними колами, як правило, забезпечують виконання операції множення типу [А · Б = = В], але не в усіх забезпечується виконання операцій диференціювання, напр., у колах А та В або в колах А та Б, тобто не для всіх П. і.-д. можна записати рівняння [А · Б = = В] у дифер. вигляді. Якщо немає змоги забезпечити хоча б в одному з кіл диференціювання за часом, такий пристрій є тільки множильним, але не інтегро-диференціювальним: якщо забезпечується диференціювання за часом лише в одному колі пристрою, тобто можна записати лише ліву чи лише праву частину рівняння [А · Б = В] в дифер. вигляді, то П. і.-д. інтегрує чи диференціює лише за часом t. Об'єднанням таких П. і.-д. в схему можна забезпечити функціонування схеми відповідно до рівняння (2). Забезпечуючи різні комбінації використання кіл П. і.-д. з трьома колами (два вхідні й одне вихідне), можна одержати шість різних інтегро-диференціювальних операцій (див. табл.).

П. і.-д. розрізняють: 1) за фіз. принципами дії — мех., електромех., електричні; 2) за родом процесів, що їх використовують для виконання операцій — П. і.-д. зі стаціонарним процесом, П. і.-д. з нестаціонарним процесом; 3) за виконуваними операціями — інтегратори й диференціатори; 4) за структурою — оборотні та необоротні. З мех. П. і.-д. можна виділити: П. і.-д. фрикційного типу (дискові з роликом, дискові з кульковою обоймою, грибоподібні). З електромеханічних найпоширенішими є тахомашинні П. і.-д. на базі тахомашин постійного та змінного струму.

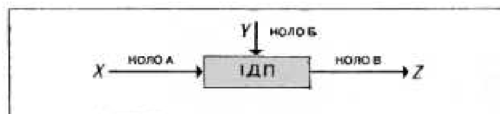


Схема роботи інтегро-диференціювального пристрою.

До групи електр. П. і.-д. належать RC-кола й *підсилювачі операційні* постійного струму (ОППС) у режимі інтегрування чи диференціювання. Зрідка як інтегро-диференціювальні елементи використовують RL- та RM-кола.

Важливою властивістю П. і.-д. є їхня оборотність, коли при заміні входу виходом і навпаки без порушення напрямленості дії власне інтегро-диференціювального елемента (ІДЕ) інтегратор стає диференціатором і навпаки. Природна оборотність властива лише для тахомашинних ІДЕ, а для решти П. і.-д. можна одержати штучне обернення з використанням *слідкуючих систем*. Похідні та первісні ф-ції другого й вищого порядку n здебільшого одержують, каскадно з'єднуючи відповідно два або n однотипних пристроїв (кілець). Каскадно з'єднують ІДЕ завжди за допомогою різних «розв'язувальних» підсилювачів або слідкуючих систем. П. і.-д. типу розв'язувальних підсилювачів з'єднують у каскадні схеми, безпосередньо вмикаючи вихід попереднього підсилювача на вхід наступного. Каскадне з'єднання розв'язувальних підсилювачів — осн. схемний прийом, коли набирають (моделюють) дифер. рівняння на *аналогових обчислювальних машинах*.

№№ пп	Кола ІДП			Одержуваний результат
	А	Б	В	
1	x	y	z	$z=\int y dx$
2	z	y	x	$z=\int \frac{dx}{y}$
3	y	x	z	$z=\int x dy$
4	z	x	y	$z=\int \frac{dy}{x}$
5	x	z	y	$z=\frac{dy}{dx}$
6	y	z	x	$z=\frac{dx}{dy}$

К. Г. Самофалов.

ПРИСТРІЙ ІНТЕГРУВАЛЬНИЙ, інтегратор — обчислювальний пристрій для інтегрування залежностей типу $Z = Z_0 + \int_{x_0}^{x} y dx$, де Z — вихідна, x і y — вхідні змінні (переміщення, кут повороту, електрична напруга тощо), Z_0 — початкове значення вихідної змінної, x_0 — початкове значення змінної інтегрування. П. і. використовують як операційні елементи в обчисл. пристроях і машинах безперервної та дискретної дії. П. і. можуть виконувати операції інтегрування за залежною й незалежною змінною, напр., за часом (див. *Пристрій інтегро-диференціювальний*).

За способами подавання величин П. і. поділяють на аналогові інтегрувальні пристрої (АІП), цифрові (ЦІП) і комбіновані (КІП). Залежно від принципу дії бувають мех., електромех., пневматичні, електронні та інші П. і. АІП виконують операції інтегрування в *аналогових обчислювальних машинах*. В АІП часто застосовують електронні схеми інтегрування, осн. елементом яких є конденсатор C, де напруга U пропорційна інтегралові за часом від струму, що протікає через АІП, $U = \frac{1}{C}\int_0^t i dt$. Найпоширенішою є схема (мал.) з вмиканням конденсатора в коло *зворотного зв'язку* електронного підсилювача (ЕП),

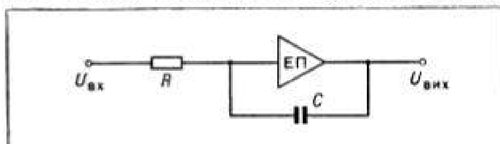


Схема інтегрувального пристрою з електронним підсилювачем.

т. з. операційний інтегрувальний підсилювач, оскільки вона має порівняно високий частотний діапазон і точність виконання операції інтегрування. Напруга на його виході $U_{вих} = U^0_{вих} - \frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} U_{вх} dt$, тобто інтегрування виконується за часом, при цьому $U_{вих}$ — початкове значення вихідної напруги при $t = t_0$. ЦІП є основним елементом цифрових інтегрувальних машин та цифрових дифер. аналізаторів. Інформацію в ЦІП подано у вигляді *кодів*. Інтегрування в ЦІП провадиться реалізацією ф-л чисельного інтегрування при скінченнорізницевому поданні змінних. У КІП вхідні й вихідні змінні подано і неперервно і дискретно; інтегрування виконують відповідно обчисл. пристрої неперервної та дискретної дії. В КІП немає вад АІП і ЦІП, а є достоїнства обох цих пристроїв.

Є й точкові П. і. Точковим П. і. одновимірної ф-ції $y = y(t)$ на кінцевому відрізку (T_0, T) наз. електр. модель дискретного *аналога* рівняння $h\frac{dz}{dt} + y = 0$, $T_0 \leqslant t \leqslant T$, в якому $y(t)$ — задавана, $z = z(t)$ — одержувана ф-ція, а h — крок їхньої дискретизації. Див. також *«ЭГДА»*.

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Пухов Г. Е. О решении конечных уравнений на гибридных вычислительных системах. «Кибернетика», 1969, № 2.

В. Д. Самойлов.

ПРИСТРІЙ КЕРУВАННЯ ЦОМ — пристрій, що забезпечує координацію дій усіх пристроїв цифрової обчислювальної машини (ЦОМ) відповідно до програми розв'язуваного завдання. ЦОМ автоматично виконує певні послідовності операцій згідно з командами програми, яку вводять у машину безпосередньо перед початком обчислювань. У сучас. обчисл. системах П. к. ЦОМ забезпечує спільну ро-

боту центр. обчислювачів з рештою пристроїв системи. П. к. здійснює інтерпретацію програми обчислювань і виконує окремі групи операцій; він зв'язаний з *арифметичним пристроєм*, *запам'ятовувальним пристроєм* і пристроями введення — виведення ЦОМ і забезпечує їхню спільну роботу. П. к. має такі осн. вузли: *регістр* команд, лічильник команд, *дешифратор* операцій, *суматор* адресний, індексрегістри, *шини* адрес, команд і чисел і різні тактуючі вузли, що виробляють потрібні послідовності керуючих сигналів. Регістр команд забезпечує зберігання коду команди. Частину розрядів регістра команд (регістр коду операції) призначено для зберігання коду виконуваної операції, решта розрядів (для зберігання кодів адрес операндів) зв'язані з регістром адреси запам'ятовувального пристрою; їх можна зв'язувати й з лічильником команд та ін. пристроями ЦОМ, залежно від структури її. Лічильник команд забезпечує зберігання кодів адрес команд, що надходять із ЗП на регістр команд, і здійснює керування переходом до виконання наступної команди відповідно до програми обчислювань. З регістром коду операції зв'язаний дешифратор операцій, кількість вихідних шин якого дорівнює кількості операцій ЦОМ. Кожній операції відповідає своя часова послідовність керуючих сигналів, що реалізує потрібну для виконання цієї операції послідовність мікрооперацій.

П. к. ЦОМ керує й виконанням програми обчислювань. Більшість логічних можливостей машини забезпечується тим, що П. к. ЦОМ здатний автоматично змінювати послідовність виконання команд програми. Він змінює цю послідовність за спец. командами, осн. з яких є команди умовного й безумовного переходів. Є два осн. принципи керування виконанням операцій у ЦОМ: синхронний і асинхронний. При синхронному керуванні всі операції ЦОМ виконуються за однакову кількість *тактів*. Тривалість циклу виконання операції, виражена в тактах, вибирається за найтривалішою операцією; при виконанні коротших операцій деякі такти не використовуються. В пристрої синхронного керування виконанням операцій тактову частоту задає спец. генератор тактових сигналів. Вихідні сигнали генератора надходять на лічильник тактових сигналів, зв'язаний з їхнім дешифратором, кількість вихідних шин якого дорівнює кількості тактів у циклі команди. Сигнали з дешифратора надходять на входи схеми розподілу тактових сигналів, що являє собою сукупність різних логічних схем, які виробляють потрібні керуючі сигнали. Виходи схеми розподілу зв'язані з відповідними керуючими шинами. П. к., що реалізує принцип синхронного керування виконанням операцій, будується при відносно малих затратах обладнання (швидкодія машини при цьому зменшується внаслідок зайвих затрат часу на виконання коротких операцій).

При асинхронному керуванні для виконання кожної операції використовується стільки тактів, скільки необхідно, причому виконання будь-якої операції можна почати в будь-який момент часу за сигналом закінчення виконання попередньої операції. Для керування виконанням кожної операції будується окрема схема. В найпростішому випадку схема керування має вигляд зсувового регістра або лінії затримки, керованої тактовими сигналами, з кількістю відведень, що дорівнює потрібній кількості тактів. Відведення зв'язані з відповідними керуючими шинами. Тактовий сигнал послідовно в часі надходить на всі відведення й здійснює керування виконанням операції. Керування виконанням усього набору операцій машини забезпечується паралельним з'єднанням схем керування окремими операціями. Під час виконання якої-небудь операції вибір відповідної схеми керування провадиться за допомогою дешифратора операцій залежно від коду, що зберігається в регістрі коду операції. П. к., що реалізує принцип асинхронного керування, дає змогу забезпечити більшу швидкодію порівняно з пристроєм синхронного керування. Вадою його є збільшення затрат обладнання для тех. реалізації. Здебільшого застосовують мішаний (синхронно-асинхронний) принцип керування. З кінця 60-х років 20 ст. при побудові пристроїв керування застосовують принцип *мікропрограмного керування* в *цифровій обчислювальній машині*.

Літ.: Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585]; Вычислительная техника. Справочник. Пер. с англ., т. 2. Цифровые вычислительные машины. М.—Л., 1964 [бібліогр. с. 810—816]. *Л. О. Коритна.*

ПРИСТРІЙ ОБМІНУ ЦОМ — пристрій, що керує обміном інформацією між різними пристроями введення — виведення та *оперативним запам'ятовувальним пристроєм* (ОЗП) цифрової обчислювальної машини (ЦОМ) і дає змогу виконувати операції введення — виведення паралельно з виконанням програми обчислень.

До пристроїв введення — виведення належать перфоратори, друкарські машинки, різні друкувальні пристрої тощо. Роботу кожного пристрою введення — виведення забезпечує окремий пристрій керування, який формує послідовність керуючих сигналів, потрібних для виконання відповідної операції введення — виведення. П. о. забезпечує стандартну форму зв'язку між різнотипними пристроями введення — виведення, основним ОЗП та процесором. Він одержує з процесора керуючу інформацію і перетворює її на певну послідовність сигналів, потрібну для пристрою керування обраним пристроєм введення — виведення. Після запуску пристрою введення — виведення П. о. групує чи розгруповує дані й синхронізує передавання їх відповідно до циклів роботи основного ОЗП. Для цього П. о. зберігає і коригує адресу, за якою провадиться записування чи вибирання інформації з основного ОЗП. Якщо від

пристрою введення — виведення надходять сигнали пріоритетності, запиту на переривання тощо, які мають бути враховані програмою, П. о. перетворює їх на стандартну форму, потрібну для процесора.

Для передавання даних між основним ОЗП і пристроєм введення — виведення застосовують два режими: монопольний і мультиплексний. За монопольного режиму П. о. обслуговує лише один пристрій введення — виведення під час передавання групи даних: кількох слів, цілого масиву даних або послідовності масивів з відповідною керуючою інформацією та інформацією про стан пристрою введення — виведення. За мультиплексного режиму П. о. обслуговує одночасно кілька пристроїв введення — виведення. Кожна операція введення — виведення виконується протягом кількох коротких інтервалів часу. Інтервали, що належать до різних операцій, чергуються відповідно до сигналів запиту від пристроїв введення — виведення. Протягом кожного інтервалу часу передається невелика група даних. П. о. входить до структури ЦОМ здебільшого під назвою канал. Є два типи каналів: селекторний і мультиплексний. Засоби каналу, необхідні для виконання окремої операції введення — виведення, наз. підканалом. Він являє собою ЗП каналу, використовуваний для зберігання різної керуючої інформації та інформації про стан пристрою введення — виведення. Можливість роботи каналу в тому чи іншому режимі залежить від кількості підканалів. Селекторний канал має лише один підканал і працює тільки в груповому режимі. Коли селекторний канал не зайнятий виконанням операцій передавання даних, він здійснює послідовний перегляд усіх підімкнених пристроїв введення — виведення, щоб одержати інформацію про їхній стан. Мультиплексний канал має кілька підканалів і може працювати як у мультиплексному, так і в груповому режимах. У будь-який момент він може переключитися з одного режиму роботи на інший, і будь-яку операцію в будь-якому підканалі може бути виконано частково в мультиплексному режимі, а частково — в груповому. Якщо мультиплексний канал працює в мультиплексному режимі, він здатний забезпечити одночасне виконання по одній операції введення — виведення в кожному підканалі. Якщо канал не зайнятий обслуговуванням якогось пристрою введення — виведення, він здійснює послідовний перегляд увімкнених пристроїв, щоб одержати сигнали запиту на передавання даних або сигнали переривання. Коли мультиплексний канал працює в груповому режимі, всі засоби каналу використовує підканал, що бере участь у груповій операції, тобто цей підканал поводиться як окремий селекторний канал. Решта підканалів при цьому не діє.

У каналі зосереджені найзагальніші засоби, необхідні для керування операціями введення — виведення. В деяких випадках ці засоби реалізуються у вигляді автономного обладнання, спеціально призначеного для керування пристроями введення — виведення, що дає змогу повністю поєднати виконання операцій введення — виведення з виконанням програми обчислень. В інших випадках для керування роботою пристроїв введення — виведення можна більшою чи меншою мірою використати можливості процесора, при цьому ступінь взаємного впливу може виявитися як у затримці роботи процесора циклами обслуговування пристроїв введення — виведення, так і в повному блокуванні його діяльності. Проте розподіл обладнання, спільного для каналу і процесора, виконується автоматично, і затримка в роботі виявляється лише в збільшенні часу виконання програми.

Літ.: Вычислительная система IBM/360. Пер. с англ. М., 1969. *Л. О. Коритна.*

ПРИСТРІЙ ПЕРЕЗАПИСУВАННЯ ДЛЯ ЦОМ — пристрій, який переносить фіксовану на одному носії інформацію на інший носій, змінюючи або не змінюючи її вид і тип носія. Перезаписування провадиться автономно щодо ЦОМ, і це дає змогу підготувати інформацію для ЦОМ на носії, найпридатнішому для безпосереднього зчитування в оперативну пам'ять. Поширений пристрій для перенесення інформації з перфокарт на магн. стрічку. В ньому є два приймачі перфокарт, два проміжні нагромаджувачі, допоміжна пам'ять з комутатором, два розподільники і блок записування на магн. стрічку. Апаратура зчитувача перетворює коди, прийняті з перфокарт, на відповідні коди для магн. стрічки та генерує контрольні й керуючі сигнали для реалізації запису. Сигнал помилки припиняє переписування: перфокарта відкладається вбік, магн. стрічка повертається в попереднє положення, а останнє записане на ній повідомлення стирається. Швидкість перезаписування — 400 перфокарт за 1 *хв.*

П. п. для ЦОМ з перфострічок на перфокарти БЛП—1 забезпечує перетворення перезаписуваного 5-, 6- і 7-розрядного коду стрічки на двійково-позиційний код 80-колонкових перфокарт, автоматичний контроль перезаписування і виправлення помилок. Швидкість введення даних — 200 рядків за 1 *сек* й 120 карт за 1 *хв.*

Літ.: Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Преобразование информации для ЭЦВМ. М., 1968 [бібліогр. с. 330—331]. *О. О. Єрмоленко.*

ПРИСТРІЙ ЦИФРОВОЇ РЕЄСТРАЦІЇ — пристрій для фіксації результатів обчислень у символьному вигляді на носії, який забезпечує тривале зберігання інформації для візуальних переглядів її. П. ц. р. складається з реєстратора, що безпосередньо формує результуюче зображення на носії, і узгоджувального блока, який транслює послідовність кодових посилань в еквівалентні їм сигнали керування реєстратором.

У середньошвидкісних (5÷1500 знаків за 1 *сек*) П. ц. р. використовують переважно електромех. реєстратори «молоточкового» типу з шрифтоносіями у вигляді «тип — штанг», ку-

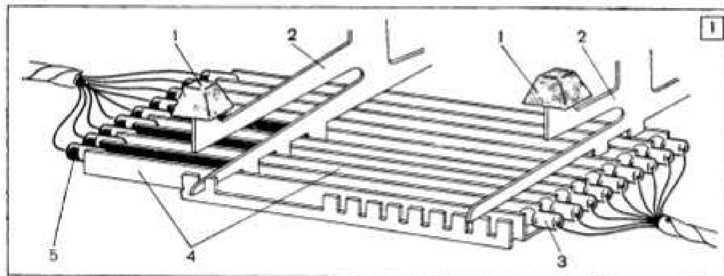
льових головок, матричних коліс, знакових барабанів і ланцюгів. У деяких П. ц. р. застосовують немеханічні швидкодіючі (до $6 \div 10^4$ знаків за *сек*) реєстратори, що грунтуються на фотографічному, ксерографічному, електроіскровому, термографічному, ферографічному і термопластичному способах записування (див. *Алфавітно-цифровий друкувальний пристрій*). За числом одночасно фіксованих символів П. ц. р. ділять на паралельні й послідовні, за способом переміщування носія — на безперервні і стартстопні, за характером елементів алфавіту, з яких формується символьне зображення кодового еквівалента,— на знакодрукувальні і знакосинтезуючі.

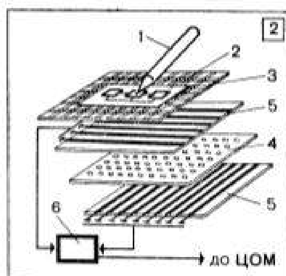
Узгоджувальний блок П. ц. р. забезпечує сполучення реєстратора з джерелом інформації (ЕОМ, системи централізованого контролю, оператор та ін.). До його функцій входить: формування сигналів початку й кінця роботи, розшифровування коду операції (реєстрація, протягування носія), видавання сигналів синхронізації та готовності виконувати наступну команду, перекодовування інформації та реалізація потрібного алгоритму зв'язку.

Літ.: Кальмансон В. А. Быстродействующие печатающие устройства электронных вычислительных машин. М., 1967 [бібліогр. с. 177—186]; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [бібліогр. с. 380—381].

В. В. Рєзанов.

ПРИСТРОЇ ВВЕДЕННЯ ТА ВИВЕДЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ ЦОМ — спеціалізовані пристрої, які здійснюють введення програм та початкових даних у ЦОМ і виведення з ЦОМ результатів обчислень, а також виконують необхідні при цьому перетворювання *даних* з однієї форми представлення на іншу. П. в. та в. і. належать до зовнішніх (периферійних) пристроїв ЦОМ. У перших ЦОМ для введення інформації використовували штекери й перемикачі, а для виведення — мех. цифрові індикатори. Необхідність прискорити введення — виведення й реєструвати їхні результати викликала застосування П. в. та в. і. на основі *перфораційних карт*, електрифікованих друкарських машинок і *телетайпів*. Характеристики цих П. в. та в. і. безперервно поліпшуються; водночас розробляються принципово нові засоби, пов'язані з новими застосуваннями й зі зростанням швидкодії ЦОМ. У табл. 1 наведено основні П. в. та в. і. обчислювальних машин, класифіковані за видами інформації, що представляється за їхньою допомогою (в міру ускладнення видів — від найпростіших дискретних і цифрових значень до мовного обміну з машиною). В ній виділено пристрої тільки для введення, тільки для виведення і для двостороннього обміну даними між людиною і ЦОМ (графа «суміщене введення—виведення»).





1. Безконтактна (фотоелектрична) клавіатура: 1 — клавіша; 2 — важіль з прорізами; 3 — блок джерел світла; 4 — світлові промені (проходять через прорізи і затримуються виступами важеля); 5 — блок фотоелементів.
2. Панелі графічного введення з контактним олівцем: 1 — олівець або кулькова ручка; 2 — ескіз; 3 — аркуш поліхлорвінілу з сіткою ліній, відповідних провідникам; 4 — панелі (46 *см* × 61 *см*) із скловолокна завтовшки 0,1 *мм* з нанесеними через 5 *мм* провідниками; 5 — тонка поліефірна плівка з отворами в місцях перетину провідників; 6 — пристрій вироблення цифрових значень координат.

Клавіатури (КЛ) набувають дедалі більшого значення як простий і ефективний пристрій безпосереднього введення даних. Швидкість введення обмежено тут можливостями людини (до 200 знаків за 1 *хв*); кількість клавішів на пульті визначається набором символів вхідної мови (звичайно 32—64 шт., але досягає і 100 шт.). Сучасні КЛ — безконтактні, з використанням електромагнітного, ємнісного і фотоелектр. (мал. 1) принципів формування сигналів і з кодуючою частиною на інтегральних елементах. Панелі графічного введення, які і КЛ, призначені для безпосереднього передавання даних у ЦОМ, але в формі креслень та малюнків. Напр., панель з контактним олівцем ПКО (мал. 2) забезпечує введення в ЦОМ ескіза при обведенні його.

Пристрої зчитування з *носіїв запису інформації* потребують попередньої підготовки даних, але допускають багаторазове використання носіїв і забезпечують велику швидкість зчитування. Напр., фотозчитувальний механізм ФЗМ-5 знімає дані з $5 \div 8$-позиційної перфострічки фотоелектр. способом при прямому й зворотному русі стрічки, у стартстопному або неперервному режимі. В останньому разі швидкість зчитування становить 1000 рядків за 1 *сек*. Пристрій введення перфокарт типу ВУ-700-3М для 45- або 80-колонкових перфокарт переробляє 700 карт за 1 *хв*. Макс. швидкість, забезпечувана сучасним введенням з перфораційних карт (ПКВ) і *перфораційних стрічок* (ПСВ) — бл. 20 000 знаків за 1 *сек*. Коли потрібна мала швидкість введення (порядку

Основні типи пристроїв введення та виведення інформації. Таблиця 1

Вид інформації	Введення	Виведення	Суміщене введення — виведення
Двійкова (сигнали типу «так» — «ні»)	Перемикачі (ПМ), штекери (ШК)	Індикатори інформації (ІІ)	—
Символьна (цифрова, буквена, ієрогліфічна)	КЛ, ПКВ, ПСВ	ІІ, АЦДП, перфоратори картковий і стрічковий (ПЕРК, ПЕРС)	ДМ, ТТ, ПКО, ПСО, спеціальні графопобудовники (СГП), запам'ятовувальні пристрої на МБ та МС
Графічна	ПКО, панелі з ємнісним (ПЄО) та звуковим (ПЗО) олівцями, ЗГ	Пристрої відображення інформації, в основному ГП та екрани (ЕКР)	ЕПТ — СВО
Документальна (бланки, чеки, квитки, жетони)	ЗМ і ЗЗ, читаючі автомати (ЧА)	Пристрої відображення інформації, в основному проекційні (ПР), мікрофільмуючі пристрої (МФ), АЦДП	—
Мовна	Пристрої розпізнавання мовних сигналів (РМ)	Пристрої синтезу мовних сигналів (СМ)	—

Застосування систем введення — виведення інформації. Таблиця 2

Вид обробки	Галузь застосування	Пристрої: введення інформації	Пристрої: введення — виведення	Пристрої: виведення інформації
Наладжування програм	Усі зазначені нижче застосування	КЛ	ДМ	ІІ
Пакетна обробка	Обчислювальний центр	(ЧА)	ПКО ПСО МБ МС	АЦДП (МФ)
Мультиобробка	Довідка від інформаційного центру	КЛ	ТТ	СМ
	Обмін із системою програмованого навчання	КЛ		ПР (СМ)
	Наукові та інженерні розрахунки, медична діагностика	КЛ	ДМ ДМ	ЕПТ ЕПТ
	Проектування й конструювання	КЛ СВО	ЕПТ СГП	(ПЕРК) ГП
Обробка в реальному масштабі часу (пункти керування)	Контроль і керування процесом (апаратом)	КЛ (РМ)		ІІ ЕПТ АЦДП (ГП)
	Контроль і керування великими системами (виробництвом, рухом, військами)	КЛ (РМ)		ІІ ЕПТ ЕКР АЦДП (ГП)

2—10 карт за 1 *хв*), використовують спрощені ПКВ без магазинів і засобів транспортування карт, з контактним зчитуванням. Для з ч и т у в а ч і в г р а ф і к і в (ЗГ) також використовують заздалегідь підготовлений носій (паперову стрічку або плівку з нанесеними на них графіками). В ЗГ типу «Силуэт» знімання сигналу здійснюється оптико-електронним перетворенням на відиконі при швидкості до 40 ординат за 1 *сек*. Такий ЗГ може послідовно зчитувати до трьох неперетинних кривих і паралельно зчитувати пари ординат, щоб одержувати фазові співвідношення між двома кривими. В кращих зразках ЗГ провадиться зчитування до 30 кривих, у тому числі перетинних, при швидкості 200 ординат за 1 *сек*. З ч и т у в а ч і м і т о к ЗМ дають змогу перенести у ЦОМ ряд дискретних позицій, значення яких зумовлені їхнім положенням на бланку. Мітки наносяться олівцем або чорнилом (простим, люмінесцентним або магнітним) і зчитуються відповідно фотоелектр. або електромагн. способом. ЗМ типу «Бланк» має 984 позиції (24 по ширині й 41 — по довжині). Бланки виконуються на білому папері, мітки наносяться олівцем; швидкість введення — 150 документів за 1 *хв*. З ч и т у в а ч і з н а к і в (ЗЗ) знімають обмежений набір машинописних або стандартизованих рукописних символів. Так, пристрій «Рута-701» розрахований на документи, що містять поєднання 10 цифр і 5 спец. знаків при швидкості введення 150 знаків за 1 *хв*.

Поєднання функцій пристроїв введення й виведення поліпшує обмін даними людини з машиною. Тому додатково до друкарської машинки ДМ і телетайпів ТТ розроблено суміщені пристрої. Зокрема, пристрій Р601 реалізує поколонкове зчитування, перфорацію та сортування 80-колонкових перфокарт при швидкості введення 350 карт за 1 *хв* і швидкості виведення — 160 колонок за 1 *сек*. Особливо широко застосовують *системи відображення інформації* виду електроннопроменевих трубок зі *світловим олівцем* (ЕПТ—СВО).

Сучасні П. в. та в. і. не тільки вводять у машину й виводять з неї інформацію, а й виконують збирання, редагування й нагромаджування її, обмінюються нею з *процесорами* й вибирають форми представлення даних. Нагромаджування здійснюється в автономному *запам'ятовувальному пристрої* (найчастіше на магнітному барабані МБ або магнітній стрічці МС), для редагування та зазначення форм використовують ЕПТ в поєднанні з КЛ або ЕПТ—СВО.

Необхідний набір П. в. та в. і. визначається внутрішніми вимогами *обчислювальної системи*, пов'язаними з наладжуванням програм і конкретним застосуванням її (зовнішніми вимогами). У табл. 2 виділено три осн. види обробки даних в ЕОМ — пакетну, мультиобробку й обробку в *реальному масштабі часу*. П а к е т н а о б р о б к а великих масивів інформації властива *обчислювальним центрам*. Відповідні П. в. та в. і. мають забезпечувати великошвидкісне введення й виведення з заздалегідь підготовлених носіїв, і це й визначає застосування пристроїв обміну на перфокарті (ПКО) й перфострічці (ПСО) та *алфавітно-цифрових друкувальних пристроїв* АЦДП. Якщо обчислювальний центр призначено для переробки документів, до пристроїв введення додають *читаючі автомати* й мікрофільмуючі апарати. Режим мультиобробки при активному обміні з багатьма користувачами властивий інформаційно-пошуковим, діагностичним і навчальним системам та системам проектування. Найпростіші П. в. та в. і. для наукових, інженерних і банківських розрахунків можуть являти собою ДМ; ширші можливості дає спец. КЛ і ЕПТ; нарешті, поєднання ДМ і ЕПТ дає змогу додатково реєструвати результати обчислень. Проектування й конструювання потребує графічної взаємодії; до попереднього прикінцевого пристрою додають світловий олівець для введення і графопобудовник ГП — для виведення робочих креслень. Іноді, щоб не завантажувати систему виконанням креслень, дані для них виводять на перфокарти, а побудову виконує особливий пристрій. Окрім терміналів, у системи мультиобробки вмикають центр. групу П. в. та в. і. для пакетної обробки даних, і це дає змогу рівномірно завантажити обчисл. систему, розв'язуючи у вільні від звертань користувачів проміжки часу фонові задачі.

Режим роботи в реальному масштабі часу властивий системам контролю та керування. При керуванні окремим процесом (апаратом) мультиобробка полягає в обслуговуванні ряду програм, що діють у замкненому контурі, а також у взаємодії з людиною-оператором. Відповідно П. в. та в. і. містять *пристрої зв'язку з об'єктом* і обладнання пунктів керування (КЛ, ІІ, ЕПТ). Для ряду застосувань, напр. бортових систем, перспективним є мовне введення даних.

Для ефективного використання обчислювальних машин створюють засоби, які використовують кращі якості людей і машин і компенсують їхні вади (симбіозні П. в. та в. і.), зокрема вдосконалюють документальний, графічний і мовний обмін. Більшість П. в. та в. і. ЦОМ застосовують для введення й виведення інформації в *гібридних обчислювальних машинах*. Про П. в. та в. і. в аналогових обчислювальних машинах див. *Набірне поле*, *Пристрій індикації АОМ*.

Літ.: К а л г а н о в Т. П. Периферийное оборудование современных ЭЦВМ. «Кибернетика», 1967, № 4; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. [в. 1—2]. Вычислительная техника. Раздел: Вводные и выводные устройства электронных вычислительных машин. М., 1966—68; А р у т ю н о в М. Г., М а р к о в и ч В. Д. Скоростной ввод — вывод информации. Способы регистрации и восприятия информации. М., 1970 [бібліогр. с. 336—350].

О. Г. Чачко.

ПРИСТРОЇ ВІДОБРАЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ — спеціалізовані пристрої, які забезпечують приймання інформації від обчислювальної машини, перетворюють її у візуальну форму та відтворюють на екрані. П. в. і. є частиною *систем відображення інформації*, їх поділяють на пристрої прямого бачення, проекційні і графічні реєструючі.

Як П. в. і. прямого бачення звичайно застосовують П. в. і. на електроннопроменевих трубках (ЕПТ). Вони забезпечують універсальність кодування (можливість використовувати будь-які символи, кольори та яскравість), широкий діапазон породжуваних зображень (від окремих чисел до тривимірних конструкцій та малюнків) і гнучкість оперування з даними (можливість редагування). У типовій схемі відтворення інформації за допомогою ЕПТ (мал. 1) джерелом інформації є ЦОМ, приймачем — прожектор ПР і відхильні елементи ВЕ трубки; символи формуються генераторами ГЕН (точковим, буквено-цифровим або графічним); керування даними (КД) реалізує людина через пристрій взаємодії (клавіатура, *світловий олівець* тощо). У схемі використано ЕПТ загального призначення з роздільною здатністю 2000 ÷ 4500 ліній (на кадр), швидкість записування даних — 7000—10 000 *м/сек* і яскравість зображення — 100—600 *нт*. Вадами таких П. в. і. є: аналоговий метод керування променем, висока напруга, велика споживана потужність, необхідність періодично відновлювати інформацію, а також великі габарити пристрою (довжина трубки). Ці вади частково усунено на основі спеціалізованих ЕПТ, розгляданих далі.

Профільно-променеві ЕПТ (*характрони*) відтворюють лише буквено-цифрові дані. В них між прожектором (електронною гарматою) та екраном встановлюють спец. трафарети, через які формуються символи (звичайно 64 знаки, але може бути й до 200). У П. в. і. на характронах досягається висока чіткість і якість знаків при сталій яскравості та економії пам'яті, але записування складних зображень сповільнене. При частому використовуванні поєднувань поточної й фонової інформації зручними є П. в. і. на ЕПТ із суміщеною проекцією, в яких опірні дані надходять крізь спец. вікно від кінопроектора, а це істотно економить пам'ять. Проте виникають похибки суміщення. Для одночасної графічної індикації багатьох швидкоплинних процесів розроблено П. в. і. на ЕПТ з кількома (до 10) прожекторами.

Важливою характеристикою ЕПТ є здатність нагромаджувати (запам'ятовувати) дані. Нагромаджувальна ЕПТ прямого бачення підсумовує вхідну інформацію на спец. сітці. Виникає потенціальний рельєф, збережуваний потоком електронів від зрошувальної гармати (динамічна пам'ять). Можливе вибіркове й повне стирання даних. Такий П. в. і. характеризується великою яскравістю, але порівняно низькою роздільною здатністю.

В П. в. і. на ЕПТ з темновим записуванням (в *хемітронах*) екран покрито спец. сумішшю, яка темнішає від дії електронного променя. Потемніння зберігається надовго (статична пам'ять) і руйнується нагріванням. В П. в. і. на трубках з електростатичним записуванням нагромаджувальним елементом є діелектрична плівка — екран (при записуванні заряджається негативно). Проявний елемент — забарвлений порошок (заряджений позитивно). Після записування трубку нахиляють і екран запилюється порошком, частинки якого, прилипаючи до плівки, роблять зображення видимим.

Кольорові ЕПТ в міру їх удосконалення набувають застосування в П. в. і. Найбільше вдосконаленим типом таких ЕПТ є трубка з екраном, вкритим трійками точок люмінофору (для кожного з трьох осн. кольорів), з трьома електронними гарматами і з тіньовою маскою, яка забезпечує пропускання променів тільки на відповідні точки екрана (використовується в телебаченні). Розробляють П. в. і. й на інших видах кольорових трубок, напр., зі смужками люмінофору на спільному екрані, з одним люмінофором, колір якого змінюється залежно від прикладеної електр. напруги або зміни щільності променя чи його інтенсивності, з роздільними (монохроматичними) екранами й наступним оптичним суміщенням. Для всіх кольорових П. в. і. порівняно з чорно-білими значно складніше забезпечити керування й, особливо, точність суміщення кольорів.

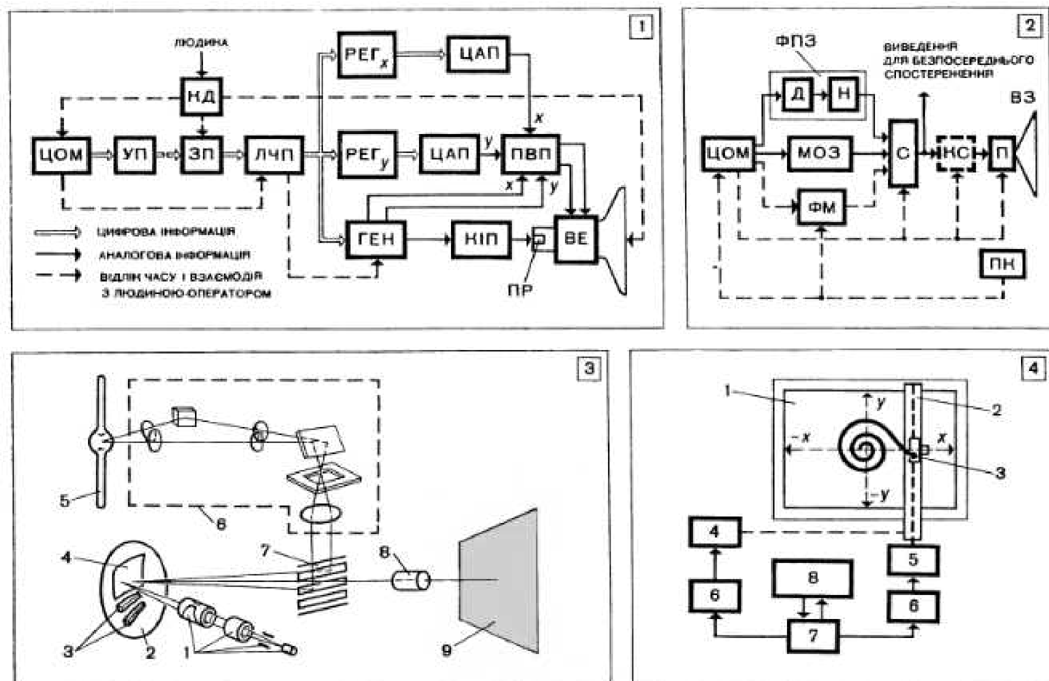
Плоскі ЕПТ (прожектор в них розташований паралельно до екрана з наступним поворотом променя) дають змогу підвищити компактність пристроїв відображення. Щодо яскравості та роздільної здатності вони не поступаються перед звичайними ЕПТ, але вимагають високих відхильних напруг.

Дальший розвиток техніки відтворення даних на ЕПТ, який іде шляхом поліпшення характеристик трубок заг. призначення, конструювання сімейства вузькоспеціалізованих трубок і створення вмонтованих процесорів, які забезпечують зберігання й регенерацію зображення, дасть змогу П. в. і. на ЕПТ успішно конкурувати з новітніми індикаторами інформації (люмінесцентними екранами, плазмовими панелями й екранами на рідких кристалах).

У проекційних П. в. і. (мал. 2) ЦОМ керує блоком формування первинних зображень ФПЗ, який складається з джерела Д і носія інформації Н. В разі потреби ЕОМ вилучає спряжене опірне зображення з магазина опірних зображень (МОЗ), ці зображення суміщуються (блок суміщення С) і проектуються на екран (блок проекції П), тобто утворюється вторинне зображення ВЗ. Між блоками С та П іноді вводять набір кольорових світлофільтрів КС, який дає змогу забарвити все зображення або його частини в різні кольори. Пульт керування ПК дає можливість людині-операторові змінювати ступені суміщування, умови проекції й забарвлення й наносити на зображення мітки (через блок формування міток ФМ). Формування первинних зображень може бути оборотним і необоротним.

Проекційні П. в. і. з оборотним зображенням ділять на електронні, лазерні, фотохромні і плівкові модулятори світла. В електронних П. в. і. первинне зображення формується на ЕПТ, а збільшення реалізується оптичною системою Шмідта. Достатню роз-

дільну здатність і яскравість одержують лише при середніх розмірах екрана (порядку 2,5 *м²*); при великих збільшеннях обидва ці параметри зменшуються, бо визначаються характеристиками одного й того самого елемента — люмінофору ЕПТ. Для формування багатокольорового великомасштабного зображення дуже перспективним є використовування лазерів (аргонових — для одержування синього й зеленого кольорів; гелієво-неонових — для одержування червоного кольору). Кожний з осн. кольорів модулюється інформацією незалежно. Після цього промені зміщуються, зображення розгортається по горизонталі й вертикалі і проектується на екран. Розроблено лише механічні методи розгортки за допомогою призм та дзеркал, що призводить до інерційності системи, позначається на яскравості й сталості зображення. Істотні вади прямих проекційних систем на ЕПТ і лазерах спонукають використовувати проміжні носії запису інформації. У фотохромних П. в. і. джерелом інформації є ультрафіолетовий промінь (спец. лампи, ЕПТ з волоконною оптикою та аргонові лазери). Носій — спец. органічний матеріал, прозорість якого змінюється від впливу ультрафіолетового випромінювання. Час формування кадра — до 10 *мксек* при роздільній здатності 1000 ліній/*мм*. Проекція даних реалізується видимим світлом, причому можна стерти все зображення або його частину інфрачервоним промінням. Осн. вади фотохромних систем — мала яскравість і нагромадження в матеріалі необоротних змін, що й призводить до його непридатності після кількох сотень спрацьовувань.



1. Схема відтворювання інформації за допомогою електроннопроменевої трубки: УП — узгоджувальний пристрій (сумісність за довжиною слів, рівнями тощо); ЗП — запам'ятовувальний пристрій; ЛЧП — логічно-часовий пристрій (упорядкування, монтаж і хронування даних); $РЕГ_x$ і $РЕГ_y$ — регістри поточних координат електронного променя; ЦАП — цифро-аналоговий перетворювач; ПВП — пристрій відхилення променя; КІП — керування інтенсивністю променя; ЛЮДИНА — людина-оператор.
2. Структурна схема проекційного пристрою відображення інформації.
3. Плівковий модулятор світла («Ейдофор»): 1 — електронна гармата, відхилююча й фокусуюча системи; 2 — кругле дзеркало, покрите масляною плівкою; 3 — розрівнювальні ножі; 4 — ділянка сканування; 5 — ксенонова лампа; 6 — оптична система; 7 — дзеркало Шлірена; 8 — об'єктив; 9 — екран.
4. Графопобудовник з кроковим приводом: 1 — робочий стіл; 2 — штанга; 3 — каретка з писальною головкою; 4 — кроковий двигун, який переміщує штангу по осі x; 5 — кроковий двигун, який переміщує каретку по штанзі (по осі y); 6 — блок керування кроковим двигуном; 7 — інтерполятор; 8 — ЦОМ.

У плівкових модуляторах світла (мал. 3) джерелом інформації є електронний промінь, а носієм — тонка масляна плівка, яка перебуває під постійним потенціалом. Дотик променя до будь-якої точки плівки збуджує заряд, який деформує поверхню плівки. Деформацію «зчитує» світло від потужної ксенонової лампи, яке відбивається на плівку смужками дзеркала, фокусується об'єктивом і проектується на екран. Роздільна здатність П. в. і.— понад 1000 ліній на кадр при світловому потоці до 3000 *лм*

і розмірах екрана 200 $м^2$. Опірні зображення та мітки можна наносити на ту саму плівку, використовуючи додаткову електронну гармату. Головна вада плівкових модуляторів світла — вихід з ладу катода через забруднення маслом (строк служби — не більш як 100 годин). Плівкові модулятори світла забезпечують багатокольорову індикацію в реальному часі, в т. ч. для швидкоплинних процесів, що дає змогу застосовувати їх у воєнно-тактичних системах і системах керування повітряним рухом.

До проекційних П. в. і. з необоротною фіксацією належать стилографічні, фотохімічні, фотопластичні й термопластичні системи. В стилографічних П. в. і. зображення креслиться пером (скрайбером) в непрозорому покритті носія. Перо має швидкодіючий привод, який переміщує його в площині зображення. Такі пристрої служать, щоб подавати порівняно повільно змінні дані. У фотохімічних проекційних П. в. і. джерелом первинного зображення є спец. ЕПТ, а носієм — фотоплівка (негативна або оборотна). Ці П. в. і. містять блоки прискореного проявлення плівки (вологого чи сухого). У фотопластичних і термопластичних проекційних П. в. і. джерело (електронний промінь, заряджене металеве перо або фотонапівпровідникова матриця) формує на плівці розподіл зарядів, відповідний зображенню. Після термообробки на плівці з'являється рельєф, зчитування якого здійснюється через дзеркало Шлірена. Осн. достоїнствами проекційних П. в. і. з необоротною фіксацією є висока роздільна здатність (до 1000 ліній у кадрі — для стилографічних, до 3500 ліній у кадрі — для фотохімічних П. в. і.), можливість одержувати великі зображення з великою яскравістю та реєстрація даних; вади — великий час формування кадра ($1 \div 2$ *сек* у термопластичних і $4 \div 12$ *сек* — у фотохімічних), труднощі внесення змін у сформований кадр і пов'язана з цим необхідність періодичної зміни кадрів. Найпоширеніші фотохімічні й стилографічні проекційні пристрої та плівкові модулятори світла. Фотохім. й електромех. П. в. і. використовують, коли час обміну в системі не обмежений або є комфортним.

У графічних реєструючих П. в. і. використовують ті самі методи, що й у проекційних П. в. і. з необоротною фіксацією. Зокрема, стилографічний двокоординатний метод є основою графопобудовників (мал. 4), які служать для виведення з ЕОМ великогабаритних графіків, таблиць, структур і креслень на нерухомий або обертовий (на барабані) носій-папір. Точність відтворення — від $\pm 0,5$ *мм* до $\pm 0,01$ *мм*, швидкість записування — $0,5 \div 40$ *м/хв*, розміри документів — до $2,5 \times 2,5$ $м^2$. Осн. достоїнство — одержання точних, у т. ч. робочих, креслень, що дає змогу автоматизувати проектування; вади — мала швидкість і труднощі швидкого внесення змін. Невідповідність між швидкодіючими ЕОМ і повільним виведенням графічної інформації усувається при використанні електрографічного, електрохім., електроіскров. або електротермічного методів нанесення зображень, а також за допомогою мікрофільмуючих пристроїв. Швидкість відтворення інформації тут становить від 25 000 до 500 000 знаків за 1 *сек* (тобто приблизно в 20 разів перебільшує швидкість записування графопобудовників), густота записування досягає 9 млн. *біт/см²*. Прискорене проявляння дає змогу видавати плівку зі швидкістю до 50 *мм/сек*. Як джерело даних поряд із спеціалізованими ЕПТ можна використовувати й безпосереднє нанесення електронним променем даних на плівку або на матрицю світловипромінювальних діодів. Методи фотозбільшування дають можливість одержувати в наступному документацію необхідних форматів. Див. також *Індикатори інформації*.

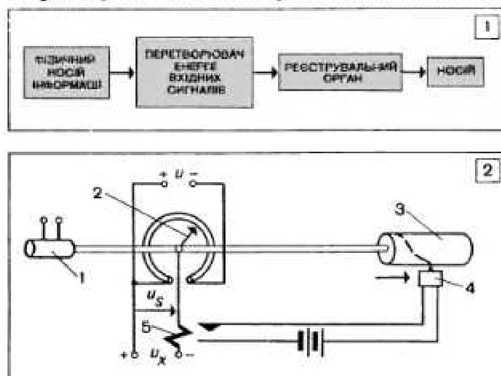
Літ.: Эйгенброт В. М. Применение электронно-лучевых трубок для многоточечного контроля. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 93—95]; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [бібліогр. с. 380—381]; Гиленко В. Т. [та ін.]. Автоматические построители графиков ЦВМ. М., 1969 [бібліогр. с. 78—79]; Пул Г. Основные методы и системы индикации. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 398—403]; Computer graphics. Techniques and applications. New York, 1969.

О. Г. Чачко.

ПРИСТРОЇ ЗАПИСУВАННЯ АНАЛОГОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ — прилади, призначені для реєстрації на придатному для цього носії безперервно змінюваної інформації. Перші П. з. а. і. конструювали на основі звичайних показувальних вимірювальних приладів, прикріпивши олівці чи пера до стрілок цих приладів. У зв'язку з розвитком метеорології, сейсмології, радіотелеметрії, автоматики, обчислювальної техніки тощо постала необхідність створювати і вдосконалювати нові методи й засоби автомат. реєстрації аналогової інформації. Тепер є багато принципових і конструктивних рішень у створенні П. з. а. і. Схему роботи П. з. а. і. показано на мал. 1. Енергія фіз. носія інформації, яка надходить до приладу, перетворюється на енергію іншого виду, придатну для діяння на реєструючий орган. Цей орган, взаємодіючи з носієм, залишає на ньому слід, який стає видимим або одразу, або після додаткової обробки. За методами перетворення вхідного сигналу розрізняють прилади з прямим, слідкуючим, розгортувальним та цифровим перетворюванням. У приладах прямого перетворювання енергія вхідного сигналу безпосередньо використовується для діяння на реєструючий орган. Таким приладом є, напр., широко використовуваний в аналоговій обчисл. техніці шлейфовий осцилограф. Коли через шлейф протікає вхідний струм, цей шлейф разом із дзеркальцем обертається в полі постійного магніту, відхиляючи тим самим світлову точку на поверхні барабана. До приладів з прямим перетворюванням належать і самописні вольтметри й амперметри, самописні гальванометри й логометри, різноманітні мех. пристрої.

У пристроях із слідкуючим перетворюванням для діяння на реєструючий орган використовують не сам вхідний сигнал, а розузгодження між вхідним та

допоміжним (компенсуючим) сигналом. Допоміжний сигнал виробляється здебільшого за допомогою реверсивного електродвигуна. Реверсивний електродвигун, що йому надає руху посилений сигнал розузгодження, водночас узгоджено переміщує реєструючий орган. Приладам такого типу властиві висока точність і велика потужність, але мала швидкодія. *Слідкуючі системи* перетворювання використовують в автомат. електронних потенціометрах і різноманітних зрівноважених мостах.



1. Загальна схема роботи пристроїв записування аналогової інформації.
2. Схема пристрою з розгортувальним перетворенням.

У системах розгортувального перетворювання компенсаційний метод вимірювання поєднують з імпульсним діянням на реєструючий орган. Компенсуючий сигнал у таких системах не копіює вхідного сигналу, а незалежно від нього періодично змінюється в усьому діапазоні з досить високою частотою. У момент, коли компенсуючий сигнал збігається з вхідним, виникає імпульс, який і діє на реєструючий орган. П. з. а. і. з перетворювачами цього типу дуже перспективні. В них висока точність поєднується з великою швидкодією. Крім того, автономність і циклічність компенсуючого сигналу дають змогу використовувати такі пристрої багато разів. На мал. 2 наведено схему приладу з розгортувальним перетворенням для реєстрації напруги U_x. На валі двигуна 1, що обертається з постійною швидкістю, закріплено движок 2 реохорда і барабан з носієм 3. У момент, коли напруги U_x та U_s співпадають, реле 5 вмикається, замикаючи коло позначника 4, який повільно пересувається вздовж твірної барабана.

З розвитком цифрових методів контролю керування й обчислювання дедалі ширше застосовують прилади з цифровим перетворюванням вхідного сигналу. В них дані записуються або звичайними знаками, або елементарними позначками, що розміщуються в певних позиціях. Застосування десяткової, двійкової та двійково-десяткової систем числення дає змогу об'єднати П. з. а. і. з обчислювальними машинами та ін. пристроями автоматики й телемеханіки (див. *Аналого-цифровий перетворювач*).

П. з. а. і. різноманітні за типами реєструючих органів і характером взаємодії їх з носієм. Усі відомі методи реєстрації можна поділити на три групи. Першу групу становлять методи реєстрації, яку здійснюють нанесенням шару речовини, другу — деформацією або зняттям шару речовини, третю — зміною стану речовини носія.

У приладах 1-ї групи як носій застосовують звичайний папір, на який наносять чорнило, графіт або фарби. Реєструючими органами є тримачі з графітом, перами, друкувальними або копіювальними стрижнями. Прилади цієї групи інерційні і для приведення їх у дію потрібна значна потужність. У приладах 2-ї групи як носій використовують папір, вкритий тонким м'яким шаром барвної речовини. Реєструючим органом є різець, який знімає тонкий верхній шар. 3-я група найчисленніша і найпоширеніша. Тут використовують електротермічний, електрохім. та світлочутливий папір, а також феромагнітні, діелектричні та люмінесціюючі шари, нанесені на якусь основу. Мех. реєструючі органи в них замінено відповідно електр., магнітними, електронними або оптичними органами.

Літ.: Розенберг И. М. Способы автоматической регистрации изменений. М., 1964; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [бібліогр. с. 380—381].

Л. А. Казакевич.

ПРІОРИТЕТ при обробці інформації на ЦОМ — величина, що характеризує значущість певного процесу в ЦОМ (виконуваної програми) щодо інших аналогічних процесів, між якими можлива конфліктна ситуація. У заг. випадку П. встановлюється на підставі апріорних даних про важливість програми, він залежить від конкретної ситуації в обчисл. процесі на машині. Значенням П. є ціле додатне число (менше число відповідає більшому П.). Поняття П. використовують, напр., під час орг-ції багатопрограмної роботи в таких ситуаціях, де потрібно вирішити, яку з кількох програм має використовувати пристрій (напр., центральний *процесор*) у даний момент. П. у цих ситуаціях визначають залежно від заг. вимог до обчисл. процесу. Нехай, напр., у машині виконуються незалежно одна від одної три програми *A*, *B* і *C* з відповідно 1, 2 і 3-м П. Програмі *C* в даний момент належить центр. процесор, програмі *A* — пристрій виведення на друкування, програмі *B* — пристрій введення з перфокарт.

Можливий такий порядок (дисципліна) обслуговування програм центр. процесором: коли програма *A* чи *B* у певний момент закінчує використовувати зовн. пристрій і потребує, щоб її обслуговував центр. процесор, це право надається їй у цю саму мить. При цьому програма *C* тимчасово відкладається (переривається). Такий порядок обслуговування наз. дисципліною з пріоритетним перериванням (або абсолютним П.). Її застосовують, напр., тоді, коли програми *A* та *B* працюють у реальному масштабі часу, а програма *C* реалізує розв'язання звичайної, разової задачі. Можлива й інша дисципліна обслуговування, при

якій роль П. обмеженіша (дисципліна з відносним П.). Напр., у попередній ситуації програма *C* використовує процесор до того моменту, поки вона не звернеться до котрогось із зовн. пристроїв, і тоді питання про те, якій з двох програм (*A* чи *B*) надати процесор, вирішується на користь *A* на підставі вищого її П. Така дисципліна обслуговування характерна для процесу пакетної обробки даних (див. *Операційна система*). Значення П. програми часто ставиться в залежність від часу, напр., якщо програма чекає на обслуговування певним пристроєм, то її П. зростає за певним законом, а потім, коли програма захоплює цей пристрій, П. її падає до початкового рівня. Поняття П. у деяких випадках можна використовувати і як величину, що характеризує відносну значущість користувача обчислювальної системи для вирішення конкретних конфліктних ситуацій між кількома користувачами.

А. І. Нікітін.

ПРІОРИТЕ́ТІВ СИСТЕ́МА — набір правил, які встановлюють пріоритет кожного з багатьох функціонуючих на машині процесів у будь-якій конфліктній ситуації. Реалізація П. с. грунтується як на схемних засобах (система переривання), так і на програмах, які входять до *операційної системи* машини. Найчастіше найбільш пріоритетними є процеси реакції на різні нерегулярні (напр., аварійні) ситуації на машині. Високий *пріоритет* присвоюють і процесам реакції на сигнали від зовн. об'єктів, які функціонують у реальному масштабі часу, та від зовн. пристроїв машини. Найнижчий пріоритет присвоюють процесам, що пов'язані з розв'язуванням звичайних задач і становлять фоновий обчислювальний процес. Пріоритети, що їх встановлюють згідно з П. с. окремим процесам, можуть бути і постійні, а можуть і змінюватися в часі. Так, напр., пріоритет задачі, яка має бути розв'язана в системі автоматизації виробн. на певний час дня, швидко зростає з наближенням до цього моменту часу. Часто пріоритет певного процесу встановлюють залежно від часу чекання цього процесу, щоб не допустити занадто тривалого простою його.

А. І. Нікітін.

ПРОБЛЕ́МА «ЛЮДИ́НА — МАШИ́НА» — комплекс питань, які розглядають взаємодію людини з машиною або автоматом у єдиній системі. Основні з них: досліджування можливостей *людини-оператора* як ланки *системи «людина — машина»* (СЛМ), оптим. розподіл функцій між людиною й машиною, синтез глобального критерію оцінки якості СЛМ, інженерно-психологічні досліджування СЛМ та ін.

Перше питання включає визначення робочих характеристик людини-оператора, які являють собою матем. опис (матем. модель) її поведінки, межі застосовності одержаної моделі тощо. При цьому досліджуванню підлягають усі можливі канали приймання та передавання інформації людиною — зір, слух, мова, дотик та ін. На основі робочих характеристик визначають вимоги людини до інформаційної моделі машини і досліджують потоки інформації від СЛМ. «Машина» в цьому разі означає сукупність тех. пристроїв, складність яких залежить від конкретних завдань, «людина» — одну людину-оператора або групу операторів, які взаємодіють у єдиному комплексі з тех. пристроями. Функції людини-оператора в СЛМ полягають у тому, щоб приймати та обробляти інформацію, яка надходить від машини, і передавати (у вигляді керування) командну інформацію машині. Робочі характеристики СЛМ звичайно одержують експериментально з участю великої кількості навчених операторів, усереднюючи в подальшому одержані результати. Вони залежать від багатьох чинників. Можливість навчання людини-оператора, самі процеси навчання й тренування, *адаптація* до зміни умов роботи є самостійними напрямами досліджень.

СЛМ можна класифікувати: за формою участі людини-оператора у виробничому процесі — на системи, в яких машина, щоб виконувати своє завдання (лише з функціями контролю, пошуку несправностей тощо), не потребує безпосередньої участі людини, і на системи з безпосередньою участю людини в керуванні машиною (напр., для стеження, керування автомобілем, літаком тощо); за видом зв'язку людини з машиною — на СЛМ з безпосереднім і з дистанційним зв'язком; за часом участі людини-оператора в процесі керування — на СЛМ з неперервним функціонуванням оператора і з дискретним (коли, не порушуючи роботи системи загалом, він може відволікатися на деякий час від керування машиною); за кількістю операторів, які беруть участь у роботі системи (якщо їх більше ніж один, система набуває додаткових якісних властивостей, т. з. ефект групи, при цьому може виявитися потрібним враховувати психологічну сумісність операторів), і т. д.

Одержати характеристики й матем. модель людини, які описують її поведінку,— це означає розв'язати лише частину П. «л. — м.». Друга частина проблеми полягає в пошукові критеріїв для організації оптим. функціонування людини й машини як єдиного цілого.

СЛМ за своєю суттю є *складною системою керування*, вона має різні показники якості, які, вступаючи між собою в певні функціональні співвідношення, утворюють складений комбінований критерій якості. Часто можна без великої похибки скористатися адитивною формою подання складеного критерію, напр., у вигляді

$$J = \int_0^T \sum_{i=1}^q \alpha_i x_i^2 dt + \sum_{j=1}^p \beta_j y_j,$$

де T — відрізок часу, на якому визначають інтегр. показник якості при відпрацьовуванні збурення заданого виду, α_i — вага i-го інтегр. показника якості, x_i — i-а координата системи, за якою визначають інтегр. показник якості, β_j — вага j-го неінтегрального показника якості, а y_j — j-й неінтегральний показник

якості. В інтегр. показники якості звичайно включають координати, які характеризують властивості системи,— її помилку, похідні, керуючі діяння тощо, в неінтегральні — вартість, надійність, імовірність виконання завдання, напруженість роботи людини-оператора в системі керування, необхідну кваліфікацію людини-оператора, термінальні критерії й мінімаксні показники якості.

Якість системи керування оцінює людина або група людей, отже, формування оптимізуючого функціоналу є проблемою, принципово пов'язаною з людиною, й підходити до розв'язування її необхідно, враховуючи специфіку людських чинників. Вагові коеф. критерію можна визначати *експертних оцінок методом* у його різних модифікаціях.

Наявність критерію якості СЛМ дає змогу на наук. основі порівнювати між собою різні системи цього класу і здійснювати різні завдання синтезу: оптим. розподіл функцій між людиною й пристроями спряження (елементами керуючих пристроїв), спряження людини й машини в єдине функціональне ціле й параметричну оптимізацію СЛМ.

Розподіляючи функції між людиною й автомат. пристроями, треба мати різного рівня відомості про робочі характеристики людини стосовно до конкретного завдання (без таких відомостей завдання синтезу СЛМ треба розглядати як некоректне). Краще використовувати досить повний опис динамічних властивостей людини, її обмежень, статистико-ймовірнісних показників тощо. Проте в деяких випадках можна скористатися й з мінім. відомостей про можливості людини-оператора (напр., з модальних характеристик, які дають відповідь на запитання про те, чи може взагалі людина виконати певну операцію, чи ні).

Для реалізації закону керування, одержаного на основі наявного критерію якості, функції між людиною й автомат. пристроями розподіляють залежно від доступного дослідникові рівня інформації про робочі характеристики людини-оператора. В результаті визначається або єдина структура (при досить повному описі), або обмежене число структур СЛМ (при наявності лише модальних характеристик). Після цього на основі критерію якості здійснюють етап параметричного синтезу, на якому система оптимізується в рамках єдиної структури. Оскільки СЛМ є складною системою, яка відзначається різноманітністю динамічних властивостей, і враховуючи важкість розрахунку систем з комбінованим оптимізуючим функціоналом, рекомендують досліджувати СЛМ теоретико-експериментальним методом, макс. використовуючи реальну апаратуру та обладнання і якомога повніше зберігаючи особливості динаміки. Моделювання імітує найхарактерніші для певної системи збурення, включаючи початкові умови, й за певний час T людина-оператор експериментально здійснює потрібний процес. Варіюючи оптимізовувані змінні, добиваються мінімізації критерію якості. У теор. розумінні завдання зводять до пошуку *екстремуму глобального* функції багатьох змінних у статистично-ймовірнісному аспекті.

Т. ч., П. «л.— м.» є проблемою комплексною, вона об'єднує дослідження з різних галузей знань: *систем загальної теорії*, *автоматичного керування теорії*, *психології інженерної*, медицини, техніки тощо. Див. також *Моделювання системи «людина — машина»* й *Ергатична система*.

А. М. Воронін, А. М. Мелешев, В. В. Павлов.

ПРОГОНКИ МЕТОД — те саме, що й *факторизації метод*.

ПРОГРАМ СЕГМЕНТАЦІЯ — розчленовування програм на окремі частини (сегменти) для розміщення їх у наявних обсягах пам'яті. П. с. має здійснюватися з урахуванням прийнятої для даної *цифрової обчислювальної машини* системи розподілу пам'яті. Окремі сегменти програм розміщуються в різних ступенях *пам'яті ЦОМ*; у міру виконування *програми* черговий виконуваний сегмент пересилається із зовн. пам'яті в оперативну. П. с. веде до подовження часу виконання програми, яке тим більше, чим частіше доводиться заміновати черговий виконуваний сегмент. П. с. здійснюється або на основі апріорного аналізу структури програми й частоти звернення до окремих її ділянок, або на основі моделювання цих програм. Див. також *Пам'яті розподіл*.

В. Ф. Ляшенко.

ПРОГРАМА обчислювальної машини — опис алгоритму розв'язування задачі, заданий мовою обчислювальної машини. Цей опис являє собою задавану *обчислювальній машині* інструкцію, що вказує, в якій послідовності, над якими даними і які операції має виконати машина та в якій формі видати результат. П. мовою обчислювальної машини являє собою послідовність числових кодів і її складають вручну або за допомогою *трансляторів*, для яких *алгоритм* задачі записують відповідною *мовою програмування*. При застосуванні засобів автоматизації програмування П. мовою обчисл. машини часто виявляється внутрішнім елементом обчисл. процесу, основаного на безпосередньому розв'язуванні задачі після трансляції.

До П. ставлять суперечливі вимоги: щоб вона економно використовувала пам'ять і щоб було забезпечено велику швидкість розв'язування, а тому при складанні П. доводиться вдаватися до компромісу, який часто визначається тех. можливостями конкретної цифрової обчисл. машини. *В. Ф. Ляшенко.*

ПРОГРАМА ВИПРОБОВУВАЛЬНА — програма, за допомогою якої здійснюють *діагностику несправностей ЦОМ*.

ПРОГРАМА ДІАГНОСТИЧНА — програма, яка реалізує алгоритм пошуку несправностей і дає змогу з якоюсь імовірністю виявити місце несправності в цифровій обчислювальній машині. Вона є частиною випробовувальної програми (див. *Діагностика несправностей ЦОМ*). Створюючи П. д., складають список несправностей, які можуть виникнути в контрольованому пристрої чи вузлі машини. Для кожної

несправності, що входить до списку, складають програму виявлення її. При цьому припускають, що в контрольованому пристрої чи вузлі машини виникла одна з несправностей, що входять до списку, а більше несправностей немає. Складання програми полягає в підбиранні такої послідовності команд, яка забезпечує подавання на контрольований пристрій чи вузол машини певних наборів вхідних сигналів і аналіз його вихідних сигналів з метою виявлення цієї несправності. У зв'язку з тим, що майже всяка програма, призначена для виявлення якоїсь несправності, реагує й на інші несправності, провадять аналіз реакції кожної із складених програм на кожну несправність, яка входить до списку. Результати аналізу зводять у таблицю, у верхньому рядку якої записують умовні номери несправностей, у лівому стовпчику — номери складених програм. Якщо якась програма з номером j виконується правильно, а є несправності з номером i, то в ту клітину таблиці, де перетинаються j-й рядок і i-й стовпчик, записують 0, в противному разі в цю клітину записують 1. Складену так таблицю наз. діагностичною, а сукупність складених програм виявлення несправностей є П. д. для даного пристрою чи вузла ЦОМ. Виконуючи П. д., одержують т. з. результат діагностики, який являє собою двійковий *код*, створений за таким правилом: j-й розряд цього коду дорівнює 0, якщо i-а програма виконалась правильно, в противному разі він дорівнює 1. Стовпчики діагностичної таблиці розглядають і як двійкові коди, що їх читають згори вниз. Результат діагностики порівнюють з кодами, що їх утворюють стовпчики діагностичної таблиці. Якщо результат діагностики збігається з кодом якогось стовпчика таблиці, то вважають, що в контрольованому пристрої є несправність, номер якої відповідає номерові цього стовпчика. Характер несправності визначають за списком.

Літ.: Миронов Г. А. Испытательные программы для контроля электронных цифровых машин. М., 1964 [бібліогр. с. 266—267]; Диагностика неисправностей вычислительных машин. М., 1965; Волков А. Ф., Ведешенков В. А., Зенкин В. Д. Автоматический поиск неисправностей в ЦВМ. М., 1968 [бібліогр. с. 144—146].

Л. О. Коритна.

ПРОГРА́МА КЕРУ́ЮЧА — див. *Керуюча програма.*

ПРОГРА́МА КОМПІЛЮЮЧА — див. *Транслятор.*

ПРОГРА́МА-ДИСПЕ́ТЧЕР — одна з назв керуючої програми *операційної системи* або її частини, яка керує проходженням завдань у ЦОМ.

ПРОГРА́МИ ОБСЛУГО́ВУВАЛЬНІ — програми, призначені для підвищення ефективного використання цифрової обчислювальної машини. Програміст використовує П. о. як допоміжний засіб, виконуючи окремі етапи підготовки до розв'язування задачі на ЦОМ. До П. о. належать, напр., програми редагування, оновлення вмісту бібліотеки, друкування каталога тощо. У сучасних ЦОМ П. о. входять до комплексу програм *операційної системи.*

Г. Д. Фролов.

ПРОГРАМО́ВАНЕ НАВЧА́ННЯ — один з видів навчання людини; специфіка П. н. полягає в тому, що воно здійснюється за заздалегідь складеною навчальною програмою, яка виконує деякі функції викладача. П. н. дає змогу підвищити якість навчання і скоротити час, що його витрачають і навчуваний, і навчаючий, а також досліджувати процес навчання людини. Підвищення ефективності в умовах П. н. досягається ретельним добором змісту навч. курсу; поліпшенням логічної структури матеріалу; збільшенням частоти обміну інформацією між навчуваним і навчаючим; підвищенням ступеня індивідуалізації навчання тощо. Як засіб дослідження процесу навчання людини П. н. можна використовувати насамперед тому, що його застосування створює необхідні умови для стандартизації пед. експерименту. Засобами реалізації навчальної програми часто є *програмовані підручники* і *навчальні машини.* Осн. характеристики П. н. такі: 1) навч. матеріал розміщують за заздалегідь описаною схемою; 2) формулюють мету навчання і розробляють засоби, за допомогою яких можна виміряти, наскільки навчувані можуть досягти цієї мети, або об'єктивно довести, що цієї мети вони досягли; 3) навч. матеріал поділяють на розділи, які закінчуються контрольними запитаннями, завданнями чи вказівками навчуваному, що йому робити далі (ці розділи наз. порціями навч. матеріалу, або порціями); 4) від навчуваного вимагається, щоб він відповідав на запитання або виконував запропоновані завдання; 5) навчуваному негайно повідомляють, чи правильно він відповів, а в ряді випадків зазначають тип допущених помилок і видають порції з поясненнями цих помилок; 6) забезпечують індивідуальну роботу в зручному для навчуваного (або в контрольованому) темпі, а в ряді випадків більшою чи меншою мірою пристосовуються до індивідуальних особливостей навчуваного; 7) ефективну навчальну програму здебільшого розробляють багато разів експериментально, перевіряючи її на тих, кого екзаменують. Щоб визначити рівень початкової підготовки тих, кого навчають, часто розробляють і *тест,* який передує П. н.

Зародження П. н. відносять до 1927, коли амер. учений С.-Л. Прессі вперше використав автомат. пристрої для перевірки правильності відповідей навчуваних на тестові запитання. Зокрема, він побудував пристрій, який видавав навчуваному наступне запитання лише тоді, коли він правильно відповів на попереднє. Виявилося, що навчувані, котрі використовували цей пристрій, успішно засвоювали матеріал, з якого ставили їм запитання. Ідеї Прессі використали його послідовники й учні в 30—40-х рр., розробляючи ряд тренажерів, які застосовувалися для підготовки військових спеціалістів і персоналу, що обслуговував різні тех. пристрої та системи.

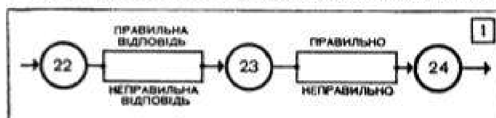
Осн. ідеї П. н. стали широко відомими наприкінці 50-х рр. завдяки працям амер. психологів Б.-Ф. Скіннера та Н. Краудера.

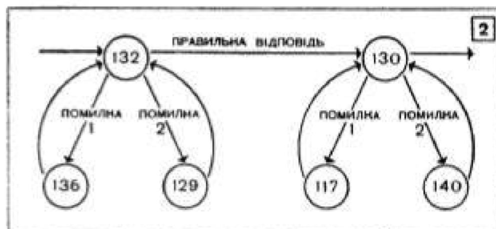
У навчаючих програмах Скіннера навчуваному пропонується самому записати свою відповідь у відведеному місці, а потім звірити її з правильною відповіддю, що міститься в дальшій за порядком порції. На мал. 1 подано схематичне зображення навч. програми, побудованої за методом Скіннера (на наведених тут мал. 1—3 кружками позначено номери сторінок, а стрілками — необхідні переходи). Такі програми названо лінійними. Н. Краудер поклав початок розвиткові іншого напряму П. н., що грунтується на використанні т. з. розгалужених програм. Якщо для успішного навчання за програмами Скіннера передбачається, що той, кого навчають, повинен давати принаймні 95% правильних відповідей, то при використанні програм Краудера допускається менший процент їх. Щоб пояснити навчуваним причини їхніх помилок, до програми вводять розгалуження — порції з поясненнями. На мал. 2 дано схематичне зображення розгалуженої навч. програми.

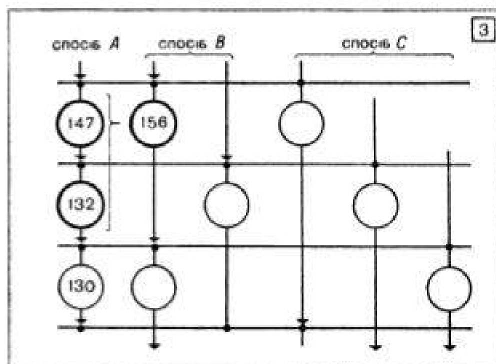
У 60-х рр. розробка навч. програм і виробн. навч. машин перетворились у ряді країн на окрему галузь «педагогічної індустрії». У 1970 в США було в продажу понад 2000 навч. програм, в Англії — 1200, у Франції — понад 200. В СРСР створено (за наближеними оцінками) понад 300 навчаючих програм.

Дальший розвиток П. н. і розширення сфери його використання вимагає, щоб було розроблено теор. основи П. н., зокрема, методику складання навч. програм, що забезпечують досягнення не тільки ближчих цілей навчання, напр. засвоєння чітко визначеного змісту, формування деяких навичок та уміння, а й досягнення дальших цілей, напр. таких, як формування узагальнених прийомів мислення, розвиток пізнавальної здатності навчуваних. Теорія П. н. розвивається на базі використання досягнень *кібернетики*, дидактики, педагогіки, *психології інженерної* та інших галузей знання.

Успіх П. н. значною мірою залежить від змісту, засвоєння якого передбачають метою навчання, від способу керування пізнавальною діяльністю навчуваних і особливостями реалізації. Конкретизація змісту навчання вимагає його психологічного й логіко-матем. аналізу. Психологічний аналіз змісту навчання включає в себе, зокрема, з'ясування того, якою мірою цей зміст потрібний для опанування заданою діяльністю, якою мірою він доступний для навчуваних різного віку, з неоднаковим рівнем попередньої підготовки, і якою мірою він забезпечує їхній розумовий розвиток. У цій галузі одержано дуже цікаві результати щодо навчання у загальноосвітніх школах. Так, відповідні дослідження переконливо свідчать про те, що раціональна структура навч. предмета вже в молодшому шкільному віці значно розширює можливість засвоєння учнями матем. й граматичного матеріалу. Результати цих досліджень можна використати, програмуючи навчання, і водночас уточнити їх у ході експерименту з використанням навч. програм. У логіко-математичному аналізі змісту навчання виділяють двоє завдань. Одно з них — опис структур навч. матеріалу з використанням *інформації теорії*, *графів теорії*. Друге завдання — це створення *мов формальних*, що описують структуру матеріалу, який треба засвоїти. У способі керування пізнавальною діяльністю (методі навчання) виділяють дві сторони — змістову й формальну. Змістову сторону в першому наближенні можна описати за допо-







1. Схема лінійної програми.
2. Схема розгалуженої програми.
3. Схема адаптивної програми.

могою розумових та практичних дій навчуваного, які необхідні для засвоєння змісту, що його передбачає мета навчання. До змістової сторони методу належать, зокрема, алгоритми дій, напр. алгоритми підведення одного поняття під інше, алгоритми розпізнавання належності, різні моделі й аналогії. Формальну сторону можна описувати за допомогою таких параметрів навч. програм, як кількість завдань, що їх видають навчуваним; їхня трудність; міра поданої допомоги; форма обміну інформацією між навчаючим і навчуваним; тип відповіді (вільно сконструйована природною мовою, виражена в умовному коді, обрана із запропонованих альтернатив); схема навч. програми тощо.

Для ефективного керування пізнавальною діяльністю навчуваного навч. програму бу-

дують на основі апріорного опису цього об'єкта керування. Проте через особливості об'єкта зробити його точний апріорний опис дуже важко. Саме тому в арсеналі засобів П. н. дедалі більшого значення набувають т. з. адаптивні навчаючі програми, за допомогою яких можна змінювати способи викладу навч. матеріалу в напрямку збереження показника якості при зовн. і внутр. умовах навчання, які довільно змінюються. Адаптивну навч. програму можна подати як таку, що складається з кількох лінійних або розгалужених програм, які відрізняються одна від одної способом викладу того самого змісту. Схематичне зображення такої програми дано на мал. 3. Адаптивну навч. програму можна ефективно реалізувати лише за допомогою адаптивних навч. машин (АНМ), які на підставі оброблення по порядку відповідей навчуваного оптимізують процес його навчання за заданим показником якості. АНМ забезпечують вищий ступінь індивідуалізації навчання, ніж традиційні форми групового навчання та звичайні форми П. н. АНМ дають змогу повніше використовувати здібності кожного навчуваного і відкривають можливості для скорочення строків навчання та поліпшення його якості. Експерименти свідчать про те, що при навчанні за допомогою адаптивної навч. програми вдалося скоротити час навчання порівняно з навчанням за звичайною розгалуженою програмою в середньому на 30%, забезпечивши при цьому потрібний рівень виконання контрольних робіт.

Третій фактор ефективності П. н.— особливості реалізації навч. програми. Ці особливості залежать насамперед від розподілу ф-цій між навч. програмою тим, кого навчають, тим, хто навчає, і навчаючою машиною (якщо її використовують для реалізації навчаючої програми). Можна виділити два напрями досліджень в галузі тех. засобів П. н. Один з них має на меті з'ясувати психологічно-педагогічні вимоги до навчаючих пристроїв, другий — розв'язати наук.-тех. питання, пов'язані з розробленням таких пристроїв. Тех. засоби доцільно використовувати в умовах П. н. в таких випадках: а) коли без машин не можна забезпечити потрібної форми обміну інформацією; б) коли треба забезпечити точне додержання навчуваними порядку роботи, передбаченого навч. програмою, безперервний контроль з боку викладача за ходом роботи кожного навчуваного; в) коли потрібно швидко обробити відповіді. Останній випадок включає в себе оброблення досить складних, напр., вільно-формованих, відповідей навчуваних, реєстрацію процесу навчання й автомат. обчислювання його показників (напр., якщо використовують адаптивні навч. програми). Комплексне виконання перелічених умов можливе лише при реалізації навч. програми за допомогою досить складного тех. пристрою. Як пристрій для керування П. н. дедалі частіше використовують *цифрові обчислювальні машини.*

Літ.: Машбиц Е. И., Бондаровская В. М. Зарубежные концепции программированного обучения. К., 1964; Гребень И. И., Довгялло А. М. Автоматические устройства для обучения. К., 1965 [бібліогр. с. 183—194]; Глушков В. М. [та ін.]. Наукові проблеми програмованого навчання та шляхи їх розробки. «Радянська школа», 1966, № 6—7; Балл Г. А., Гергей Т., Довгялло А. М. Об одном подходе к построению адаптивных обучающих систем. «Кибернетика», 1968, № 3; Талызина Н. Ф. Теоретические проблемы программированного обучения. М., 1969 [бібліогр. с. 124—132]; Применение ЭВМ в учебном процессе. М., 1969.

О. М. Довгялло.

ПРОГРАМО́ВАНИЙ ПІДРУ́ЧНИК — книга, підручник, у якому надруковано *навчальну програму.* Відмінності між звичайними підручниками і програмованими полягають головним чином у тому, що в П. п. значна частина його обсягу відводиться для опису роботи того, хто навчається, в процесі навчання,— для запитань, завдань, різних варіантів відповідей і розв'язків, розгорнутих прикладів тощо. П. п. поділяють на лінійні, розгалужені та адаптивні. Переважну більшість П. п. будують за лінійною навчальною програмою, за якою той, хто навчається, має змогу звірити свою відповідь з пропонованою правильною відповіддю і перейти до нової порції навчального матеріалу. Фрагмент типового П. п. див. в табл. 1. Приклад порцій з підручника, який реалізує розгалужену навчальну програму, подано в табл. 2. П. п. з розгалуженою програмою наз. ще посібниками з «розкиданими сторінками», оскільки роз'яснення до i-ої порції і порція $(i + 1)$-ша з новим навчальним матеріалом розміщуються звичайно на деякій відстані від i-ої порції (див. табл. 2). Це робиться для того, щоб утруднити підглядання правильних відповідей. В адаптивних П. п. передбачається кілька варіантів викладу одного й того самого матеріалу для тих, хто навчається, враховуючи різний рівень їхньої підготовки,— для навчання різних контингентів. Такі підручники, як правило, використовують разом з адаптивною *навчальною машиною,* яка аналізує послідовність відповідей того, хто навчається, й відсилає його до того чи іншого варіанту викладу учбового матеріалу.

Щоб підвищити ефективність П. п. та зменшити ймовірність вгадування тим, хто навчається, правильної відповіді, в подаваних альтернативах застосовують т. з. конструктивно-вибірковий метод формування відповідей, коли той, хто навчається, набирає свою відповідь з пропонованих елементів, які є допустимими смисловими одиницями в даному курсі. В деяких П. п. з такою формою відповіді передбачаються роз'яснення для найтиповіших (правильних і помилкових) поєднань згаданих елементів. Широко застосовують методики роботи з П. п., за якими тим, хто навчається, пропонується спочатку записати свою відповідь у довільній формі, а потім вибрати серед пропонованих правильні й помилкові відповіді. У цьому разі найбільшого ефекту досягають, використовуючи навчальні машини, які дозволяють доступ до заздалегідь заготовлених відповідей лише після того, як той, хто навчається, введе свою відповідь.

Фрагмент типового програмованого підручника, побудованого за лінійною програмою. Таблиця 1

СІТКА 22

Події, що зображуються в сітці ПЕРТ у вигляді кружечків, овалів або квадратів, відбуваються в логічній ____________

ПОСЛІДОВНОСТІ 23

Ця фігура є простою сіткою ПЕРТ. Кружечки зображують ____________, які йдуть одна за одною у заданій ____________

① ——→ ② ——→ ③

ПОДІЇ ПОСЛІДОВНОСТІ 24

Порядок подій визначається стрілками, а не номерами подій.
У наведеній сітці ПЕРТ послідовність подій така, що подія 12 не може настати, якщо не настала подія ____________

㉑ ——→ ⑫ ——→ ③

Фрагмент програмованого підручника, що реалізує розгалужену навчальну програму. Таблиця .

132

Ваша відповідь. У суматорі буде записано 0 0000000375
Правильно. В комірці 1283 міститься слово 0 0000000375, а перша команда
0 50 1283 0000
пересилає вміст комірки 1283 в суматор.
Записавши 0 0000000375 у суматор, до цього числа можна додати число 0 0000000580, яке є в комірці 1821. Код команди «Додавання» 60.
Як повинна бути закодована друга команда?

0	60	0580	0000	стор. 136
0	60	1821	0000	стор. 130
0	50	1821	0000	стор. 129

136

Ваша відповідь. Другою командою повинна бути
0 60 0580 0000.
Ні. Ви зробили цілком правильно, замінивши код операції «Посилка» 50 кодом «Додавання» 60. Але адресну частину ви перетворили неправильно. Гляньте на першу команду.
Код операції Адреса
0 50 1283 0000
За цією командою число 375 переписується в суматор, але адресна частина при цьому самого числа 375 не містить. Там міститься адреса числа 375. Якщо треба додати число 580, то в адресну частину вміщати саме число не можна. У ній треба поставити адресу комірки. А в якій комірці записано число 580?
Поверніться до сторінки 132 і зробіть ще одну спробу.

129

Ваша відповідь. Другою командою повинна бути
0 50 1821 0000.
Не зовсім так. Ви зробили правильно, змінивши адресну частину команди з 1283 на 1821, бо треба, щоб друга команда додала число 580, записане в комірці 1821. Але при цьому треба було змінити й ту частину команди, в якій міститься код операції. Команда «Додавання» (код операції 60) викликає додавання вмісту комірки пам'яті до вмісту суматора. Команда
0 50 1821 0000
просто перепише вміст комірки 1821 у суматор і так лише замінить число, яке раніше там було, замість того, щоб додати до нього. Поверніться до сторінки 132 і спробуйте вибрати іншу відповідь

130

Ваша відповідь. Другою командою має бути
0 60 1821 0000

Правильно.

До П. п. часто відносять і навчальні посібники, де є, окрім осн. матеріалу (передбаченого навчанням), і питання та задачі для самоконтролю, а також відповіді й аналіз відповідей до питань самоконтролю й до контрольних робіт. Як програмований додаток до звичайних підручників використовують різні тренувальні зошити, вказівки до розв'язування, задачники, запитальники та приписи.

Добре складені П. п. дають змогу добиватися підвищення якості навчання порівняно з традиційною груповою формою навчання за звичайними підручниками, а також зменшення (на 30—40%) часу, який витрачають

і ті, хто навчається, і ті, хто навчає. Значний ефект дають П. п. у поєднанні з іншими навчальними посібниками, такими, як довідники, інструкції, словники, задачники (з розв'язаними прикладами) і т. п. Останнім часом частішають спроби випускати П. п. у комплекті з цими навчальними посібниками.

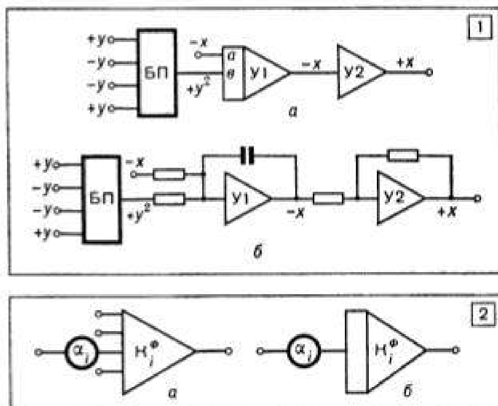
Літ.: Программированные учебные пособия. Ташкент, 1969; Ю щ е н к о Е. Л. [та ін]. КОБОЛ. (Программированное учебное пособие). К., 1973; Т э м а с К. [та ін.]. Перспективы программированного обучения. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с. 189—191]. *О. М. Довгялло, К. Л. Ющенко.*

ПРОГРАМУВА́ЛЬНА ПРОГРА́МА — програма, призначена для перекладу (трансляції) описів *алгоритмів* з однієї формальної мови на іншу. Див. *Транслятор.*

ПРОГРАМУВА́ННЯ АОМ — процес підготовки задачі до розв'язування її на машині. Включає в себе математичне формулювання задачі, вибір методу розв'язування, перетворення системи рівнянь до виду, зручного для розв'язування її, та етапи підготовки всіх первісних даних для введення в машину й для відладки програми. Етапи матем. формулювання задачі й вибору методу розв'язування не формалізують і виконують їх, як правило, спеціалісти, що ставлять задачу, спільно зі спеціалістами по застосуванню засобів аналогової обчислювальної техніки.

П е р е т в о р е н н я с и с т е м и р і в н я н ь, одержаної на етапах матем. формулювання й вибору методу розв'язування, до вигляду, зручного для розв'язування, включає перетворення для поліпшення якості роботи схеми: спрощення вигляду рівнянь, збільшення точності й надійності та зменшення обсягу устаткування, полегшення процесу досліджень рівнянь і перетворення їх до канонічної форми. Перетворення, що поліпшують якість роботи схеми й полегшують процес досліджень, доповнюють етап матем. формулювання задачі й можуть включати перетворення до структурного вигляду та перетворення, виконання яких ґрунтується на ретельному вивченні досліджуваного явища, і формально матем. перетворення. Перетворення до структурного вигляду виконується для полегшення процесу дослідження і має на меті побудову такої системи рівнянь, при машинній реалізації якої забезпечується незалежна апаратна реалізація кожного фіз. елемента чи вузла досліджуваної системи. Ретельне додаткове вивчення досліджуваного явища, здійснюване і до постановки задачі на АОМ, і в процесі постановки, в багатьох випадках дає змогу спростити систему рівнянь за рахунок, напр., повної або часткової лінеаризації чи перетворення окремих членів і використання логічних операцій, яке дає змогу в граничному випадку замінити складну систему рівнянь сімейством простіших рівнянь з організацією операцій вибору розв'язків за логіч. ознаками, й завдяки цьому підвищується точність і надійність. До формально матем. перетворень належать нелінійні перетворення змінних і параметричні перетворення. Нелінійні перетворення змінних зводяться до підстановки вигляду $Z_i = R(y_i)$, їх використовують для зменшення кількості нелінійних операцій. Перетворення до канонічного вигляду включає операції зниження порядку системи рівнянь і виділення похідної.

До етапів п і д г о т о в к и п е р в і с н и х д а н и х належать: складання структурної чи принципової схем електр. моделювання, визначення масштабів змінних, розрахунок коефіцієнта передачі підсумовувальних та інтегрувальних підсилювачів, апроксимація графіків нелінійних залежностей і змінних



1. Приклади побудови структурної (*а*) та принципової (*б*) схем розв'язування рівняння $\frac{dx}{dt} = -ax + by^2$.
2. Схема підсумовувального (*а*) та інтегрувального (*б*) підсилювачів з послідовно ввімкненим потенціометром.

коеф., складання таблиць для настройки блоків та підготовка первісних даних для контролю. В структурній схемі електр. моделювання слід визначати всі операційні блоки машини, що беруть участь у розв'язуванні задачі, і всі зв'язки між ними; структурна схема є основним робочим документом, її можна в разі потреби доповнювати фрагментами принципових схем. Принципові схеми характеризуються максимальною деталізацією, в них зазначають усі основні обчислювальні елементи, в тому числі й елементи вхідних кіл і кіл зворотного зв'язку *підсилювачів операційних*. Будувати такі схеми доцільно для машин, у яких можлива додаткова комутація на рівні елементів. На мал. 1 наведено будову структурної та принципової схем розв'язування рівняння $\frac{dx}{dt} = -ax + by^2$. Зв'язок між змінними, що діють в АОМ, та дійсними фізичними змінними величинами встановлюється за допомогою масштабних співвідношень (масштабів). Масштабом M_x, або масштабним коефіцієнтом фіз. змінної x, наз. деяку сталу, визначувану як відношення $M_x = \frac{U_x}{x} = \frac{\text{значення маш. змінної}}{\text{значення фіз. змінної}}$. Масштаби змінних використовують при розрахунках коеф. передачі лінійних блоків у такий спосіб. Коеф. передачі підсумовувального

підсилювача по i-у входу дорівнює $K_i = a_i \frac{M \text{ суми}}{M \text{ доданка}}$, де a_i — сталий коеф., що стоїть у рівнянні перед відповідним доданком. Коеф. передачі інтегрувального підсилювача по i-у входу дорівнює $K_i = \frac{1}{R_i C} = \frac{M \text{ інтеграла}}{M \text{ доданка підінтегр. виразу}} \cdot a_i$. А коли сталі коеф. задано за допомогою послідовно ввімкненого потенціометра з коеф. передачі α_i і підсилювача з фіксованим коеф. передачі K_i^{Φ}, як показано на мал. 2, то розподіл загального коеф. передачі K_i провадиться за формулою $K_i = \alpha_i K_i^{\Phi}$, причому величину K_i^{Φ} обирають так, щоб значення α_i було якомога ближчим до одиниці, але не більшим за неї. При виконанні операцій нелінійного перетворення масштаби змінних використовують для графічної побудови кривих, що підлягають відтворенню в машині. При виконанні операції перемножування x та y зв'язок між масштабами, сталим коеф. a при добутку в рівнянні й коеф. b, який характеризує схему, має вигляд $M_{xy} = \frac{bM_x M_y}{a}$. Застосування масштабу часу дає змогу змінити час розв'язування задачі τ на машині — збільшити або зменшити його відносно реального часу t; масштаб часу визначається за ф-лою $M_t = \frac{\tau}{t}$ і вводиться відповідною зміною сталих часу інтегрувальних підсилювачів $(RC)_\tau = M_t (RC)_t$. Підготовка первісних даних для статичного контролю зводиться до вибору напруг, які надходять при контролі на входи схеми або її окремих частин, і до розрахунку напруг на виходах усіх операційних блоків схеми. Процес підготовки первісних даних досить добре формалізується, його можна доручати ЦОМ; надалі стане можливою повна автоматизація підготовки первісних даних і введення їх в АОМ.

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963; Левин Л. Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин. М., 1966 [бібліогр. с. 405—410]; Витенберг И. М. Программирование аналоговых вычислительных машин. М., 1972 [бібліогр. с. 402—405].

І. М. Вітенберг.

ПРОГРАМУВАННЯ ДИНАМІЧНЕ — розділ *програмування математичного,* який вивчає багатокрокові процеси пошуку розв'язку. У різних галузях теор. й практичної діяльності доцільно шукати розв'язок не відразу, а послідовно, крок за кроком, тобто пошук розв'язку тут розглядають не як поодинокий акт, а як процес, що складається з кількох етапів. Різні задачі багатокрокових процесів пошуку розв'язку можна описувати певним одноманітним матем. апаратом. Таким апаратом є теорія П. д., яку створили протягом 50-х років 20 ст. амер. математик Р. Беллман і його учні. В задачах, розв'язуваних методами П. д., є фіз. система, яку характеризують на будь-якому кроці параметри стану; на кожному кроці приймають один з допустимої множини розв'язків, наслідком чого є перетворення параметрів стану; передісторія системи не має ніякого значення у визначенні наступних дій. Будь-яке правило пошуку розв'язку, яке дає допустиму послідовність розв'язків, наз. поведінкою (політикою). Метою процесу є опт-ція якоїсь ф-ції параметрів стану й політики — ф-ції критерію (прибутку). Поведінку, яка оптимізує ф-цію критерію, наз. **оптимальною поведінкою**.

В основі теорії П. д. лежить *Беллмана принцип оптимальності.* Матем. формулювання цього принципу приводить до рівнянь, розв'язок яких визначає оптим. поведінку й оптим. прибуток. Нехай є детермінований дискретний процес пошуку розв'язку, характеризований вектором стану p, який визначено для скінченної кількості кроків N і належить множині D. Далі, $T = \{T_q\}$, де q — елемент якоїсь множини $S(p)$, є множиною перетворень, яка має ту властивість, що, коли $p \in D$, то $T_q(p) \in D$ для всіх $q \in S(p)$. Для скінченного процесу кожна поведінка полягає у виборі N перетворень $T_{q_1}, T_{q_2}, \ldots, T_{q_N}$, які дають одне за одним послідовність станів $p_1 = T_{q_1}(p), p_2 = T_{q_2}(p_1), \ldots, p_N = T_{q_N}(p_{N-1})$. Ці перетворення треба вибрати так, щоб максимізувати ф-цію $\sum_{j=0}^{N-1} g_j(p_j, q_{j+1}), p_0 = p$. Позначимо через $f_i(p)$ макс. значення ф-ції критерію, якщо початковий стан процесу описувано вектором p і до закінчення процесу залишилося i кроків, тобто $f_i(p) = \max_{q_{N-i}, \ldots, q_N} \sum_{j=N-i}^{N-1} g_j(p_j, q_{j+1}),\ p_{N-i} = p$. Щоб одержати рекурентне співвідношення, яке зв'язує члени послідовності $\{f_i(p)\}$, скористаємося принципом оптимальності Беллмана. Нехай на $(N-i)$-му кроці за розв'язок вибирають якесь перетворення T_q, так що в результаті одержують новий вектор стану $T_q(p)$. Прибуток, одержуваний після здійснення $(N-i+1)$-го кроку процесу, дорівнює $g_{N-i}(p, q)$. Макс. прибуток, одержуваний після здійснення решти $i-1$ кроків процесу, дорівнює за визначенням $f_{i-1}(T_q(p))$. Тому для максимізації повного прибутку від здійснення всіх i кроків процесу q слід вибрати так, щоб максимізувати суму $g_{N-i}(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))$. Отже, одержують рекурентні співвідношення

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_{N-i}(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}, \quad (1)$$

$$i = 2, \ldots, N;$$

$$f_1(p) = \max_{q \in S(p)} g_{N-1}(p, q). \quad (2)$$

Маючи конкретні значення N і p, за допомогою цих співвідношень можна знаходити оптим. поведінку й оптим. прибуток, а саме: із співвідношення (2) знаходять політику $q_N(p)$,

за якої досягають максимуму правої частини, і відповідний прибуток $f_1(p)$. Далі, знаючи $f_1(p)$, із співвідношення

$$f_2(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_{N-2}(p, q) + f_1(T_q(p))\}$$

знаходять $q_{N-1}(p)$ і $f_2(p)$ і т. д. Нарешті, знаючи $f_{N-1}(p)$, із співвідношення

$$f_N(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_0(p, q) + f_{N-1}(T_q(p))\}$$

знаходять $q_1(p)$ і оптим. прибуток $f_N(p)$. Тоді оптим. поведінка на 1-му кроці N-крокового процесу буде $\bar{q}_1 = q_1(p)$, а оптим. стан — $\bar{p}_1 = T_{\bar{q}_1}(p)$. На 2-му кроці оптим. поведінка і стан будуть відповідно $\bar{q}_2 = q_2(\bar{p}_1)$ і $\bar{p}_2 = T_{\bar{q}_2}(\bar{p}_1)$ і т. д. На N-му кроці вони будуть відповідно $\bar{q}_N = q_N(\bar{p}_{N-1})$ і $\bar{p}_N = T_{\bar{q}_N}(\bar{p}_{N-1})$. В разі необмежено тривалого процесу ($N \to \infty$), який є однорідним ($g_i = g$), співвідношення (1) — (2) замінюють функціональним рівнянням

$$f(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f(T_q(p))\}. \qquad (3)$$

Для розв'язування таких рівнянь застосовують метод послідовних наближень у просторі прибутків, який полягає у виборі початкової ф-ції $f_0(p) = 0$ і наступному визначенні послідовності ф-цій

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}, \qquad (4)$$

$$i = 1, 2, \ldots .$$

Інший метод — метод наближення в просторі поведінок, який полягає в тому, що за початкове наближення вибирають якесь $q_0 = q_0(p) \in S(p)$ і з функціонального рівняння $f_0(p) = g(p, q_0) + f_0(T_{q_0}(p))$ визначають прибуток, який відповідає цій поведінці. Далі, як у звичайному методі послідовних наближень, беруть

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}.$$

При цьому послідовність $\{f_i(p)\}$ є неспадною.

Метод П. д. застосовують для розв'язування задач оптим. керування. Нехай рівняння руху керованого об'єкта має вигляд

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \; x(t_0) = x^0, \qquad (5)$$

де $x(t) = \{x_1(t), \ldots, x_n(t)\}$ — вектор стану, а $u(t) = \{u_1(t), \ldots, u_r(t)\} \in \Omega(t)$ — вектор керування (поведінки) в момент t. Тут $\Omega(t)$ — замкнена область r-вимірного евклідового простору (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі). Потрібно мінімізувати інтеграл

$$Q = \int_{t_0}^{T} G(x(t), u(t), t)\, dt. \qquad (6)$$

Позначимо через $S(x, t)$ мінім. значення інтеграла (6) за умови, що об'єкт стартує з точки (x, t) фазового простору, тобто

$$S(x, t) = \min_{u(\tau) \in \Omega(\tau), t \leq \tau \leq T} \left\{ \int_t^T G(x(\tau), u(\tau), \tau)\, d\tau \right\}. \qquad (7)$$

Тоді за умови існування частинних похідних S_x і S_t одержують *Беллмана рівняння* для ф-ції S:

$$-S_t(x, t) = \min_{u \in \Omega(t)} \{G(x, u, t) + (\operatorname{grad} S(x, t), f(x, u, t))\}, \; S(x, T) = 0. \qquad (8)$$

Мінімуму права частина рівняння (8) досягає на якійсь ф-ції $u = d(x, t, S_x(x, t))$, так що, розв'язавши це рівняння, одержують оптим. керування як ф-цію фазових координат $\bar{u} = \bar{u}(x, t)$. Але розв'язати рівняння (8) для заг. випадку важко. Крім того, важко обгрунтувати слушність цього рівняння, бо ф-ція $S(x, t)$, як правило, не скрізь диференційовна для більшості практичних задач. Тому, реалізуючи цей метод на ЕЦОМ, дискретизують початкову задачу (5—6) і розв'язують одержувані при цьому рекурентні співвідношення. Метод П. д. застосовують ще для розв'язування задач стохастичних керованих процесів, багатокрокових ігор та ін.

На початку 60-х років 20 ст. в Інституті кібернетики АН УРСР було розроблено досить ефективний *чисельний метод* розв'язування задач П. д.— метод *послідовного аналізу варіантів*, який полягає в послідовному конструюванні конкурентноздатних варіантів.

Літ.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960; Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Пер. с англ. М., 1965.

В. П. Гуленко, В. С. Михалевич.

ПРОГРАМУВА́ННЯ ДИСКРЕ́ТНЕ — те саме, що й *програмування цілочислове*.

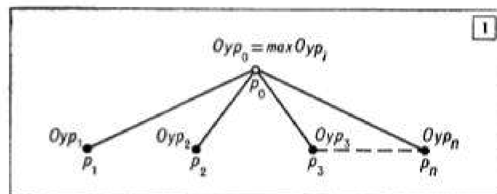
ПРОГРАМУВА́ННЯ ЕВРИСТИ́ЧНЕ — вид програмування, який досліджує природу мислення людини за допомогою створюваних моделей-програм, які реалізують функції, характерні для розумових процесів. Іноді П. е. наз. розробку *програм* оптимізації складних процесів за допомогою *алгоритмів*, які дають наближені розв'язки і не гарантують одержання оптим. розв'язків. Вибір задач П. е. залежить від багатьох обставин: наявності об'єктивних критеріїв успіху; обсягу первісної інформації й додаткових відомостей, які сприяють уточненню постановки задачі; можливості порівнювати П. е. з іншими процесами тощо. В результаті цього намітилося кілька напрямів П. е.: програмування ігрових ситуацій (напр., шахової), доведень теорем, переклад з однієї мови на іншу, розв'язування матем. задач, описаних у вигляді тексту неформалізованою мовою, творення музики, *розпізнавання образів* (зорових і звукових), диференціальної діагностики і т. ін.

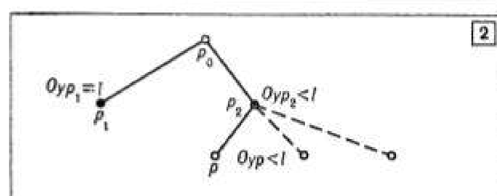
На початку 50-х років 20 ст. склалася думка про те, що «мислячі» машини буде створено вже в близькому майбутньому. Тоді було сформульовано названі задачі й запропоновано деякі ідеї щодо розв'язування їх, а на кінець 50-х років створено перші програми для цього. Проте за допомогою цих програм ЕОМ дуже слабо справлялися з розв'язуванням поставлених задач. Втім тоді ще здавалося, що для того, щоб одержати прийнятні розв'язки, досить лише трохи поліпшити програми в тому або іншому напрямі, що намічався. Пізніше виявилося, що реалізація цих поліпшень — справа трудомістка, а результати поліпшення зовсім незначні. Разом з тим з'ясувалося, що ідеї, які виникають під час розв'язування задач П. е., виявляються досить плідними для багатьох обчисл. процесів.

При розв'язуванні задач П. е. було поставлено деякі загальні проблеми. Однією з них є проблема ієрархічно організованого перебору. Нехай, напр., треба знайти найкращий хід у позиції p_0 якоїсь гри. В цій позиції можна зробити кілька ходів, що приводять до позицій $p_1, p_2, \ldots, p_n$, які, щоб визначити найкращий хід, необхідно дослідити. Можна зробити ходи й у кожній з цих позицій, і, таким чином, при дослідженні буде визначено «дерево» гри (мал. 1); його вершинам відповідають розглядувані позиції, між якими встановлюється ієрархія. Щоб дослідити будь-яку позицію p дерева гри, досить оцінити всі безпосередньо підпорядковані їй позиції, тобто ті з них, у які можна прийти з цієї позиції за один хід.

Таке саме дерево будують і в багатьох інших випадках. Вершині p_0 відповідає розв'язок поставленої задачі, вершинам $p_1, p_2, \ldots, p_n$ — розв'язки підзадач, на які її розбито, і т. д. Щоб організувати ієрархічний перебір у широкому колі задач, можна скласти програму «Загальний розв'язник», проте застосовувати її не ефективно, бо, щоб розглянути всі ситуації, які відповідають вершинам дерева ієрархічного перебору для скільки-небудь цікавих задач, треба надто багато часу.

У зв'язку з цим виникає необхідність розробляти методи, які забезпечують відтинання заздалегідь невигідних гілок. У задачі визначення найкращого ходу в грі двох суперників для цього застосовують метод граней та оцінок. Поняття оцінки позиції виникли ще на початку 20 ст. Оцінку позиції p визначають, як максимум оцінок позицій $p_1, p_2, \ldots, p_n$, безпосередньо підпорядкованих їй (мал. 2). Проте, якщо оцінка позиції p_1 дорівнює l, а з позиції p_2 суперник може зробити хід, після якого виникає позиція p з оцінкою, меншою за l, то й оцінка позиції p_2 менша за l, а, отже, щоб визначити оцінку позиції p, її уточнювати не треба. Отже, відпадає необхідність розглядати решту позицій дерева гри, підпорядкованих позиції p_2. Метод відтинання особливо ефективний, коли в першу чергу, як правило, розглядають кращі ходи (варіанти). Тому доцільно розробляти швидкі способи визначання оцінки розглядуваної позиції (ситуації), які можуть дати наближений або не завжди правильний результат. Щоб скоротити перебір, застосовують запам'ятовування таких розглянутих раніше позицій (ситуацій), на які можна натрапити в інших варіантах. Проте скорочувати перебір, використовуючи тільки ці загальні методи, недосить, щоб задовільно розв'язувати задачі П. е. Тому виникає необхідність розробляти методи, специфічні для певного класу задач або певної конкретної задачі. Напр., щоб довести теорему *числення предикатів вузького*, вибір додаткових змінних можна пов'язати з формулюванням доводжуваної теореми. Специфічні методи шахової програми пов'язуються з шаховою теорією, в якій можна використовувати поняття: «добрий слон» і «поганий слон», «шанси на атаку» тощо, і в зв'язку з цим треба вводити формальні визначення цих понять і створювати алгоритми використовування їх. Щоб спростити побудову таких понять і алгоритмів, створюють семантичні моделі ситуацій (у цьому разі, позицій). Семантичні моделі можуть включати фіксоване коло понять і засоби розширення його. Програми першого типу працюють швидше, а другого — мають більші потенціальні можливості.





1. «Дерево» гри.
2. Граф оцінки позиції p_0.

Для автоматизації побудови нових понять можна використовувати методи теорії розпізнавання образів, загальна ідея яких полягає ось у чому. Нехай ситуація описується непрямим способом. Напр., щоб визначити нафтоносність пласта, можна виміряти значення фіксованої множини параметрів. Отже, досліджуваний на нафтоносність пласт можна розглядати як точку в багатовимірному просторі. Нехай, крім того, задано дві множини значень параметрів пластів: одна відповідає нафтоносним пластам, друга — водоносним. Жоден із заданих параметрів сам по собі не характерний для однієї з цих множин на відміну від другої. Проте можна спробувати побудувати нові складові ознаки, тобто знайти характерні комбінації значень параметрів. Хоч для деяких задач, напр., для задачі розпізнавання геом. образів, цей метод неефективний, в інших

випадках він дає прийнятні результати (напр., у задачі визначення нафтоносності пластів). Добрі результати таким методом одержано в деяких задачах медичної діагностики, що є особливо цінним, бо робить можливою задовільну діагностику, коли немає деяких ознак, які несуть істотну інформацію (через нестачу апаратури або небезпеку визначення цих ознак, напр., коли треба застосовувати криваві методи діагностики).

Методи розв'язування задач П. е. широко застосовують у різних обчислювальних та інформаційно-логічних задачах. Так, метод гілок і границь, аналогічний методові граней та оцінок, використовують у багатьох задачах дискретного програмування; поточні довідкові зі швидким пошуком інформації й інші методи організації інформації, розроблені в задачах П. е., застосовують в інформаційно-логічних задачах великого обсягу; ідеї П. е. застосовують, щоб прискорити пошук мінімуму ф-ції багатьох змінних (метод «ярів» у різному вигляді), щоб обчислювати кратні інтеграли тощо.

Літ.: Бонгард М. М. Проблема узнавания. М., 1967; Адельсон-Вельский Г. М. [та ін.]. О программировании игры вычислительной машины в шахматы. «Успехи математических наук», 1970, т. 25, в. 2; Вычислительные машины и мышление. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 491—546]; Semantic information processing. Cambridge, 1970.

Г. М. Адельсон-Вельський, В. Л. Арлазаров.

ПРОГРАМУВА́ННЯ КВАДРАТИ́ЧНЕ — розділ *програмування математичного*, що розглядає спеціальний клас задач, у яких мінімізована функція квадратична, а обмеження лінійні. В заг. вигляді задачу П. к. можна сформулювати так: нехай C — симетрична *матриця* розміру $n \times n$, A — матриця розміру $r \times n$, x — n-вимірний вектор, b — n-вимірний вектор, c — r-вимірний вектор; треба мінімізувати ф-цію $f(x) = \frac{1}{2}(x, Cx) - (b, x)$ при обмеженнях $Ax \leqslant c$. Тут (x, y) — скалярний добуток векторів x та y, а нерівність $x \leqslant y$ означає, що кожна компонента вектора x менша за відповідну компоненту вектора y або дорівнює їй.

В задачі П. к. здебільшого припускають, що матриця C напівдодатно визначена, тобто $(x, Cx) \geqslant 0$ для всіх x. У цьому випадку ф-ція $f(x)$ є опуклою. Якщо точка x^0 — розв'язок задачі П. к., то виконуються такі необхідні й достатні умови: знаходять такий r-вимірний вектор u^0, що $Cx^0 - b + A^*u^0 = 0$, $(u^0, Ax^0 - c) = 0$, $u^0 \geqslant 0$. Тут A^* — матриця, транспонована до A.

У випадку, коли матриця C строго додатно визначена, тобто $(x, Cx) > 0$ для всіх $x \neq 0$, для задачі П. к. можна сформулювати двоїсту задачу: максимізувати $\varphi(u) = -\frac{1}{2}(Gu, u) + (a, u) - \frac{1}{2}(C^{-1}b, b)$ за умови $u \geqslant 0$. Тут $G = AC^{-1}A^*$, $a = AC^{-1}b - c$, C^{-1} — матриця, обернена до C. При цьому справджується таке твердження: якщо x^0 — розв'язок задачі П. к., а u^0 — розв'язок двоїстої задачі, то $f(x^0) = \varphi(u^0)$, $(u^0, Ax^0 - c) = 0$. Крім того, вектор u^0, що фігурує в необхідних умовах *екстремуму*, є одночасно розв'язком двоїстої задачі.

Для чисельного розв'язування задачі П. к. застосовують всі методи, придатні для розв'язування заг. задачі *програмування опуклого*. Але є чимало методів, що дають змогу розв'язувати задачу П. к. за скінченне число кроків.

Літ.: Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 171—174]; Кюнци Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование. Пер. с нем. М., 1965 [бібліогр. с. 286—293].

Б. М. Пшеничний.

ПРОГРАМУВА́ННЯ КУСКО́ВО-ЛІНІ́ЙНЕ — розділ *програмування математичного*, який вивчає задачу відшукання мінімуму (максимуму) опуклої (увігнутої — у випадку максимуму) кусково-лінійної функції на опуклій *многогранній множині*. Задача П. к.-л. є окремим випадком задачі *програмування опуклого*. З другого боку, П. к.-л. є узагальненням *програмування лінійного*.

Опуклою кусково-лінійною ф-цією n змінних наз. ф-цію $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F(X)$, яку можна зобразити у вигляді

$$F(X) = \max_{r=1,2,\ldots,s} \{L_r(X)\},$$

де $L_r(X) = \sum_{j=1}^{n} d_{rj}x_j - l_r$, $r = 1, 2, \ldots, s$ — лінійні ф-ції. Заг. задачу П. к.-л. можна сформулювати так: знайти мінімум ф-ції $F(X)$ при обмеженнях:

$$\begin{aligned} &g_i(X) \leqslant 0, && i = 1, 2, \ldots, m_1, \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, && i = m_1 + 1, \ldots, m, \quad (1) \\ &x_j \geqslant 0, && j = 1, 2, \ldots, n, \end{aligned}$$

де $F(X)$, $g_i(X)$, $i = 1, 2, \ldots, m_1$ — задані опуклі кусково-лінійні ф-ції, $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор змінних задачі. Матриця $A = (a_{ij})$, $i = m_1 + 1, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$ і вектор $b = (b_{m_1+1}, \ldots, b_m)$ — задані величини. Система (1) визначає опуклу многогранну множину можливих розв'язків (планів) задачі.

До задач П. к.-л. зводиться ряд тех. і економ. задач, напр., деякі задачі *календарного планування* виробн., деякі *транспортні задачі*, задачі автомат. регулювання тощо. Часто задачі лінійного програмування з великою кількістю змінних та обмежень мають специфічні особливості, які дають змогу переформулювати ці задачі у термінах П. к.-л. із зменшенням кількості змінних та обмежень. Таке переформулювання звичайно дає можливість скоротити час розв'язування задачі й використовуваний обсяг запам'ятовувального пристрою ЕЦОМ, бо трудомісткість окремої ітерації для розв'язання кусково-лінійної задачі, як правило, менша, ніж для розв'язання відповідної лінійної. Нарешті, будь-яку задачу опуклого програмування можна точно або наближено звести до задачі П. к.-л. Іноді таке зведення може бути досить ефективним.

Методи розв'язування задач П. к.-л. є, як правило, природними узагальненнями відповідних методів лінійного програмування: всі осн. означення та властивості задач лінійного програмування узагальнюються на випадок П. к.-л. Найважливішими з них є перелічені нижче. 1) Нехай $g_i(X) = \max_{k=1,2,\ldots,q_i}\{g_{ik}(X)\}$. Вектор X^0 наз. опорним планом задачі (1), якщо він є планом і задовольняє лінійно-незалежну систему n рівнянь з такої множини:

$$L_f(X) = L_p(X), \quad f \neq p; \quad f, p = 1, 2, \ldots, s;$$

$$g_{ik}(X) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_1,$$

$$k = 1, 2, \ldots, q_i,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \qquad i = m_1 + 1, \ldots, m,$$

$$x_j = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

тобто точка X^0 належить не менш, як n гіперплощинам із зазначеної множини. 2) Опорний план наз. невиродженим, якщо точка X^0 належить точно n гіперплощинам. 3) План, на якому досягається мінімум $F(X)$ за умов (1), наз. оптимальним планом, або розв'язком задачі. 4) Розв'язок задачі П. к.-л. досягається (якщо він існує) на опорному плані. 5) План X^* задачі (1) є її розв'язком в тому й тільки в тому випадку, коли існує m-вимірний вектор $U = (U_1, U_2)$, $U_1 = (u_1, u_2, \ldots, u_{m_1})$, $U_2 = (u_{m_1+1}, \ldots, u_m)$ такий, що

а) ф-ція $\varphi(X, U) = F(X) + \sum_{i=1}^{m_1} u_i g_i(X) + \sum_{i=m_1+1}^{m} u_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)$ досягає в точці X^* мінімуму по X серед $X \geqslant 0$ і б) $u_i g_i(X) = 0$, $u_i \geqslant 0$, $i = 1, 2, \ldots, m_1$ (цю властивість наз. критерієм оптимальності).

Заг. схема скінченних методів для задач П. к.-л. полягає, як правило, у тій самій послідовності дій, що й відповідні схеми для задач лінійного програмування. Так, напр., схема узагальнення *симплекс-методу* включає таку послідовність операцій: перевірку поточного опорного плану на оптимальність за допомогою критерію оптимальності і, якщо план не оптим., перехід до нового опорного плану з меншим значенням *цільової функції* або з'ясування необмеженості знизу значень цільової ф-ції. З обчисл. погляду опорний план, правила переходу до нового опорного плану і значення цільової ф-ції визначаються задаванням матриці системи лінійних рівнянь і вектора правих частин та перетворень їх від кроку до кроку в процесі дії *алгоритму*.

Крім скінченних методів, для розв'язування задач П. к.-л. використовують *ітераційні методи*, зокрема, для багатьох практичних задач ефективними є *узагальнених градієнтів методи*. При цьому задачу П. к.-л. за допомогою ф-цій штрафу звичайно зводять попередньо до задачі мінімізації опуклої кусково-лінійної ф-ції без обмежень.

Літ.: Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [бібліогр. с. 516—520]. *В. О. Трубін.*

ПРОГРАМУВАННЯ ЛІНІЙНЕ — розділ математичного програмування, що вивчає задачу відшукання максимуму (мінімуму) лінійної функції при лінійних обмеженнях у вигляді рівностей чи нерівностей. Загальна задача П. л. формулюється так: треба знайти максимум лінійної ф-ції n змінних $x_1, \ldots, x_n$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1}$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i, \qquad i = 1, \ldots, m_1, \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \qquad i = m_1 + 1, \ldots, m, \tag{3}$$

$$x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n_1, \tag{4}$$

де c_j ($j = 1, \ldots, n$), a_{ij}($i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$), b_i ($i = 1, \ldots, m$) — задані числа. Задача мінімізації ф-ції (1) зводиться до задачі максимізації шляхом заміни знаків усіх коефіцієнтів c_j на протилежні. П. л. є найбільш розвинутою й завершеною галуззю *програмування математичного*. Загальну постановку задачі П. л. і один з підходів до її розв'язання (ідея розв'язувальних множників або двоїстих оцінок) вперше наведено 1939 у праці рад. вченого Л. В. Канторовича. У цій самій праці подано й один з методів розв'язування задачі — метод послідовного скорочення відхилів.

У праці рад. вчених Л. В. Канторовича та М. К. Гавуріна, виконаній 1940 щодо *транспортної задачі*, розроблено ще один метод розв'язування задачі П. л., який названо методом потенціалів. Бурхливий розвиток П. л. тісно пов'язаний з появою ЕЦОМ та використанням їх для розв'язування економ. задач. Початок цьому розвиткові поклало те, що 1949 амер. математик Дж.-Б. Данціг розробив ефективний метод розв'язування задачі П. л., що дістав назву *симплекс-методу*. Цей метод є узагальненням методу потенціалів на загальну задачу П. л., але розроблений незалежно від нього. Згодом було описано ще один — *двоїстий симплекс-метод*, який по суті є симплекс-методом для розв'язання двоїстої задачі П. л., але формулюється в термінах вихідної задачі. Всі зазначені методи є скінченними. Крім них, для розв'язування задачі П. л. використовують ітеративні методи, що дають за скінченну кількість кроків лише наближений (із заданим ступенем точності) розв'язок. Щільний зв'язок між П. л. та *ігор теорією* дає змогу використовувати для розв'язування задач П. л. чисельні методи теорії ігор.

Друга група ітеративних методів характеризується заміною вихідної задачі еквівалентною

її безумовно опуклою екстрем. задачею, для розв'язування якої використовують різні *градієнтні методи*.

Для розв'язування задач П. л. з великою кількістю змінних та обмежень розроблено *декомпозиції методи*, які дають змогу замість вихідної задачі розв'язувати послідовність задач меншого обсягу. Завдяки цим методам можна уникнути труднощів, які виникають у зв'язку з обмеженою ємністю оперативної пам'яті ЕЦОМ. Методи П. л. недостатні при розв'язуванні задач з додатковими обмеженнями на цілочисельність значень змінних; вивченням таких задач займається *програмування цілочислове* (дискретне). Економні методи розв'язування задач П. л., коефіцієнти яких залежать від параметрів, розробляються в параметричному програмуванні. Крім загальної, вивчають різні окремі задачі П. л., такі, як транспортні, розподільні, задачі теорії розкладів, вибору тощо. Деякі ідеї П. л. використовуються в теорії найкращих наближень, теорії моментів та інших розділах математики.

У вигляді задачі П. л. формулюються з достатньою мірою точності численні задачі перспективного й оперативного планування в різних галузях нар. г-ва, керування різноманітними виробничими й технологічними процесами, організації безперебійної й цілеспрямованої роботи комплексів устаткування.

Найпоширенішим прикладом задачі П. л. є задача планування роботи підприємства, що випускає певний однорідний продукт. Це така задача: є n різних технологій і m ресурсів (робоча сила, сировина, енергія, транспорт тощо) виробн. Відомо: c_j — кількість одиниць продукту, яку можна одержати при використанні j-ї технології ($j = 1, \ldots, n$), a_{ij} — витрати i-го ресурсу при використанні j-ї технології ($i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$), b_i — заг. запас i-го ресурсу ($i = 1, \ldots, m$), x_j — час, протягом якого виробн. провадиться за j-ю технологією. Треба знайти план $X = (x_1, \ldots, x_n)$, при якому з наявних запасів випускали б макс. кількість продукту. Математично ця задача формулюється у вигляді рівнянь (1), (2), (4) при $m_1 = m$, $n_1 = n$. Кожній задачі П. л. відповідає двоїста задача, змінні та обмеження якої теж мають економічну інтерпретацію (див. *Двоїстості теорія* в програмуванні лінійному). Будь-яку задачу П. л. можна подати в канонічному вигляді:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = > \max, \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (6)$$

$$x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n. \qquad (7)$$

Обмеження (6) часто зустрічаються в матричному вигляді:

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B, \qquad (6')$$

де $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$, $j = 1, \ldots, n$. Функцію (5) наз. лінійною формою (функцією мети) задачі, матрицю $A = (A_1, \ldots, A_n)$ коеф. при змінних у (6') — матрицею умов, вектор A_j ($j = 1, \ldots, n$) — вектором умов, B — вектором обмежень. Вектор $X = (x_1, \ldots, x_n)$, що задовольняє рівняння (6) та (7), наз. планом задачі. План, що на ньому лінійна форма набуває макс. значення, наз. оптимальним планом (або розв'язком) задачі. Якщо задача П. л. має хоч би один план, множина всіх її планів визначає у n-вимірному просторі змінних опуклу многогранну множину. *Опорним планом* наз. план, що відповідає вершині цієї множини. Опорний план невироджений, якщо йому відповідає вершина, в якій рівно m (для задачі (5—7)) змінних набуває додатних значень; множина векторів умов, що відповідають цим m змінним, становить базис.

Задачу П. л. наз. розв'язуваною, якщо існує хоч би один оптим. план $\overline{X}$, для якого всі $\overline{x}_j < \infty$, і обмеженою, якщо множина її планів обмежена, тобто є *опуклим многогранником*. Якщо задача є і розв'язуваною, і обмеженою, серед її оптим. планів є хоч би один опорний. Кількість опорних планів скінченна. Оптим. план можна шукати лише серед опорних планів. Цю властивість так чи інакше використано в усіх скінченних методах П. л. У симплекс-методі та його модифікаціях оптим. плану досягають, йдучи по опорних планах вихідної задачі. Процес починається з аналізу деякого опорного плану. Якщо цей план не є оптимальний, переходять до нового опорного плану з більшим значенням лінійної форми. У двоїстому симплекс-методі процес починається з опорного плану двоїстої задачі (псевдоплану вихідної задачі). При переході від одного псевдоплану до наступного значення лінійної форми зменшується. Процес розв'язування закінчується, як тільки псевдоплан стає планом. У методі послідовного скорочення відхилів процес розв'язування починається з деякого (не обов'язково опорного) плану двоїстої задачі, якому відповідає вектор $X \geqslant 0$ вихідної задачі (який не є, власне, планом). Правила переходу від одного вектора $X \geqslant 0$ до другого невід'ємного вектора забезпечують скорочення різниць (відхилів) між правими та лівими частинами умов рівнянь (6). Вектор, для якого всі відхили перетворюються на нуль, є оптим. планом задачі.

Літ.: Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. Л., 1939; Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960; Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. М., 1969 [бібліогр. с. 418—421].

В. О. Трубін.

ПРОГРАМУВА́ННЯ МАТЕМАТИ́ЧНЕ — розділ прикладної математики, що займається вивченням задач відшукання екстремуму функцій на якійсь множині й розробкою методів розв'язування цих задач. Першими дослідженнями з П. м. слід вважати праці франц. мате-

матика Ж. Л. Лагранжа (1736—1813), присвячені відшуканню умовного *екстремуму* ф-ції, тобто відшукуванню екстремуму ф-ції $f(x) \equiv f(x_1, \ldots, x_n)$ на множині $\Omega = \{x : g_i(x) \equiv g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0, \; i = 1, \; \ldots, \; m\}$. Лагранж сформулював умови (див. *Лагранжа правило множників*), які повинна задовольняти точка, що надає екстремуму ф-ції $f(x)$ на множині Ω. Ці умови є історично першими характеристичними властивостями відносного екстремуму ф-ції. Хоч перші праці з П. м. з'явилися більше двохсот років тому, своїми сучасними досягненнями П. м. зобов'язане дослідженням, виконаним на протязі кількох останніх десятиріч. Особливо бурхливий розвиток теорії екстрем. задач і методів розв'язування їх відбувся в 60-х рр. 20 ст.

Під загальною задачею П. м. розуміють задачу відшукування екстремуму (максимуму чи мінімуму) ф-ції $f_0(x)$ за умов

$$f_j(x) \leqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, m; \quad x \in Q, \quad (1)$$

де Q — якась множина в просторі векторів x. Простір цей може бути і скінченновимірним, і нескінченновимірним (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі). Функцію $f_0(x)$ наз. ц і л ь о в о ю, а множину $\Omega = \{x \in Q; \; f_j(x) \leqslant 0, j = 1, \ldots, m\}$ — д о п у с т и м о ю   м н о ж и н о ю. Задача (1) принципово відрізняється від класичної задачі відшукування умовного екстремуму тим, що в ній є обмеження у вигляді нерівностей. Як правило, екстремум у задачі (1) досягається на границі, тому для використання при її розв'язуванні методу множників Лагранжа треба знати, до яких граничних поверхонь множини належить екстремум. Але визначення цих поверхонь, по суті, еквівалентне розв'язуванню знову-таки вихідної задачі (1). Так що скористатися з класичних методів для розв'язування задачі (1) практично неможливо. Тому для дослідження задач типу (1) створено самостійні теорії й методи. Відшукання характеристичних властивостей екстремуму в задачі (1) і є головним у П. м. Ці властивості екстремуму й чисельні методи розв'язування задач П. м. визначаються властивостями цих задач, які, в свою чергу, залежать від властивостей ф-цій $f_j(x)$, $j = 0, 1, \ldots, m$ і множини Q.

Розділ П. м., який названо *програмуванням лінійним*, вивчає задачі типу (1), коли $x \in E^n$, всі функції $f_j(x)$ — лінійні, а множина Q складається з точок (векторів) з невід'ємними компонентами, тобто задачу відшукання екстремуму ф-ції:

$$z^* = (c, x^*) = \max\{z = (c, x) : Ax \leqslant b, x \geqslant 0\}, (2)$$

де $c \in E^n$, $b \in E^m$, (c, x) — скалярний добуток елементів c та x, а в матриці A m рядків і n колонок. Цю задачу, яку названо заг. задачею лінійного програмування, вперше поставив і вивчив у 30-х рр. рад. математик Л. В. Канторович. Широке застосування теорії й методів лінійного програмування почалося наприкінці 40 — на поч. 50-х рр. після того, як амер. математик Дж. Данціг відкрив *симплекс-метод* для розв'язування задачі (2).

Теореми двоїстості (див. *Двоїстості теорія* в програмуванні лінійному) встановлюють зв'язок між розв'язуванням задачі (2) і розв'язуванням іншої, так званої двоїстої до (2), задачі. Крім симплекс-методу, для розв'язування задачі лінійного програмування побудовано *двоїстий симплекс-метод*, а також метод для одночасного розв'язування прямої та двоїстої задачі лінійного програмування.

Велике місце в теорії лінійного програмування займають конкретні задачі, з яких особливо важливими для застосувань є задачі транспортного типу (див. *Транспортна задача*). Для розв'язування цих задач створено спец. обчисл. методи, що враховують специфічну структуру їхніх обмежень.

За допомогою методів розв'язування задач блокового типу можна одержати ефективні *обчислювальні схеми* розв'язування задач лінійного програмування великої вимірності. На початку 50-х рр. амер. математики Дж. Нейман і Дж. Данціг виявили зв'язок пари двоїстих задач лінійного програмування з матричною грою двох осіб, а це дало змогу застосувати для розв'язування *ігор матричних* методи лінійного програмування. Згодом для розв'язування задачі лінійного програмування почали застосовувати методи *ігор теорії*.

Особливе місце в лінійному програмуванні займають задачі лінійного *програмування цілочислового*, в яких на допустиму точку (вектор) накладають допоміжну вимогу цілочисловості всіх чи частини його компонент. Вимога цілочисловості компонент оптим. вектора випливає з фіз. змісту багатьох практичних задач. Іноді структура матриці A така, що коли задачу (2) розв'язують якимось заг. методом лінійного програмування, вдається одержати цілочисловий розв'язок, але для більшості задач лінійного програмування цілочисловий розв'язок не можна одержати без процедури пошуку. Вперше заг. метод розв'язування задач цілочислового програмування побудував амер. математик Р. Гоморі (див. *Гоморі метод*). Важливим класом задач цілочислового програмування є задачі, в яких або частина, або всі змінні набувають лише двох значень: «0» або «1». До задач цілочислового програмування такого типу зводяться досить складні комбінаторні *задачі про комівояжера*, задачі теорії розкладів, розміщення виробн., розфарбовування графа, задачі про ортогональні латинські квадрати та багато інших. Для розв'язування цього класу задач цілочислового програмування використовують *алгоритми*, що грунтуються на методі в п о р я д к о в а н о г о   п е р е б и р а н н я, *гілок і границь методі* тощо.

Розділ П. м., який наз. *програмуванням квадратичним*, вивчає задачу типу (1), де $f_0(x) = \frac{1}{2}(x, Bx) + (c, x)$, де B — недодатно (невід'ємно) визначена квадратна матриця x, $c \in E^n$, ф-ції $f_j(x)$ — лінійні, а $Q = E^n_+$. Коли

$f_0(x)$ увігнута (опукла), а всі $f_j(x)$ опуклі (див. *Опукла функція*), та й множина Q є опуклою, задачу (1) наз. задачею *програмування опуклого*. Задача лінійного й квадратичного програмування є окремим випадком задачі опуклого програмування. Осн. особливістю цієї задачі є її одноекстремальність, тобто в ній нема *екстремумів локальних*.

У 1951 амер. математики Г. Кун і А. Таккер встановили зв'язок задачі опуклого програмування з задачею відшукання *сідлової точки* ф-ції Лагранжа. Цей зв'язок встановлює така теорема. Нехай $f_0(x)$ увігнута, а всі $f_j(x)$ $(j = 1, ..., n)$ опуклі і множина $\Omega = \{x \in Q : f_j(x) \leqslant 0, j = 1, ..., m\}$ містить внутр. точки (Ω задовольняє умову Слейтера). Тоді, щоб вектор x^* був розв'язком задачі опуклого програмування, необхідно й достатньо, щоб знайшовся такий невід'ємний вектор u^*, який разом із вектором x^* є сідловою точкою ф-ції $F(x, u) = f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x)$, тобто мають місце такі нерівності:

$$F(x, u^*) \leqslant F(x^*, u^*) \leqslant F(x^*, u) \forall (x \in Q, u \geqslant 0).$$

Загальні чисельні методи (див. *Оптимізації методи* чисельні) знаходження розв'язку x^* в задачі опуклого програмування з'явилися відносно недавно. Ці методи грунтуються на різних характеристичних властивостях вектора x^* (див. *Оптимальності необхідні умови*). Найпоширенішим є *можливих напрямів метод*, відкритий на поч. 60-х рр. Цей метод є узагальненням класичного методу якнайшвидшого спуску на випадок мінімізації ф-ції при наявності обмежень. Багато методів лінійного, квадратичного й опуклого програмування є конкретними формами методу можливих напрямів.

У випадку, коли функції $f_0(x)$, $f_1(x)$, ..., $f_m(x)$ і множина Q є довільними, задачу (1) наз. задачею нелінійного програмування. Для цієї задачі характерною є наявність локальних екстремумів. Щоб відшукати локальний екстремум задачі нелінійного програмування, можна використати методи опуклого програмування. Окремим випадком задачі нелінійного програмування є задача геом. програмування. У цьому випадку ф-ції $f_0(x)$, $f_1(x)$, ..., $f_m(x)$ подають як суму з додатними коефіцієнтами добутків степеневих ф-цій змінних $x_1, ..., x_n$, а множина Q складається з точок з невід'ємними компонентами. Задача геом. програмування, як задача опуклого програмування, не має локальних екстремумів, тому для відшукання її глобального екстремуму придатні методи опуклого програмування. Зараз для задачі геом. програмування побудовано двоїстості теорію, близьку до теорії двоїстості опуклого програмування.

Розділ П. м., що вивчає методи розв'язування задач керування й планування в умовах риску або невизначеності, одержав назву *програмування стохастичного*. Найпростішою задачею стохастичного програмування є задача лінійного стохастичного програмування, що полягає у відшуканні точки x^*, для якої *математичне сподівання* $M(c, x)$ досягає максимуму при ймовірнісних обмеженнях $P(Ax \leqslant b) \geqslant p$. Існує ряд прийомів зведення задач стохастичного програмування до детермінованих задач П. м., що й дозволило побудувати методи розв'язування задач стохастичного програмування.

Велике місце в П. м. займають багатокрокові процеси прийняття рішень. По суті, розв'язування будь-якої задачі П. м. можна розглядати як певний багатокроковий процес прийняття рішень, бо пошук вектора x^* у задачі (1) можна здійснити, відшукуючи послідовно значення кожної його компоненти. Іноді вектор x^* наз. *траєкторією оптимальною* процесу, а будь-який набір послідовних компонент вектора x^* — відрізком траєкторії.

Амер. математик Р. Беллман систематично вивчав широкий клас задач, трактуючи розв'язок кожної з них як багатокроковий процес прийняття рішень. Методи аналізу й розв'язування задач указаного типу названо *програмуванням динамічним*. Осн. принципом динамічного програмування є *Беллмана принцип оптимальності*, що його сформулював Р. Беллман у 50-х рр. Цей принцип полягає в тому, що будь-який відрізок оптим. траєкторії є оптимальним. Стосовно до задачі (1) цей принцип полягає ось у чому. Якщо зафіксувати оптим. значення деяких компонент вектора x^*, то розв'язком задачі, яку одержують із задачі (1) шляхом фіксації цих компонент, буде частина вектора x^*, що складається з тих його компонент, які виявилися незафіксованими. Перевагою методу динамічного програмування є те, що на кожному кроці процесу прийняття рішень розв'язується екстрем. задача в просторі малої вимірності (як правило, одновимірна). Принцип оптимальності Беллмана реалізується, як правило, у вигляді функціонального рівняння. Розв'язання цього рівняння дає змогу одержати розв'язок початкової задачі. Користуючись принципом оптимальності Беллмана, можна по-новому підійти до розв'язання задач *варіаційного числення*. Класичні задачі варіаційного числення є першими прикладами екстрем. задач у нескінченновимірних просторах, а класичні рівняння Ейлера — першими необхідними умовами мінімуму функціоналів у нескінченновимірному просторі.

В останні роки значно зріс інтерес до некласичних задач варіаційного числення, до яких приводять задачі оптим. керування, що часто трапляються на практиці. Задачі оптим. керування відрізняються від класичних задач варіаційного числення тим, що керування об'єкта може вибиратися не на всьому просторі, а на якійсь множині, яку наз. множиною допустимих керувань. Необхідні умови, які повинні задовольняти оптим. керування, сформулювали рад. математик Л. С. Понтрягін та його учні у вигляді *Понтрягіна принципу максимуму*.

В середині 60-х рр. було сформульовано заг. необхідні умови екстремуму для задачі (1) у функціональних просторах. Ці результати дають змогу здійснити вкладення *оптимального*

керування теорії в заг. теорію необхідних умов.

Літ.: Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. М., 1967; Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. М., 1969 [бібліогр. с. 418—421]; Пшеничный Б. Н. Необходимые условия экстремума. М., 1969 [бібліогр. с. 148—151]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960; Эрроу К. Дж., Гурвиц Л., Удзава Х. Исследование по линейному и нелинейному программированию. Пер. с англ. М., 1962; Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 564—589].

Р. А. Поляк, М. Є. Примак.

ПРОГРАМУВА́ННЯ НЕЛІНІ́ЙНЕ — розділ *програмування математичного*, у якому вивчаються методи розв'язування й характер *екстремуму* в задачах оптимізації з нелінійною цільовою функцією або множиною, яка визначається нелінійними обмеженнями.

ПРОГРАМУВА́ННЯ ОПУ́КЛЕ — розділ *програмування математичного*, що вивчає задачі мінімізації, в яких мінімізовувана функція опукла, а обмеження задають також *опуклими функціями*. У заг. формі задачу П. о. можна записати так: мінімізувати ф-цію $g_0(x)$ при обмеженнях

$$g_i(x) \leqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, m, \qquad (1)$$

де x — n-вимірний вектор, а $g_i(x)$, $i = 0, 1, \ldots, m$ — опуклі ф-ції. Задачі П. о. трапляються в *математичній економіці*, *електричних кіл теорії*; задачі апроксимації ф-цій також є задачами П. о. Зокрема, в задачах апроксимації ф-цій з'являються такі опуклі ф-ції, які не є диференційовними, вони потребують спец. вивчення.

Нехай $f(x)$ — опукла ф-ція, визначена при всіх x. Позначимо через $\partial f(x)$ множину таких векторів c, для яких при всіх y виконується нерівність: $f(y) - f(x) \geqslant (c, y - x)$, де (x, y) — скалярний добуток. Множина $\partial f(x)$ непуста, опукла, замкнена й обмежена. У випадку, якщо $f(x)$ — диференційовна ф-ція в точці x, множина $\partial f(x)$ складається лише з одного вектора c, що співпадає з *градієнтом* ф-ції $f(x)$:

$$c = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\}.$$

Характеристику точки мінімуму в задачі П. о. дають теоремою Куна — Таккера: якщо x^0 — розв'язок задачі П. о., то знайдуться такі невід'ємні числа $\lambda_0^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_n^0$, з яких не всі дорівнюють нулеві, що

$$\sum_{i=0}^{m} \lambda_i^0 g_i(x^0) \leqslant \sum_{i=0}^{m} \lambda_i g_i(x).$$

При цьому, якщо $\lambda_0^0 > 0$, то умови є й достатніми. Існує ряд умов, за яких можна гарантувати, що $\lambda_0^0 > 0$. Найпростіша з них: якщо існує точка x^1 така, що $g_i(x^1) < 0$, $i = 1, \ldots, m$, то можна прийняти $\lambda_0^0 = 1$. У цьому випадку теорему Куна — Таккера можна переформулювати у такому еквівалентному вигляді. Приймемо, що $\varphi(x, \lambda) = g_0(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x)$. Тоді для того, щоб точка x^0 була розв'язком задачі П. о., необхідно й достатньо, щоб існували такі числа $\lambda_1^0, \ldots, \lambda_m^0 \geqslant 0$, що

$$\varphi(x^0, \lambda) \leqslant \varphi(x^0, \lambda^0) \leqslant \varphi(x, \lambda^0), \qquad (2)$$

при цьому нерівність виконується для всіх x і для всіх $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m \geqslant 0$. Якщо виконуються нерівності (2), то кажуть, що точка x^0, λ^0 є *сідловою точкою* ф-ції $\varphi(x, \lambda)$.

Наведені необхідні умови екстремуму записано в глобальній формі. Але їм можна надати й дифер. форми. А саме: для того, щоб точка x^0 була розв'язком задачі П. о., необхідно, щоб знайшлися такі числа $\lambda_0^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_m^0$, які не всі дорівнюють нулеві, і такі вектори $c^i \in \partial g_i(x^0)$, $i = 0, 1, \ldots, m$, що $\sum_{i=0}^{m} \lambda_i^0 c^i = 0$, $\lambda_i^0 g_i(x^0) = 0$, $i = 1, \ldots, m$. Якщо $\lambda_0^0 > 0$, то умови є достатніми. За допомогою таких ф-л для обчислення множин $\partial f(x)$ можна ефективно записувати необхідну умову екстремуму в дифер. формі: якщо $f(x) = \gamma_1 f_1(x) + \gamma_2 f_2(x)$, $\gamma_1, \gamma_2 \geqslant 0$, то $\partial f(x) = \gamma_1 \partial f_1(x) + \gamma_2 \partial f_2(x)$; якщо $f(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant h} f_i(x)$, то для будь-якого $c \in \partial f(x)$ існують такі числа λ_i і вектори $c^i \in \partial f_i(x)$, $i \in I(x)$, що

$$c = \sum_{i \in I(x)} \lambda_i c^i, \quad \sum_{i \in I(x)} \lambda_i = 1, \; \lambda_i \geqslant 0, \; i \in I(x).$$

Тут $I(x)$ — множина тих індексів i, для яких $f(x) = f_i(x)$. Ці формули дають змогу будувати множини $\partial f(x)$ для опуклих ф-цій, утворених в результаті суперпозиції інших опуклих ф-цій.

У деяких випадках задачу П. о. можна поставити в іншій формі, в якій обмеження на змінні задано не у вигляді системи нерівностей. Нехай потрібно мінімізувати опуклу ф-цію $f(x)$ при умові, що x належить до опуклої множини X.

Нехай точка x^0 — розв'язок задачі. Визначимо *опуклий конус* $K(x^0)$ як множину всіх елементів y, що їх можна представити у вигляді $y = \lambda(x - x^0)$, де $\lambda > 0$, $x \in X$. Спряжений, або двоїстий відносно $K(x^0)$ конус (позначають $K^*(x^0)$) визначається, як множина всіх векторів c, що задовольняють нерівності $(c, y) \geqslant 0$ для всіх $y \in K(x^0)$. Щоб точка x^0 була розв'язком поставленої задачі, необхідно й достатньо, щоб існував такий вектор c^0, що $c^0 \in \partial f(x^0)$ і $c^0 \in K^*(x^0)$. Для ефективної побудови конуса $K^*(x^0)$ можна скористатися таким результатом: якщо $g(x)$ — опукла ф-ція і існує така точка x^1, що $g(x^1) < 0$, то конус $K(x^0)$ для області X, яка складається з точок x таких, що $g(x) \leqslant 0$, складається з єдиної точки 0, якщо $g(x^0) < 0$, і з векторів c, представних у вигляді $c = \gamma c^0$, $\gamma \leqslant 0$, $c^0 \in \partial g(x^0)$, якщо $g(x^0) = 0$. Для чисельного розв'язку задачі П. о. розроблено ряд ефективних алгоритмів. Див. *Гіперплощини відтинальної метод*, *Можливих напрямів метод*, *Узагальнених градієнтів метод*.

Літ.: Пшеничный Б. Н. Необходимые условия экстремума. М., 1969 [бібліогр. с. 148—151];

Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. М., 1967; Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 171—174].

Б. М. Пшеничний.

ПРОГРАМУВА́ННЯ СТОХАСТИ́ЧНЕ — розділ *програмування математичного*, що вивчає моделі вибору оптимальних розв'язків у ситуаціях, які характеризуються *випадковими величинами*. Відмітні особливості задач П. с. порівняно зі схожими на них задачами нелінійного програмування полягають ось у чому. Задачі нелінійного програмування виникають у тих випадках, коли шукані розв'язки можна охарактеризувати скінченним набором чисел $x = (x_1, \ldots, x_n)$ і з кожним x пов'язати скінченне число показників $f^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$ так, щоб мета того, хто приймає рішення, зводилася до знаходження

$$\min_{\substack{f^i(x) \leqslant 0,\ i=1,\ldots,m,\\ x \in X}} f^0(x) \qquad (1)$$

де $f^0(x)$ — *цільова функція*, X — якась множина n-вимірного простору (див. *Простір абстрактний*), напр. $X = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_1 \geqslant 0, \ldots, x_n \geqslant 0\}$. При цьому припускають, що ф-ції $f^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$ однозначні, що є можливість обчислювати точні значення цих ф-цій та їхніх похідних, а також встановити належність розв'язку x множині X. Таке положення характерне для вибору розв'язків у ситуаціях з визначеністю, коли кожна дія приводить до однозначного наслідку.

Задачі П. с. виникають в умовах неточної *інформації*, невизначеності та риску, коли з кожним розв'язком можна пов'язати числові параметри $f^\nu(x, \omega)$ $(\nu = 0, 1, \ldots, m)$, залежні від розв'язку x і стану природи (випадкових параметрів) ω. В цьому випадку *екстремум* цільової ф-ції і слушність обмежень у задачі (1) залежать від ω і цю задачу можна тлумачити лише в якомусь імовірнісному розумінні, напр. як знаходження

$$\min_{\substack{F^i(x) \leqslant 0,\ i=1,2,\ldots,m\\ x \in X}} F^0(x). \qquad (2)$$

де $F^0(x) = Mf^0(x, \omega)$ — *математичне сподівання* цільової ф-ції, а $F^i(x)$ — матем. сподівання ф-цій $f^i(x, \omega)$, або знаходження

$$\min_{\substack{G^i(x) \geqslant 0,\ i=1,2,\ldots,m\\ x \in X}} G^0(x). \qquad (3)$$

де $G^0 = P\{f^0(x, \omega) \geqslant a\}$, а $G^i(x) = P\{f^i(x, \omega) \leqslant 0\} - p_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$, $x \in X$. Тут p_i — якісь числа (рівні), $0 \leqslant p_i \leqslant 1$.

Задачі (2) і (3) — типові задачі П. с., причому задача (3) легко зводиться до задачі (2). За зовнішнім виглядом ці задачі схожі на задачу нелінійного програмування (1) при $f^\nu(x) = F^\nu(x)$ або $f^\nu(x) = G^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$, але це лише суто зовнішня схожість, оскільки в задачах (2) і (3), як правило, не виконується осн. передумова теорії нелінійного програмування: при кожному x неможливо обчислити точні значення ф-цій $F^\nu(x)$ та їхніх похідних. У тих випадках, коли $F^\nu(x)$, $G^\nu(x)$ обчислюються точно, задачі (2) і (3) розв'язують звичайними методами нелінійного програмування; в заг. випадку їх розв'язують *стохастичної апроксимації методом* і *стохастичних квазіградієнтів методом* на основі інформації про випадкові величини $f(x, \omega)$.

Застосування П. с. включають питання надійності, контролю несправних елементів, складування й керування запасами й перспективного (довгострокового) планування.

Розгляньмо два важливі приклади. 1) На складі місткістю b треба створити запас виробів $j = 1, 2, \ldots, n$ у розрахунку на випадковий попит $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$ з ф-цією розподілу $H(y_1, \ldots, y_n)$. Якщо x_j — величина запасу виробів j-го виду, то затрати, пов'язані з планом (розв'язком) $x = (x_1, \ldots, x_n)$, виражаються ф-цією

$$f(x, \omega) = \begin{cases} \alpha\left(\sum_{j=1}^n \gamma_j x_j - \sum_{j=1}^n \gamma_j \omega_j\right), \text{ якщо} \\ \sum_{j=1}^n \gamma_j x_j \geqslant \sum_{j=1}^n \gamma_j \omega_j; \\ \beta\left(\sum_{j=1}^n \gamma_j x_j - \sum_{j=1}^n \gamma_j \omega_j\right), \text{ якщо} \\ \sum_{j=1}^n \gamma_j x_j < \sum_{j=1}^n \gamma_j \omega_j, \end{cases} \qquad (4)$$

де γ_j — коефіцієнт замінності j-го виробу якимсь універсальним виробом, α — затрати на зберігання універсального виробу, β — затрати, пов'язані з дефіцитом універсального виробу. Треба знайти такий розв'язок $x = (x_1, \ldots, x_n)$, при якому сподівані загальні затрати $F(x) = Mf(x, \omega)$ при обмеженнях $\sum_{j=1}^n x_j \leqslant b$, $x_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, n$ є мінімальними. Одержана задача є окремим випадком задачі (2). При цьому обчислювання ф-ції $F(x)$ пов'язане з обчислюванням багатовимірного інтегралу, що визначається ф-цією розподілу $H(y)$.

2. Довгострокове планування здійснюється в умовах неточної інформації про ресурси й затрати, тому при впровадженні перспективного плану виникають нев'язки, ліквідація яких потребує певних затрат. Врахування сподіваних затрат на корекцію може істотно змінити довгострокові плани. В двохетапних задачах П. с. враховують і затрати на реалізацію довгострокового плану, і сподівані затрати на його корекцію. Постановка цих задач така. Нехай план $x = (x_1, \ldots, x_n)$, який приймають на перспективу, задовольняє обмеження

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^n a_{ij}(\omega) x_j + \sum_{l=1}^r b_{il}(\omega) y_l = b_i(\omega); \\ &i = 1, 2, \ldots, m, \quad x_j \geqslant 0, \ y_l \geqslant 0, \\ &j = 1, \ldots, n, \ l = 1, \ldots, r. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

План x приймають перед тим, як стане відомою природа ω. Коли ω стає відомим, нев'язки в рівняннях ліквідують вибором вектора корекції $y = (y_1, \ldots, y_r)$ з (5) при даному x та ω. Нехай затрати на реалізацію плану дорівнюють $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$, а затрати на корекцію

$$\sum_{l=1}^{r} d_l(\omega)\, y_l. \qquad (6)$$

Якщо x прийнято, а ω стало відомим, то вектор корекції найкраще обрати з умов мінімуму (6) за умов (5) і відомих x, ω. Позначимо через $y(x, \omega)$ одержуваний при цьому вектор оптим. корекції. Тоді сподівані затрати на реалізацію x і його корекцію

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + M \sum_{l=1}^{r} d_l(\omega)\, y_l(x, \omega). \qquad (7)$$

Задача полягає у виборі такого плану x, який мінімізує загальні затрати за умови $x \geqslant 0$. Це — задача виду (2). Складність обчислення цільової ф-ції (7) пов'язана з одержанням розподілу величин $y_l(x, \omega)$.

У розглянутих задачах П. с. розв'язок x не залежить від ω, бо в цих задачах воно приймалося до спостережень над станом природи ω. Є задачі, в яких рішення приймають після певного експерименту, і воно є *випадковою функцією* $x(\omega)$. На практиці такі задачі звичайно зводять до задач з детермінованим розв'язком шляхом вибору конкретної залежності $\Psi(z, \omega)$ розв'язку x від ω, фіксованої з точністю до деяких параметрів $z = (z_1, \ldots, z_s)$, тобто покладаючи, що $x(\omega) = \Psi(z, \omega)$.

Літ.: Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [бібліогр. с. 516—520]; Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 564—589].

Ю. М. Єрмольєв.

ПРОГРАМУВА́ННЯ ЦІЛОЧИСЛОВЕ́ — розділ *програмування математичного*, що вивчає задачі, в яких на значення всіх або частини змінних величин накладено вимогу цілочисловості. Задача П. ц. наз. повністю цілочисловою, якщо вимогу цілочисловості накладено на всі змінні, й частково цілочисловою, якщо обмеження цілочисловості стосується лише частини змінних. Найкраще вивчено задачі лінійного П. ц., що їх звичайно записують у вигляді:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j => \max;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, \ldots, m,$$

$x_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, n$, x_j — ціле, $j = 1, \ldots, n_1 \leqslant n$, де всі a_{ij}, b_i, c_j — задані числа, а x_j $(j = 1, \ldots, n)$ — змінні величини задачі.

Задачі П. ц. можна поділити на кілька характерних класів. 1. Задачі з неподільностями — задачі, змінні величини яких є фізично неподільними. 2. Екстремальні комбінаторні задачі — задачі, в яких треба знайти екстремум цілочислової лінійної ф-ції, заданої на скінченній множині елементів, і підмножину елементів, на якій цей екстремум досягається. Таких підмножин для реальних задач, як правило, надзвичайно багато, й тому розв'язування таких задач шляхом перебирання всіх варіантів пов'язане з непереборними труднощами. Ці задачі можна сформулювати у вигляді задачі *програмування лінійного*, в многограннику розв'язків якої кожній цілочисловій точці відповідає певна підмножина елементів первісної комбінаторної задачі. Розв'язок одержаної задачі має комбінаторний зміст, лише коли він цілочисловий. До найвідоміших задач цього класу належать *задачі про комівояжера*, про призначення, задачі теорії розкладів та ін. 3. Задачі з неоднорідною розривною лінійною формою, тобто задачі з лінійною формою вигляду:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j(x_j), \qquad (1)$$

$$\text{де } c_j(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_j = 0 \\ c_j x_j + d_j & \text{при } x_j > 0, \end{cases}$$

$$d_j > 0, \; j = 1, \ldots, n.$$

Вони зводяться до задач лінійного П. ц. шляхом додавання до задачі цілочислових змінних $y_j = 0, 1$, $j = 1, \ldots, n$ і обмежень $y_j \leqslant M_j y_j$, $j = 1, \ldots, n$, де M_j — найбільше значення, що його приймає x_j, і заміною первісної лінійної форми (1) на

$$\sum_{j=1}^{n} (c_j x_j + d_j y_j).$$

З-поміж задач цього класу найвідомішими є *транспортна задача* з фіксованими доплатами й різні варіанти задач розміщення. До задач лінійного П. ц. зводиться з достатньою мірою точності й задача мінімізації довільної сепарабельної ф-ції (1) на *опуклому многограннику*. 4. Задачі на некласичних областях являють собою задачі знаходження екстремуму лінійної форми на області, яку задано не тільки лінійними нерівностями, а ще й логічними умовами виду «АБО — АБО». Такі області звичайно є неопуклими або незв'язними. Введенням нових цілочислових змінних ці задачі також зводять до задач лінійного П. ц.

Загальні методи лінійного програмування безпосередньо до задач лінійного П. ц. застосовувати не можна, бо здебільшого вони дають дробові розв'язки. Заокруглення компонент цілочислового розв'язку до найближчих цілих чисел може не лише відвести від оптим. цілочислового розв'язку, а й вивести за межі допустимих розв'язків. Є клас задач П. ц., серед оптим. розв'язків яких завжди є цілочислові.

До цього класу належить, напр., транспортна задача, сіткова транспортна задача, *задача про призначення*, *задача про найкоротший шлях* і деякі інші. Ця особливість пов'язана з тим, що визначник довільної квадратної підматриці *матриці* умов задачі дорівнює нулеві або ± 1. Такі задачі розв'язують методами лінійного програмування. Проте цей клас вузький і майже вичерпується переліченими задачами. Тому постала потреба розробити спец. методи розв'язування задач П. ц.

Американські вчені Дж. Данціг, Д. Фалкерсон та С. Джонсон запропонували основну ідею методів відтинання для розв'язування задач лінійного П. ц. Ця ідея полягає ось у чому. Задачу розв'язують спочатку без обмежень цілочисловості. Якщо одержаний розв'язок цілочисловий, то він є оптим. розв'язком задачі П. ц. В противному разі до умов відправної задачі додають лінійне обмеження, що його задовольняють усі цілочислові розв'язки відправної задачі, але не задовольняє одержаний нецілочисловий розв'язок. Описана процедура відтинання триває, аж поки на якомусь кроці не буде одержано цілочисловий оптим. розв'язок або виявлено нерозв'язність задачі. Т. ч., розв'язування задачі П. ц. зводиться до розв'язування послідовності задач лінійного програмування. Вперше правило (метод) формування додаткових обмежень для повністю цілочислових, а потім і частково цілочислових лінійних задач П. ц. розробив амер. учений Р. Гоморі в 1958 р. *Гоморі метод* при досить природних припущеннях про задачу приводить до оптим. цілочислового розв'язку за скінченну кількість кроків. Відомі й інші методи, що використовують ідею відтинання.

В комбінаторних методах для розв'язування задач П. ц. максимально використовують скінченність числа допустимих розв'язків. Ці методи характеризуються використанням спрямованого перебирання. Важливим і найвідомішим методом з цієї групи є *гілок і границь метод* і різні його модифікації. Визначальна риса цих методів — макс. використання специфічних особливостей задачі в процесі розв'язування. Для деяких класів задач П. ц. використовують методи *програмування динамічного* й послідовної оптимізації.

Методи випадкового пошуку (див. *Чисельні методи*) та інші наближені методи застосовують, як правило, для розв'язування задач П. ц. великої розмірності, для яких точні методи є малоефективними.

Літ.: Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М., 1969 [бібліогр. с. 358—366]; Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретные задачи математического программирования. В кн.: Итоги науки. Теория вероятностей, математическая статистика, теоретическая кибернетика. 1966. М., 1967 [бібліогр. с. 97—108]; Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [бібліогр. с. 516—520].

В. О. Трубін.

ПРОГРАМУВА́ННЯ ЦОМ — складання програм розв'язування різних задач на цифрових машинах; наука, що розробляє методи й засоби створення програм для ЦОМ. П. ЦОМ у широкому розумінні є застосовним розділом *алгоритмів теорії*, який вивчає можливості й шляхи виконання за допомогою ЦОМ різних видів розумової праці людини на основі формалізації процесів обробки інформації й подавання її у вигляді алгоритмів і програм для ЦОМ. Розрізняють три основні види П. ЦОМ: ручне, автоматичне й системне.

Ручне П. ЦОМ полягає в тому, що програми складає людина машинною мовою конкретної машини. Машинна мова — це мова команд конкретної машини, на якій розв'язуватиметься дана задача. Кожна команда задає машині інформацію про одну операцію: зазначає вид операції (напр., додавання, множення тощо), адреси первісних чисел і результату операції. Адресами є номери комірок пам'яті, в яких зберігаються ці числа. Послідовність команд наз. програмою. Команди виконує машина в тому порядку, як їх написано в програмі, за винятком т. з. команд переходу. Ці команди зазначають номер команди в програмі, до якої треба перейти після виконання їх.

Перед тим як написати програму мовою машини (див. *Мови машинні*), складають алгоритм задачі, який визначає загальний хід обчислювального процесу, а також *пам'яті розподіл* для даних (первісних, проміжних та остаточних) у *запам'ятовувальних пристроях* машини. Звичайно алгоритм записують графічно у вигляді блок-схеми програми. Основними прийомами П. ЦОМ є побудова циклів, *підпрограм* та модифікація команд. Модифікація команд — це змінювання адрес у команді, яке забезпечує застосування певної команди для операції над величинами, що містяться в інших комірках пам'яті. У *команд системи* кожної машини є спец. команди для введення та виведення інформації.

Важливим питанням П. ЦОМ є контроль над обчислюваннями, який здійснюють за допомогою контрольних підрахунків (перевірок). Для типових задач, які часто трапляються, або для їхніх окремих частин складають *підпрограми стандартні*. З них комплектують *бібліотеку стандартних підпрограм* і використовують її при П. нових задач. Відповідальним етапом П. є т. з. наладжування програм, яке полягає в пробному розв'язуванні на машині задач, відповіді на які відомі. Складають план наладжування і готують первісні дані, за якими заздалегідь розраховують (звичайно ручним способом) очікувані результати й деякі проміжні дані. Ці дані дають змогу перевіряти правильність роботи складеної програми як по частинах, так і цілком. Щоб знайти помилки в програмі, окремі її ділянки можна виконувати на машині в режимі діалога (за наявності відповідної мови наладжування в *операційній системі* машини). Після виконання чергової команди (або групи команд) обчислення припиняються, і програміст може прочитати на індивідуальному пульті результат її виконання. Наладжування програм істотно полегшується й прискорюється при використанні т. з. *наладжувальних програм*, які забезпечують фіксацію інформації про роботу кожної окремої команди наладжуваної програми. При

цьому програміст одержує для аналізу не лише остаточні й проміжні дані розрахунків, а й відомості про послідовність роботи команд, порядок заповнювання комірок пам'яті тощо. Спочатку здійснюється автономне наладжування окремих частин програми, а потім — комплексне наладжування всієї програми. З появою потужних ЦОМ, що мають можливість водночас виконувати кілька задач, тобто працювати в т. з. мультипрограмному режимі, постала потреба в *розпаралелюванні алгоритмів* задач обробки даних і використанні системи переривання ЦОМ, щоб керувати послідовністю виконання кількох програм, зокрема, щоб одночасно виконувати операції обробки даних та операції обміну інформацією.

Внаслідок великої трудомісткості ручного П. та наладжування задач широко застосовують *автоматизацію програмування*. При автоматичному П. алгоритм записують не машинною мовою, а зручнішою й наочнішою символічною мовою; машинну програму задачі одержують шляхом автомат. перекладу з цієї мови на машинну, здійснюваного самою машиною за спец. програмою, що наз. *транслятором*.

Символічні мови, використовувані при автомат. обробці інформації, ділять на два типи: *автокоди* й *мови програмування*. Автокоди за своїм складом ближчі до машинних мов. Мови програмування поділяють на універсальні, машинно-орієнтовані, проблемно-орієнтовані і процедурно-орієнтовані. Залежно від сфери застосування розрізняють мови для матем. обчислювань, мови символьної обробки, мови моделювання, мови проектування та ін. Перевагами мов програмування є незалежність записування алгоритмів від конкретних машин, компактність і наочність запису та можливість відображати специфіку певного класу задач у складі засобів *алгоритмічної мови*. Щоб пояснити суть програмування та відмінності, які є між трьома згаданими способами П., розгляньмо приклад запису обчислення за формулою $x = (a + b)(c + d)$. При безпосередньому машинному П. треба, по-перше, скласти таблицю розподілу величин у комірках пам'яті машини. Нехай величина a буде в комірці з адресою 0100, величина b — в комірці з адресою 0101, а величини c й d — в комірках з адресами відповідно 0102 і 0103. Для величини x відведемо комірку з адресою 0104. Нехай команда додавання має код 01, а множення — код 02. Тоді, використовуючи трьохадресні команди, напишемо таку ділянку машинної програми:

0010/	01	0100	0101	0100
0011/	01	0102	0103	0102
0012/	02	0100	0102	0104.

Команди програми, як і числа, самі розміщуються в комірках пам'яті машини: ліворуч зазначено адреси трьох сусідніх комірок пам'яті (0010, 0011 і 0012), в яких містяться три команди. 1-а команда показує, що треба взяти одне число з комірки з адресою 0100, 2-е — з комірки з адресою 0101, додати їх (код операції 01) і надіслати до комірки з адресою 0100 (3-я адреса в команді збігається в цьому разі з 1-ю адресою; це означає, що після виконання команди в комірці з адресою 0100 буде вже не величина a, а сума величин $a + b$). Надіслання якої-небудь величини до певної комірки приводить до заміщення попереднього вмісту комірки новим значенням. 2-а команда має аналогічний зміст. 3-я команда виконує множення (код операції 02) двох проміжних величин, що містяться в комірках з адресами 0100 й 0102, й надсилає результат до комірки з адресою 0104. В наведеному прикладі всі команди працюють так, що результати операцій надсилаються на 3-ю адресу. Цей самий приклад, якщо програму записати на автокоді, матиме такий вигляд:

Д	*a*	*b*	*e*
Д	*c*	*d*	*f*
М	*e*	*f*	*x* .

Тут замість кодів операцій фігурують умовні буквені позначення цих операцій (*Д* — додавання, *М* — множення), а замість адрес комірок — буквені позначення величин, причому для записування проміжних результатів введено дві нові величини e та f. Мовою програмування АЛГОЛ-60 цей приклад запишеться одним рядком: $x := (a + b) \times (c + d)$. Тут символ «:=» означає присвоювання величині x значення правої частини формули; множення позначається через $\times$, додавання — знаком $+$; щоб зазначити порядок дій, використовують круглі дужки; кінець обчислень за цією формулою позначається крапкою з комою. З наведеного прикладу видно, що запис мовою програмування є найзручнішим.

Важливим розділом П. ЦОМ є т. з. системне програмування. Воно полягає в розробці комплексів програм для автоматизованих систем управління (АСУ), що мають у своєму складі ЦОМ. Ці комплекси програм наз. системою *математичного забезпечення ЦОМ* (МЗ) АСУ. МЗ складається з двох частин: загального та спец. МЗ. Загальне МЗ забезпечує функціонування АСУ (тобто роботу ЦОМ) як універсальної системи збирання та переробляння інформації. Осн. частиною загального МЗ є операційна система, яка керує послідовністю розв'язування різних задач, введенням та виведенням даних і обміном інформацією з операторами. До загального МЗ входять набір тестових програм для перевірки роботи ЦОМ та іншої апаратури, що входить до АСУ, й локалізації несправностей та кілька допоміжних програм. Загальне МЗ розробляють підприємства, що випускають ЦОМ. Спеціальне МЗ являє собою набір програм для розв'язування тих конкретних задач, для яких створюють цю АСУ (управління заводом, електростанцією, великим аеропортом чи іншим об'єктом). Спеціальне МЗ розробляють за участю підприємства — майбутнього споживача АСУ.

Для кожної системи МЗ складають інструкції, в яких визначають порядок використання його засобів та правила організації й ведення

фонду алгоритмів і програм, включених до нього, щоб надалі ними могли користуватися всі, хто матиме потребу в таких програмах. Для цього програми, які включають у фонд, мають бути ретельно відпрацьованими й оформленими відповідно до певних правил, що забезпечують ефективне використання їх як автономно, так і в складі інших, складніших програм.

Літ.: Гнеденко Б. В., Королюк В. С., Ющенко Е. Л. Элементы программирования. М., 1963 [бібліогр. с. 347—348]; Криницкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д. Программирование. М., 1966 [бібліогр. с. 596—599]; Китов А. И. Программирование информационно-логических задач. М., 1967 [бібліогр. с. 327]; Жоголев Е. А., Трифонов Н. П. Курс программирования. М., 1967 [бібліогр. с. 404—405]; Ледли Р. С. Программирование и использование цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 628—630]. *А. І. Китов.*

ПРОГРАМУВА́ННЯ ЧАСТКО́ВО ЦІЛОЧИСЛО́ВЕ — див. *Програмування цілочислове.*

ПРОЕКТУВА́ННЯ МЕРЕ́Ж І КОМУНІКА́ЦІЙ ОПТИМА́ЛЬНЕ — застосування теорії оптимальних рішень, *графів теорії* та дискретного програмування для розв'язування задач проектування транспортних мереж і мереж зв'язку. При оптим. проектуванні можна визначити такі осн. класи задач: 1) задачі вибирання конфігурації мереж; 2) задачі розміщення вузлів і пристроїв; 3) задачі вибору параметрів мереж; 4) задачі розвитку мереж у часі. Хоча ці задачі взаємопов'язані, проте розв'язування їх у заг. вигляді становить великі практичні й теор. труднощі. Тому розв'язування таких задач часто зводиться до розгляду локальних проблем. Математично задачу оптимізації мереж можна поставити так. Дано орієнтований граф, j-ій дузі якого відповідають змінні x_j — навантаження дуги j та кусково-лінійна ф-ція $v_j(x_j)$, $j = 1, 2, \ldots, G$. Вершини *графа* позначають індексами $i = 1, 2, \ldots, I$. Потрібно мінімізувати ф-цію $v(x) = \sum_{j=1}^{G} v_j(x_j)$ за умови, що

$$\sum_{j=1}^{G} a_{ij}x_j - a_i u_i = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, I-1,$$

де a_{ij} — елемент матриці інциденції дуг A,

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, \text{ якщо дуга } j \text{ виходить з вершини } i; \\ -1, \text{ якщо дуга } j \text{ заходить у вершину } i; \\ 0 \text{ — в решті випадків;} \end{cases}$$

u_i — фіксоване число (невід'ємне) — навантаження вершини $i = 1, 2, \ldots, I-1$.

Навантаження «балансуючої» вершини G визначають з умови $u_G = -\sum_{i=1}^{I-1} a_i u_i$, де

$$a_i = \begin{cases} +1, \text{ якщо навантаження } u_i \text{ спрямовано на вершину } i; \\ -1, \text{ якщо навантаження } u_i \text{ спрямовано від вершини } i. \end{cases}$$

Значення змінних x_j ($j = 1, 2, \ldots, G$), які відповідають розв'язкові поставленої задачі, наз. оптим. навантаженнями. Якщо напрями дуг збігаються з напрямами відповідних дуг, то їхні навантаження позитивні, а якщо не збігаються — то негативні. В задачах, пов'язаних із знаходженням оптим. проектного варіанту, енергетичні й транспортні системи можна зобразити у вигляді орієнтованого графа. Кожному елементові графа відповідає якесь виробниче навантаження. Навантаженням елемента може бути, напр., потужність, яку передають по лінії електропередачі, витрата рідини, що тече по трубопроводу, тощо. Якщо умовно зобразити елементи системи у вигляді допоміжних і основних, до допоміжних віднести елементи з фіксованими навантаженнями u_i ($i = 1, 2, \ldots, I$), а до основних — ті елементи $j = 1, 2, \ldots, G$, що їхні навантаження x_j вибрано оптимально, то задача полягає у відшуканні найвигіднішого значення навантажень осн. елементів. Щоб розв'язати цю задачу, треба знати залежність розрахункових витрат $v_j(x_j)$ на спорудження, реконструкцію та експлуатацію кожного осн. елемента від його навантаження x_j. Якщо ф-ція $v_j(x_j)$ опукла (опуклість униз), то можна застосовувати відомі методи *програмування математичного*. Зокрема, вибираючи оптим. конфігурацію мережі зв'язку, можна використати *двоїстий симплекс-метод*. Використання методів *програмування лінійного* потребує розв'язання $(2^{n-1} - 1)$ нерівностей з кількістю невідомих (кількістю гілок у максимально зв'язному графі) $\frac{(n-1)n}{2}$, де n — кількість вершин графа. Розв'язування задач цими методами потребує великої обчисл. роботи, що обмежує застосування їх для задач великого обсягу. Оскільки на практиці абсолютно точний розв'язок не потрібний, найефективнішими є наближені методи розв'язування, напр., метод покоординатної оптимізації та ін.

Винятково ефективними для вибирання конфігурації електр. мереж, які не мають циклів, виявились евристичні методи й деякі узагальнення задачі Штейнера. Використання ЕЦОМ при проектуванні таких задач дає змогу зменшити розрахункові затрати на 15—20%. При розв'язуванні задач оптим. проектування протяжних об'єктів залізниць, продуктопроводів, газопроводів, транспортних мереж і комунікацій, що не мають циклів (т. з. мереж у вигляді дерева), дуже ефективними виявилися методи послідовної оптимізації, зокрема метод послідовного аналізу варіантів. Цей метод дає змогу використати особливості постановок задач оптим. проектування мереж, а відповідні *алгоритми* є винятково ефективними з точки зору машинної реалізації: порівняно невеликий час розрахунків, ощадливе використання пам'яті ЕЦОМ.

П. м. і к. о. є напр., проектування оптим. поздовжнього профілю залізниці, яке являє собою дуже складну й трудомістку задачу, бо

для розв'язання її треба порівнювати необмежену кількість варіантів різного положення залізниці в плані й профілі. Труднощі полягають у громіздкості задаваної інформації, в наявності великої кількості різних обмежень, у складності критерію, що його використовують, порівнюючи варіанти. Для кожного нового положення проектної лінії потрібно визначити обсяг буд. робіт, вартість їх і провадити тягові розрахунки й на основі їх підраховувати експлуатаційні затрати.

Проектуючи нові магістральні трубопроводи й реконструюючи діючі, потрібно приймати тех. рішення, що забезпечують подавання заданої кількості газу, нафти чи нафтопродуктів усім споживачам по трасі при якнайменших затратах на будівництво й експлуатацію системи. Найприйнятнішим є спосіб знаходження оптим. тех. рішень для всієї системи. Побудовано ефективний метод розв'язування в припущенні, що проектована система — магістральний трубопровід однонитковий і багатонитковий, простий і складний — являє собою систему різних лінійних трубопроводів, діючих і споруджуваних. Враховують різні параметри транспортованих матеріалів і характеристики місцевості. Метод передбачає можливість розв'язання широкого кола питань, пов'язаних з різними кон'юнктурними міркуваннями, що їх потрібно враховувати при проектуванні. При заданій конфігурації мережі без циклів розроблено метод визначення оптим. перерізів розімкненої розподільної мережі розміщення енерг. об'єктів на території заданого району, послідовність будівництва їх, параметри мережі, при яких сумарні розрахункові витрати за обраний період часу є мінімальними. При цьому варійовуваними показниками можуть бути розміщення живильних пунктів і трансформаторних підстанцій, траси ліній електропередач, рівні напруг різних ланок мережі, перерізи проводів, установка відгалужень трансформаторів, розміщення засобів регулювання тощо.

Літ.: Холмский В. Г. [та ін.]. Методика выбора оптимальных сечений разомкнутой распределительной сети 6—10 *кв*. В кн.: Вопросы применения вычислительной техники в энергетических системах. К., 1962; Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Моцкус И. Б. Многоэкстремальные задачи в проектировании. М., 1967 [бібліогр. с. 207—210]; Кудрина Л. В., Бидулина Л. М. Определение оптимальных технических решений системы линейных магистральных газопроводов при стационарном режиме течения газа. «Экономика, организация и управление в газовой промышленности», 1968, № 4; Chien R. T. Synthesis of a communication net. «IBM journal of research and development», 1960, v. 4, № 3; Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 266—272].

Н. І. Росіна.

ПРОЕКЦІЙНІ МЕ́ТОДИ — методи наближеного розв'язування задач прикладної математики. Розв'язування операторного рівняння (див. *Рівнянь класифікація*) П. м. полягає в попередній апроксимації рівняння й наступному точному розв'язанні апроксимуючого рівняння. Апроксимуюче рівняння, як правило, конструюють так, що його розв'язання зводиться до розгляду скінченої системи скалярних рівнянь. П. м. розв'язування операторних рівнянь укладаються в таку загальну схему: набл. розв'язок рівняння $Ax = y$, де A — *оператор*, який діє з простору X у простір Y, шукають у якомусь підпросторі $X_n \subset \subset X$ з рівняння $P_n (Ax_n - y) = 0$. Тут P_n — проекційний оператор, що проектує Y на його підпростір Y_n, тобто оператор, який задовольняє умови $P_n^2 = P_n$, $P_nY = Y_n$. До П. м. належать, напр., *найменших квадратів метод*, методи Гальоркіна, Гальоркіна—Петрова, Бубнова — Гальоркіна та ін. (див. *Операторних рівнянь способи розв'язування*).

Літ.: Красносельский М. А. [та ін.]. Приближенное решение операторных уравнений. М., 1969 [бібліогр. с. 437—452].

А. І. Березовський.

ПРОКРУ́ЧУВАННЯ — моделювання процесу виконання заданої програми за допомогою спеціальної програми П., при якому інформація про стан регістрів і полів пам'яті, що цікавлять програміста, видається за потребою на друкарські пристрої. Отже, П. дає змогу судити про наслідки дії кожної команди заданої *програми*. П., як правило, застосовується для *наладжувальних програм*. *Г. Д. Фролов.*

«ПРО́МІНЬ» — сімейство малих цифрових електронних обчислювальних машин з програмним керуванням, призначених для автоматизації інженерних розрахунків середньої складності. Для «П.» характерні простота спілкування з людиною, малі розміри і споживання невеликої кількості електроенергії. Розроблено це сімейство 1962 в Ін-ті кібернетики АН УРСР. «П.» (мал.) — перша серійна вітчизн. машина, в якій операції реалізуються структурно при мікропрограмній дворівневій асинхронній системі керування, що складається з програмного й мікропрограмного пристроїв. Програмний пристрій для набирання, видавання й зміни адреси команди включає в себе набірне поле (обсягом 100 команд розрядністю 13 *біт*) і два *лічильники* на тригерних декадах, які служать для формування і зберігання номера команди. Порядок проходження команд природний.

Мікропрограмний пристрій для зберігання *підпрограм* обчислювання елементарних ф-цій і алгебр. розрахунків включає в себе феритовий пасивний ЗП матричного типу ємністю 512 слів розрядністю 17 *біт* і два лічильники. Порядок проходження мікрокоманд примусовий. Є дві системи тактівних імпульсів: такти зчитування команд тривалістю від 20 *мксек* до кількох *сек* і такти зчитування мікрокоманд з частотою основних синхронізуючих імпульсів — 40 *кгц*. ЗП для зберігання чисел і констант складається із схемно суміщених оперативного і довгочасного ЗП загальною ємністю 160 слів розрядністю 26 *біт* і часом циклу 100 *мксек*.

Арифм. пристрій послідовно-паралельної дії включає *суматор*, регістр мантиси і регістр порядку зі схемою вирівнювання порядків. Середній час додавання 0,6 *мсек*, ділення — 0,5 *сек*, обчислювання елементарних функцій — 0,4 ÷ 2 *сек*. Структура команд — одноадрес-

на, представлення інформації — з плаваючою комою у десятковій системі, розрядність: мантиса — 5, порядок числа — 1; операційний код — двійковий з вагою 5211, розрядність команди — 5 двійкових розрядів коду операції і 2 десяткові розряди коду адреси. Усього структурно реалізується 32 операції. Як команди введено обчислювання ф-цій, розв'язування систем алгебр. рівнянь, знаходження скалярного добутку векторів та ін. Для складніших задач створено набір стандартних програм на металізованих перфокартах. Елемент-



Цифрова обчислювальна машина «Промінь».

на база — імпульсно-потенціальна, застосовано модернізовані діодно-трансформаторні елементи системи керуючої машини широкого призначення *«Дніпр»*. Модифікацію машини «Промінь-М» створено 1965. У ній на відміну від «П.» є вивід на цифродрукувальну машину «ЭУМ-23». Модернізований варіант машини «Промінь-2» було створено 1967; порівняно з машиною «Промінь-М» тут удвоє збільшено ємність ЗП (ЗП чисел має ємність 320 слів), збільшено кількість команд програмного пристрою (до 160), дещо розширено її обчисл. можливості.

Літ.: Вопросы теории математических электронных цифровых машин, в. 6. Глушков В. М., Погребинский С. Б. Электронная вычислительная машина для инженерных расчетов «Проминь». К., 1963; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Электронные цифровые вычислительные машины общего назначения. М., 1968. *Л. Г. Хоменко.*

ПРОПОЗИЦІЙНІ ЗВ'ЯЗКИ, зв'язки логічні — див. *Логічні операції.*

ПРОПУСКНА́ ЗДА́ТНІСТЬ КАНА́ЛУ — див. *Каналів зв'язку пропускна здатність.*

ПРО́СТІР АБСТРА́КТНИЙ у функціональному аналізі — множина, в якій тим або іншим способом визначено поняття границі послідовності; П. а. — основний об'єкт дослідження в математиці. Якщо елементами простору (п.) є функції або числові послідовності, то його наз. функціональним. В *обчислювальній математиці* та прикладній математиці найширше використовують метричні, нормовані, унітарні й псевдометричні п., а також компактні п. й множини. Множину X наз. метричним п., якщо кожній парі її елементів (точок) x та y поставлено у відповідність невід'ємне число $\rho(x, y)$, що задовольняє такі умови: 1) $\rho(x, y) = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x = y$ (аксіома тотожності); 2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ (аксіома симетрії); 3) $\rho(x, y) + \rho(y, z) \geqslant \rho(x, z)$ (аксіома трикутника). Число $\rho(x, y)$ наз. відстанню між елементами x та y. У метричному п. можна ввести багато дуже важливих понять теорії точкових множин, розміщених на прямій: напр., елемент $x \in X$ наз. границею послідовності $x_n \in X$, якщо $\rho(x_n, x) \to 0$ при $n \to \infty$; множину елементів x, для яких $\rho(x, x_0) \leqslant \varepsilon$, наз. ε-околом елемента x_0 тощо. Конкретними метричними п. є, напр.: 1) E_n — n-вимірний евклідів простір усіх упорядкованих систем з n дійсних чисел, $\rho(x, y) = (\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2)^{1/2}$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$; 2) $c(E)$ — сукупність усіх неперервних ф-цій, заданих на замкненій множині E з чебишовською метрикою, $\rho(x, y) = \sup_{t \in E} |x(t) - y(t)|$; 3) $L_p(\Gamma)$ — множина ф-цій, заданих на спрямлюваній кривій Γ з інтегровним степенем p, $\rho(x, y) = (\int_{\Gamma} |x(t) - y(t)|^p dt)^{1/p}$; 4) l_p — множина числових послідовностей, підсумовуваних в p-ому степені, $\rho(x, y) = (\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - y_i|^p)^{1/p}$; 5) S — множина всіх числових послідовностей,

$$\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i} \frac{|x_i - y_i|}{1 + |x_i - y_i|}.$$

Множину X наз. нормованим п., якщо вона лінійна, тобто в ній визначено операції додавання й множення елементів на числа, що підлягають звичайним правилам векторної алгебри, і кожному елементові $x \in X$ поставлено у відповідність невід'ємне дійсне число, яке наз. нормою цього елемента, позначається $\|x\|$ і задовольняє такі умови: 1) $\|x\| = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x = \theta$ — нуль-елемент множини X; 2) $\|x_1 + x_2\| \leqslant \|x_1\| + \|x_2\|$; 3) $\|cx\| = |c| \, \|x\|$, де c — будь-яке число. В нормованому п. можна ввести метрику за допомогою рівності $\rho(x, y) = \|x - y\|$. Збіжність у цій метриці наз. збіжністю за нормою, або сильною збіжністю. Послідовність $x_n \in X$ наз. збіжною в собі або фундаментальною послідовністю, якщо для будь-якого числа $\varepsilon > 0$ знайдеться номер $n_0(\varepsilon)$ такий, що $\|x_n - x_m\| < \varepsilon$ при $n, m \geqslant n_0(\varepsilon)$. Якщо кожна фундаментальна послідовність збігається за нормою до якоїсь границі, то п. X наз. повним, або простором Банаха. П. Банаха є, напр., ті самі метричні п. E_n, C, L_p, l_p, в яких $\|x\| = \rho(x, \theta)$. Унітарний п. X — це такий лінійний п., в якому кожній парі елементів $x, y \in X$ ставлять у відповідність дійсне або комплексне число (x, y),

яке наз. скалярним (внутрішнім) добутком цих елементів і яке задовольняє такі умови: 1) $(cx, y) = c(x, y)$; 2) $(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y)$; 3) $(x, y) = \overline{(y, x)}$ (риска означає перехід до комплексно спряженої величини); 4) $(x, x) > 0$ для $x \neq \theta$; число $\| x \| = \sqrt{(x, x)}$ наз. нормою елемента x. Якщо унітарний п. X повний, то його наз. гільбертовим п.; П. l_2 стає гільбертовим, якщо для будь-яких двох його елементів $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ та $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots)$ взяти $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \overline{y}_i$. Іншим прикладом гільбертового п. може бути $L_2(\Gamma, \rho)$ — простір ф-цій, визначених на спрямлюваній кривій Γ і таких, що $\int_{\Gamma} \rho(t) |x(t)^2| \cdot |dt| < \infty$, де $\rho(t) > 0$ наз. *ваговою функцією*. Скалярний добуток у цьому п. визначають за ф-лою $(x, y) = \int_{\Gamma} \rho(t) x(t) \overline{y(t)} \, | dt |$. Зокрема, при $\rho(t) = 1$ одержуємо гільбертові п. $L_2(\Gamma)$. Два елементи $x, y \in X$ наз. ортогональними, якщо $(x, y) = 0$. Систему елементів $l_1, l_2, \ldots, l_n, \ldots$ п. X наз. ортонормованою системою, якщо $(l_i, l_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } i = j, \\ 0, \text{ якщо } i \neq j. \end{cases}$

Такою системою є, наприклад, система $e^{\sqrt{-1}\, 2\pi n t}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, у п. $L_2([0, 1])$. Числа $c_i = (x, e_i)$наз. коеф. Фур'є елемента x відносно системи $\{e_i\}$.

П. X наз. псевдометричним, якщо будь-якій парі елементів $x, y \in X$ ставлять у відповідність псевдовідстань $\rho(x, y)$, що є елементом (взагалі кажучи, іншого) лінійного частково впорядкованого п. H, тобто п., в якому для деяких пар його елементів h, g визначено відношення порядку $h \leqslant g$ із звичайними властивостями знака $\leqslant$, і яке задовольняє такі умови: 1) $\rho(x, y) = \theta$ (θ — нуль-елемент) тоді і тільки тоді, коли $x = y$; 2) $\rho(x, y) \leqslant \rho(x, z) + \rho(z, y)$ для будь-якої трійки $x, y, z \in X$. Множина n-вимірних векторів буде псевдометричним п., якщо відстань $\rho(x, y)$ визначити як вектор з компонентами $(p_1|x_1 - y_1|, \ldots, p_n | x_n - y_n |)$, де p_i — додатні сталі; при цьому $h \leqslant g$ може означати, напр., покомпонентні нерівності $h_i \leqslant g_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Множина неперервних ф-цій буде псевдометричним п., якщо взяти $\rho(x(t), y(t)) = p(t) \, | x(t) - y(t) |$, де $p(t) > 0$ в області E.

Множину K, розміщену в метричному п. X, наз. компактною, якщо всяка підпослідовність елементів цієї множини містить збіжну послідовність. Якщо границі цих послідовностей належать K, то K наз. компактною в собі. Для компактності K в метричному п. X необхідно, щоб для будь-якого числа $\varepsilon > 0$ існувала скінченна ε-сітка для K, тобто щоб будь-який елемент K потрапив у ε-окіл принаймні одного із скінченного числа елементів X. Множина елементів у ряді найважливіших нормованих функціональних п. X буде компактною тоді і тільки тоді, коли вона обмежена й рівностепенево неперервна, тобто $\| x \| \leqslant \text{const}$ та $\| x(t + h) - x(t) \| \to 0$, $h \to 0$ незалежно від $x(t) \in K$.

Літ.: Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М., 1965 [бібліогр. с. 512—513]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [бібліогр. с. 422—431].

В. В. Іванов.

ПРОСТІР ЗОБРАЖЕНЬ — топологічний простір, елементами якого є зображення (сигнали). Кожному зображенню x в П. з. відповідає точка. П. з. розглядають здебільшого як багатовимірний простір, на координатних осях якого відкладаються значення первинних ознак зображень. Набір координат $x = (x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_N)$, де x_i — результат вимірювання i-ї ознаки даного зображення, а N — число координат-ознак, визначає зображення x як точку П. з. Напр., при розпізнаванні зорових зображень ділянку площини, що вміщує зображення, поділяють за допомогою растра на N елементарних ділянок, у кожній з яких вимірюють середню зачорненість x_i; при *розпізнаванні мовних сигналів* вимірюють величину напруги x_i на виході мікрофонного підсилювача в N дискретних моментах часу.

Л. О. Святогор.

ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ МЕТОД — один з методів наближеного розв'язування інтегральних лінійних рівнянь. Див. *Інтегральних лінійних рівнянь способи розв'язування.*

ПРОЦЕДУРА в програмуванні — поняття, яке використовують у більшості мов програмування високого рівня і яке відповідає поняттю *підпрограми*. Використання кожної П. пов'язане з її описуванням і звертанням до неї. Опис П. складається здебільшого з заголовка П. та її тіла. Заголовок містить *ідентифікатор* П., сукупність *параметрів формальних* і, можливо, деякі їхні характеристики. Тіло П.— це певна послідовність *операторів*. Звертання до П. здійснюється з відповідних точок програми через зазначення її ідентифікатора, *параметрів фактичних* і, можливо, входу в її тіло. Розрізняють два способи використання П. у програмах: П.-операторів, звертання до яких являє собою закінчену одиницю дій у мові, і П.-функцій, звертання до яких здійснюють відповідні покажчики функцій, що їх використовують лише як компоненти у виразах мови. Завжди, коли трапляється звертання до П., формальні параметри в тілі цієї П. заміняються відповідними фактичними параметрами (виклик параметрів за найменуванням) або їхніми значеннями (виклик параметрів за значенням) і виконується перетворене так тіло П. Поняття П. трапляється в *мовах програмування* (напр., *АЛГОЛ-60*, *ФОРТРАН*, *СИМУЛА*, *ПЛ-1* тощо) під назвами П., П.-функції, функції, арифм. функції, П.-підпрограми та ін. Деякі П. включають у мову як стандартні П., що їх використовують без описування. За способом зв'язку з робочою

програмою стандартні П. поділяють на відкриті й замкнені. Відкриті П. потребують здебільшого невеликої кількості машинних команд, які вставляють у робочу програму щоразу, коли трапляється звертання до них. Замкнені П. розміщують окремо від основної програми, а при кожному звертанні до них організовується відповідна передача керування й повернення в точку звертання. Як правило, стандартні П. бувають замкнені. Окремим випадком є П. без параметрів, звертання до якої містить лише її ідентифікатор, і *процедура рекурсивна*. *А. І. Халілов.*

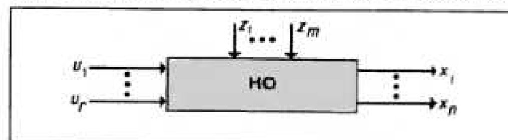
ПРОЦЕДУ́РА РЕКУРСИ́ВНА — процедура в програмуванні, в опису якої міститься явне звертання її до самої себе безпосередньо або за допомогою іншої *процедури*. Використання П. р. у багатьох випадках дає змогу надавати алгоритмам компактної й наочної форми. П. р., зокрема, використовуються для описування алгоритмів обчислювання значень ф-цій, що задаються рекурентними співвідношеннями, напр.: 1) обчислювання факторіала $n! = F(n)$; $F(0) = 1$; $F(n) = n \cdot F(n-1)$; 2) обчислювання чисел Фібоначчі $F(1) = F(2) = 1$; $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$.

Проте використання П. р. пов'язано з багаторазовим (рекурсивним) входом у процесі виконання програми в той самий блок до виходу з нього. Число рекурсивних входів наз. р і в н е м р е к у р с і ї. На різних рівнях рекурсії однакові величини, що локалізовані в блоці, мають, взагалі кажучи, різні значення. Ця особливість П. р. утруднює реалізацію їх.

У багатьох *мовах програмування* (напр., *АЛГОЛ-60*, *ПЛ-1*) допускається й рекурсивне звертання до процедур, коли оператор процедури як *параметр фактичний* містить *ідентифікатор* цієї самої процедури, а відповідний *параметр формальний* викликається за найменуванням. Напр., в АЛГОЛі-60 звертання $f(f(x))$ для процедури f є рекурсивним, якщо її параметр x викликається за найменуванням. *А. І. Халілов.*

ПРОЦЕ́С КЕРО́ВАНИЙ — процес у реальній системі, який може здійснюватися різними способами залежно від мети керування та критерію оцінки якості досягнення цієї мети. Фіз. систему (фізичну — в широкому розумінні, тобто будь-яку матеріальну), в якій здійснюється П. к., у теорії керування наз. керованим об'єктом — КО (його структуру показано на мал.). Величини $u_1, \ldots, u_r$ наз. *керуючими діяннями* або керуючими параметрами; вони належать до вхідних змінних. До цих величин відносять і збурювальні параметри або *збурювальні діяння* $z_1, \ldots, z_m$.

Величини $x_1, \ldots, x_n$ наз. *фазовими координатами* об'єкта, вони належать до вихідних змінних. Векторна вихідна величина $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ є точкою фазового простору, а векторні вхідні величини $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_r)$ і $\mathbf{z} = (z_1, \ldots, z_m)$ — відповідно керуючим і збурювальним параметрами. Рух КО, який починається в момент часу t_0 із стану $x_0 = x(t_0)$ і який розглядають при $t > t_0$, відбувається під дією керування $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_r(t))$ і збурення $z(t) = (z_1(t), \ldots, z_m(t))$. Цей рух полягає в тому, що фазова точка $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$, яка зображує стан КО в момент t, з часом переміщується, описуючи у фазовому просторі якусь лінію, яка виходить з точки x_0. Цю лінію називають фазовою траєкторією. Кожному фіксованому керуванню $u(t)$ і збуренню $z(t)$, $t_0 < t < T$ відповідає єдина фазова траєкторія. Множині можливих керувань $u(t)$ і збурень $z(t)$ відповідає множина фазових траєкторій. Вибираючи



Структурна схема керованого об'єкта.

те чи інше керування, можна змінювати фазову траєкторію, тобто здійснювати П. к.

Вивчати П. к. стає можливим, якщо існує *модель математична* поведінки КО. Для досить великого класу КО справджується припущення, що зміни в КО, що їх виражають похідною вектора стану $\frac{dx}{dt}$ (швидкістю), залежать лише від його стану, керування та збурення в певний момент часу і не залежать від його передісторії. Це приводить до описування КО звичайним дифер. рівнянням

$$\frac{dx(t)}{dt} = g(x(t), u(t), z(t), t), \; x(0) = x_0, \quad (1)$$

розв'язки якого вивчає теорія П. к.

Залежно від властивостей збурення $z(t)$ П. к. класифікують як П. к. детерміновані або П. к. стохастичні. П. к. вважають д е т е р м і н о в а н и м, якщо збурення $z(t)$ є детермінованою функцією часу, тобто такою функцією, значення якої апріорі точно можна вказати на всьому інтервалі зміни t. При цьому рівняння (1) можна переписати у вигляді

$$\frac{dx(t)}{dt} = \tilde{g}(x(t), u(t), t), \; x(0) = x_0, \quad (2)$$

де $\tilde{g}(x(t), u(t), t) = g(x(t), u(t), z(t), t)$. А коли збурення $z(t)$ є випадковою ф-цією часу, П. к. вважають за с т о х а с т и ч н и й. При цьому, напр., рівняння (1) є стохастичним дифер. рівнянням.

Найпростіший приклад П. к. дає задача керування прямолінійним рухом у напрямі x_1 матеріальної точки сталої маси m, на яку діє рушійна сила u, змінна сила тертя $(-a(t) \cdot \dot{x}_1)$ та пружна сила $(-bx_1)$. Рівняння (1) набирає тут вигляду

$$m\ddot{x}_1 = -a(t) \cdot \dot{x}_1 - bx_1 + u, \quad (3)$$

де коеф. $a(t)$ відповідає збуренню. Позначимо $\dot{x}_1 = x_2$, тоді зміна вектора фазових координат $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ в часі являє собою П. к.

Особливе значення мають о п т и м а л ь н і к е р о в а н і п р о ц е с и, матем. теорію

яких найповніше розроблено для КО, описуваних рівнянням виду (1).

Теорію П. к. в основному застосовують у конструюванні систем керування, зокрема *систем автоматичного керування*. До оптимізації П. к. тут вдаються для того, щоб досягати найбільшої ефективності систем.

Літ.: Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. Пер. с англ. М., 1964. *В. І. Іваненко.*

ПРОЦЕ́С СКІНЧЕ́ННОЇ ТРИВА́ЛОСТІ — процес переходу динамічної системи з одного усталеного стану в інший за скінченний проміжок часу. Реакцію $y(t)$ лінійної імпульсної системи на довільне діяння $x(t)$, прикладене в момент часу $t_0 = 0$, виражають так:

$$y[n, \varepsilon] = \sum_{m=0}^{n} k[m, \varepsilon]\, x[n-m], \qquad (1)$$

де $y[n, \varepsilon]$, $x[n-m]$, $k[m, \varepsilon]$ — *функції решітчасті*, які відповідають $y(t)$, $x(t)$ і $k(t)$, а $k(t)$ — *імпульсна перехідна функція* системи.

В таких системах іноді шляхом корекції (див. *Корекція систем автоматичного керування*) можна виконати такі умови:

$$k[m, \varepsilon] \neq 0 \text{ при } m < s; \qquad k[m, \varepsilon] \equiv 0 \text{ при } m \geqslant s, \qquad (2)$$

які наз. умовами скінченної тривалості *перехідного процесу* або імпульсної перехідної функції. Якщо має місце (2), а $x(t) = c\,\mathbf{1}[t]$ (де $c = \mathrm{const}$, а $\mathbf{1}[t]$ — одинична *функція ступінчаста*), то, як видно з (1),

$$y[n, \varepsilon] = c \sum_{m=0}^{n} k[m, \varepsilon] \text{ при } n < s; \qquad (3, a)$$

$$y[n, \varepsilon] = c \sum_{m=0}^{s} k[m, \varepsilon] \text{ при } n \geqslant s. \qquad (3, б).$$

При цьому перехідний процес завершується за час s, і з цього моменту в системі настає усталений процес, що його визначає (3, б).

Умови (2) виконуються, якщо *передавальна функція* системи

$$K^*(z, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{l_1} b_i(\varepsilon)\, z^i \Big/ \sum_{j=0}^{l} a_j z^j$$

являє собою поліном за z, що має місце при

$$a_0 = a_1 = \cdots = a_{l-1} = 0. \qquad (4)$$

Якщо до системи ставлять додатково вимоги астатизму порядку r (див. *Астатизм n-го порядку*), а незмінювана частина системи (див. *Дискретних систем автоматичного керування синтез*) стійка і не містить чистого запізнювання, мінімально можлива тривалість перехідного процесу $s_{\min} = l_1^0 + r$ або через те, що часто $l_1^0 = l^0 - 1$, $s_{\min} = l_1^0 + r - 1$, де l_1^0 і l^0 — відповідно степінь чисельника і знаменника незмінюваної частини. Імпульсні системи, в яких $s = s_{\min}$, є оптимальними за швидкодією.

Літ.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Проблемы теории импульсных систем управления. Итоги науки. М., 1966 [бібліогр. с. 173—174]. *Ю. В. Крементуло.*

ПРОЦЕ́СИ З НЕЗАЛЕ́ЖНИМИ ПРИРО́СТАМИ — випадкові процеси, прирости яких на неперетинних інтервалах часу незалежні. П. з н. п. послужили джерелом багатьох проблем і понять *випадкових процесів теорії*. Випадковий процес $\xi(t)$, визначений на замкненій зліва множині T дійсної осі, наз. П. з н. п., якщо для будь-яких моментів часу $t_0 < t_1 < \ldots < t_k$ множини T величини $\xi(t_0)$, $\xi(t_1) - \xi(t_0)$, ..., $\xi(t_k) - \xi(t_{k-1})$ — незалежні. Прикладом П. з н. п. з дискретним часом є випадкове блукання на прямій, тобто сума $\xi(n) = \sum_{k=0}^{n} \xi_k$ зростаючої кількості незалежних *випадкових величин*. В окремому випадку $p = P\{\xi_k = 1\} = 1 - P\{\xi_k = -1\} = 1 - q$, випадкове блукання наз. простим блуканням на прямій. Прикладом П. з н. п. з неперервним часом є вінерівський і пуассонівський процеси.

Досліджуючи задачі випадкового блукання про повернення в нуль і про досягнення певного значення, розрізняють зворотні й незворотні блукання. Випадкове блукання наз. зворотним (незворотним), якщо ймовірність повернення в нуль дорівнює (менша) 1. Прикладом зворотного (незворотного) випадкового блукання є просте симетричне блукання $p = q = \frac{1}{2}$ (несиметричне з $p \neq q$).

Серед граничних теорем для П. з н. п. $\xi(n) = \sum_{k=0}^{n} \xi_k$ важливу роль у *імовірностей теорії* відіграють теореми про збіжність $\frac{\xi(n)}{n}$ при $n \to \infty$ (див. *Великих чисел закон*) та про граничний розподіл нормованого процесу

$$\frac{\xi(n) - M\xi(n)}{\sqrt{D\xi(n)}}$$

(див. *Центральна гранична теорема*).

Стохастично неперервні П. з н. п. мають безмежно подільний розподіл. Скінченновимірні розподіли їх описуються з точністю до характеристичної ф-ції початкового значення $\xi(t_0)$ з характеристичними функціями приростів $\xi(t) - \xi(s)$, $(t > s$ із $T)$, представлених у формі Леві:

$$M \exp\{iz[\xi(t) - \xi(s)]\} = \exp\Big\{iz[a(t) - a(s)] - \frac{1}{2} z^2 [b^2(t) - b^2(s)] + \int_{-\infty}^{\infty} [e^{izx} - 1 - izxI_{(|x| \geqslant 1)}][\Pi(t, dx) - \Pi(s, dx)]\Big\},$$

де $a(t)$, $b(t)$ — неперервні дійсні функції, які визначають неперервну з імовірністю 1 компоненту $\xi_0(t)$ процесу $\xi(t)$; I_B — індикатриса

множини B; $\Pi(t, A) = M\,\nu(t, A)$ — неперервна ф-ція по t й міра за A ($\nu(t, A)$ — число стрибків процесу до моменту t, що потрапили в множину $A \not\ni \{0\}$), яка задовольняє умови $\int\limits_{|x| \leq 1} x^2 \Pi(t, dx) < \infty$, $\Pi(t, A) - \Pi(s, A) > 0$, $(t > s)$. Для однорідних П. з н. п. $a(t) = at$, $b(t) = bt$, $\Pi(t, A) = t\,\Pi(A)$.

Літ.: Скороход А. В. Случайные процессы с независимыми приращениями. М., 1964 [бібліогр. с. 274—278]; Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. Пер. с англ. М.—Л., 1956 [бібліогр. с. 589—598].

Д. В. Гусак.

ПРОЦЕ́СОР — 1) частина цифрової обчислювальної машини (ЦОМ), яка реалізує процес складної переробки інформації. У ЦОМ до П. відносять сукупність *пристрою керування ЦОМ* та операційного (арифметичного) пристрою (ОП).

Прагнення до підвищення ефективної швидкодії й надійності ЦОМ привело до появи багатопроцесорних ЦОМ (тобто таких, що мають кілька ОП). ОП можуть працювати з одним головним ЗП, а також мати свій автономний ЗП. В останньому випадку ЗП також включають до сукупності, що утворює П. У багатопроцесорних ЦОМ П. функціонально спеціалізовані на якийсь окремий вид обробки інформації. Напр., у машині *«CDC-7600»* є один П., який виконує програми користувачів (центральний П.) і 10 допоміжних (периферійних) П., 8 з яких керують введенням — виведенням *даних*, а два реалізують диспетчерські функції. Тенденція до побудови багатопроцесорних машин збережеться, мабуть, і в майбутньому, причому до потужних машин включатимуть десятки й сотні П.

2) Складна логічна програма, що входить до складу системи *автоматизації програмування*, напр., П. синтаксичного аналізу, П. збирання робочої програми.

Див. також *АСОТ*.

ПРЯМІ́ МЕ́ТОДИ розв'язування задач прикладної математики — методи, основані на зведенні початкової задачі до розв'язування систем лінійних або нелінійних алгебричних рівнянь. П. м. застосовують найчастіше для наближ. розв'язування задач; їх застосовують і для знаходження точних розв'язків, а також для доведення теорем про існування розв'язків. До П. м. належать, напр., точні методи лінійної алгебри (див. *Лінійних алгебричних систем рівнянь способи розв'язування, Скінченнорізницеві методи, Проекційні методи*). Поділ методів на прямі та ітераційні склався давно. Однак він не зовсім вдалий, бо іноді, розглядаючи метод з різних поглядів, його можна віднести як до прямих, так і до *ітераційних методів*.

А. І. Березовський.

ПСЕВДОВИПАДКО́ВІ ЧИ́СЛА — математична модель *випадкових чисел*. П. ч. одержують в ЕОМ програмним способом за допомогою якогось рекурентного співвідношення. Це означає, що кожне наступне число α_{k+1} утворюють з попереднього α_k (або групи попередніх чисел), застосовуючи якийсь *алгоритм*, який складається з арифм. та логіч. операцій. П. ч. використовують, розв'язуючи задачі *Монте-Карло методом*.

Для моделювання будь-якого наперед заданого *випадкового процесу* треба вміти досить економно будувати послідовності випадкових чисел відповідно до якогось фіксованого закону розподілу їх. Звичайно для одержання значення *випадкової величини* із заданим законом розподілу використовують одне або кілька значень рівномірно розподілених випадкових чисел. Тому проблема одержання на ЕОМ рівномірно розподілених випадкових чисел має особливе значення. Цю проблему можна розв'язати, ввівши в пам'ять ЕОМ таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел, або використавши спец. пристосування до ЕОМ — «давач» майже рівномірно розподілених випадкових чисел, який формує випадкові величини фіз. моделюванням деяких випадкових процесів (див. *Давач випадкових чисел*). Осн. перешкодою для застосування першого способу є обмеженість оперативної пам'яті ЕОМ, а другого — певна нестійкість давачів випадкових чисел, внаслідок чого вони потребують періодичної профілактичної перевірки й тех. обслуговування.

Найчастіше як випадкові числа використовують П. ч. Є чимало методів побудови П. ч. з розподілом, близьким до рівномірного. Ці методи задовольняють критерії перевірки «випадковості» (хоч ці числа її взаємозалежні). На практиці застосовують метод лишків, який належить до т. з. аналітичних методів, і зводиться до утворення послідовності $\{\alpha_n\}$ за рекурентним співвідношенням $\alpha_{n+1} = K\alpha_n \pmod{M}$, де K і M — деякі константи. Існують методи випадкового переміщування, за допомогою яких одержують рівномірні П. ч. на вітчизняних ЦОМ *«Стрела»*, *«БЭСМ»*, *«УРАЛ»* та ін., ці методи використовують особливості даних машин. Усі ці методи грунтуються на одному і тому самому принципі — імітації випадкового, хаотичного перемішування вмісту розрядів мантиси П. ч. Цим методам віддають перевагу, коли треба одержати П. ч. на вітчизняних ЕОМ, бо за якістю одержаних П. ч. вони не поступаються перед аналітичними методами, але для їх реалізації потрібно менше маш. часу. Утворювані послідовності рівномірно розподілених П. ч. періодичні, тому що в ЕОМ можна записати тільки скінченне число $N = 2^n$ різних П. ч., де n — число розрядів мантиси П. ч. у відповідній ЕОМ. Але довжина періоду для ряду задач, що не потребують великої кількості випадкових чисел, є достатньою.

При розв'язуванні задач методом Монте-Карло треба утворювати П. ч. з найрізноманітнішими ф-ціями розподілу. Відповідно до цього розроблено ряд методів генерування П. ч. з нормальним, довільним законом та різними окремими законами розподілу. Є також методи генерування багатовимірних П. ч.

Літ.: Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М., 1965 [бібліогр. с. 215—227].

А. І. Березовський.

ПСИХОЛО́ГІЯ ІНЖЕНЕ́РНА — наука, що вивчає інформаційні процеси, які виникають при взаємодії людини (колективу людей) з технічними засобами під час виконування виробничих та управлінських актів. Виникла в 40-х рр. 20 ст. Психолог. проблеми в сфері виробництва з'явилися у зв'язку з формуванням складних видів трудової діяльності, коли з'ясувалося, що не можна з успіхом розв'язувати тех. проблеми, не враховуючи ролі та можливостей *людини-оператора* в *системі «людина — машина»* (СЛМ).

П. і., як відгалуження тех. наук, вивчає знаряддя праці й технологічні процеси, але лише під певним кутом зору, з'ясовуючи, які вимоги ставлять конструкція машин та приладів і особливості виробничих операцій до психічних властивостей людини (у цьому вона примикає до *кібернетики технічної*). Як галузь психолог. наук, П. і. вивчає психічні процеси і властивості людини щодо прийому та перетворювання інформації, але також під певним кутом зору — з метою виявити вимоги до знарядь праці і до технології, які випливають з характеристики цих процесів і властивостей. Специфічним завданням П. і. є вивчення й оптимізація просторово-часової організації інформаційних взаємодій людських і машинних компонент СЛМ.

У П. і. можна виділити такі осн. напрями: методологічний, психофізіологічний, системотехнічний, кібернетичний, експлуатаційний і педагогічний.

Для дальшого розвитку П. і. першочергове значення має глибока розробка її методологічних основ, а саме: визначення ролі й місця людини в керуванні сучас. виробництвом; виявлення структури й принципів П. і. та її зв'язків із суміжними науками; визначення класифікації СЛМ; розробка методів експериментальних досліджень і вимог до експериментальних установок; розв'язання задач моделювання психічних процесів і СЛМ; розробка принципів і методів використання даних П. і. в техніці; розв'язання термінологічних питань.

Системотехнічна й експлуатаційна П. і. спирається на дослідження психофізіологічних і психолог. характеристик людини. Оскільки психофізіол. процеси мають випадковий характер, для П. і. конче важливо, щоб різні характеристики людини оцінювалися через закони розподілу. Однією з осн. задач П. і. є психолог. аналіз структури діяльності оператора, який включає визначення складу дій, що їх має виконувати людина в системі керування, і можливих способів виконання їх. Аналіз психофізіол. та психолог. характеристик людини включає питання прийому, переробки і зберігання інформації людиною, характеристику її моторних функцій та уявлень, а також операторського й оперативного мислення. Сюди-таки входить і оцінка працездатності та втомлюваності людини-оператора. Велике значення у П. і. має й оцінка інтегр. характеристик людини: швидкодії, точності, надійності, ефективності й стійкості до завад.

До системотехнічної П. і. входить великий комплекс теор. і практичних проблем: інженерно-психолог. обгрунтування побудови великих систем; розробка кількісних методів і критеріїв оптимізації узгодження можливостей людини з тех. характеристиками систем; дослідження методів і критеріїв визначення можливості й доцільності автоматизації функцій людини; розробка методів і критеріїв оптимізації потоків і структури інформації в системах; дослідження методик оптимізації компоновки обладнання на постах управління; раціональний вибір комплексу оргатехнічних засобів; розробка методів і критеріїв побудови пристроїв наочного відображення інформації; виявлення методів розробки органів управління; розробка критеріїв оцінки надійності й ефективності СЛМ різного ступеня складності та ін.

Особливе місце в сучас. П. і. посідає моделювання за допомогою матем. і фіз. моделей діяльності людини. Цей напрям наз. кібернетичною психологією, він включає чимало важливих задач: моделювання роботи окремих ланок СЛМ з метою прогнозування їх і оптимізації; використання методів тех. кібернетики для глибшого вивчення функцій людини; моделювання психофізіол. функцій людини (перцептивних, розумових, рухових тощо) для побудови тех. засобів (останнє завдання змикається з *біонікою*).

Якою б досконалою не була техніка, як би добре вона не була пристосована до людини, оптим. робота з нею вимагає всебічно враховувати психофізіол. властивості й здатності людини. Це врахування має забезпечити т. з. експлуатаційна П. і. До осн. проблем цього напряму можна віднести: аналіз поведінки й працездатності операторів у різних режимах роботи (спостереження, очікування, керування та ін.) за фіксованими *алгоритмами* й залежно від роботи системи; психолог. забезпечення *наукової організації праці*; розробку методів, критеріїв та засобів контролю психофізіол. стану операторів у процесі роботи тощо. Велике значення в експлуатаційній П. і. має також проблематика групової психології, бо сучас. техніка — техніка колективна, яка вимагає узгодженості дій операторів різного профілю та рівня. До найважливіших питань тут належать: питання формування малих груп, питання соціальної та психофізіол. сумісності, групової діяльності й взаємодії операторів різного профілю та рангу, дублювання операторів і багато ін. Сучас. виробнича діяльність в умовах високої інтенсифікації та спеціалізації праці вимагає від операторів і взагалі від інженерно-тех. складу певних досить розвинених психічних якостей. Звідси випливає проблема психолог. добору людей, здатних забезпечити найбільшу ефективність виконання типових завдань, характерних для даного виду діяльності, в т. ч. у стресовій обстановці (пов'язаній з високою емоційною напругою).

Осн. проблеми й завдання педагогічного напряму можна об'єднати у дві

групи: теоретичну й практичну. До 1-ї групи можна віднести: аналіз алгоритмічних основ тех. підготовки; дослідження закономірностей формування тех. знань, умінь і навичок, у т. ч. колективних; розробку стохастичних моделей і критеріїв навчання та навченості операторів тощо. До 2-ї групи зараховують практичні питання, пов'язані з активізацією й інтенсифікацією учбового процесу; розробку психолог. основ *програмованого навчання*; дослідження принципів створення й використання тренажерів та інших тех. засобів навчання; аналіз можливостей використання машинних моделей для підготовки операторів; розробку психолог. основ окремих методик тех. навчання та ін.

Літ.: Инженерная психология. М., 1964; Пушкин В. Н. Оперативное мышление в больших системах. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 365—375]; Зараковский Г. М. Психофизиологический анализ трудовой деятельности. М., 1966 [бібліогр. с. 106—113]; Ломов Б. Ф. Человек и техника. М., 1966 [бібліогр. с. 418—444]; Военная инженерная психология. М., 1970; Инженерная психология. Пер. с англ. М., 1964; Вудсон У., Коновер Д. Справочник по инженерной психологии для инженеров и художников-конструкторов. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 503—514]; Мейстер Д., Рабидо Дж. Инженерно-психологическая оценка при разработке систем управления. Пер. с англ. М., 1970; Инженерная психология в применении к проектированию оборудования. Пер. с англ. М., 1971.

В. І. Ніколаєв, В. Ф. Рубахін.

ПУАССО́НА ПОТІ́К — *потік випадковий* у просторі довільної природи, який має ту властивість, що числа подій цього потоку в неперетинних множинах простору незалежні в сукупності й розподілені за Пуассоновим законом. П. п. характеризується провідною мірою $\overline{\mu}(\Delta)$, яку визначають як *математичне сподівання* числа $\mu(\Delta)$ подій потоку у вимірній множині Δ. Тоді

$$P\{\mu(\Delta)=k\}=\frac{1}{k!}[\overline{\mu}(\Delta)]^k \exp\{-\overline{\mu}(\Delta)\},$$
$$k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

П. п. на прямій задають провідною ф-цією $\Lambda(t)$, що дорівнює матем. сподіванню числа $X(t)$ подій потоку в інтервалі $(0, t)$. Структуру таких П. п. повністю розкрив рад. математик О. Я. Хінчин. Нехай $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ — точки розриву ф-ції $\Lambda(t)$. Тоді $X(t)=X_1(t)+X_2(t)$, де $X_1(t)$ — число подій у $(0, t)$ для *потоку регулярного* без післядії, $X_2(t)$ — число подій у $(0, t)$ для сингулярного П. п. Цей останній складається тільки з подій, що відбуваються в моменти $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$; у цьому випадку величини, які дорівнюють числам подій, що відбуваються в ці моменти, незалежні і розподілені за Пуассоновим законом.

Найпоширеніший **найпростіший потік**, який визначають як П. п. на прямій з провідною ф-цією $\Lambda(t)=\lambda t$, де λ — стала, яку наз. **інтенсивністю** потоку. Найпростіший потік — єдиний випадковий потік, що задовольняє властивості стаціонарності, ординарності й відсутності післядії. Будь-який П. п. на прямій з провідною ф-цією $\Lambda(t)$ і числом подій $X(t)$ в інтервалі $(0, t)$ можна одержати з найпростішого потоку, що має інтенсивність λ і число подій $Y(t)$ в інтервалі $(0, t)$ за допомогою ф-ли $X(t)=Y(\Lambda(t)\lambda^{-1})$. Сума незалежних П. п. є П. п. з провідною ф-цією, що дорівнює сумі провідних ф-цій вихідних потоків. Модель П. п. використовують, розраховуючи більшість *масового обслуговування систем*.

І. М. Коваленко.

ПУАССО́НА ПРОЦЕ́С — див. *Випадкових процесів теорія*.

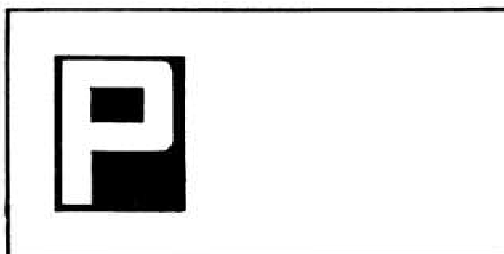
ПУАССО́НА РОЗПО́ДІЛ — розподіл невід'ємної цілочислової випадкової величини ξ, який задають формулою

$$P\{\xi=n\}=\frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$$

(невід'ємне число λ наз. **параметром розподілу**). Параметр λ дорівнює *математичному сподіванню* випадкової величини ξ. П. р. виникає, напр., за такої ситуації. Нехай на якийсь обслуговуючий прилад надходять заявки, що потребують обслуговування. Припустимо, що *імовірність* появи однієї заявки в проміжок часу $(t, t+\Delta t)$ дорівнює $\lambda\Delta t + o(\Delta t)$, де $o(\Delta t)$ — нескінченно мала величина вищого порядку, ніж Δt, тобто $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{o(\Delta t)}{\Delta t}=0$; імовірність появи більш як однієї заявки в тому самому проміжку дорівнює $o(\Delta t)$; події, пов'язані з появою заявок у проміжки часу, що не перетинаються, є незалежними. Тоді число заявок, що з'явилися по проміжку часу $(0, t)$, має П. р. з параметром λt.

М. І. Ядренко.

ПУЛЬТ КЕРУВА́ННЯ — див. *Системи відображення інформації*.

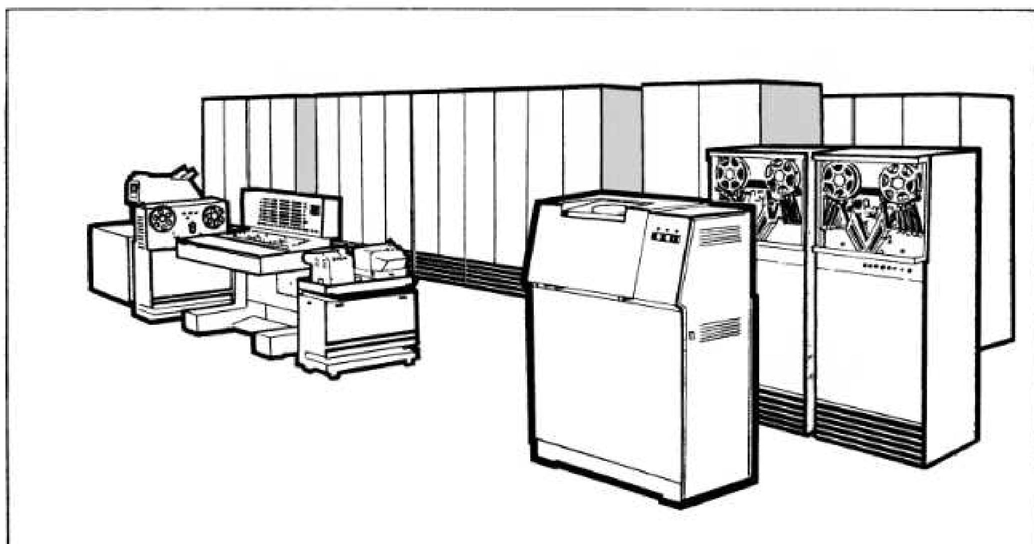


«РАЗДА́Н» — сімейство цифрових обчислювальних машин загального призначення. Створено в Єреванському н.-д. ін-ті матем. машин у 1958—65. Побудоване за великоблоковим принципом на напівпровідникових елементах імпульсно-потенціального типу.

«Раздан-2» — ЦОМ, призначена розв'язувати науково-тех. й інженерні задачі (серійно її випускають з 1961), малої продуктивності (швидкість обчислень — близько 5 тис. операцій за 1 *сек*). Система команд — двохадресна, форма представлення чисел — двійкова, з плаваючою комою, кількість розрядів коду команди — 36. Діапазон десяткових чисел, з якими оперує машина, — від $\pm 10^{-39}$ до $\pm 10^{-18}$; ємність оперативного ЗП — 2048 чисел. Цикл звертання — 20 *мксек*. Ємність зовн. ЗП на магн. стрічці — 120 тис. чисел або команд. Ємність зони й кількість зон — змінна. Вводять інформацію з фотозчитувального пристрою, зі швидкістю до 35 чисел за 1 *сек*.

«Раздан-3» — ЦОМ, призначена розв'язувати науково-тех., планово-економ. і статистич. задачі (серійно її випускають з 1966). Осн. особливості: блокове збільшення ємностей оперативного та зовн. ЗП, розвинена внутр. мова, апаратний контроль з корекцією одиничної помилки, можливість суміщувати виконання команд введення — виведення та обміну з роботою арифм. пристрою. Сумісну роботу окремих вузлів і пристроїв машини забезпечує розвинена система переривання. Аналіз команди, що надходить на переривання, здійснюється в послідовності: ОЗП — канали обміну — пристрої. Якщо адреси команди, що надійшла, потрапляють на зайняту обміном ділянку пам'яті, зайнятий канал або пристрій, відбувається переривання. Система команд — двохадресна, форма представлення чисел — двійково-четвіркова, з плаваючою комою, мантиса числа — 40 розрядів, знак числа — 1 розряд, порядок — 6 розрядів, знак порядку — 1 розряд. Діапазон десяткових чисел, якими оперує машина, — від $\pm 10^{-39}$до $\pm 10^{+38}$ з точністю, не нижчою за $\pm 2^{\pm 40}$. Швидкодія — 15 ÷ 20 тис. операцій за 1 *сек*. ОЗП — матричного типу ємністю 2 × 16 тис. 50-розрядних слів з циклом звертання 8 *мксек*. Зовнішній ЗП — на магн. стрічці ємністю 320 тис. слів, з частотою запису — зчитування 20 *кгц*, щільністю запису — 10 імпульсів на 1 *мм*, швидкістю обміну — 200 тис. *біт/сек* і на магн. барабані ємністю 7500 слів з частотою запису 230 *кгц* та щільністю — 10 імпульсів на 1 *мм*. До машини можна підмикати до 16 пристроїв на магн. барабанах та стрічках.

Інформацію вводять з перфорованої 5-доріжкової стрічки (швидкість — 1000 рядків за 1 *сек*) і з 80-колонкових перфокарт (швидкість — 700 карт за 1 *хв*), виведення здійснюється широкоформатним алфавітно-цифровим друкувальним пристроєм (швидкість — 400 рядків за 1 *хв*), цифровим друкувальним пристроєм (швидкість — 20 рядків за 1 *сек*), на перфострічку (швидкість — 80 рядків за 1 *сек*) і на перфокарту (швидкість — до 100



Цифрова обчислювальна машина «Раздан-3».

карт за 1 *хв*). Матем. забезпечення складається з програм типових матем. задач, програм, які реалізують стандартні алгоритми обробки даних, програм трансляції та керування, діагностичних програм і з метод. матеріалів.

Подальша модернізація машини щодо здійснення пріоритетної системи переривання та каналів зв'язку дала змогу використати «Раздан-3» в експериментальній фізиці для роботи з кількома віддаленими об'єктами в реальному масштабі часу в режимі розподілу часу.

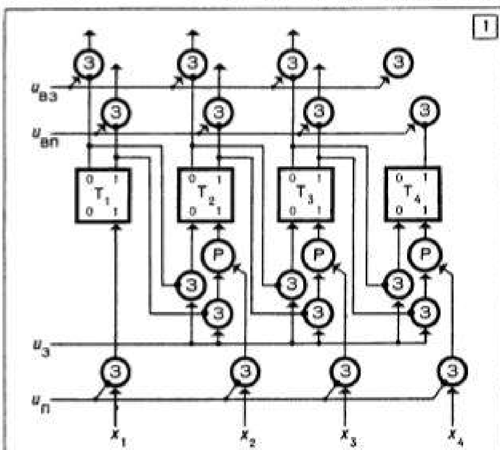
Літ.: Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181]. *В. С. Русаневич.*

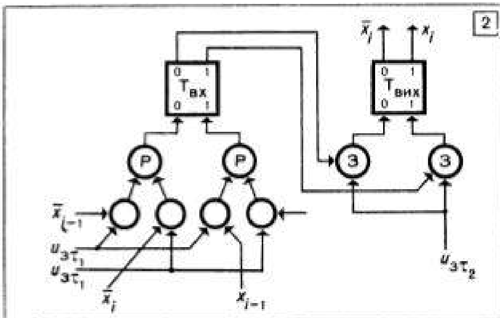
РА́УСА КРИТЕ́РІЙ, Рауса — Гурвіца критерій — один із *стійкості критеріїв*. Див. також *Гурвіца теорема*.

РЕА́ЛЬНИЙ МАСШТА́Б ЧА́СУ — характеристика швидкості обчислювального процесу, який відбувається в темпі, що забезпечує обслуговування якогось зовнішнього процесу, не залежного від ЦОМ (див. *Обробка інформації в реальному масштабі часу*). На відміну від Р. м. ч., пов'язаного із завданнями керування виробничими та іншими процесами, часто буває доцільно з дослідницькою метою провадити моделювання якогось процесу на ЦОМ у прискореному або сповільненому темпі. У деяких випадках темп моделювання буває змінний, тобто часові інтервали моделюючого процесу можуть бути не пропорційні відповідним інтервалам модельованого процесу. Ці випадки відносять до поняття моделювання в умовному масштабі часу. *А. І. Нікітін.*

РЕГЕНЕРА́ЦІЯ, відновлення інформації в обчислювальних пристроях — перезаписування інформації з метою тривалого зберігання її. Цілісність інформації порушується або тому, що запам'ятовувальне середовище має властивість зберігати певний стан, який відповідає збережуваній інформації лише протягом обмеженого часу, або внаслідок діяння сигналів зчитування. В першому випадку періодичність Р. визначають за часом настання необоротних змін станів запам'ятовувального середовища; застосовують цю Р. у ЗП на електроннопроменевих приладах, в акустичних лініях затримки, конденсаторах. У другому — Р. постійно супроводить процес зчитування, й для неї відводять певний час у циклі звертання (в ЗП з феромагнітними запам'ятовувальними елементами). Потреба застосовувати Р. призводить до збільшення апаратурних затрат і зменшення швидкості роботи ЗП, тому дедалі частіше застосовують ЗП, для яких Р. не потрібна (зі зчитуванням без руйнування інформації). *Ф. Н. Зиков.*

РЕГІ́СТР — *блок ЦОМ типовий*, призначений для проміжного зберігання слів у процесі виконування операцій, а також для перетворювання слів за допомогою операції *зсуву*. Р. є передавальними ланками між *запам'ятовувальними пристроями* ЦОМ і блоками, які безпосередньо перетворюють інформацію. Р. у загальному випадку створюють на *тригерах* і логічних елементах. Введення інформації в тригери Р. і зняття її з тригерів наз. операцією передавання слів між Р. Цю операцію можна виконувати паралельно й послідовно. За послідовного способу виконання операції всі розряди слова передаються почергово один за одним. Такий спосіб тотожний операції зсуву (є її окремим випадком). За паралельного способу виконування операції передавання всі розряди слова передаються одночасно. Момент передання на Р. визначається відповідним керуючим сигналом $u_п$. При введенні в Р. n-розрядного слова $x_1, x_2, ..., x_n$ вирази для





1. Блок-схема регістра в імпульсно-потенціальній елементній структурі зі зсувом управо: $u_п$ — керуючий потенціал передавання на регістр слова x_1, x_2, x_3, x_4; З — імпульсно-потенціальний збіг; Р — імпульсний розподіл сигналів: $u_з$ — керуючий сигнал зсуву

2. Блок-схема розряду регістра в потенціальній елементній структурі: $u_{з\tau_1}$, $u_{з\tau_2}$ — сигнали, які керують зсувом.

сигналів, які являють собою вхідну інформацію на одиничному (Y_{1i}) й нульовому (Y_{0i}) входах тригера i-го розряду Р., можна подати так:

$$Y_{1i} = u_п \cdot x_i; \quad Y_{0i} = u_п \cdot \bar{x}_i.$$

У цьому разі нова інформація може надходити в Р. незалежно від інформації, яка вже є в ньому. Для зняття інформації з Р. використовують відповідні керуючі сигнали, які визначають момент видавання й тип *коду*, що видає слово: прямий код — сигнал $u_{вп}$ й зворотний —

$u_{вз}$. Тоді вихідні сигнали Р., коли вони виконують дану операцію, визначаються виразами: $z_i = u_{вп} \cdot x_i$; $\bar{z}_i = u_{вз} \cdot \bar{x}_i$. При передаванні коду з одного Р. на інший операцію видавання з першого Р. можна об'єднати з операцією введення на другий Р.

Операція зсуву на Р. полягає в переміщенні всіх цифр на однакову кількість розрядів в одному напрямі. Як елементарну операцію над словом звичайно застосовують зсув на один розряд. Якщо слово необхідно зсунути на більшу кількість розрядів, цю операцію повторюють відповідне число разів. Р., в яких постійно здійснюється циклічна операція зсуву, наз. динамічними (вони реалізуються, як правило, на різного типу лініях затримки). В загальному випадку при виконуванні елементарної операції зсування значення сигналів перенесення на одиничному й нульовому входах тригера i-го розряду виражаються такими ф-ціями:

$$Y_{1i} = u_з \cdot x_{i+k}; \quad Y_{0i} = u_з \cdot \bar{x}_{i+k},$$

де x_{i+k}, $\bar{x}_{i+k}$ — прямий та інверсний виходи тригера $(i + k)$-го розряду, $u_з$ — керуючий сигнал, який робить зсув на k розрядів.

Щоб одержати вираз, який описує роботу Р., побудованого з елементів певної елементної структури, необхідно систему його перемикальних ф-цій виразити в елементних операторах цієї структури, тобто перевести їх в операторну форму (див. *Елементний синтез ЦОМ*).

Загальну блок-схему Р. в *потенціально-імпульсній елементній структурі* ЦОМ подано на мал. 1. Вентилі в тригерах утворюють *диз'юнкції* імпульсних сигналів і *кон'юнкції* імпульсного й потенціального сигналів з імпульсним виходом. Спираючись на ці умови, тип керуючих сигналів обирають залежно від виду сигналів і операції, яка виконується над словом. Так, треба, щоб сигнал зсуву $u_з$ був імпульсним, сигнал передавання $u_п$ — потенціальним, якщо код уводжуваного слова сформовано на імпульсних сигналах (напр., при надходженні з запам'ятовувального пристрою машини), або імпульсним, якщо слово подано потенціальними сигналами (напр., при передаванні з іншого Р.).

Відповідно до складу операторів *імпульсної елементної структури* Р. збіги й поділи в ній виконуються на імпульсних елементах (які не мають властивості запам'ятовувати інформацію) і тригерах динамічних, забезпечених вхідними затримками (для забезпечення умов правильного обміну інформацією). Характерною рисою імпульсної елементної структури, яка відбивається на побудові Р., є наявність у тригерів тільки прямого виходу. Тому, якщо необхідно мати ще й інверсний вихід тригера, за окремий розряд Р. беруть тригерні каскади, які складаються з двох тригерів, що їх встановлюють завжди в протилежний стан, утворюючи прямий та інверсний вихід відносно запам'ятовуваного сигналу.

Будуючи Р. в потенціальній елементній структурі, щоб виконувати умови правильного обміну інформацією при зсуві в кожному розряді, теж застосовують тригерні каскади з двох тригерів. Зсув при цьому виконується за два такти (мал. 2). За допомогою сигналу $u_{зт_1}$ код у Р. зсовується з осн. тригерів одних розрядів на допоміжні тригери інших розрядів, а потім за допомогою сигналу $u_{зт_2}$ інформація зсовується з допоміжних тригерів на основні в тих самих розрядах. Т. ч., інформацію вводять на будь-який тригер і знімають з нього за допомогою різних керуючих сигналів, рознесених за часом. При цьому сигналом зсуву у відповідний бік є сигнал $u_{зт_1}$, а керуючий сигнал $u_{зт_2}$ може надходити у вигляді серії безперервно й у міру зміни коду у вхідних тригерах переводити цей код на вихідні тригери.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301].
В. М. Коваль.

РЕГРЕ́СІЯ — закон зміни умовного математичного сподівання однієї випадкової величини залежно від значень іншої. Р. $m(x)$ випадкової величини η на випадкову величину ξ — це ф-ція від x, яка дорівнює умовному середньому значенню величини η при фіксованому значенні величини $\xi = x$. Ф-ція $m(x)$ наз. ф-цією Р. Якщо $m(x) = \Theta_1 + \Theta_2 x$, то $m(x)$ — ф-ція лінійної Р., а величини Θ_1 та Θ_2 — коефіцієнти Р. Якщо ξ та η—незалежні, то $m(x) = \text{const}$. Ф-ція Р. має таку властивість мінімальності: серед усіх ф-цій $\varphi(\xi)$ від випадкової величини ξ ф-ція $m(\xi)$ мінімізує значення $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, тобто ф-ція $m(\xi)$ дає найкраще представлення величини η у тому розумінні, що середнє значення $[\eta - \varphi(\xi)]^2$ досягає мінімуму при $\varphi(\xi) = m(\xi)$. Ф-ція $m(\xi)$ є ф-цією, яка максимізує коеф. *кореляції* між величинами η та $\varphi(\xi)$. Якщо випадкові величини ξ і η мають сумісний *нормальний розподіл* з *математичними сподіваннями* m_1 та m_2, *дисперсіями* σ_1^2, σ_2^2 і коеф. кореляції ρ, то Р. η на ξ є лінійною і дорівнює $m(x) = m_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x - m_1)$.

На практиці часто використовують так звані ф-ції середньої квадратичної регресії (с. к. р.), які здебільшого відмінні від ф-цій Р. При розгляді ф-цій $\varphi(\xi)$, серед яких відшукують ф-цію, що мінімізує $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, обмежуються звичайно ф-ціями, які належать якомусь досить просто описуваному класу K. Якщо серед ф-цій $\varphi(\xi)$, які належать до заданого класу K, існує ф-ція $q(\xi)$, що мінімізує величину $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, то $q(x)$ наз. ф-цією с. к. р. Типовим і найчастіше застосовуваним класом K є клас ф-цій, що описується скінченною фіксованою кількістю параметрів, напр., множина всіх многочленів степеня r або множина всіх лінійних комбінацій скінченного числа відомих ф-цій. Найпростішим є випадок лінійної с. к. р. При цьому відшукують найкраще лінійне наближення величини η за допомогою величини ξ, тобто таку лінійну ф-цію $\varphi(\xi) = \Theta_1 + \Theta_2\xi$, для якої середнє значення вели-

чини $[\eta - \varphi(\xi)]^2$ приймає найменше значення. Нескладний підрахунок показує, що в цьому разі $q(x) = m_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x - m_1)$, де m_1 та m_2 — відповідно середні значення, σ_1^2 та σ_2^2 — дисперсії, а ρ — коеф. кореляції величин ξ та η. Якщо випадкові величини ξ та η мають сумісний нормальний розподіл, то ф-ція с. к. р. збігається з ф-цією Р. І взагалі, коли ф-ція Р. $m(x)$ — пряма лінія, вона збігається з ф-цією лінійної с. к. р.

Поняття функції Р. узагальнюється на випадок будь-якого скінченного числа випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$. Функцією Р. $m_1(t_2, t_3, \ldots, t_k)$ величини ξ_1 відносно величин $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$ наз. умовне середнє значення величини ξ_1 за умови $\xi_2 = t_2, \xi_3 = t_3, \ldots, \xi_k = t_k$. Якщо $f(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ — сумісна щільність розподілу ймовірностей величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$, то

$$m_1(t_2, t_3, \ldots, t_k) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x f(x, t_2, \ldots, t_k)\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, t_2, \ldots, t_k)\, dx}.$$

Множину точок $(m_1, t_2, \ldots, t_k)$, розміщену в k-вимірному просторі, наз. поверхнею Р. Аналогічно випадкові двох величин визначають і с. к. р. Напр., лінійною с. к. р. величини ξ_1 відносно $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$ наз. величину $\Theta_1 + \Theta_2\xi_2 + \ldots + \Theta_k\xi_k$, яка дає найкраще наближення або лінійну оцінку величини ξ_1 за допомогою $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$, в тому розумінні, що середнє значення $M[\xi_1 - (\Theta_1 + \Theta_2\xi_2 + \ldots + \Theta_k\xi_k)]^2$ приймає найменше можливе значення.

У практичних застосуваннях часто трапляються задачі, в яких випадкова величина η залежить від однієї чи кількох невипадкових змінних $t_1, t_2, \ldots, t_k$. Середнє значення величини η є ф-цією $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ від $t_1, t_2, \ldots, t_k$ і наз. ф-цією Р. Велику кількість практично важливих задач статистики, пов'язаних з визначенням впливу деяких відомих факторів на випадковий результат експерименту, можна розглядати як задачі визначення ф-ції Р. Матем. дослідження оцінок ф-ції Р. і вивчення якості цих оцінок за даними експерименту становить зміст регресійного аналізу.

Припустимо, що для наборів $(t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \ldots, t_k^{(1)}), (t_1^{(2)}, t_2^{(2)}, \ldots, t_k^{(2)}), \ldots, (t_1^{(n)}, t_2^{(n)}, \ldots, t_k^{(n)})$ одержано n відповідних їм спостережень $y_1, y_2, \ldots, y_n$ величини η. Послідовність наборів $(t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, t_3^{(1)}, \ldots, t_k^{(1)}), \ldots, (t_1^{(n)}, t_2^{(n)}, \ldots, t_k^{(n)})$ можна або визначати умовами експерименту, або її може задавати експериментатор. Цікаво за спостереженнями $y_1, y_2, \ldots, y_n$ оцінити невідому ф-цію Р. $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ та якість одержаних оцінок. При розгляді цієї задачі відносно спостережень $y_1, y_2, \ldots, y_n$ і вигляду ф-ції $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ роблять певні припущення. Як звичайно припускають, ф-ція $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ належить якомусь класові ф-цій, залежному від скінченного числа параметрів (напр., що $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ має вигляд $\Theta_0 + \Theta_1 t_1 + \ldots + \Theta_k t_k$ — лінійна Р.). Значення параметрів, відповідні експерименту, невідомі. В цьому разі, щоб оцінити ф-цію Р. $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$, оцінюють за спостереженнями невідомі параметри. Найпростішим щодо спостережень $y_1, y_2, \ldots, y_n$ є припущення, що ці спостереження незалежні й мають однакову невідому дисперсію σ^2. Невідомі параметри ф-ції Р. оцінюються за допомогою звичайних методів (див. *Статистичні оцінки*). Якщо відомий розподіл імовірностей величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$, то можна використати метод макс. правдоподібності. В багатьох випадках, напр., фіз. гіпотези дають змогу припускати, що спостереження $y_1, y_2, \ldots, y_n$ мають нормальний розподіл. Якщо ф-ція Р. є лінійною і $k = 1$, тобто $m(t) = \Theta_0 + t\Theta_1$, то сумісна щільність розподілу величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$ дорівнює $(2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (\Theta_0 + \Theta_1 t^{(i)})]^2\right\}$, а оцінки макс. правдоподібності $\hat{\Theta}_0$ та $\hat{\Theta}_1$ для невідомих параметрів Θ_0 та Θ_1 мають вигляд:

$$\hat{\Theta}_0 = \bar{y} - \hat{\Theta}_1\bar{t}, \qquad \hat{\Theta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(t^{(i)} - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t^{(i)} - \bar{t})^2};$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t^{(i)}, \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i.$$

Другий метод оцінки невідомих параметрів ф-ції Р. — *найменших квадратів метод* — використовують частіше завдяки простоті одержання оцінок. Цей метод полягає в тому, що за оцінки невідомих параметрів приймаються значення, які мінімізують величину $\sum_{i=1}^{n}[y_i - m(t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \ldots, t_k^{(i)})]^2$.

Для випадку гауссівських випадкових величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$ оцінки, одержані за методом найменших квадратів, збігаються з оцінками макс. правдоподібності. Хоч при заданому n оцінки, одержані за методом найменших квадратів, можуть бути й набагато гірші від оцінок методу макс. правдоподібності, в багатьох випадках при великих n якість оцінок обох типів приблизно однакова. Для випадку зв'язаних спостережень $y_1, y_2, \ldots, y_n$ одержано результати щодо властивостей оцінок найменших квадратів переважно при $k = 1$ (задачі Р. у *випадкових процесів теорії*).

Поняття Р. широко застосовують у практичних задачах, які виявляють вплив одного чи кількох факторів на випадковий наслідок експерименту.

Літ.: Крамер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. М., 1948 [бібліогр. с. 612—620]; Уилкс С. Математическая статистика. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 601—619].

А. Я. Дороговцев.

РЕГУЛЮВА́ННЯ ЗАКО́Н — залежність, відповідно до якої сигнал ε, пропорційний помилці в *слідкуючих системах* і *системах програмного керування* або відхиленню регульованої величини від заданого значення в *стабілізації системах*, перетворюється (в загальному випадку оператором) на *керуюче діяння*.

Формування Р. з. здійснюється відповідно до *алгоритму* перетворювання сигналу, який проходить через регулятор (коректуючий пристрій) у напрямі вхід — вихід. У деяких випадках у формуванні Р. з. беруть участь сигнали різних *зворотних зв'язків*: «жорстких», якщо сигнал пропорційний регулюючому діянню, й «гнучких», якщо до оператора входять похідні. В реальних системах Р. з. виконується з певними обмеженнями, які визначаються областю нормальних режимів роботи об'єкта, регулятора або коректуючих пристроїв чи інших елементів системи. В системах пром. автоматики найбільш поширеними є такі Р. з.: 1) пропорційний $u = K_1\varepsilon$, реалізовний статичним або П-регулятором з параметром настроювання K_1; 2) інтегральний, $u = K_2\int\varepsilon dt$, реалізовний астатичним або І-регулятором з параметром настроювання K_2; 3) пропорційно-інтегральний $u = K_1\varepsilon + K_2\int\varepsilon dt = K_1\left(\varepsilon + \frac{1}{T_i}\int\varepsilon dt\right)$, реалізовний ізодромним або ПІ-регулятором з параметрами настроювання K_1 і $T_i = K_1/K_2$; 4) пропорційно-інтегрально-диференціальний $u = K_1\varepsilon + K_2\int\varepsilon dt + K_3\frac{d\varepsilon}{dt} = K_1\left(\varepsilon + \frac{1}{T_i}\int\varepsilon dt + T_\text{п}\frac{d\varepsilon}{dt}\right)$, реалізовний ізодромним з випередженням або ПІД-регулятором з параметрами настроювання K_1, $T_i = K_1/K_2$ і $T_\text{п} = K_3/K_1$. Через те, що для керування широко застосовують цифрову обчисл. техніку, використовують і дискретні аналоги наведених вище Р. з.

Літ.: Стефани Е. П. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. М.— Л., 1960. Оппельт В. Основы техники автоматического регулирования. Пер. с нем. М.— Л., 1960 [бібліогр. с. 592—603].

О. Л. Циганков.

РЕГУЛЮВА́ННЯ ЗАПА́СІВ — див. *Запасів теорія*.

РЕГУЛЮ́ЮЧІ СИСТЕ́МИ ОРГАНІ́ЗМУ — складні структури, які приймають і переробляють інформацію й використовують її для регулювання параметрів на рівні клітин, органів, функціональних систем та організму в цілому. В структурах кожного рівня можна умовно виділити «робочі» й «керуючі» *підсистеми*, а функції кожної структурної одиниці можна поділити на зовнішні й внутрішні (див. *Біологічні системи*). Основу життєдіяльності організму на рівні клітин становлять неперервні й дискретні внутрішньоклітинні процеси в спеціалізованих (диференційованих) клітинах, що забезпечують функції всього організму. Внутр. функції клітин є універсальними (напр., одержання енергії й розмноження), зовнішні — навпаки мають яскраво виражену специфіку (напр., скорочення, синтез і виділення гормонів та ферментів, продукція нервових імпульсів). Всіма внутрішньоклітинними процесами керують і регулюють їх регулюючі системи ДНК — РНК — білки. Ступінь незалежності клітин різна — аж до повного підпорядкування керуючим діянням цілого організму. Органи не є універсальними структурними елементами організму, оскільки деякі аналогічні функції виконують специфічні клітини, розосереджені по всьому тілі. Однак функції певних органів чітко обмежені, їхня структура є закінченою й володіють вони значною саморегуляцією. Тому їх можна розглядати як системи (напр., серце, нирки, печінку). Правда, здебільшого в діяльності органа переважають або нижчі закономірності (клітинні), або вищі — ті, які керують організмом як цілим. В структурі органів представлені специфічні («робочі») клітини, які визначають осн. функцію, підтримують, живлять і регулюють. Через регулюючі клітини здійснюються «входи» на орган, а «виходи» є специфічною функцією, що діє на інші органи й клітини. Ця функція може бути й регулюючою, напр., для ендокринних залоз.

Регулювання діяльності органа здійснюється за допомогою діянь з боку організму (регулюючих, живильних і очищувальних), діянь власних регулюючих підсистем, напр., місцевих нервових вузлів або місцевих гормонів, і діянь регулюючих механізмів «робочих» клітин, які визначають здатність змінювати свою функцію залежно від зовн. діянь, пристосовуватися до змін «входів» у часі. Осн. функція органа змінюється в часі залежно від специфіки й регулювання — від дискретних функціональних циклів (скорочення серця) до більш-менш монотонної діяльності (напр., виділяння сечі).

Рівень функціональних систем (типу серцево-судинної, дихальної, видільної або нервової) можна лише умовно розглядати як самостійний, оскільки їхня діяльність дуже залежить від органів і керування цілим організмом. Здебільшого вони складаються з головного органу й допоміжних, які виконують функції передавання діянь назовні або до інших систем. У функціональних системах регулювання — місцеве, але більше значення мають спец. механізми, що регулюють окремі функції цілого організму, закладені в його регулюючих системах.

Організм — цілісна система. Клітини є його елементами, органи й системи — підсистемами. Функції організму можна умовно назвати програмою, розуміючи її як послідовність у часі окремих функціональних актів у струк-

турах усіх рівнів, які забезпечують виконання біологічної мети. По суті, інстинкт є такою програмою, а рефлекси, аж до окремих функцій клітин,— ієрархією підпрограм. У людини, крім того, є ще програми соціальної поведінки, прищеплені суспільством.

В кожному інстинкті-програмі можна умовно виділити дві компоненти — зовнішню й внутрішню. Зовн. функції вищих організмів виражаються, гол. чин., у рухах, що забезпечують переміщення в просторі, діяннях на навколишні предмети, в передаванні інформації. В людини функція передавання інформації особливо розвинена (мова й інші системи знаків). Послідовність рухових актів можна визначити як програми поведінки, які для людини й вищих тварин розглядає психологія. Рухами керує анімальна нервова система, яка одержує інформацію про зовн. і частково про внутр. світ через органи чуттів і переробляє її в цілій ієрархії нервових структур. Осн. одиницею функції є рефлекс. Внутр. ф-ції організму представлені діяльністю всіх його внутр. органів, які забезпечують енергетично й матеріально зовн. ф-ції — скорочення м'язів, діяльність нервової системи й органів чуттів.

За механізмом керування виділяють чотири Р. с. о. Перша — хімічна неспецифічна (система крові й лімфи), друга — ендокринна, або хімічна специфічна, третя — нейровегетативна й четверта — анімальна нервова система (НС). Всі Р. с. о. послідовно виникли на світанку еволюції багатоклітинних організмів. Перша система виникла тоді, коли утворилося замкнене внутр. середовище, змінюючи склад якого, клітини набули можливості діяти одна на одну; друга — коли частина клітин опинилася всередині органів, втратила прямий зв'язок із зовн. середовищем, стала цілком залежною від зовн. клітин і «була змушеною» регулювати їхню діяльність виділенням у зовн. середовище активних хім. продуктів. Третя Р. с. о. утворилася в процесі спеціалізації внутр. клітин — як система, необхідна (на відміну від другої Р. с. о.) для їхнього цілеспрямованого, а не генералізованого керування. Четверта Р. с. о. виникла як інструмент керування рухами організму залежно від діяння зовн. середовища.

Схема регулюючих систем організму.

Можна сформулювати кілька «законів» розвитку й функціонування Р. с. о. 1) Р. с. о. послідовно виникли на ранніх етапах еволюції, коли з'явилися нові робочі функції. 2) Чим «молодша» система, тим більше спеціалізоване її діяння, вужче коло клітин, які вона регулює, коротші періоди її діяння. Так, перша Р. с. о. неперервно регулює всі клітини, друга теж діє на всі клітини, але її ефект дуже змінний у часі, третя — регулює лише деякі функції внутр. органів і судини, четверта керує лише поперечносмугастою мускулатурою. 3) Всі Р. с. о. розвиваються в процесі еволюції, але швидше й сильніше розвиваються новіші, особливо четверта. В процесі розвитку кожної Р. с. о. формується складна структура ієрархічних поверхів з вертикальними зв'язками. Водночас закладаються горизонтальні зв'язки між відповідними поверхами близьких Р. с. о. 4) Клітини нових Р. с. о. перебувають під діянням «старих», але й самі можуть регулювати певні відділи старих (принцип прямих і *зворотних зв'язків*). 5) Нові Р. с. о. одержують інформацію через свої рецептори або від старих Р. с. о. Кожна Р. с. о. має свої ефектори, а також діє через старі Р. с. о. Спрощену схему Р. с. о. наведено на мал.

Першу Р. с. о.— хімічну неспецифічну — лише умовно можна назвати регулюючою, оскільки до неї входять усі клітини організму, які в процесі своєї життєдіяльності змінюють вміст у крові простих хім. сполук: солей, води, газів і глюкози. Через притаманну всім клітинам здатність до саморегуляції специфічні органи (серце, печінка тощо) спроможні самі підтримувати певну сталість внутр. середовища, навіть без участі вищих Р. с. о. Це їхнє саморегулююче діяння враховують, виділяючи першу Р. с. о. Структура її являє собою сітку з «робочих» органів, пов'язаних один з одним через кров, через вміст у крові простих неорганічних і органічних сполук.

Дійовими агентами другої Р. с. о.—ендокринної — є гормони, виділювані клітинами ендокринних залоз неперервно або від діяння нервових імпульсів з третьої Р. с. о. або від діяння гормонів інших залоз. Склад крові постійно впливає на залози «знизу». Існує складна система ендокринних залоз, побудована за ієрархічним принципом. Загалом другу Р. с. о. можна уявити як складну систему залоз, поєднаних прямими й зворотними зв'язками (позитивними й негативними), яка діє на «робочі» органи, на вищі Р. с. о.

Осн. принцип третьої Р. с. о.—нервововегетативної — «хімія — нерв — хімія». Нервові закінчення (інтерорецептори) сприймають зміни хім. складу й тиску в тканинах, перетворюють їх на нервові імпульси. Імпульси поширюються в клітині, досягають ефекторного закінчення, де виділяється хімічно активна речовина — медіатор. Медіатор може стати джерелом збудження іншої нервової клітини й виконувати регулюючу функцію для робочого органа. Шляхи поширення нервових імпульсів від рецепторів до ефекторів можуть бути й короткими — для місцевих регулюючих центрів або включати кілька поверхів структури даної Р. с. о.— у вигляді т. з. рефлекторної дуги. Як правило, ці шляхи визначені від народження й мало змінюються в процесі життя. Проте нервові клітини третьої Р. с. о. здатні підсилювати свою активність внаслідок тренування й утворювати тимчасові зв'язки, правда, в обмежених масштабах. Ієрархічна структура дає змогу формувати складну ієрархію рефлексів, які керують внутр. органами за складною програмою, що включає багато етапів і є тривалою. Зв'язки між третьою й другою Р. с. о. дуже тісні й часто вони спільно регулюють яку-небудь функцію організму (напр., кров'яний тиск).

Четверта Р. с. о.— анімальна — керує скелетними м'язами, тобто рухами. На вищому ступені її ієрархії — в корі мозку — закладено моделі поведінки як складної послідовності рухових актів, що виражають зовн. сторону інстинктів і соціальну поведінку людини. В регулюванні внутр. процесів організму четверта Р. с. о., г. ч., кора й підкірка, відіграють важливу роль.

В організмі людини й вищих тварин є два типи регульованих процесів: неперервний і дискретний. Неперервні потребують підтримування сталості деяких параметрів — *гомеостазису*, дискретні — регулювання зміни деяких процесів у часі за певною програмою, в спрощеному вигляді — циклами. Перші й другі процеси є можливими на кожному структурному рівні. Приклади наведено в таблиці.

Неперервні процеси на вищому рівні можуть здійснюватися внаслідок повторних циклів на нижчому рівні. Напр., сталість середньої течії крові підтримується періодично скороченнями серця, а збільшення теплопродукції при охолодженні — м'язовим дрижанням. Зрештою будь-які біол. процеси складаються із взаємодії дискретних актів.

Механізми регулювання сталості параметрів — підтримування гомеостазису — грунтуються на використанні принципу негативного зворотного зв'язку. В клітинах це виражається в регулюванні активності ферментів кінцевими продуктами ферментативної хім. реакції, на рівні органів і систем — в діяльності численних рефлексів, які стежать за значеннями регульованого параметра й змінюють активність робочих органів залежно від його рівня. Для цілого організму механізми підтримування гомеостазису закладено у вищих вегетативних центрах, які коригують через відповідні

Рівні ієрархії	Типи процесів	
	Неперервні	Дискретні
Клітинний	Одержання аденозинтрифосфату (АТФ) Підтримування осмотичного тиску	Поділ клітин Рухи Нервовий імпульс
Рівень органів і функціональних систем	Виділяння різних травних соків і сечі Виділяння гормонів	Скорочення серця, кишечника й скелетних м'язів
Рівень цілого організму	Підтримування сталої т-ри тіла, кров'яного тиску й кількісного складу крові	Сон і неспання Рухові акти поведінки

«головні» центри рівень обміну, гемодинаміку, тепловіддачу й діяльність органів виділення. В цілому, гомеостазис на будь-якому рівні підтримується внаслідок неперервних або циклічних саморегульованих процесів у робочих підсистемах, які тільки регулюються «зверху» стимуляцією або гальмуванням з боку підсистем керування: ДНК — в клітині, місцевих центрів — в органах, регулюючих систем — у функціональних системах і вищих центрів — в організмі. Гомеостазис в організмі складніший, ніж прийнято думати. Це зумовлено тим, що регульований рівень усіх параметрів не сталий, а змінюється залежно від «установлення», яке визначає ступінь зовн. активності.

Механізми керування дискретними функціональними актами на будь-якому рівні складаються з включення нової програми й регулювання її розвитку в часі. Саму програму завжди закладено в регулюючій системі у вигляді якоїсь моделі. Напр., ділянка ДНК в клітині, яка відає поділом, рефлекторна дуга рефлексу, структура з кіркових нейронів, що відображає комплекс рухів. Модель включається іззовні або «зверху», приходить у стан активності і включає на периферії новий комплекс процесів. Звичайно вони розгортаються з позитивними зворотними зв'язками, в результаті чого кожний етап швидко доводиться до максимуму, потім так само швидко знижується, включаючи новий етап. Моделі складних дискретних функціональних актів мають характер поверхів і закладені в кількох поверхах Р. с. о. Показовим прикладом є керування процесами праці як складної послідовності скорочення різних м'язових груп із зворотними зв'язками з рецепторів м'язів і суглобів.

В організмі водночас відбувається багато процесів (програм), між якими існує два типи відношень. 1) Супідрядність між рівнями. Напр., інстинкт живлення, як головну програму, можна зобразити у вигляді ієрархії складних і простих програм різних рівнів від актів поведінки, спрямованої на добування їжі, до внутрішньоклітинних процесів синтезу АТФ з глюкози. При цьому всі процеси на різних рівнях характеризуються якимось ступенем координації. 2) Конкуренція. Гол. програми, спрямовуючи поведінку, мають конкурентний характер і не можуть здійснюватися одночасно. Напр., часто вступають у суперечність інстинкти самозбереження й продовження роду. Суперечність деяких програм можна простежити й на нижчих рівнях, зокрема, в дискретних функціональних актах. Переключення програми здійснюється внаслідок позитивних зворотних зв'язків і функціонування реципрокних відношень, коли активація одних моделей зумовлює гальмування інших. Вибір тієї чи іншої програми визначається взаємодією інтенсивностей зовн. і внутр. стимулів. У процесах, які відбуваються постійно, протилежність не виявляється, а змінюється лише ступінь активності залежно від значення цих процесів у дискретних програмах.

Три гол. якості відзначають регулювання в організмі: надійність, точність і стійкість. Надійність, яка в цих системах вища, ніж у будь-якій тех. системі, досягається завдяки таким факторам. 1) Всі процеси здійснює велика кількість клітин, які працюють паралельно, й кожна клітина працює дуже надійно. 2) На всіх рівнях є резерви в клітинах, органах і цілому організмі. 3) Існує дублювання регулюючих механізмів завдяки участі кількох Р. с. о. й використанню різних робочих процесів. Напр., підтримування кров'яного тиску здійснюється регулюванням просвіту судин і зміною серцевого викиду. Обидва процеси регулюють паралельно взаємозамінювані механізми нервової й гормональної регуляції. Коли порушено гол. механізм, то включається допоміжний, і робота продовжується з невеликими відхиленнями щодо точності. 4) Якщо органи ушкоджено, то відбувається регенерація — відновлення первісної кількості клітин розмноженням, хоча й не у всіх тканинах.

Точність регулювання досягається, гол. чин., завдяки нелінійностям характеристик в елементах прямого й зворотного зв'язків, так що чим далі параметр віддаляється від оптимуму, тим швидше зростає імпульс до відновлення його. Стійкість регулювання в організмі дуже велика. Хоча всі життєві процеси зазнають постійних коливань, підлягаючи загальним законам регулювання із зворотними зв'язками, але амплітуди відхилень параметрів у нормі невеликі і явищ «розносу» ніколи не спостерігають. Видно, це пов'язано з різними характеристиками паралельно працюючих регулюючих ланцюгів, які демпфують один одного. Регулюючі механізми поєднують у собі стабільність і мінливість, які в сумі забезпечують організмові (й біол. видові) найкращу реалізацію осн. програм — інстинктів. У кожному з них одна частина «підпрограм» більш стабільна (напр., розвиток організму з зародка), друга — менш (акти поведінки, які пристосовуються до змінного середовища на основі умовних рефлексів). Механізми інстинкту продовження роду більш стабільні, а самозбереження — менш.

Змінність процесів життєдіяльності закладено вже на клітинному рівні. Перебудова організму в процесі пристосування до зовн. середовища здійснюється внаслідок здатності клітин пристосуватися, щоб зберегти сумарний оптимальний ефект. Можна умовно виділити два осн. механізми пристосування: адаптацію як швидку зміну настроювання регуляторів і тренування — повільне формування нових внутрішньоклітинних структур, які забезпечують збільшення «потужності» клітин (гіпертрофія) у відповідь на тривало діючі надлишкові подразники. Якщо інтенсивність подразників різко зменшується, то через деякий час (обчислюється днями) структура й функції знову повертаються до норми або стають нижчі за неї — настає атрофія. Такі зміни структури стосуються не тільки цілісної клітини, як, напр., м'язової або залозової, а й її окремих

частин, напр., тієї постсинаптичної мембрани нервової клітини, до якої надходять повторювані подразнення. На цьому принципі основане утворення умовних зв'язків між *нейронами* — пам'ять, а звідси і всі процеси перебудови нервової регуляції.

В життєдіяльності організму можна виділити два стани: здоров'я й хворобу. З д о р о в 'я — це стан нормальних біохімічних процесів у клітинах, який забезпечує організмові виконання його біол. програм. Кількість здоров'я відображає діапазон змін зовн. умов (напр., т-ри, інфікованості середовища) і власного навантаження (напр., фіз. праці), за яких ще зберігається нормальна біохімія клітин. Воно визначається рівнем резервів функцій клітин і органів, «робочих» і керуючих (напр., макс. серцевий викид), які можна виявити т. з. функціональними пробами з навантаженням. Резерви визначені генетично, але для формування й підтримування їх необхідні постійні вправи відповідних функцій із значним навантаженням. Тривале невикористання резервів призводить до атрофії клітин, зменшення здоров'я й збільшення ймовірності захворювання.

Поняття х в о р о б и можна визначити як стан порушення біохімічних процесів у клітинах, яке супроводиться нестійким режимом регуляції організму, що виникає за надмірних для даного рівня резервів зовн. діянь або дефектів у власних програмах. При цьому треба враховувати, що організм виводиться із стану стійкої норми й повертається до нього не хаотично, а за певними програмами, які можна назвати програмами хвороби й видужання. Вони різні, за різних зовн. і внутр. умов, і їх можна виразити умовною мовою у вигляді «моделі хвороби». Програму хвороби можна представити як підпрограму, що складається з прогресування й відновлення. Надмірне або незвичне подразнення, діючи на будь-яку частину організму, ушкоджує її (від якісних порушень життєдіяльності клітин до їхньої загибелі). Так виникає «місцевий осередок». Від нього поширюється «потік завад» у вигляді якісно відмінних від норми діянь, скеровуваних природними зв'язками ураженого органу до Р. с. о. та ін. органів. Якщо цей потік значний, то він спричинює в них якісні порушення — процес прогресує з позитивними зворотними зв'язками, зі зростаючою швидкістю і, якби не було протилежного процесу, то всяке ураження призводило б до смерті.

Програма відновлення буває трьох типів: а) програма компенсації (порушення функції органу тут же компенсується резервною з боку інших); б) програма пристосування (відновлення нормальної функції за нових умов настає з якоюсь затримкою в часі внаслідок адаптації або навіть гіпертрофії); в) захист (включення спец. механізмів, що перебувають у постійній готовності або розгортаються з деяким запізненням, які за нормальних умов не функціонували). Цей комплекс процесів діє за типом негативного зворотного зв'язку. Заг. напрям і швидкість розвитку патологічного зсуву визначається співвідношенням швидкостей цих двох протилежних процесів. Істотним є порушення стійкості регулювання, яке виражається в збільшенні амплітуди коливань, до того ж будь-який «пік» може спричинити початок нових зсувів, здатних повернути перебіг хвороби в гірший бік.

Труднощі в створенні моделей Р. с. о. пов'язані з їхньою дуже великою складністю. Застосування матем. методів у моделюванні біол. систем привело до створення моделей лише окремих функцій окремих органів. Створити моделі цілого організму за допомогою теорії регулювання поки що не можна через велику кількість змінних, пов'язаних нелінійними залежностями. Вивчати процеси регулювання в організмі можна лише, використовуючи методи *кібернетики*, теорії автоматичного регулювання, теорії керування складними системами тощо.

Літ.: О р б е л и Л. А. Избранные труды, т. 1. Вопросы эволюционной физиологии. М.— Л., 1961; А м о с о в Н. М. Регуляция жизненных функций и кибернетика. К., 1964. *М. М. Амосов.*

РЕГУЛЯРИЗА́ЦІЇ МЕ́ТОД — один з наближених методів розв'язування *некоректно поставлених задач*. Див. *Некоректно поставлених задач способи розв'язування.*

РЕГУЛЯ́РНІ ПОДІЇ ТА ВИ́РАЗИ — *події*, які можна представити в *автоматах скінченних*, і відповідні вирази в спеціальній алгебричній мові, що задають ці події. П о д і є ю наз. довільну множину слів у якомусь алфавіті. Природно, що, розглядаючи в теорії автоматів різні питання, пов'язані з поняттям події (див. *Алгебрична теорія автоматів*), здебільшого припускають наявність якихось засобів для описування (задавання) подій. Таким конструктивним засобом може бути формальна мова, вирази якої задають події над якимсь алфавітом (тобто формальна мова інтерпретується в множині подій). Якщо позначити цю мову через L, то правильно побудовані вирази її можна називати L-виразами, а події, які вони задають,— L-подіями. Очевидно, що множина всіх L-подій для будь-якої мови L не більш як лічбова, бо множина відповідних виразів не більш як лічбова. Оскільки потужність множини всіх подій континуальна, то немає такої мови L, для якої всі події є L-подіями.

Для теорії автоматів характерним є такий підхід. Фіксують якийсь клас автоматів K. Ставлять задачу: побудувати мову L (як правило, це мова, що не повинна безпосередньо використовувати автоматні поняття, бути зручною в тому чи іншому розумінні й задовольняти певні вимоги тощо), таку, що всі L-події й лише їх можна представити в автоматах класу K. Розв'язування цієї задачі включає в себе доведення двох теорем — теореми синтезу (кожна L-подія представна в якомусь автоматі класу K) і теореми аналізу (кожна подія, представна в автоматі класу K, є L-подією). Здебільшого теорема синтезу відразу припускає наявність алгоритму синтезу, тобто алгоритму побудови автомата за заданою подією,

а теорема аналізу — алгоритму аналізу, тобто алгоритму побудови L-виразу за заданим автоматом. Уперше такий підхід у теорії автоматів застосував амер. математик С.-К. Кліні (н. 1904) для класу скінченних автоматів. Для подій, представних у скінченних автоматах, він побудував спец. мову — мову регулярних виразів. Ця мова стала однією з осн. мов для задавання умов функціонування автоматів, особливо після вдосконалення її (та відповідних алгоритмів синтезу й аналізу) в працях В. М. Глушкова, Р.-Ф. Мак-Нотона та ін.

Алгебр. мову будують як мову виразів певної алгебри (див. *Алгебри універсальні*). В цьому разі розглядають мову для описування подій, тому множина всіх подій являє собою певну універсальну алгебру, тобто над подіями визначають алгебр. операції (див. *Алгебри подій*). Для того, щоб побудувати мову регулярних виразів, було використано три операції над подіями (дві бінарні й одну унарну): 1) $A \vee B$ — диз'юнкцію, або об'єднання (позначають також $A \cup B$); 2) AB — множення (конкатенацію); 3) $\{A\}$ — ітерацію (позначають також A^*). Д и з ' ю н к ц і я — теоретико-множинна операція: подія $A \vee B$ являє собою звичайне об'єднання множин A та B. М н о ж е н н я подій визначають через множення слів. Добутком слів p та q наз. слово pq, одержане внаслідок дописування слова q праворуч до p. Подія AB складається з тих і лише тих слів, які мають вигляд pq, де p належить A, а q належить B. Введемо позначення A^n для добутку $\underbrace{AA \dots A}_{n}$. І т е р а ц і ю можна виразити через попередні дві операції так: $\{A\} = A \vee A^2 \vee \dots \vee A^n \vee \dots$. Отже, слово q тоді й лише тоді належить $\{A\}$, коли q має вигляд p^n, де p належить A. Нехай алфавіт X, над яким розглядають події, складається з букв $x_1, x_2, \dots, x_m$, тоді подію, що складається з одного однобуквеного слова x_i $(i = 1, 2, \dots, m)$, наз. е л е м е н т а р н о ю й позначають символом x_i, тобто відповідною буквою алфавіту. Вираз, побудований з букв алфавіту X (символів елементарних подій) та з символів операцій диз'юнкції, множення та ітерації з використанням відповідно круглих дужок, наз. р е г у л я р н и м в и р а з о м в алфавіті X. Усякий регулярний вираз R визначає певну подію S (S одержують у результаті виконання всіх операцій, що входять у вираз R). Т. ч. визначені події наз. р е г у л я р н и м и п о д і я м и н а д а л ф а в і т о м X. Інакше кажучи, регулярною подією наз. подію, що її здобуто з елементарних, застосувавши скінченну кількість разів операції диз'юнкції, множення та ітерації. Напр., в алфавіті з трьох букв x, y, z регулярний вираз $x\ \{x \vee y \vee z\}\ (y \vee z)$ задає подію (регулярну), що складається з усіх слів, які починаються буквою x і закінчуються буквою y чи z. Регулярні події й лише вони представні в скінченних автоматах.

В. Г. Боднарчук.

РЕГУЛЯ́ТОР ЕКСТРЕМА́ЛЬНИЙ — прилад, що автоматично відшукує і підтримує такі значення регулюючих діянь, за яких показник якості роботи об'єкта досягає екстремального значення. Р. е. призначені керувати об'єктами, в яких залежність показника якості від регулюючого діяння має один екстремум (максимум чи мінімум). Більшість Р. е., що їх випускають серійно, відшукує екстремум за допомогою методу градієнта чи його модифікацій, зумовлених різними конструктивними особливостями регуляторів.

Структуру й параметри Р. е. вибирають так, щоб мінімізувати втрати показника якості й забезпечити працездатність усієї системи під час дрейфу точки екстремуму (див. *Система екстремального регулювання*). При заданій структурі Р. е. його параметрами, що визначають якість роботи регулятора, є: величина й частота пробних діянь, величина й швидкість робочих варіацій регулюючих діянь, параметри пристрою, який визначає показник якості (напр., стала часу згладжувального фільтра), й чутливість Р. е. Розрізняють Р. е. неперервні, імпульсні та цифрові. Неперервні використовують для керування малоінерційними об'єктами (наладжування резонансних контурів автомат. вимірювальних пристроїв, знаходження оптим. параметрів настроюваних моделей тощо). Імпульсні та цифрові Р. е. використовують для керування інерційними об'єктами (хім. реактори, нагрівальні установки, процеси флотації, дроблення тощо). В СРСР і за рубежем налагоджено серійний випуск електронних, гідравлічних і пневматичних Р. е. До Р. е., що їх випускають серійно, належать «ЭРБ», «ЭРА», «АРС-ОИ» та ще деякі (див. також *Оптимізатор автоматичний*).

Літ.: Л и б е р з о н Л. М., Р о д о в А. Б. Системы экстремального регулирования. М.— Л., 1965 [бібліогр. с. 157—158].

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

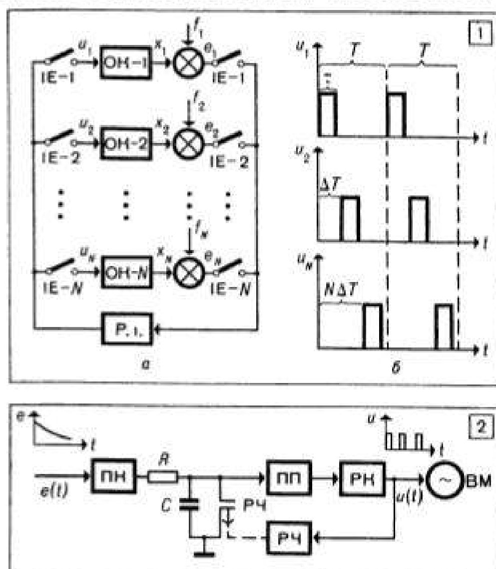
РЕГУЛЯ́ТОР І́МПУЛЬСНИЙ — автоматичний регулятор переривчастої дії, вихідний сигнал *(керуюче діяння)* якого має характер модульованої послідовності імпульсів. Необхідним елементом Р. і. є імпульсний елемент *(модулятор)*, що здійснює *модуляцію* вихідної імпульсної послідовності відповідно до величини сигналу помилки. Залежно від виду *модуляції імпульсної* розрізняють амплітудно-, широтно- й частотно-імпульсні регулятори.

Імпульсний характер керування полегшує розв'язування ряду технічних проблем, які виникають при розробці автомат. регуляторів, і дає змогу створювати регулюючі пристрої, що мають істотні конструктивні й експлуатаційні переваги. Однією з головних переваг Р. і. є те, що в них за допомогою простих і економних технічних засобів можна розв'язати суперечність між точністю й потужністю керуючих сигналів. При неперервному характері керування первинний вимірювальний прилад (магнітоелектричний гальванометр, логометр, гіроскоп тощо) завжди з'єднано з давачем-перетворювачем, який перетворює показання приладу на потужний сигнал, що керує робо-

тою *виконавчого механізму*. Давач є додатковим навантаженням на рухому систему приладу й зменшує точність його показів. В Р. і. є можливість підмикати давач до первинного приладу лише на час дії керуючого імпульсу. На цей час рухома система вимірювального приладу фіксується в тому положенні, в якому вона перебувала перед появою імпульсу, так що точність показів приладу не погіршується.

Істотною перевагою регуляторів з амплітудно- і широтно-імпульсною модуляцією (АІМ, ШІМ) є можливість здійснювати багатоканальне регулювання. При цьому один Р. і. керує роботою кількох об'єктів керування — ОК-1, ОК-2, ..., ОК-N (мал. 1, *а*) за рахунок часового поділу каналів регулювання, здійснюваного імпульсними елементами ІЕ-1, ІЕ-2, ..., ІЕ-N, що працюють з однаковими чи кратними періодами повторення T, але зсунуті за фазою на величину ΔT (мал. 1, *а* і *б*). Щоб виключити взаємний вплив каналів, треба додержуватись умови $\tau = \Delta T \leqslant \frac{1}{N}\ (T - \tau)$, якщо в Р. і. застосовується амплітудно-імпульсна модуляція (АІМ), або $\tau_{\text{макс}} \leqslant \Delta T \leqslant \frac{1}{N}\ (T - \tau_{\text{макс}})$, якщо в Р. і. застосовується ШІМ. Тут N — кількість каналів регулювання, τ — тривалість керуючих імпульсів, модульованих за амплітудою, а $\tau_{\text{макс}}$ — макс. тривалість імпульсів, модульованих за шириною. Такий спосіб регулювання здешевлює систему автомат. керування за рахунок економії регулюючої апаратури.

Осн. перевагою Р. і. з частотно- і широтно-імпульсною модуляцією (ЧІМ та ШІМ) є поєднання високої якості регулювання з конструктивною простотою й надійністю, характерними для релейних систем. Висока якість регулювання забезпечується тут лінеаризуючою дією ЧІМ або ШІМ, завдяки якій динамічні характеристики Р. і. наближаються до характеристик лінійних регуляторів. Разом з тим релейний характер вихідного (керуючого) сигналу дає змогу застосовувати прості й надійні виконавчі механізми з релейним керуванням: асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором, електрогідравлічні або електропневматичні приводи, соленоїдні клапани, крокові двигуни тощо. Для прикладу на мал. 2 зображено блок-схему найпростішого частотно-імпульсного регулятора. Сигнал помилки $e\ (t)$, підсилений підсилювачем напруги ПН, надходить на інтегрувальний RC-фільтр. Сигнал після фільтра, підсилений підсилювачем потужності ПП, подається на реле РК, яке керує роботою виконавчого механізму ВМ і реле часу РЧ. Реле РЧ, спрацьовуючи з невеликою часовою затримкою τ, розряджає конденсатор C. Це приводить до повернення реле РК й зупинки ВМ. В результаті на виході РК з'являються прямокутні імпульси зі сталою тривалістю τ і з частотою, приблизно пропорційною сигналові помилки $e\ (t)$. За динамічними властивостями такий Р. і. близький до найпростішого лінійного астатичного регулятора (І-регулятора), а за конструктивною простотою й надійністю — до 3-позиційного релейного регулятора. Імпульсний спосіб передавання інформації має підвищену завадозахищеність. Тому Р. і. застосовують у системах автомат. керування, в яких є проводові або радіотехнічні канали зв'язку. Прикладами таких систем є радіолокаційні станції супроводження, системи телекерування промисловими об'єктами і т. ін. В електроенергетиці дуже поширені широтно- й частотно-імпульсні регулятори напруги, частоти й актив-



1. Багатоканальна імпульсна система автоматичного регулювання: *а* — структурна схема; *б* — діаграма роботи імпульсних елементів, x_i — регульовані величини, f_i — задавальні сигнали, e_i — сигнали помилок, u_i — керуючі діяння ($i = 1, 2, ..., N$).
2. Блок-схема частотно-імпульсного регулятора.

ної потужності. В СРСР серійно випускається великий асортимент пристроїв для одно- й багатоканального імпульсного та цифрового регулювання, напр., серія Р. і. типу РП1, електронна система багатоканального імпульсного регулювання типу МИР-63, пневматичні обігові пристрої типів УМО-8 та УМО-16, що призначені для 8- і 16-канального імпульсного регулювання й випускаються в складі системи «СТАРТ», машини для централізованого контролю й багатоканального цифрового регулювання типів «ЭЛРУ», «Зенит», «Цикл-2», «АМУР», «МАРС-200Р» та ін.

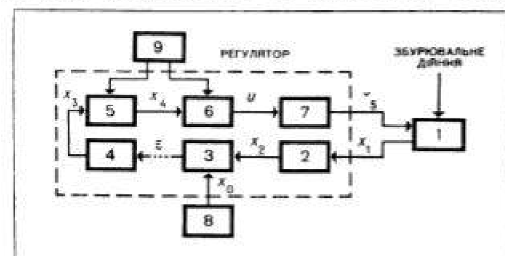
Р. і. разом зі спец. логіко-обчисл. пристроями дають змогу створювати *системи екстремального регулювання*, призначені для автомат. підтримування макс. (мінім.) значення регульованої величини. Прикладами екстремальних Р. і. є частотно-імпульсний екстремальний регулятор «ЭРА-1» та екстремальні пневматичні Р. і. серії АРС (система «СТАРТ»).

Літ.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Бояр-

ченков М. А. [та ін.]. Импульсные регуляторы на бесконтактных магнитных элементах. М.—Л., 1966 [бібліогр. с. 119]; Кошарский Б. Д. [та ін.]. Автоматические приборы, регуляторы и управляющие машины. Справочное пособие. Л., 1968; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [бібліогр. с. 330—336].

Ю. М. Чеховий.

РЕГУЛЯТОРИ НЕПЕРЕРВНОЇ ДІЇ — регулятори, в яких представлення вхідних і вихідних величин, а також виконування всіх обчислювальних операцій здійснюється в неперервній формі. В заг. випадку Р. н. д. складається з таких функціональних елементів (див. мал.): вимірювач регульованої величини 2 — вимірює фактичне значення регульованої величини x_1, до його складу звичайно входять чутливі елементи, які реагують на x_1, і давачі, які перетворюють x_1 на інші фіз. величини x_2, взяті як носії інформації в наступних блоках; порівнювальний пристрій 3 — визначає помилку розузгодження $\varepsilon = x_0 - x_2$, його будують на підсумовувальних елементах; обчислювальний пристрій 4 — формує керуючий сигнал відповідно до прийнятого *регулювання закону* $x_3 = S(\varepsilon)$, де S — оператор (в Р. н. д. для цього використовують різні функціональні перетворювачі, інтегрувальні, диференціювальні й підсумовувальні підсилювачі; у складних системах можна застосовувати АОМ); підсилювально-перетворювальний пристрій 5 — підсилює керуючий сигнал x_3 до потрібної потужності і, коли необхідно, перетворює його на іншу фіз. природу для узгодження з виконавчим пристроєм (вибір типу і схеми підсилювача визначається типом керуючого сигналу, а також типом і потужністю *виконавчого механізму*); виконавчий механізм 6 — перетворює сигнал на виході підсилювально-перетворювального пристрою x_4 на мех. переміщення u керуючого органа або самого керуючого об'єкта (при цьому використовується або енергія самого керуючого сигналу, або енергія додаткового джерела 9); регулюючий орган 7 — елемент конструкції чи регулятора або самого об'єкта регулювання 1, відхилення якого



Функціональна блок-схема регулятора неперервної дії.

x_5 безпосередньо впливає на об'єкт регулювання й приводить до зміни регульованої величини x_1 (напр., заслінка, яка перекриває подавання рідини); 8 — програмний пристрій.

Не обов'язково, щоб у конкретних Р. н. д. були всі вказані елементи. Так напр., у регуляторах прямої дії вимірювальний пристрій безпосередньо впливає на регулюючий орган. Разом з тим Р. н. д. бувають настільки складними, що окремі їхні елементи можуть мати в собі самостійні системи регулювання. Конструктивно Р. н. д. можна інколи виконувати у вигляді окремого блока, проте здебільшого складові елементи Р. н. д. розміщують у різних місцях регульованого об'єкта.

В заг. випадку *модель математична* Р. н. д. становить собою систему дифер. та алгебр. рівнянь, які зв'язують вхідні й вихідні величини, параметри регулятора, а також збурення, які діють на різні елементи регулятора. В цю модель складовою частиною входить і оператор формування керуючого сигналу $S(\varepsilon)$ (закон регулювання).

Синтезують Р. н. д., враховуючи рівняння об'єкта регулювання, тобто на основі повної матем. моделі системи автомат. регулювання. Щоб змінити статичні й динамічні характеристики Р. н. д. для кращого узгодження його з об'єктом, в Р. н. д. передбачають різні види настроювань: настроювання чутливості у вимірювальних пристроях, настроювання коефіцієнта підсилення та ін. Ці настроювання можна здійснювати і вручну, й автоматично — залежно від вхідного діяння. Див. також *Агрегатна уніфікована система*, *Регулятор екстремальний*.

Літ.: Основы автоматического регулирования. М., 1954 [бібліогр. с. 1088—1108]; Миронов К. А., Шипетин Л. И. Автоматические регуляторы. Справочные материалы. М., 1961 [бібліогр. с. 537]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [бібліогр. с. 756—760].

В. Г. Гришутін, О. М. Плашенко.

РЕГУЛЯТОРИ ЦИФРОВІ — регулятори, в яких інформація про керуючий сигнал хоч в одному з блоків виражається в числовому коді і для обробки її використовують засоби цифрової обчислювальної техніки. Поява Р. ц. пов'язана з розвитком цифрових обчисл. пристроїв і застосуванням їх у *системах автоматичного керування* (САК) для різних цілей: розв'язування задачі регулювання при заданій програмі зміни регульованої величини, синтезу за певним *алгоритмом* самої програми зміни регульованої величини, реалізації різних алгоритмів самонастроювання тощо. Залежно від призначення САК і складності розв'язуваних нею задач цифрову техніку в САК можна представити у вигляді окремих обчисл. пристроїв, призначених для реалізації найпростіших алгоритмів, і у вигляді універсальних або спеціалізованих ЦОМ, що реалізують складні алгоритми. З різноманітних цифрових пристроїв, які бувають у САК, до Р. ц. відносять лише ті блоки та пристрої (цифрові й аналогові), що призначені для розв'язування задачі регулювання.

Дискретний аналог пропорційно-інтегр.-дифер. *регулювання закону*, який реалізує Р. ц., має вигляд

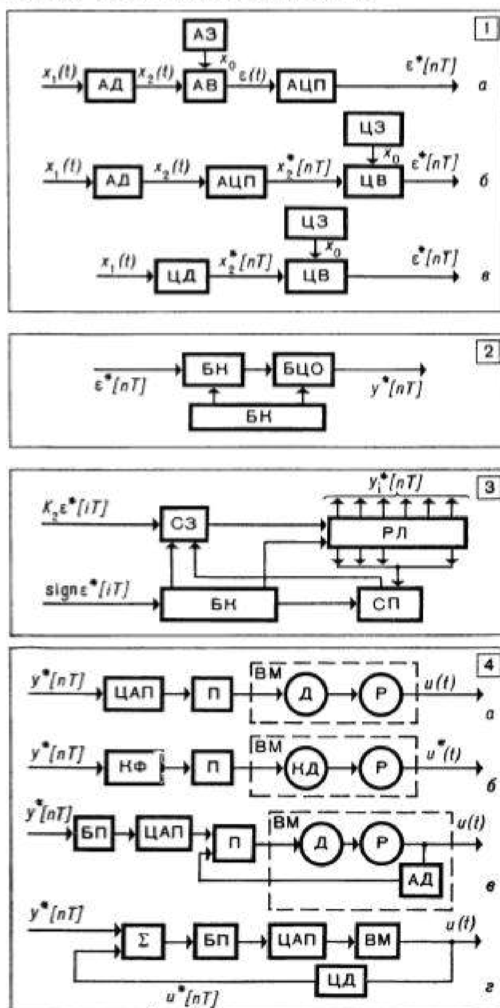
$$u(t) = K_1 \varepsilon[nT] + K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon[iT] + K_3 \{\varepsilon[nT] - \varepsilon[(n-1)T]\},$$

де $u(t)$ — вихідна величина регулятора (*керуюче діяння* на об'єкт); $\varepsilon[nT]$ — відхил дійсного значення регульованої величини від заданого в моменти часу T, $2T$, ..., nT; K_1, K_2, K_3 — коефіцієнти.

У заг. випадку Р. ц. складається з вхідних пристроїв, обчислювача та вихідних пристроїв. Структура всіх цих пристроїв і структурна схема Р. ц. в цілому залежать від закону регулювання та способу його реалізації, від форми вхідного та вихідного сигналів і від інших факторів.

В х і д н і п р и с т р о ї Р. ц. являють собою сукупність блоків, призначених одержувати електр. сигнали, відповідні виміряному та заданому значенням регульованої величини, порівнювати ці величини й одержувати в цифровій формі сигнал ε. У вхідному пристрої ці функції реалізуються такими блоками: давачем регульованої величини (що перетворює неелектричну величину на електр.), задавальним блоком (що формує сигнал, відповідний заданому значенню регульованої величини), блоком відхилення (вихідний сигнал якого пропорційний відхиленню ε). Вихідні сигнали давача й блока задавання можуть бути представлені в аналоговій або цифровій формі. В зв'язку з цим можна вказати три осн. типи структурних схем вхідного пристрою Р. ц. (мал. 1). Вхідний пристрій 1-го типу (мал. 1, *а*) застосовують переважно в одноканальних Р. ц. при використанні аналогових давачів АД з вихідним сигналом у вигляді струму й напруги (АЗ — аналоговий блок задавання). У зв'язку з тим, що точність АД не перевищує 0,5%, до аналого-цифрового перетворювача АЦП, ввімкненого на виході аналогового блока відхилення АВ, вимоги щодо точності є невисокими: треба, щоб він відзначався стабільністю нуля й лінійністю статичної характеристики. Вхідний пристрій 2-го типу (мал. 1, *б*) вигідно застосовувати в багатоканальних Р. ц., де можна використати один АЦП з почерговим підмиканням до різних давачів. Вхідні пристрої 3-го типу (мал. 1, *в*) використовують, в основному, в одноканальних Р. ц. Тут цифрові давачі ЦД застосовують для вимірювання лише деяких фіз. величин, напр., лінійних та кутових переміщень (ЦЗ і ЦВ — відповідно цифрові блоки задавання й відхилення). Точність вимірювання регульованої величини такими давачами дуже висока. Аналогові блоки, використовувані у вхідних пристроях Р. ц., в принципі можуть бути тими самими, що і в регуляторах неперервної дії.

О б ч и с л ю в а л ь н і п р и с т р о ї Р. ц. являють собою сукупність різних обчисл. блоків, запам'ятовувальних елементів та логіч. пристроїв, які забезпечують обчислення керуючого діяння відповідно до прийнятого закону регулювання. Обчисл. пристрій (мал. 2) включає блок настроювання БН, блок цифрових операторів БЦО і блок керування БК. БН призначено для зберігання коефіцієнтів настроювання K_1 — K_3, а в деяких випадках здійснює й множення відхилів на ці коефіцієнти. БК забезпечує послідовність роботи всіх блоків Р. ц. відповідно до прийнятого алгоритму і являє собою сукупність логіч. пристроїв, які формують послідовність командних імпульсів, що надходять на інші блоки. БЦО виконує осн. операції по обчисленню окремих складових закону регулювання. Залежно від способу кодування вхідної величини (числоімпульсний *код*, частотно-імпульсний код) існують різні варіанти схем обчислення складових закону регулювання. Всі ці схеми складаються з типових елементів цифрової обчисл. техніки: реверсивних *лічильників*, схем порівняння, схем переповнення та ін.



1. Структурні схеми вхідних пристроїв цифрового регулятора ($x_1(t)$ — вимірювана вхідна величина; x_0 — задавальне діяння; індексом «*» позначено сигнали у цифровій формі).
2. Функціональна схема обчислювального пристрою.
3. Структурна схема обчислювання інтегральної складової.
4. Структурні схеми вихідних пристроїв цифрового регулятора.

Для прикладу на мал. 3 наведено структурну схему обчислення інтегральної складової закону регулювання

$$y_1^*[nT] = K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon^* [iT]$$

у випадку, коли відхилення представлено в число-імпульсному коді. Ця схема складається з реверсивного лічильника РЛ і ряду логіч. схем. На вхід лічильника надходять число-імпульсний код, який несе інформацію про величину $K_2\varepsilon^*[iT]$, і сигнал про знак відхилення. Сигнал $K_2\varepsilon^*[iT]$ додається до вмісту лічильника (або віднімається від нього залежно від знака відхилення). Таким чином, на лічильнику нагромаджується сума $K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon^* [iT]$, виражена в двійковому паралельному коді. Щоб уникнути переповнення лічильника і «перекидання» його в нульовий стан, впроваджують схему обмеження, яка в цьому разі складається зі схеми збігу СЗ і двох схем переповнення СП (одна працює при підсумовуванні, друга — при відніманні). В момент, коли в усіх розрядах лічильника одиниця, схема переповнення спрацьовує і замикає схему збігу. Очевидно, в разі переповнення інтегральна складова обчислюватиметься неточно.

Вихідні пристрої Р. ц. (мал. 4) являють собою сукупність блоків та пристроїв, за допомогою яких здійснюється вплив на регульований об'єкт відповідно до вихідного сигналу обчисл. пристрою. До вихідних пристроїв належать: цифро-аналогові перетворювачі ЦАП, блоки пам'яті БП, підсилювачі П, виконавчі механізми ВМ різних типів. Ці блоки можуть являти собою конструктивно незалежні пристрої або входити до складу інших пристроїв, які суміщують виконання кількох функцій. У вихідних пристроях, наведених на мал. 4, *а* і 4, *б*, застосовують інтегрувальні ВМ — електр. двигуни постійного (або змінного) струму Д або крокові двигуни КД (скрізь Р — редуктор). У схемі на мал. 4, *а* ЦАП у моменти $t = T, 2T, \ldots, nT$ перетворює керуючий сигнал $y^*[iT]$ на пропорційне значення тривалості імпульсу τ_i. Протягом інтервалів часу τ_i двигун підмикається до зовн. джерела енергії. При використанні крокового двигуна доцільно, щоб цифрова частина регулятора видавала сигнал $y^*[nT]$ у число-імпульсному коді. В цьому разі система керування кроковим двигуном складається з комутатора фаз КФ і підсилювача П. На мал. 4, *в*, *г* наведено структурні схеми вихідних пристроїв пропорційного типу, в яких вихідна координата $u(t)$ пропорційна величині сигналу $y^*[nT]$. Пропорційність забезпечується впровадженням *зворотного зв'язку* за положенням вихідної координати виконавчого органу. У випадку, зображеному на мал. 4, *в*, зворотний зв'язок охоплює тільки аналогову частину. Сигнал з аналогового давача АД алгебрично підсумовується на вході підсилювача з сигналом ЦАП. Точність такої системи можна довести до 0,5—1% при використанні загальнопромислових ВМ. У системі, зображеній на мал. 4, *г*, для одержання сигналу зворотного зв'язку за положенням використовують цифровий давач або поєднання аналогового давача з аналогово-цифровим перетворювачем. Ці системи можуть відзначатися високою точністю й швидкодією.

Для того щоб представити сигнал у цифровому коді, в Р. ц. здійснюється *квантування* сигналу за рівнем і часом. Квантування за рівнем робить систему з Р. ц. нелінійною, а квантування за часом — імпульсною. Для аналізу й синтезу систем керування з Р. ц. застосовують методи теорії імпульсних та нелінійних систем.

Р. ц. широко застосовують у таких системах, де неможливо або недоцільно застосовувати регулятори інших типів, зокрема *регулятори неперервної дії*. До таких систем належать: системи керування процесами, інформацію про стан яких можна одержати в дискретні моменти часу, а також системи, в яких регулююче діяння здійснюється в дискретні моменти часу (напр., операції зважування, дозування, робота зі складними вимірювальними установками тощо); системи керування високої точності, в яких для вимірювання регульованої величини використовують високоточні цифрові й частотні давачі; системи керування процесами, спостереження за станом яких здійснюється шляхом централізованого контролю (вихідні сигнали систем централізованого контролю, а також сигнали з різних інформаційних машин звичайно видаються у цифровій формі в дискретні моменти часу); системи керування повільнозмінними процесами, для яких необхідно забезпечити велику сталу часу інтегрування й здійснити операцію диференціювання повільнозмінних величин.

Успіхи в створенні малогабаритних ЦОМ (міні-ЦОМ) дали змогу широко використати їх у системах автоматичного регулювання. В цих системах міні-ЦОМ виконують усі обчисл. та логіч. операції, пов'язані з синтезом програм і регулювання законів.

Літ.: Круг Е. К., Александриди Т. М., Дилигенский С. Н. Цифровые регуляторы. М.—Л., 1966 [бібліогр. с. 493—499]; Ту Ю. Т. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. Пер. с англ. М., 1964.

В. Г. Гришутін О. М. Плашенко.

РЕДАГУВА́ННЯ ДА́НИХ — зведення форми подання *даних* до виду, зручного для використання. Р. д. здійснюється здебільшого при видаванні їх до друку. Типовими діями Р. д. є усунення провідних (незначущих) нулів у числі, вставляння позначень грошових одиниць або спец. роздільників (напр., пробілів або розділових знаків), зміна *числа формату* і т. ін. Р. д. може здійснюватися за допомогою спец. *програм обслуговувальних*, а також використання спец. засобів, що є в багатьох *мовах програмування*. *М. Г. Зайцев.*

РЕЖИ́М ПЕРІОДИЗА́ЦІЇ — режим роботи електронних *аналогових обчислювальних машин*, що полягає в багатократному моделюван-

ні того самого процесу з невеликими змінами якихось його параметрів. Р. п. дає змогу одержати ціле сімейство розв'язків, оцінити вплив окремих параметрів і вибрати з цих розв'язків оптимальний. Сучасні АОМ мають спец. пристрої, що дають змогу автоматизувати роботу в Р. п. і одержувати від одного до тисячі повних розв'язків за 1 *сек.* Використання аналогових пристроїв дає змогу поєднувати розв'язування в Р. п. з застосуванням аналогових запам'ятовувальних пристроїв і гібридних аналого-цифрових пристроїв для автомат. змінювання програм (див. *Гібридна обчислювальна машина*). Це забезпечує можливість автоматично приймати логіч. рішення в процесі обчислень і використати ітераційні програми для реалізації складних методів оптимізації параметрів і виконання статистичних розрахунків.

Г. П. Галузинський

РЕЖИМ РОЗПОДІЛУ ЧАСУ — режим роботи обчислювальної машини (системи), коли багато споживачів одночасно працюють за своїми індивідуальними пультами (терміналами). Пульти можна встановлювати на певній відстані від машини в місцях, найзручніших для споживача. При цьому в кожного споживача створюється ілюзія одноособового контакту з машиною великої обчисл. потужності. *Операційна система* (див. *Обробка інформації в режимі розподілу часу*) планує виконування завдань споживачів і розподіляє наявні в системі ресурси для організації Р. р. ч. При цьому час центр. процесора звичайно ділиться між споживачами, які працюють, шляхом періодичного надання кожному з них невеликого відрізка часу. Кожному споживачеві виділяють і певний обсяг зовн. пам'яті, в якому організується його індивідуальна бібліотека програм та інформаційних масивів. В Р. р. ч. споживач може ввести нову задачу або новий інформаційний масив в індивідуальну бібліотеку; дати вказівку вилучити частину інформації з цієї бібліотеки; дати вказівку розв'язати одну з своїх задач; використати бібліотеку програм спільного користування, що є в системі; одержувати різні довідки про можливості системи і наявність тих чи інших програм у інших споживачів.

Літ.: Системы с разделением времени. Пер. с англ. М., 1969; Бертэн Ж., Риту М., Ружие Ж. Работа ЭВМ с разделением времени. Пер. с франц. М., 1972.

Д. О. Поспелов.

РЕКУРСИВНІ ФУНКЦІЇ — клас функцій, введений як уточнення класу обчисленних функцій. У математиці загальноприйнятою є теза, що клас функцій, для обчислення яких існують алгоритми, при найширшому розумінні поняття *алгоритму* збігається з класом Р. ф. (див. *Черча теза*). У зв'язку з цим Р. ф. відіграють важливу роль у математиці й застосуваннях її, насамперед, у *логіці математичній*, основах математики й *кібернетиці*, як ефективно обчисленні функції. Лише такі функції обчислюють на ЦОМ та інших цифрових обчисл. пристроях. Коли вводять клас ефективно обчисленних функцій, постає, природно, питання про уточнення класу конструктивних об'єктів, на яких ці функції визначено. Клас усіх таких об'єктів дуже обширний і малодоступний для огляду. Разом з тим метод арифметизації (див. *Арифметизація метаматематики*), запропонований австр. математиком К. Геделем (н. 1906), дозволяє всі такі об'єкти легко звести до натуральних чисел. Тому Р. ф. введено як функції, визначені на множині натуральних чисел, і як такі, що набувають значення із цієї самої множини. Перенесення понять і методів, розроблених в теорії Р. ф., на функції, визначені на складніших конструктивних множинах (множина слів певного алфавіту, формул певної теорії, *графів* тощо), не становить принципових труднощів.

Введемо поняття, необхідні для матем. визначення класу Р. ф. Скрізь у подальшому під функцією розумітимемо саме таку функцію, яку визначено на множині натуральних чисел і значеннями якої є натуральні числа. Нехай ф-ції $s(x)$, $O^n(x_1, \ldots, x_n)$ і $I^n_m(x_1, \ldots, x_n)$, $(n \geqslant m)$ набувають (за визначенням) таких значень: $s(x) = x + 1$; $O^n(x_1, \ldots, x_n) = 0$; $I^n_m(x_1, \ldots, x_n) = x_m$. Кажуть, що ф-ція $g(x_1, \ldots, x_m)$ виникає з ф-цій $f(x_1 \ldots, x_n)$, $f_1(x_1, \ldots, x_m), \ldots, f_n(x_1, \ldots, x_m)$ суперпозицією, якщо $g(x_1, \ldots, x_m) = f(f_1(x_1, \ldots, x_m), \ldots, f_n(x_1, \ldots, x_m))$. Функція $f(x_1, \ldots, x_{n+1})$ виникає з ф-цій $g(x_1, \ldots, x_n)$, $h(x_1, \ldots, x_{n+2})$ примітивною рекурсією, якщо для всіх натуральних значень $x_1, \ldots, x_n$, y маємо

$$f(x_1, \ldots, x_n, 0) = g(x_1, \ldots, x_n);$$
$$f(x_1, \ldots, x_n, y + 1) =$$
$$= h(x_1, \ldots, x_n, y, f(x_1, \ldots, x_n, y)).$$

Позначимо через $\mu y\,(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n)$ найменше значення α, для якого $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha) = x_n$. Вважатимемо, що $\mu y\,(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n)$ не визначено, якщо: 1) значення $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ визначено для всіх $y < \alpha$, але вони відрізняються від x_n, а значення $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ не визначено $(\alpha = 0, 1, 2, \ldots)$ або 2) значення $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ визначено для всіх $\alpha = 0, 1, 2, \ldots$ і що вони відрізняються від x_n. Отже, значення $\mu y\,(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n)$ є функцією $g(x_1, \ldots, x_n)$ від змінних $x_1, \ldots, x_n$. Кажуть, що цю ф-цію одержано з ф-ції $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y)$ за допомогою операції мінімізації. Ф-цію наз. примітивно рекурсивною, якщо її можна одержати з ф-цій $s(x)$, $O^n(x_1, \ldots, x_n)$ і $I^n_m(x_1, \ldots, x_n)$ скінченною кількістю операцій суперпозиції й примітивної рекурсії; частково рекурсивною — якщо її одержано з зазначених ф-цій за допомогою скінченної кількості операцій суперпозиції, примітивної рекурсії й мінімізації. Всюди визначену часткову Р. ф. наз. загальнорекурсивною.

Р. ф. як еквівалент поняття ефективно обчислених ф-цій з моменту введення їх інтенсивно досліджували. Передусім у класі всіх Р. ф. було виділено й вивчено підкласи простіших ф-цій — примітивно рекурсивні, елементарні за Л. Кальмаром та інші. Доведено, що клас загальнорекурсивних ф-цій ширший за клас примітивно рекурсивних: існують загальнорекурсивні ф-ції, які не є примітивно рекурсивними. Очевидно, що клас частково Р. ф. ширший за клас загальнорекурсивних ф-цій. Доведено також теорему про те, що будь-яку частково Р. ф. можна представити у вигляді $g(x_1, \ldots, x_s) = \varphi(\mu z (f(x_1, \ldots, x_s, z) = 0))$, де φ і f — примітивно Р. ф., тобто, щоб одержати будь-яку частково Р. ф., оператор μ можна застосувати не більше, як один раз.

Робили спроби класифікувати Р. ф. Класифікацію примітивно Р. ф. здійснив польський математик А. Гжегорчик (н. 1922), а класифікацію, основану на понятті *звідності* (в *алгоритмів теорії*), — амер. математик Е. Пост (1897—1954).

Досліджували також алгебри Р. ф.: на множині Р. ф. визначали ті чи інші операції, відносно яких множини ф-цій утворювали універсальні алгебри. За такі операції вибирали операції суперпозицій (*), додавання (+), а також операцію обернення f^{-1}, визначену схемою $f^{-1}(x) = \mu y (f(y) = x)$, й операцію ітерації i, визначену схемою $g(0) = 0$; $g(x + 1) = f(g(x))$. Нехай

$$s(x) = x + 1,$$

$$g(x) = \begin{cases} x - [\sqrt{x}]^2, \text{ якщо } x > [\sqrt{x}]^2 \\ 0 — \text{в противному азі,} \end{cases}$$

де $[\alpha]$ означає макс. ціле число, що не перебільшує α. Доведено, що всі одноаргументні примітивні Р. ф. і тільки їх можна одержати з ф-цій $s(x)$, $g(x)$ скінченною кількістю операцій додавання, суперпозиції й ітерації. Аналогічно кожну загальнорекурсивну ф-цію можна одержати з ф-цій $s(x)$, $g(x)$ скінченною кількістю операцій додавання, суперпозиції й обернення, причому останню виконують тільки тоді, коли результатом її є всюди визначена ф-ція. А якщо зняти це обмеження, то в такий спосіб можна одержати всі одноаргументні частково Р. ф.

Вивчено, гол. чин., три алгебри:

$$\mathfrak{A}_{\text{пр}} = \langle F_{\text{пр}}, +, *, i \rangle, \quad \mathfrak{A}_{\text{чр}} = \langle F_{\text{чр}}, +, *, ^{-1} \rangle,$$
$$\mathfrak{A}_{\text{зр}} = \langle F_{\text{зр}}, +, *, ^{-1} \rangle,$$

де $F_{\text{пр}}, F_{\text{чр}}, F_{\text{зр}}$ — множини всіх одноаргументних примітивно Р. ф., частково Р. ф. і загальнорекурсивних ф-цій. Вивчали найприродніші питання: наявність скінченних базисів, приклади підалгебр, описання макс. підалгебр, тобто таких підалгебр, які не містяться в жодній іншій власній підалгебрі самих алгебр, ізоморфізми й автоморфізми підалгебр, конгруенції на підалгебрах, питання скінченної визначеності алгебри та ін.

Разом з вивченням Р. ф. широко вивчають рекурсивні предикати й пов'язані з ними множини — підмножини множини натуральних чисел. Множину A наз. **рекурсивно перелічною**, якщо вона або пуста, або є множиною значень якоїсь Р. ф. Множину A наз. **рекурсивною**, якщо її характеристична ф-ція є рекурсивною.

Слушні є такі твердження: 1) в кожній нескінченній рекурсивно перелічній множині є рекурсивно перелічна підмножина з неперелічним доповненням; 2) ф-ція f є Р. ф. тоді й тільки тоді, коли графік її, тобто множина пар виду $\langle x, f(x) \rangle$, є рекурсивно перелічною; 3) множина A рекурсивна тоді й тільки тоді, коли вона й доповнення її рекурсивно перелічні; 4) якщо A й B — рекурсивно перелічні множини, то $A \cap B$ і $A \cup B$ також рекурсивно перелічні; 5) для кожної нескінченної рекурсивно перелічної множини A існує Р. ф., визначена на якійсь підмножині цієї множини, й не продовжувана до Р. ф., визначеної на всій A. Результати, сформульовані в пп. 1 й 5, лежать в основі доведень нерозв'язності багатьох масових матем. проблем. Метод арифметизації мови, тобто представлення формул мови числення предикатів в арифметиці натуральних чисел, дав змогу так визначити розв'язність формальної теорії: теорія T є розв'язною, якщо множина номерів її теорем є рекурсивною (див. *Елементарні теорії*, *Нерозв'язні алгоритмічні проблеми*).

Виходячи з рекурсивних множин і предикатів, амер. математик С. Кліні (н. 1904) і польський математик А. Мостовський (н. 1913) побудували незалежно один від одного ієрархію множин і предикатів, у якій до найнижчого класу належать рекурсивні множини й загальнорекурсивні предикати, а вищі класи класифіковано за видом кванторної приставки їхніх описів (див. *Арифметична й аналітична ієрархії*).

Функцію $U^{n+1}(i, x_1, \ldots, x_n)$ наз. універсальною для класу n-аргументних ф-цій F, якщо за будь-якого $j = 0, 1, 2, \ldots, U(j, x_1, \ldots, x_n) \in F$ й будь-якої ф-ції $f(x_1, \ldots, x_n) \in F$ знайдеться i таке, що $f(x_1, \ldots, x_n) = U(i, x_1, \ldots, x_n)$. Одним з найважливіших положень у теорії Р. ф. є теорема про існування для будь-якої n частково Р. ф. універсальної для класу всіх частково Р. ф. Нехай $U(i, x)$ — двохаргументна частково Р. ф., універсальна для класу всіх одноаргументних частково Р. ф. Нехай $f(x) = U(i, x)$. Число i назвемо номером ф-ції $f(x)$ відносно універсальної ф-ції $U(i, x)$. Очевидно, що одна й та сама ф-ція може мати багато номерів. Існує така двохаргументна універсальна частково Р. ф. $K(i, x)$, т. з. клінівська універсальна ф-ція, що справджуються такі теореми: 1) **теорема про нерухому точку**: якою б не була частково Р. ф. $r(x)$, існує таке число z, що z і $r(z)$ — номери однієї й тієї самої функції. Існує Р. ф., яка за номером ф-ції $r(x)$ дає відповідне z; 2) якщо σ —

непусте сімейство одноаргументних частково Р. ф., відмінне від сукупності всіх таких ф-цій, то множина всіх номерів ф-цій, які належать σ, не може бути рекурсивною.

Тут розглянуто лише одну нумерацію Р. ф., здійснювану за допомогою клінівської універсальної ф-ції. Вивчення різних властивостей різних нумерацій є предметом *нумерацій теорії*. Теорія Р. ф. є широко розробленою матем. дисципліною, яка становить ядро теорії алгоритмів. Широко вивчають зв'язки теорії Р. ф. з *програмуванням ЦОМ* і *автоматів теорією*.

Літ.: Успенский В. А. Лекции о вычислимых функциях. М., 1960 [бібліогр. с. 476—481]; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [бібліогр. с. 375—381]; Захаров Д. А. Рекурсивные функции. Новосибирск, 1970 [бібліогр. с. 201—204]; Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. Пер. с англ. М., 1972 [бібліогр с. 587—599]; Эббинхауз Г. Д. [та ін.]. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. Пер. с нем. М., 1972. *М. І. Кратко.*

РЕЛЕВА́НТНІСТЬ ДОКУМЕ́НТА (англ. relevance, relevancy — доречність) — семантична відповідність двох текстів, зокрема, відношення між текстами інформаційного запиту й документа, що «відповідає» на цей запит. Р. д. є найважливішим поняттям теорії *пошуку інформації автоматичного*, бо метою останнього є алгоритм. виявлення в масиві документів саме тих, які релевантні даному запитові. Слід відрізняти поняття Р. д. від поняття пертинентності (англ. pertinence, pertinency — доречність, зв'язок, відношення), яке означає відповідність документа інформаційній потребі, що її не може бути точно виражено в тексті інформаційного запиту. Автомат. визначення відношення Р. д. й запиту в *інформаційно-пошуковій системі* (ІПС) досягається шляхом алгоритм. порівнювання пари: *пошуковий образ документа — пошуковий припис.* У цьому алгоритмі пошуку реалізується застосовуваний в ІПС *критерій семантичної відповідності.* Оцінки ефективності роботи ІПС грунтуються на порівнюванні результатів такого алгоритм. пошуку з результатами визначення Р. д.; це здійснюють спеціалісти, переглядаючи підряд усі документи масиву. *Н. О. Стоколова.*

РЕЛЕ́ЙНА КОРЕЛЯЦІ́ЙНА ФУ́НКЦІЯ — функція, що характеризує міру зв'язку між значеннями випадкового процесу $x(t)$ в момент часу t_1 і знаком цього випадкового процесу $\operatorname{sgn}[x(t)]$ в момент часу t_2. У цьому разі її наз. релейною *автокореляційною функцією.* Функцію, що характеризує міру зв'язку між значеннями *випадкового процесу* $x(t)$ в момент часу t_1 і знаком іншого випадкового процесу $\operatorname{sgn}[y(t)]$ в момент часу t_2, наз. релейною *взаємною кореляційною функцією* процесів $x(t)$ і $y(t)$. Ці Р. к. ф. описують відповідно виразами:

$$R^*_{xx}(t_1, t_2) = M\{[x(t_1) - m_x(t_1)] \operatorname{sgn}[x(t_2) - m_x(t_2)]\};$$

$$R^*_{xy}(t_1, t_2) = M\{[x(t_1) - m_x(t_1)] \operatorname{sgn}[y(t_2) - m_y(t_2)]\},$$

де M — символ операції *математичного сподівання*, $m_x(t)$ і $m_y(t)$ — матем. сподівання процесів $x(t)$ та $y(t)$. Релейні автокореляційна та взаємна кореляційна ф-ції ергодичних стаціонарних і стаціонарно пов'язаних процесів (див. *Ергодична теорія*) є функціями різниці аргументів $\tau = t_2 - t_1$. Їх можна обчислити шляхом усереднення за часом однієї реалізації, тобто відповідно:

$$R^*_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{\circ}{x}(t) \operatorname{sgn}[\overset{\circ}{x}(t+\tau)]\, dt$$

і

$$R^*_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{\circ}{x}(t) \operatorname{sgn}[y(t+\tau)]\, dt,$$

де $\overset{\circ}{x}(t) = x(t) - m_x(t)$, $\overset{\circ}{y}(t) = y(t) - m_y(t)$ — центровані значення розглядуваних випадкових процесів. Для випадкових процесів $x(t)$ та $y(t)$ з нормальним спільним розподілом залежність між релейними і звичайними взаємними кореляційними ф-ціями передається так:

$$R^*_{xy}(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \rho_{xy}(\tau)\, \sigma_x,$$

де $\rho_{xy}(\tau)$ — звичайна нормована взаємна кореляційна ф-ція процесів $x(t)$ та $y(t)$, σ_x — середній квадратичний відхил процесу $x(t)$.

Р. к. ф. використовують у радіотехніці, зв'язку і в практиці автомат. керування. Їх обчислюють за допомогою значно простіших апаратурних методів, ніж звичайні *кореляційні функції.*

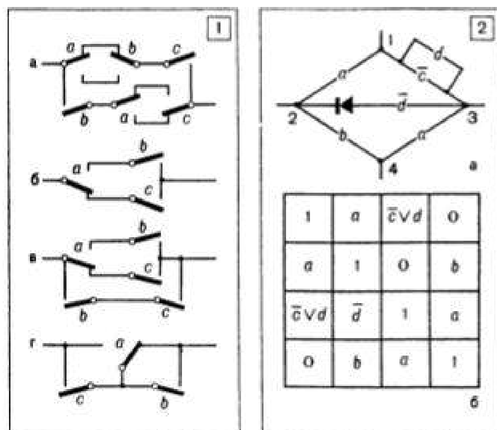
Літ.: Івахненко О. Г. Кореляційні методи в кібернетичних системах автоматичного управління. «Автоматика», 1960, № 2; Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [бібліогр. с. 412—416]; Козубовський С. Ф. Загальна теорія квантування за рівнем та її застосування до визначення кореляції. «Автоматика», 1963, № 1.
С. Ф. Козубовський.

РЕЛЕ́ЙНО-КОНТА́КТНИХ СХЕМ ТЕО́РІЯ — розділ *структурної теорії автоматів*, у якому вивчаються структурні властивості, а також питання аналізу, синтезу й перетворення електричних схем (кіл), побудованих з контактів реле або інших перемикачів, що можуть перебувати лише в одному з двох станів: розімкненому чи замкненому. Р.-к. с. т. розвивається з 30-х рр. (СРСР, Японія та США). У ранніх працях показано однозначну відповідність між функціями *алгебри логіки* (див. також *Перемикальні функції*) і паралельно-послідовними (класу П) *схемами контактними*. В заг. вигляді проблеми Р.-к. с. т. сформульовано 1945—50 у працях рад. вченого М. О. Гаврилова (н. 1903). У цих працях розглядалися вже схеми з містковими з'єднаннями (класу Н) та реагуючими органами реле—обмотками. В подальшому методи Р.-к. с. т. було поширено й на безконтактні (електронні та інші) схеми релейної дії.

Нехай змінній x_i відповідає замикальний, а її інверсії (запереченню) $\overline{x_i}$ — розмикальний

контакт реле X_i; операторам диз'юнкції та кон'юнкції — відповідно паралельне і послідовне з'єднання контактних кіл. У цьому випадку істинність або хибність функції відповідають замкненому або розімкненому станам кола при заданих станах реле схеми (якщо реле X_i не працює, то $x_i = 0$ і $\bar{x}_i = 1$; а якщо працює, то $x_i = 1$ і $\bar{x}_i = 0$).

Кожній формулі алгебри логіки $z = f(x_1, \dots, x_n)$, записаній з використанням операторів кон'юнкції, диз'юнкції і заперечення та дужок, однозначно відповідає певне контактне коло. Формулу алгебри логіки, зіставлену в такий спосіб з релейно-контактним колом, наз. структурною формулою цього кола. Перетворюючи структурні формули за законами алгебри логіки, одержуємо нові схеми, неоднакові за структурою (типом і кількістю контактів та з'єднань їх), але рівносильні за дією (за структурною провідністю — станами кола при кожному наборі станів реле). Напр., на мал. 1 подано чотири варіанти тієї самої схеми. Кількість букв у формулі дорівнює кількості контактів у схемі. Інверсування структурної формули приводить до схеми, протилежної за дією (замкненої в станах, коли вихідне коло розімкнене, і навпаки).



1. Релейно-контактні схеми, які реалізують функції: $f = \{3, 4, 6, 7\}$: а) $f = (a\bar{b} \vee ab)c \vee b(a\bar{c} \vee a\bar{c})$; б) $f = ab \vee \bar{a}c$; в) $f = ab \vee \bar{a}c \vee bc$; г) $f = (a \vee c)(\bar{a} \vee b)$.
2.Міскова контактна схема з вентилем (а) і структурна матриця цієї схеми (б).

Структура місткової контактної схеми (класу Н), як і структура багатополюсної схеми, описується квадратною структурною матрицею (матрицею безпосередніх провідностей) $M = \| \varphi_{ij} \|$, в якій рядки й стовпчики відповідають полюсам схеми і тим її вузлам, що до них підімкнено місткові елементи. Входженнями φ_{ij} є структурні формули кіл між вузлами i та j, що не проходять через інші пронумеровані вузли. При цьому $\varphi_{ii} = 1$, а якщо між вузлами немає безпосереднього кола, то $\varphi_{ij} = \varphi_{ji} = 0$. Якщо схема складається тільки з контактів, то $\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$, і матриця є симетричною відносно головної діагоналі. За наявності в колі між вузлами i та j вентилів $\varphi_{ij} \neq \varphi_{ji}$, і матриця — несиметрична. На мал. 2, б зображено матрицю для схеми мал. 2, а. Якщо в структурній матриці викреслити стовпчик i та рядок j, то визначник $\| A_{ij} \|$ відповідатиме колові від вузла i до вузла j. При розвиненні структурного визначника всі члени треба взяти зі знаками $\vee$. В результаті цього одержують структурну формулу f_{ij} еквівалентного кола класу П між вузлами i та j. Якщо є вентилі, то $f_{ij} \neq f_{ji}$. Для схеми мал. 2, а, напр., одержимо: $f_{14} = a(b \vee \bar{c} \vee d) \vee \bar{c}\bar{d}b$; $f_{41} = a$. Найважливішими напрямами Р.-к. с. т. є синтез схем — побудова структур за заданими умовами роботи з врахуванням ряду вимог та обмежень на застосовуване реле, та аналіз — визначення умов роботи схеми за її структурою. Особливістю синтезу є те, що одна й та сама умова роботи реалізується теоретично нескінченним числом структур, які відрізняються одна від одної кількістю контактів, розподілом їх по реле та порядком з'єднань; при цьому в заг. випадку немає методу (крім перебирання) визначення мінімальності структури. Умови роботи контактного кола звичайно неоднозначні.

Умови роботи кола задають, як правило, переліком станів пристрою, в яких кожне коло повинне бути або замкненим (обов'язкові, або робочі, стани), або розімкненим (заборонені стани), або може бути замкненим (умовні стани). Ці умови записують або в табл. з 2^n рядками, в правій частині якої для кожного кола відводиться стовпчик, де проставляють потрібні значення (0, 1 чи ~ для умовних станів), або переліком номерів обов'язкових (η_j) та умовних (μ_j) станів для кожного кола: $f_i = \{\eta_1, \dots, \eta_r, (\mu_1, \dots, \mu_s)\}$. За s умовних станів можуть бути 2^s різні реалізації, які відрізняються одна від одної довизначеннями. Треба, щоб шукана функція f_i задовольняла нерівність: $\{\eta_1, \dots, \eta_r\} \leqslant f_i \leqslant \{\eta_1, \dots, \eta_r, \mu_1, \dots, \mu_s\}$. Щоб перетворити функції з умовними членами, застосовують апарат перетворення рівнозначностей. Рівнозначність, записана символом $f = \frac{u}{w}$, означає, що за даних умов функції (кола) u та w рівноцінні, і можна взяти будь-який розв'язок, що задовольняє нерівність: $uw \leqslant f \leqslant u \vee w$. Зокрема, можна взяти: u, w; uw; $u \vee w$.

Існуючі методи мінімізації логіч. функцій дають змогу знайти функцію з мінім. кількістю букв у нормальній диз'юнктивній чи дужковій формі, що відповідає структурі з мінім. кількістю контактів у класі П для кожного кола. Але це не гарантує мінімальності структури в класі Н, а тим більше мінімальність окремих кіл не гарантує мінімальності схеми в цілому. Для побудови схем класу Н і багатополюсних схем за структурними ф-лами можна використати метод багатополюсного паралельного чи

послідовного з'єднання, що його розробив М. О. Гаврилов, або матричні методи рад. математиків А. Г. Лунца (н. 1916), М. Л. Цетліна (1924—66) та ін. Але при цьому немає критерію мінімальності схеми. Більш регулярним методом побудови багатополюсних схем класу Н є графічний метод, який грунтується на послідовному введенні в схему перемикальних контактів реле з найбільшим номером, який відповідає перетворенню наборів номерів і з'єднанню кіл з несуперечливими (збіжними) наборами. Структура схеми при цьому залежить від порядку нумерації реле. Перебравши $n!$ варіантів, можна вибрати схему з мінім. кількістю контактів в одержаному класі (з регулярним розміщенням контактів реле). В ряді випадків зменшення кількості контактів у схемі класу Н можна досягти, застосувавши вентилі. За всіма цими методами можна визначити місця вмикання вентилів для зменшення кількості контактів. Гранично застосування вентилів дає змогу звести кількість контактних пружин на кожному реле до трьох (тієї самої перемикальної контактної групи), але при цьому можуть змінитися часові і енерг. показники схеми. Структуру обирають техніко-економ. порівнюванням. Дальшим розвитком Р.-к. с. т. стало створення методів синтезу схем, які містять, крім контактів, ще й обмотки реле, резистори й конденсатори, а це в деяких випадках дає змогу зменшити кількість контактів у схемі. Аналогічно цьому, використавши багатообмоткові реле, іноді можна різко зменшити кількість контактів у колах, які впливають на ці реле. Застосування параметричних залежностей (напр., зміни сили струму в колах) також зумовлює зменшення кількості контактів та зв'язків між окремими частинами схеми. При цьому використовують апарат *логіки багатозначної*. Для мішаних схем, які містять контакти й обмотки, є ряд рівносильних перетворень, аналогічних перетворенням алгебри логіки. При цьому, на відміну від контактних схем, інверсування приводить до схеми, рівносильної за дією. Структурний аналіз схеми полягає у визначенні умов роботи схеми за її структурою, а іноді й у з'ясуванні можливості спростити схему. Для аналізу схеми класу П складають її структурну ф-лу, яку потім перетворюють у диз'юнктивну (ДНФ) або кон'юнктивну (КНФ) нормальну форму. Кожний доданок ДНФ показує, при яких станах реле (якщо символ з інверсією — при відпущеному стані, без інверсії — в робочому) коло буде замкненим, а кожний співмножник КНФ показує, при яких станах воно буде розімкненим. Якщо структурну ф-лу можна спростити, це свідчить про наявність зайвих контактів. Для аналізу схеми класу Н знаходять структурну ф-лу еквівалентної схеми з класу П за структурною матрицею або послідовно розкладаючи схему за початковими чи кінцевими елементами на ряд кіл класу П.

У мішаній схемі, що містить обмотку A реле, умови f_A роботи цього реле можна знайти за структурними ф-лами схеми $F_{(A=1)}$ із замкненими та $F_{(A=0)}$ розімкненими полюсами, до яких підімкнено обмотку A, з виразу: $f_A = F_{(A=1)} \cdot \overline{F}_{(A=0)}$. Аналізуючи схеми з багатообмотковими реле чи з параметричними залежностями, треба враховувати взаємодії між окремими обмотками і між обмотками та іншими елементами схеми.

Окремий розділ Р.-к. с. т. присвячено вивченню поведінки схем у перехідні періоди (при спрацьовуванні чи відпусканні реле). В ці періоди окремі контакти реле можуть змінювати свої стани не одночасно (т. з. змагання контактів). Внаслідок цього може на короткий час порушитися стан кола, що може призвести до порушення правильної роботи пристрою. Так, схеми, описувані рівносильними структурними ф-лами: $f = ab \vee \bar{a}c = ab \vee \bar{a}c \vee bc = (a \vee c)(\bar{a} \vee b) = (a \vee c)(\bar{a} \vee b) \times (b \vee c)$, у статичних станах працюють однаково. А в періоди зміни стану реле A в першій з цих схем може статися обрив (якщо реле B та C працюють), а в третій — замикання (якщо B та C не працюють) кола. Щоб описати поведінку схеми в перехідний період, можна використати тризначну логіку, в якій значення $x = \bar{x} = 1/2$ приписується контактам реле X, що змінює свій стан. Це значення інтерпретують як невизначеність. Змагання контактів усувають або за допомогою контактів з фіксованою послідовністю роботи (напр., перехідний контакт реле A в схемі мал. 1, б), або вводячи спец. перекривні кола (перехід до другої або четвертої схем наведеного прикладу; пор. схеми мал. 1, б та 1, в). Аналогічні проблеми виникають і під час змагань реле. В цьому разі змагання можна усунути й дібравши часові характеристики реле чи змінивши послідовність їхньої роботи.

Літ.: Гаврилов М. А. Теория релейно-контактных схем. М.— Л., 1950 [бібліогр. с. 298—299]; Рогинский В. Н. Построение релейных схем управления. М.— Л., 1964 [бібліогр. с. 413—421]; Ершова Э. Б., Рогинский В. Н., Суторихин Н. Б. Основы релейной автоматики. М., 1969 [бібліогр. с. 175—176]; Маркович А. Я., Пискер М. Н. Построение и расчет релейно-контактных схем в аппаратуре автоматической коммутации. М., 1971 [бібліогр. с. 211—213]; Колдуэлл С. Логический синтез релейных устройств. Пер. с англ. М., 1962; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с 783—820]. *В. М. Рогинський.*

РЕФА́Л — *мова програмування*, орієнтована на описування задач перетворення символьної інформації. Запис алгоритму на Р. являє собою композицію якоїсь кількості *рекурсивних функцій* на множині рядків символів. Звичайне позначення φ (*S*), де *S* — рядок, а φ — символ ф-ції, замінюють на ***K***φ*S*⊥. Тут ***K*** — знак «конкретизації», який застосовують, щоб явно вказати на необхідність обчислити значення ф-ції, а знак ⊥ є дужкою, що закриває ***K***. Описування ф-ції розпадається на кілька речень (правил конкретизації), що належать до випадків, коли аргумент має той чи ін. окремий вигляд. Щоб обчислити значення ф-ції, розглядають послідовно речення й застосовують перше з них, яке підходить. Напр., ф-цію φ, яка в заданому рядку замінює всі послідовності

з кількох зірочок, що йдуть підряд, на одну зірочку, описують двома реченнями:

$$\S\ 1K\varphi E1 * * E2 \sim E1 \quad K\varphi * E2\perp.$$

$$\S\ 2K\varphi E1 \sim E1.$$

Знак замінювання $\sim$ відокремлює ліву частину речення від правої; $E1$ і $E2$ — вільні змінні, що можуть набувати довільного значення. Використання Р. для машинного виконання аналітичних перетворень у прикладній математиці й теор. фізиці дає практично важливі результати; Р. успішно застосовують і в сфері *автоматизації програмування* та машинного доведення теорем.

Літ.: Турчин В. Ф. Метаалгоритмический язык. «Кибернетика», 1968, № 4; Турчин В. Ф., Сердобольский В. И. Язык РЕФАЛ и его использование для преобразования алгебраических выражений. «Кибернетика», 1969, № 3.

В. Ф. Турчин.

РЕФЕРА́Т — вторинний документ, що відображає основний зміст первинного документа (вихідної публікації). У Р. викладають цілі, методи, основні теоретичні передумови і результати роботи, наводять цифрові дані, формули, таблиці, графіки. У реферативних журналах на другорядні праці замість Р. вміщують анотації або бібліографічні довідки, що мають усі вихідні дані публікації та індекс універсальної десяткової класифікації (УДК). Р. застосовують в *інформатиці*. Існують методи автомат. складання Р. (див. *Реферування автоматичне*).

РЕФЕРУВА́ННЯ АВТОМАТИ́ЧНЕ — складання реферату за допомогою електронної цифрової обчислювальної машини. Методи Р. а. розрізняють за характером перетворення тексту первинного документа. Перетворення може включати вибір і комбінування готових фрагментів тексту, попередній синтаксичний аналіз тексту або переклад його формалізованою мовою. В першому випадку фрагменти, що становлять *реферат*, вибираються на основі статистичних характеристик ключових слів, що входять до цих фрагментів. У другому — інформативні фрагменти вибираються на основі аналізу їхніх граматичних зв'язків і повторюваності цих зв'язків у первинному документі. Перекладаючи текст формалізованою мовою, можна зробити й глибший аналіз змісту (напр., перевірити результати на новизну). Описані методи в деяких випадках дають не реферат, а лише анотацію первинного документа. Хоча більшість методів Р. а. не вийшла поки що із стадії експериментальних пошуків, Р. а. має перспективи. Є діючі системи Р. а., що грунтуються на статистичних методах вибору інформативних фрагментів. Див. також *Анотування автоматичне*.

Літ.: Пурто В. А. Об автоматическом реферировании на основе статистического анализа текста. М., 1961; Аграев В. А., Бородин В. В., Глебский Ю. В. О некоторых методах автоматического реферирования. «Ученые записки Горьковского университета», 1963, в. 66; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [бібліогр. с. 728—735]; Севбо И. П. Структура связного текста и автоматизация реферирования. М., 1969.

В. А. Москович.

РЕФЛЕКСИ́ВНЕ КЕРУВА́ННЯ — процес передавання одним із супротивників другому підстав для прийняття рішень. Загальні принципи Р. к. вперше розглянув В. А. Лефевр. Сукупність даних, на підставі яких супротивники приймають свої рішення, складається з плацдарму, на якому розгортається процес, мети супротивника та його доктрини, а також на підставі припущень про ранг рефлексії супротивника (див. *Ігри рефлексивні*). При Р. к. за допомогою плацдарму супротивникові передається та інформація про плацдарм, яка є вигідною для керуючої сторони (маскування на місцевості, створення псевдооб'єктів та ін.). При Р. к. за допомогою мети супротивникові нав'язують мету, яка вигідна для керуючої сторони (провокація, «дружня порада» тощо); при Р. к. за допомогою доктрини супротивникові нав'язують алгоритм дії, зручний для керуючої сторони (свідоме програвання шулером перших партій під час гри в карти, систематичні відволікаючі атаки на неосновній ділянці наступу та ін.). Можна розглядати й складніші типи Р. к. На основі принципів Р. к. можна побудувати спец. тех. пристрої, що використовують помилки супротивника при рефлексивному керуванні.

Літ.: Лефевр В. А. Конфликтующие структуры. М., 1967 [бібліогр. с. 84—85].

Д. О. Поспелов.

РИСК РОЗПІЗНАВА́ННЯ — *математичне сподівання* втрат від помилок розпізнавання. Р. р. визначають, припустивши, що результати розпізнавання можна оцінити кількісно, напр., поставити у відповідність кожній помилці або відхиленню від правильного результату певну втрату (штраф). Зокрема, якщо штраф дорівнює нулеві при правильній відповіді й одиниці при будь-якій неправильній, Р. р. зводиться до ймовірності помилок при розпізнаванні. У заг. вигляді Р. р. задають ф-лою:

$$r(\delta) = \int\limits_X \sum_{j=1}^{J} L(j, k = \delta(x))\, p(j)\, p(x/j)\, dx,$$

де X — простір розпізнаваних сигналів x, $j = 1, \ldots, J$ — номери справжніх класів сигналів; $k = 1, \ldots, K$ — номери відповідей *алгоритму розпізнавання* $\delta(\cdot)$; $L(j, k)$ — втрата при віднесенні сигналу класу j до класу k; $p(j)$ — апріорні ймовірності класів; $p(x/j)$ — апріорні щільності ймовірностей сигналів кожного класу. У *розпізнаванні образів* величина Р. р. є одним з осн. критеріїв порівнювання алгоритмів розпізнавання та вибору найкращого з них (див. *Статистичні методи розпізнавання*). Якщо ймовірнісні характеристики сигналів та класів невідомі, то можна використати т. з. емпіричний Р. р., який являє собою середні втрати при розпізнаванні *навчальної вибірки* сигналів x_t, класи j_t яких задано ($t = 1, \ldots, N$):

$$r_{\text{емп}}(\delta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} L(j_t, k_t = \delta(x_t)).$$

Окремим випадком емпіричного Р. р. є частота помилок для такої вибірки. *Г. Л. Гімельфарб.*

РИСКУ ПРОБЛЕ́МА — проблема усунення риску неправильного спрацьовування автомата при короткочасному збігові значень змінних та заперечень їх внаслідок затримання під час перемикання *логічних елементів ЦОМ*, коли і ті, й інші значення є вхідними сигналами даного автомата.

Розроблено методи перевірки наявності риску в схемі автомата, визначено види представлення функцій, вільні від риску. Щоб усунути риск (а також гонки, див. *Гонок проблема*), часто використовують стробування відповідних входів автомата сигналами спец. генератора синхронізації, іноді автомат реалізують нечутливим до короткочасних сигналів, що виникають, застосовуючи елементи із зниженою швидкодією.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Миллер Р. Теория переключательных схем. т. 2. Пер. с англ. М., 1971. *Е. Г. Комухаєв.*

РІВНОВА́ГИ СИТУА́ЦІЯ — ситуація в *іграх безкоаліційних*, індивідуальне відхилення від якої будь-якого з гравців не може привести до збільшення його виграшу. Для *ігор антагоністичних* Р. с. виявляються *сідловими точками*.

РІВНЯ́НЬ КЛАСИФІКА́ЦІЯ. Рівняння — це запис задачі пошуку таких елементів x якоїсь множини X, що

$$F(x) = y, \tag{1}$$

де F — *оператор* (математичний), тобто задане відображення множини X на множину Y, y — фіксований елемент множини Y. Рівняння заг. вигляду (1) наз. операторним. Залежно від того, яким є оператор F — лінійним чи нелінійним, рівняння (1) наз. відповідно лінійним або нелінійним. Якщо X та Y — множини чисел, то рівняння (1) залежно від характеру ф-ції F перетворюється на алгебр. або трансцендентне. Ф-цію $z = F(x)$ наз. алгебричною, якщо вона задовольняє рівняння вигляду

$$A_0(x) z^n + A_1(x) z^{n-1} + \cdots + A_n(x) = 0, \tag{2}$$

де $A_0(x), \ldots, A_n(x)$ — многочлени від x. Ф-ції, що не задовольняють рівняння (2), наз. трансцендентними, напр., a^x, $\log_a x$, x^α (α — ірраціональний показник) і тригоном. ф-ції. Відповідно, рівняння (1) наз. алгебричним, коли F — алгебр. ф-ція, а якщо ні, то це рівняння наз. трансцендентним. Якщо X та Y — множини чисел у багатовимірних просторах (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі), то одержують систему рівнянь. Якщо X та Y — множини ф-цій, то залежно від характеру відображення F одержують диф. або *інтегральні рівняння* (див. також *Диференціальних лінійних рівнянь з частинними похідними класифікація*). Якщо $F(x) = F_1(x) + f(t)$, де $F_1 = \frac{d^n}{dt^n} + \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + \frac{d}{dt} + \frac{d^0}{dt^0}$, то рівняння (1) наз. звичайним диференціальним рівнянням n-го порядку. Якщо оператор F включає одночасно операції диференціювання й інтегрування, рівняння наз. інтегро-диференціальним.

Операторні рівняння бувають в основному трьох типів:

$$Tu = u \tag{3}$$

($Tu \in R$ шукають нерухому точку оператора T);

$$Su = \theta \tag{4}$$

(θ — нульовий елемент простору образів);

$$Tu = \lambda u \tag{5}$$

($Tu \in R$, λ — дійсне або комплексне число, $Tu \neq \theta$ — це задача про власні значення, тобто задача відшукання таких λ, при яких рівняння (5) має ненульовий розв'язок). Тут шукана величина u — елемент даного лінійного простору R, а T та S — задані лінійні або нелінійні оператори. Рівняння (4) є найзагальнішим; рівняння (3), (5) — його окремі випадки. Справді, якщо E — тотожний оператор, то рівняння (3) при $S = T - E$ набуває вигляду (4). Введемо для рівняння (5) умову нормування $Gu = 1$, де G — заданий функціонал, такий, що $G\theta \neq 1$. Розглянемо пару елементів v та a $\left(\text{позначається} \begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix}\right)$, де $v \in R$, a — дійсне або комплексне число, як елемент нового простору R_1, визначивши додавання та множення на скаляр так само, як і для числових пар. Визначимо перетворення T_1 елементів $\begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix}$ ф-лою $T_1 \begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Tv - av \\ Gv - 1 \end{pmatrix}$. Якщо $\begin{pmatrix} \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \theta_1$ — нульовий елемент простору R_1, то рівняння $T_1 \begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix} = \theta_1$ рівнозначне рівнянню (5) і має вигляд (4). *М. Д. Бабич.*

РІЗНИЦЕ́ВА СХЕ́МА — система різницевих рівнянь, яка апроксимує (наближує) ту чи іншу задачу математичної фізики. Див. *Стійкість різницевих схем*.

РО́БОТ — складна система, оснащена давачами, які сприймають інформацію про навколишнє середовище, виконавчими механізмами, що впливають на об'єкти навколишнього середовища, й системою керування, завдяки якій робот здатний цілеспрямовано поводитися у змінній обстановці. Від ін. систем, призначених для обробки інформації, яка надходить ззовні, й одержання *керуючих діянь* (напр., систем автомат. керування технологічним процесом, систем *автопілотування* тощо), Р. відрізняється антропоморфізмом і здатністю сприймати з навколишнього середовища ті самі сигнали, що й людина, й виконувати за допомогою *виконавчих механізмів* складні просторові рухи. Здатність Р. адаптуватися до навколишніх обставин, складність і різноманітність розв'язуваних завдань і гнучкість структури дають змогу вважати його багатоцільовою системою. Створюючи Р., мають на меті не копіювати людину, а створити таку систему,

яка здатна краще за людину здійснювати певні складні операції. Р. може бути сильнішим за людину, швидше виконувати певні операції, бути економічнішим і ефективнішим у використанні. До того ж, Р. може працювати в умовах, шкідливих або недоступних для людини.

Термін Р. уперше з'явився 1920 (так назвав штучних людиноподібних істот чеський письменник К. Чапек). Після цього Р. стали називати різні пристрої й автомат. іграшки (див. *Іграшки кібернетичні*), які зовні дещо схожі на людину. Лише розвиток кібернетики (у 60-х рр.) дав змогу поставити завдання створювати Р. як складні системи обробки інформації, що здатні цілеспрямовано взаємодіяти з навколишнім середовищем.

У Р. можна виділити 3 осн. блоки (мал. 1): блок сприймання, блок виконавчого механізму й блок керування.

Блок сприймання складається з давачів, які сприймають сигнали про стан зовн. середовища, й системи обробки одержаної інформації. Давачі перетворюють сигнали зовн. середовища, які людина сприймає звичайно як зорові, слухові, тактильні тощо, на сигнали тієї чи іншої фіз. природи, напр., електричні. Застосовують і давачі для сприймання сигналів, які органи чуттів людини безпосередньо не сприймають, напр., електромагн. хвилі певної довжини, атмосферний тиск тощо. Обробка сприйнятих сигналів полягає в побудові такого опису стану зовн. середовища, яке блок керування зміг би використати, щоб прийняти рішення. Принципи дії давачів і методи обробки сприйнятих ними сигналів визначає фіз. природа цих сигналів. Найпростішими є тактильні давачі, що дають сигнал за безпосереднього стикання з навколишніми об'єктами. Ці давачі найчастіше виконано у вигляді двопозиційних перемикачів, які вимикають або замикають електричне коло під впливом мех. діянь.

Найскладнішими й найінформативнішими є давачі зорової інформації. Найчастіше це телекамери, обладнані пристроєм автомат. наведення на різкість і механізмами повертання й нахиляння камери. Наведення на різкість здійснюють за сигналами автомат. далекомірів, які дають змогу вимірювати віддаль до досліджуваного об'єкта. Відеосигнал, одержаний на виході телекамери, перетворюється на дискретний сигнал способом просторової дискретизації зображення й квантування значень яскравості одержаних елементів зображення. Залежно від призначення кількість елементів розкладання буває від тисяч до десятків тисяч. Високу роздільність використовують при розпізнаванні об'єктів, низьку — в разі необхідності визначити наявність яких-небудь об'єктів у полі зору Р. Передбачається іноді можливість автоматично змінювати параметри дискретизації зображень і давати можливість блокові сприймання Р. організовувати цілеспрямовану обробку сприйнятої інформації залежно від розв'язуваного завдання сприймання.

Завдання обробки сприйманої зорової інформації зводиться, гол. чин., до завдання автоматично розпізнавати зображення об'ємних тіл, визначати їхні розміри й місцезнаходження, тобто складати опис навколишнього середовища. Можливість автоматично визначати місцеположення виконавчого механізму Р. за його зображенням можна використати для організації керування виконавчими механізмами з використанням «зорового» *зворотного зв'язку*. Очевидно, що успіх у розв'язуванні завдання обробки зорової інформації значною мірою визначається сучас. станом теорії й практики *розпізнавання образів*. Розв'язують задачі розпізнавання зображень різних многогранників, довільно розташованих у полі зору Р. Звуження кола розпізнаваних зображень пояснюється не так практичною метою, як складністю задачі розпізнавання об'ємних тіл випадкових форм. В основному, використовують евристичні методи виділення ребер, вершин і граней многогранників і складання описів об'єктів у вигляді впорядкованого списку виділених елементів, у якому зазначено зв'язки між ними. Можна використовувати й додаткову інформацію про об'єкти, яку можна одержувати способом стереоскопічного сприймання зображень, розділяння об'єктів за забарвленням тощо. Специфіка розв'язування задачі розпізнавання стосовно до Р. полягає і в можливості використовувати допоміжні дані, одержані внаслідок мобільності Р., тобто можливості переміщувати давачі сприймання відносно розпізнаваних об'єктів і маніпулювати цими об'єктами. Використання звукових сигналів для керування Р. обмежується подаванням команд Р. голосом. Для цього застосовують різноманітні алгоритми автомат. розпізнавання обмеженого набору слів. Алгоритм автомат. *синтезу мовних сигналів* можна використовувати для звертання Р. до людини.

Блок виконавчого механізму містить у собі засоби маніпулювання об'єктами й засоби переміщення Р., необхідні для досягнення поставленої мети. *Маніпулятори* дають Р. змогу виконувати різні операції переміщення й переорієнтації об'єктів, обходити можливі перешкоди на шляху переміщення. Щоб маніпулятор міг захопити об'єкт у будь-якому місці й за будь-якої орієнтації, в нього має бути не менше як сім ступенів вільності (три — для зміни положення, три — для зміни орієнтації й один — для стиснення захвата). Маніпулятори — складні багатоланкові механізми. Задачу автомат. керування ланками маніпулятора треба було б розв'язувати як задачу оптим. в певному розумінні зміни станів ланок, що забезпечує переміщення, переорієнтацію захвата й захоплення об'єкта з заданими координатами. Як критерій оптимізації можна використовувати найменшу затрачувану енергію, найменший час переміщення, захоплення тощо. Точний розв'язок задачі керування маніпулятором виходить дуже громіздким. Разом з тим треба, щоб керування здійснювалося в *реальному масштабі часу*. Все це зумовлює розробку й використан-

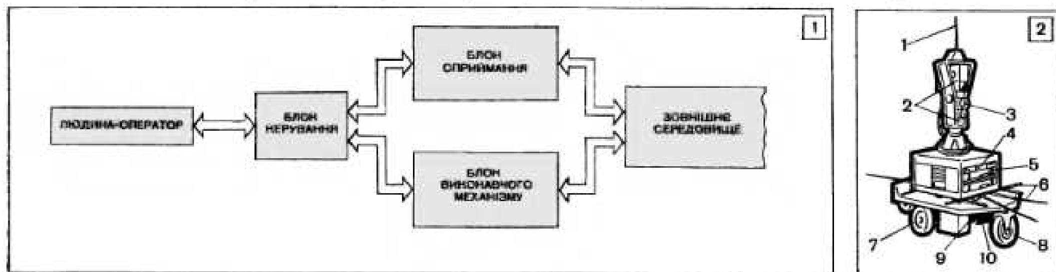
ня різних евристичних методів керування маніпулятором, які забезпечують прийнятну швидкість і точність переміщення. Спосіб конструктивного виконання маніпуляторів визначається і їхнім призначенням. Часто використовують маніпулятори з електрогідравлічним приводом, які характеризуються значним діапазоном зміни вантажопідйомності (від кілограмів до десятків тонн). Застосовують і електромех. та пневматичні приводи.

Іншим різновидом виконавчих механізмів Р. є засоби для його переміщення. Для переміщення на твердому грунті розробляють колісні, гусеничні й стопохідні механізми; для підводних Р. розробляють засоби переміщення у воді й по дну. Переміщення за допомогою коліс з незалежними приводами було, напр., здійснено на рад. автоматичній станції «Луноход-1». Роботи щодо створення стопохідних механізмів (педипуляторів) поки ще не вийшли за рамки досліджень. Такі пристрої, завдяки високій маневровості й малій площі зіткнення з грунтом, придатні для переміщення на місцевості, труднопрохідній чи взагалі непрохідній для колісних і гусеничних транспортних засобів. Керування педипуляторами схоже на керування маніпуляторами, а це за неодночасної роботи цих механізмів підвищує ефективність використання апаратури блоку керування.

Блок керування здійснює цілеспрямовану поведінку Р. за реальних навколишніх обставин. Вхідною інформацією блоку є: інформація, яка надходить від людини, інформація про стан зовн. середовища, яка надходить від блоку сприймання, й сигнали зворотного зв'язку, що надходять від блоку виконавчого механізму. Для переробки інформації використовують універсальні ЕЦОМ. Матем. забезпечення блоку керування має ієрархічну структуру. На вищому рівні здійснюють аналіз завдань, які стоять перед Р. На наступних рівнях складають стратегічні й оперативно-тактичні плани досягнення мети. На нижньому рівні розв'язують задачу керування блоками сприймання й виконавчого механізму.

У блоці керування будують і модель зовн. середовища, й модель самого Р., які використовують на всіх рівнях системи керування. Модель зовн. середовища будують на основі апріорної інформації, яка надходить від людини, про властивості середовища й закони організації його, й інформації про поточний стан середовища (описання положення й форми елементів зовн. світу), яка надходить з блоку сприймання й блоку виконавчого механізму. В завдання блока керування входить уточнення й узагальнення моделі виявленням у процесі роботи принципів організації й функціонування зовн. середовища. Модель самого Р. містить відомості про структуру Р., про взаємодію його окремих частин і дає змогу в кожний момент часу визначати розташування, орієнтацію й стан давачів сприймання і взаємне розташування ланок виконавчого механізму. Наявність моделей зовн. середовища й самого Р. дають змогу блокові керування завбачати результати здійснення розроблюваних планів досягнення мети способом *моделювання математичного*, не виконуючи мех. переміщень. Це дає змогу вибрати найприйнятніший план щодо часу реалізації його, витрати енергії тощо. При розв'язуванні завдання планування поведінки Р. виникає потреба побудувати заг. методи аналізу ситуацій і прийняття рішень (в противному разі довелось би зайнятися практично нездійсненною справою: завбачати всі можливі ситуації і вказувати правила поведінки Р. в кожній з них). Для керування Р. намагаються пристосувати апарат автомат. доведення теорем, що його розвивають у роботах по створенню штучного мислення. Прикладом може служити система STRIPS, розроблена в США, в Стенфордському дослідному ін-ті, в якій модель зовн. середовища задають певною множиною аксіом — формул числення предикатів першого порядку.

Принципова складність у розробці загальних методів керування Р. полягає в тому, що важко скоротити перебір усіх варіантів досягнення мети. Коли використовують апарат автомат. доведення теорем (див. *Доведення теорем на ЕОМ*), то в схемі буває дуже велика кількість вихідних аксіом. Це в свою чергу різко збільшує кількість варіантів, які треба перебрати. В системі STRIPS для обмеження перебору сподіваються скористатися тим, що майже завжди застосування окремого оператора спричинює зміну лише частини моделі зовн. середовища, а решта лишається



1 Блок-схема робота.
2. Конструкція рухомої частини робота: 1 — антена радіозв'язку з ЕОМ; 2 — далекомір; 3 — телевізійна камера; 4 — блок керування телевізійною камерою; 5 — бортова ЕОМ; 6 — тактильні давачі; 7 — ведуче колесо; 8 — поворотне колесо; 9 — мотор привода; 10 — акумулятор.

незмінною. Поки що система може функціонувати тільки при порівняно простих моделях зовн. середовища.

Через блок керування здійснюється й спілкування Р. з *людиною-оператором*. Від оператора в систему надходять завдання, необхідна інформація, питання. Система видає відомості про виконання завдання, або повідомляє про неможливість виконання його, відповіді на питання, запити на додаткову інформацію тощо. Для людини найзручнішим є обмін інформацією звичною для неї мовою. В Стенфордському ін-ті, напр., для спілкування з Р. створено програму перекладу фраз (з обмеженим набором слів) з англ. мови на мову числення предикатів першого порядку й програму зворотного перекладу.

У зв'язку зі створенням Р. перед дослідниками постав ряд проблем щодо створення матем. забезпечення й нових тех. засобів. Нерозв'язаних проблем поки що більше, ніж розв'язаних. Рівень «інтелектуальності» створених Р. досить низький. Напр., Р., створений в Массачусетському технологічному ін-ті (США), здатний збирати в коробку кубики певного розміру або певного кольору й будувати башти з довільно розміщених кубиків, пірамід і паралелепіпедів. При цьому про координати цих тіл Р. не повідомляють: він має сам виявити ці тіла серед множини інших тіл. В Р. Стенфордського ін-ту маніпуляторів немає (мал. 2), він переміщує предмети, підштовхуючи їх. Р. може знайти тіло вказаної йому форми й перемістити його в задану позицію. Якщо при цьому трапиться перешкода («східець»), яку можна подолати за допомогою трапу, Р. знаходить трап, підштовхує його до перешкоди й піднімається трапом до виявленого об'єкта. Знаходити об'єкти, розміщені в зоні дії маніпулятора, й збирати їх у коробку, здатний Р., створений у Ленінградському політехнічному ін-ті. Є чимало проектів і макетів Р., однак рівень їхньої «інтелектуальності» такий, що для розпізнавання ними складних об'єктів і ситуацій і щоб приймати рішення, потрібна участь людини-оператора.

Включення людини в контур керування Р. дає змогу вже тепер використовувати Р. в різних сферах діяльності людини, таких, як комплексна автоматизація виробничих процесів, космічні й глибоководні дослідження. Тим самим здійснюється перехід від телекерованих виконавчих механізмів до складніших систем, в яких керування виконавчими механізмами передається бортовим обчисл. машинам, чим і досягається певний ступінь автономності керування Р. Різновидом таких систем є *роботи промислові*.

Літ.: Кулешов В. С., Лакота Н. А. Динамика систем управления манипуляторами. М., 1971 [бібліогр. с. 298—302]; Pitrat J. Les robots. «Automatisme», 1969, v. 14, № 11—12 *В. І. Рибак.*

РÓБОТ ПРОМИСЛÓВИЙ — автоматичний програмно керований маніпулятор, здатний виконувати робочі операції, пов'язані зі складними просторовими переміщеннями. Блок керування Р. п. має пристрій введення інформації, запам'ятовувальний пристрій, перетворювачі сигналів для керування приводами *маніпулятора* та пульт керування. Звичайно маніпулятор обладнують набором змінних захватів. Темп і послідовність рухів Р. п. задають у вигляді *програми*. Після задання програми («навчання») Р. п., одержавши команду ззовні, щоразу виконує ту послідовність операцій, якої його «навчено». Можливість замінювати програму дій і змінювати вид захвату дає змогу швидко переналаджувати Р. п. з однієї послідовності операцій на іншу, забезпечуючи йому деяку універсальність.

Керування Р. п. організовують двома способами: за першим усі положення ланок маніпулятора визначаються лише значеннями керуючої програми без наступного коректування, за другим точне кінцеве положення ланок додатково коректується за допомогою сигналів від спец. давачів. Перший спосіб керування використовують, напр., у найпоширеніших Р. п. типу «Versatran» і «Unimate». Системи керування другого типу перебувають на стадії досліджень.

Р. п. призначають для використання в шкідливих для людини або тяжких виробничих умовах, під час виконання повторюваних операцій, що мають механічний характер, і т. п. Р. п. застосовують у різних галузях металообробної пром-сті, у виробн. скла, в автомобілебудуванні, в електронній пром-сті та ін.

Р. п. «Versatran» має маніпулятор з 6 ступенями вільності; виріб захоплюють два «пальці». Переміщення маніпулятора описують за допомогою циліндричної системи координат: маніпулятор може переміщатися у вертикальному й горизонтальному напрямах і обертатися навколо вертикальної осі. Захват маніпулятора може обертатися і повертатися. Вантажопідйомність маніпулятора «Versatran» досягає 20 *кГс*.

В Р. п. «Versatran» використовують безперервне керування маніпулятором або дискретне. В першому випадку в запам'ятовувальний пристрій (на магн. стрічці) записують аналогові сигнали, що їх обробляє слідкуюча система, яка керує приводами маніпулятора. Послідовність операцій, які безперервно виконує маніпулятор, спочатку формують вручну. Ручний привод дає можливість легко керувати рухами маніпулятора. В програму керування, крім траєкторії руху, записують і сигнали, що синхронізують роботу Р. п. з роботою устаткування, яке він обслуговує.

В системах дискретного керування маніпулятор прямолінійно переміщується між точками в певній ділянці простору, що їх задав оператор під час «навчання».

Р. п. «Unimate» має практично ту саму кількість ступенів вільності, що й «Versatran». Вантажопідйомність його маніпулятора — близько 45 *кГс*. На відміну від Р. п. «Versatran» переміщення маніпулятора «Unimate» описують за допомогою сферичної системи координат. У цьому Р. п. застосовують систему дискретного керування.

Обидві розглядувані конструкції Р. п. допускають вільну зміну захватів. На практиці

використовують захвати й насадки найрізноманітніших типів: для транспортування багатогранних і круглих стрижнів, для точкового зварювання, фарбування, маніпуляції зі скляними балонами тощо.

Вдосконалення Р. п., оснащення їх системами сприймання зорової й тактильної інформації та розробка систем автономного адаптивного керування Р. п. є передумовами для створення високопродуктивних заводів-автоматів з перебудовуваним виробничим циклом. Для таких заводів потрібні Р. п. різного призначення: транспортні (для переміщування заготовок і виробів), складальні (здатні автоматично складати за кресленнками або за описом їх), такі, які обслуговують верстати з програмним керуванням і різні виробничі автомати, та ін.

До Р. п. наближаються дистанційно керовані від спец. пультів або ЕОМ маніпулятори, що їх використовують для проведення дослідних і рятувальних робіт на дні морів та океанів. Глибоководний гідравлічний маніпулятор, який розроблено в Ін-ті океанології АН СРСР, призначено для робіт на глибині до 2000 *м*, його вантажопідйомність — 40 *кГс*. Телекерування маніпулятором відбувається по кабелю з базового судна. Керувати можна за допомогою людини-оператора або через ЕОМ, розміщену на борту судна. Дистанційно керовані маніпулятори набули застосування на автоматичних космічних станціях «Луноход», «Луна-16» і «Surveyer».

Літ.: Кулешов В. С., Лакота Н. А. Динамика систем управления манипуляторами. М., 1971 [бібліогр. с. 298—302]; Цудзи М. Перспективы развития промышленных роботов. «Отомэсен, Automation», 1969, т. 14, № 1. *В. І. Рибак.*

РОЗВ'ЯЗУВАЛЬНИЙ ПРИСТРІЙ. 1. Найпростіший або елементарний аналоговий обчислювальний пристрій для виконання однієї певної елементарної математичної операції над прийнятими неперервними фізичними величинами, які моделюють відповідні відправні неперервні математичні змінні розв'язуваної задачі. Найпростіший Р. п. являє собою матем. модель однієї певної фіксованої матем. операції, напр., підсумовування, множення, інтегрування тощо, за допомогою якої можна неперервно автоматично чи напівавтоматично відтворювати задану елементарну матем. операцію над фіз. величинами — *аналогами* відповідних матем. величин. За принципом дії розрізняють пристрої мех., електромех., електр., оптичні, гідравлічні та ін. За відтворюваними матем. операціями розрізняють такі найпростіші Р. п.: множильно-ділильні, інтегро-диференціювальні, підсумовувальні, спеціалізовані та універсальні функціональні перетворювачі для відтворювання ф-цій однієї чи двох змінних.

Особливе місце серед найпростіших Р. п. належить пристроям на основі *підсилювачів операційних* постійного струму з великим коеф. підсилення й глибоким паралельним від'ємним *зворотним зв'язком* за напругою як осн. пристроям електронних аналогових машин. До складу обладнання таких пристроїв-блоків операційних підсилювачів входять і набори опорів Z_1 і Z_0, комутованих відповідно у вхідному колі й колі зворотного зв'язку, й допоміжне обладнання: реле керування, перемикачі, комутаційні гнізда тощо. Комутацією наборів опорів Z_1 і Z_0 змінюють коеф. передавання блоків у широких межах ($100 \div 0{,}001$) і реалізують різні передавальні ф-ції

$$\frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} = -\frac{Z_0(p)}{Z_1(p)}.$$

2. З наборів найпростіших Р. п. складають Р. п., які наз. інакше операційними аналоговими пристроями або структурними моделями простої аналогії. Такі Р. п. являють собою *моделі математичні*, призначені для відтворення або певної матем. залежності (жорстка фіксована схема моделі), або певного класу матем. залежностей, напр., систем звичайних дифер. рівнянь з урахуванням прийнятих обмежень, які відображують можливості моделі — перестроювана схема моделі. Якщо моделюють одну певну матем. залежність, Р. п. складається з потрібного фіксованого набору найпростіших Р. п., між якими зв'язки встановлено жорстко (жорсткий монтаж), вони не змінюються в процесі експлуатації пристрою. Ці пристрої належать до класу приладів чи спеціалізованих АОМ (див. *Аналогова обчислювальна машина*). *К. Г. Самофалов.*

РОЗГАЛУЖУВАННЯ ПРОЦЕС — *випадковий процес*, що описує еволюцію системи частинок, які можуть розмножуватися і зникати або зазнавати якихось перетворень. Р. п. класифікують залежно від області зміни часового параметра: якщо область зміни часу є послідовність невід'ємних цілих чисел, то це Р. п. з дискретним часом, якщо ця область — інтервал $[0, \infty)$ — то це Р. п. з неперервним часом. Р. п. класифікують і за кількістю типів частинок, що беруть участь у процесі. Процес у момент t визначається набором невід'ємних цілих чисел $n_1(t), \ldots, n_m(t)$, які означають кількість частинок відповідно 1-го, ..., m-го типу, що містяться в системі в момент t. Частинки кожного типу можуть зазнавати таких перетворень: частинка або зникає, або перетворюється на кілька частинок різних типів. Крім того, певний час вона може перебувати в системі, не зазнаючи перетворень. Звичайно припускають, що частинка зазнає перетворення незалежно від еволюції інших частинок та від часу, протягом якого вона вже була в системі. У цьому випадку Р. п. являє собою однорідний *марковський процес* зі зліченною множиною станів. Однак для Р. п. використовують особливий аналітичний апарат, який враховує специфіку цих процесів — апарат твірних ф-цій.

Р. п. використовують у біології — для описування еволюції популяції або поширення епідемії та в фізиці — для описування ланцюгових реакцій та злив космічних частинок. У всіх цих випадках інтерес становить питання про виродження. Р. п. вироджується в

якийсь момент часу, якщо всі частинки зникають. Важливою характеристикою системи є імовірність того, що вона колись виродиться. Якщо ця ймовірність дорівнює 1, то Р. п. наз. **виродженим**. Існують методи, за допомогою яких можна визначити вироджуваність системи та ймовірність виродження.

Літ.: Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., 1965 [бібліогр. с. 648—654]; Севастьянов Б. А. Ветвящиеся процессы. М., 1971 [бібліогр. с. 431—434]; Харрис Т. Теория ветвящихся случайных процессов. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 318—338].

А. В. Скороход.

РОЗДІЛЬНА ПОВЕ́РХНЯ в **розпізнаванні образів** — таке геометричне місце точок $\varphi(x) = 0$ у просторі $\mathfrak{X}$ зображень x, що всі зображення x, для яких $\varphi(x) \geqslant 0$, *розпізнавальна система* відносить до 1-го класу, а зображення, для яких $\varphi(x) < 0$,— до 2-го класу. Отже, Р. п. ділить простір на дві неперетинні області, кожна з яких ототожнюється з певним класом. Окремим випадком Р. п. є гіперплощина $\varphi(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i$, де $a_0, a_1, \ldots, a_N$ — коефіцієнти. Р. п. служить для наочної геом. інтерпретації *правила вирішувального* (в тих випадках, коли м-на зображень є неперервною). Див. також *Простір зображень.*

Л. О. Святогор.

РОЗМІ́ЩЕННЯ ВИРОБНИ́ЦТВ МОДЕ́ЛІ — математичне (формалізоване) представлення задач розміщення виробництв, яке характеризується багатофакторністю, тобто необхідністю враховувати природні, технічні, економічні й соціальні умови, а також фактор часу. Р. в. м. поділяють на моделі розміщення однопродуктових і багатопродуктових виробництв.

Моделі однопродуктових виробництв застосовують, щоб визначати потужності й пункти розміщення підприємств галузі, яка випускає однорідну продукцію й технологічно мало пов'язана з іншими галузями та характеризується високим рівнем транспортних витрат у вартості вироблюваної продукції. До таких галузей, напр., можна віднести вугільну, залізорудну та ін. Щоб розв'язувати задачі розміщення виробництв, користуються методами *програмування динамічного, програмування лінійного* й нелінійного та *програмування стохастичного.* Матем. формалізація задачі розміщення однопродуктової галузі полягає ось у чому. Є m $(i = 1, 2, \ldots, m)$ пунктів виробництва й n $(j = 1, 2, \ldots, n)$ пунктів споживання однорідної продукції. Річний випуск продукції на i-му підприємстві представлено, як a_i^r, де r — варіант розвитку даного підприємства $(r = 1, 2, \ldots, w_i)$, потреба j-го пункту споживання — b_j. Виробничі витрати на одиницю продукції на i-му підприємстві за r-го варіанта його розвитку становлять c_i^r, транспортні витрати на перевезення одиниці продукції з i-го підприємства в j-й пункт споживання — s_{ij}, питомі капітальні вкладення на розширення, реконструкцію або нове будівництво підприємств — k_j^r. Вибрані обсяги поставок з i-го підприємства при r-му варіанті його розвитку в j-й пункт споживання x_{ij}^r не повинні бути від'ємними, тобто має бути $x_{ij}^r \geqslant 0$ $(i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n;\ r = 1, 2, \ldots, w_i)$.

Загальна кількість відібраних варіантів розвитку підприємства повинна дорівнювати числу підприємств, якщо всі підприємства включено в оптим. план, або бути меншою за це число, якщо не на всіх підприємствах з числа заданих економічно доцільно виробляти продукцію. Якщо z_i^r — інтенсивність використовування в плані r-го варіанта розвитку i-го підприємства-постачальника, то

$$\sum_{r=1}^{w_i} z_i^r \leqslant 1, \quad z_i^r = \begin{cases} 1, & \text{якщо варіант вибрано;} \\ 0, & \text{якщо варіант не вибрано;} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \ldots, m.$$

Сумарне виробництво продукції всіма підприємствами галузі повинно дорівнювати загальній потребі всіх пунктів споживання її або бути більшим за цю потребу:

$$\sum_{r=1}^{w_i} a_i^r z_i^r \geqslant \sum_{r=1}^{w_i} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^r, \qquad i = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^r = b_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n;$$

$$r = 1, 2, \ldots, w_i;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_i} a_i^r z_i^r \geqslant \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Цільова функція задачі (ф-ція суми виробничих витрат, витрат на транспортування всієї продукції від підприємств-постачальників до споживачів і питомих капітальних вкладень на реконструкцію, розширення або нове будівництво) повинна досягати мінімуму

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_i} a_i^r (c_i^r + E k_i^r) z_i^r + \sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_i} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^r s_{ij} \to \min,$$

де E — нормативний коеф. капітальних вкладень. Р. в. м. багатопродуктових виробництв призначено для оптим. планування розміщення мережі підприємств, їхніх розмірів, спеціалізації, кооперування при виробництві двох і більше видів промислової продукції, кількісно не сумірної й не взаємозамінної. Багатогалузевими Р. в. м. наз. задачі, які розглядають виробництво кількох видів продукції, повністю або частково взаємозамінних у споживанні.

Як приклад можна навести модель розвитку, розміщення й спеціалізації таких галузей промисловості з багатономенклатурним виробництвом, коли немає обмежень щодо співвідношення обсягів виробництва різних виробів, тобто коли жорстко встановлених варіантів

спеціалізації виробничих об'єктів немає, і структуру випуску продукції визначають у процесі розв'язування задачі. Заданими величинами є: варіанти обсягів виробництва різних виробів у можливих пунктах розміщення виробництва a_{ik}^r, де i — пункт розміщення підприємства, r — варіант підприємства, k — вид продукції. Суть обмежень на цілочисельність полягає в тому, що за даним конкретним виробом можна вибрати лише один цілий варіант обсягу випуску продукції підприємством. Крім того, разом з кожним варіантом задають c_{ik}^r величини виробничих витрат на одиницю продукції. Їхня природа може бути різною залежно від конкретної задачі. Це може бути або собівартість одиниці продукції, або зведені витрати, до складу яких входять, крім собівартості, питомі капітальні вкладення, взяті при певній нормі ефективності. Задають питому витрату дефіцитних ресурсів $\delta_{ik\eta}$ та ліміт, установлений по цих ресурсах для галузі (η — індекс дефіцитного ресурсу); територіальний розподіл потреби в різних видах продукції b_{jk} (j — індекс району споживання) та видатки на перевезення різних виробів у розрахунку на прийняту одиницю вимірювання — s_{ijk}. Задача розміщення математично зводиться до відшукання невід'ємних значень невідомих z_{ik}^r й x_{ijk}^r, які задовольняють умови:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ijk} = b_{jk}, \qquad j = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, l;$$

$$\sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r z_{ik}^r \geqslant \sum_{j=1}^{n} x_{ijk}, \qquad i = 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, l;$$

$$\sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r \delta_{ik\eta}^r z_{ik}^r \leqslant Q_\eta, \ \eta = 1, 2, \dots, \Theta;$$

$$\sum_{r=1}^{w_{ik}} z_{ik}^r \leqslant 1, \quad z_{ik}^r = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, m, \\ 0, & k = 1, 2, \dots, l, \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r c_{ik}^r z_{ik}^r + \sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} s_{ijk} x_{ijk} \to \min.$$

За характером технологічних зв'язків, властивих об'єктові, розрізняють Р. в. м. виробничого, розподільчого й виробничо-розподільчого типів.

Найпоширенішою Р. в. м. виробничого типу є модель виробничого планування, яку розробив рад. математик Л. В. Канторович (н. 1912). Модель використовують для розв'язування задач, у яких є зворотні технологічні зв'язки, та ін. задач, які не зводяться до однопродуктових, у випадках, коли транспортний фактор істотно не впливає на величину витрат. Якщо транспортний фактор має значний вплив, однопродуктові задачі й задачі, які зводяться до них, розв'язують за допомогою моделей р о з п о д і л ь ч о г о типу, зокрема транспортного. За допомогою Р. в. м. виробничо-розподільчого типу для багатопродуктових і багатогалузевих задач моделі транспортного й виробничо-транспортного типу поділяють на одно- й багатоетапні. При розв'язуванні одноетапних задач враховують зв'язки підприємств або з постачальниками сировини або лише з пунктами споживання продукції. Напр., розміщуючи цукрові заводи, можна враховувати лише кількість завезення буряків і вартість перевезення їх від бурякопунктів на цукрові заводи, а також розташування бурякопунктів. У багатоетапних задачах враховують зв'язки не лише з постачальниками сировини, а ще й зі споживачами продукції. Напр., будівництво й розвиток цукрових заводів залежить не лише від сировинної бази (розташування бурякопунктів і вартості транспортування буряків), а й від розташування споживачів вироблюваного цукру. Багатоетапну задачу можна сформулювати для підприємств, які здійснюють послідовну переробку сировини (напр., здавальники металобрухту — пункт збору брухту — брухтопереробні заводи — споживачі брухту — металург. заводи; радгоспи й колгоспи по збору винограду — пункти первинної обробки винограду — винзаводи тощо).

Багатогалузеві задачі, якщо в них немає зворотних зв'язків, можна перетворювати на багатоетапні *транспортні задачі*. Розглянемо виробничо-транспортну задачу розміщення за схемою: видобування (або заготівля) сировини — перероблення — доставляння готового продукту споживачеві. Задача розміщення в цьому разі залежно від технологіч. особливостей виробничого процесу може бути трьохетапною, якщо перероблення вкладається в один етап, чотирьохетапною, якщо перероблення поділяється на два етапи, і т. д. Багатоетапна виробничо-транспортна задача може бути однопродуктовою або багатопродуктовою. В формалізованому вигляді виробничо-транспортну задачу для галузі з однорідним продуктом можна зобразити так. Система складається з n етапів. На етапі з номером i представлено h_i підприємств ($i = 1, 2, \dots, n$). Перший етап охоплює підприємства по видобуванню (заготівлі) сировини. На наступних етапах представлено переробні підприємства. Останній, n-й етап охоплює споживачів готової продукції ($\nu = 1, 2, \dots, h_n$). Для кожного добувного й переробного підприємства встановлено максимально можливі рівні виробництва a_i^r ($i = 1, 2, \dots, n$; $r = 1, 2, \dots, h_i$). Для діючих підприємств (якщо їхнє функціонування в плановому періоді доцільне або обов'язкове), встановлюють, окрім того, й мінім. рівень виробництва, а іноді й проміжні рівні, якщо обсяги виробництва дискретні. Загальний обсяг споживання задають диференційовано за пунктами: $b = \sum_{\nu=1}^{h_n} b_n^\nu$, де b_n^ν —

обсяг споживання в ν-му пункті. Визначено витрати q_i^r на видобування й переробку одиниці сировини в r-му пункті i-го етапу, а також питомі витрати $s_i^{r\nu}$ на транспортування одиниці сировини й одиниці готового продукту з r-го пункту i-го етапу в ν-й пункт $(i+1)$-го етапу. Невідомими величинами будуть обсяги перевезень $x_i^{r\nu}$ з r-го пункту i-го етапу в ν-й пункт $(i+1)$-го етапу.

Умови задачі в формалізованому вигляді можна записати так. Обсяг перевезень з кожного пункту виробництва (від постачальника) не може перевищувати встановленого макс. рівня:

$$\sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} x_i^{r\nu} \leqslant a_i^r, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n-1; \ r = 1, 2, \ldots, h_i.$$

Обсяг поставок кожному пунктові виробництва (споживачеві) не повинен перевищувати макс. рівня потреби

$$\sum_{r=1}^{h_i} x_i^{r\nu} \leqslant a_{i+1}^r, \ i = 1, 2, \ldots, n-2; \quad (2)$$

$$\nu = 1, 2, \ldots, h_{i+1}.$$

Потребу в готовому продукті споживачів n-го етапу належить повністю задовольнити

$$\sum_{r=1}^{h_{n-1}} x_{n-1}^{r\nu} = a_n^\nu, \ \nu = 1, 2, \ldots, h_n. \quad (3)$$

Умова невід'ємності змінних

$$x_i^{r\nu} \geqslant 0, \quad \nu = 1, 2, \ldots, h_{i+1}; \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n-1; \quad r = 1, 2, \ldots, h_i.$$

Якщо умови (1) — (4) виконано, потрібно мінімізувати лінійну форму

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^{h_i} \sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} q_i^r x_i^{r\nu} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^{h_i} \sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} s_i^{r\nu} x_i^{r\nu} \to \min.$$

Одержавши внаслідок розв'язання багатоетапної задачі обсяги поставок $x_i^{r\nu}$ і підсумувавши їх за відповідними індексами, визначають обсяги виробництва на підприємствах усіх етапів системи, сировинну базу кожного підприємства й зони споживання продукції, виробленої підприємствами-постачальниками.

Розв'язування задач з Р. в. м. можна виконувати в матричному й сітковому вигляді. Сітковий вигляд представленої первісної інформації має чимало переваг. Сітки, розроблені для розв'язання однієї задачі, можна неодноразово використовувати, щоб розв'язувати інші аналогічні задачі, обсяги інформації значно зменшуються, є змога враховувати додаткові обмеження (напр., обмеження щодо пропускної здатності транспортних шляхів). Розглядають і сіткове формулювання лінійної статистичної Р. в. м. Кількість ланок сітки R. Є n вузлів реальної сітки і $N - n$ умовних вузлів, відповідних додатковому виробництву. Для кожного вузла сітки відомі: a_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ — загальний обсяг виробництва в пункті i на діючому заводі, $b_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ — обсяг споживання в пункті i. Для всіх вузлів задано числа d_i, які виражають при $i = 1, 2, \ldots, n$ собівартість одиниці продукції на діючому заводі, а при $i = n + 1, \ldots, N$ — питомі витрати на $(i-1)$-му новобудованому або розширюваному й реконструйовуваному виробництві. Для вузлів $i = n + 1, \ldots, N$ задано макс. випуск на новобудованому або макс. приріст випуску на розширюваному заводі (B_i). Величини a_i, b_i, B_i пов'язані співвідношенням

$$\sum_i a_i < \sum_i b_i + \sum_i B_i.$$

На ланках сітки задано числа c_r $(r = 1, 2, \ldots, R)$ — витрати на перевезення по ланці r. Для штучних ланок $c_r = 0$. Невідомими величинами є: x_r — обсяги перевезень по ланках і y_i — обсяги виробництва на нових заводах або прирости випуску при розширенні діючих $(i = n + 1, \ldots, N)$. У такій постановці передбачувано, що діючим заводам, які не підлягають скороченню чи ліквідації, відповідають реальні вузли сітки. А якщо діючий завод може бути ліквідовано, то йому відповідає умовний вузол.

Серед перевезень x_r є перевезення поміж реальними вузлами й перевезення з умовних вузлів у реальні (реальні повинні дорівнювати випускові на новобудованому або додатковому випускові на розширюваному заводі). Задача полягає в тому, щоб скласти такий план перевезень $\{x_r\}$ і виробництва продукції $\{y_i\}$, при якому, по-перше, різниця між вивезенням з пункту i й ввезенням до нього дорівнює різниці між виробництвом і споживанням у цьому пункті, тобто $\sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{r=1}^{R} x_r = a_i - b_i$, обсяг продукції, вивожуваної з будованого заводу, або обсяг продукції, вивожуваної з розширюваного заводу (додатково до раніше запланованого обсягу), дорівнює обсягові нового виробництва: $y_i = x_r$; по-друге, обсяг виробництва на новобудованому або приріст випуску продукції на розширюваному заводі обмежено згори: $y_i \leqslant B_i$; по-третє, обсяг виробництва й перевезень невід'ємні $x_r \geqslant 0$; $y_i \geqslant 0$; по-четверте, загальні витрати на виробництво й перевезення продукції досягають мінімуму:

$$\sum_{r=1}^{R} c_r x_r + \sum_{i=1}^{n} d_i a_i + \sum_{i=n+1}^{N} d_i y_i \to \min$$

За способом задавання розглядуваних варіантів розрізняють Р. в. м. з дискретними й неперервними змінними.

Літ.: Оптимальное планирование размещения производства, ч. 1. Новосибирск, 1965; Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М., 1969 [бібліогр. с. 358—366]; Оптимальный план отрасли. М., 1970 [бібліогр. с. 406—431].
О. О. Бакаєв.

РОЗПАРАЛЕ́ЛЮВАННЯ АЛГОРИ́ТМУ — представлення алгоритму (програми) в такому вигляді, щоб можна було суміщати в часі виконування окремих ділянок алгоритму (гілок). Процес Р. а. полягає у виділенні цих ділянок, в описі структури паралельного процесу й синхронізації виконання їх при реалізації алгоритму. Для полегшення Р. а. в деяких *мовах програмування* (напр., в *ПЛ-1*, *СИМУЛА*) передбачено спец. засоби для виділення ділянок в *алгоритмі* й синхронізації їх. У цьому випадку програміст у явній формі вказує на можливості Р. а., а *транслятор* і *операційна система* машини реалізують паралельний процес. Якщо первісний алгоритм записано мовою, в якій немає таких засобів, то Р. а. зводиться до сегментації алгоритму та об'єднування сегментів в окремі ділянки за певними правилами. Цю роботу виконує або програміст, або машина за спец. *програм сегментацією.* В обчисл. машині можуть бути спец. блоки, призначені для сегментації програм. Р. а. збільшує продуктивність *обчислювальної системи,* яка має кілька процесорів або складається з кількох машин.

Літ.: Универсальный язык программирования PL/1. Пер. с англ. М., 1968.
Д. О. Поспєлов.

РОЗПІЗНАВА́ЛЬНА СИСТЕ́МА — технічна система, що здійснює розпізнавання сигналів (див. *Розпізнавання образів*). Р. с. на основі вхідного сигналу, поданого для розпізнавання, виробляє відповідь розпізнавання (див. *Відповідь розпізнавальної системи*). Приклади Р. с.: 1) *читаючий автомат* для читання машинописних текстів. Такій Р. с. подається певна кількість машинописних документів стандартного формату. На виході Р. с. маємо послідовність кодів найменувань машинописних знаків у тому порядку, в якому вони є на документах; 2) автомат для розпізнавання мови. Цій Р. с. подається акустичний мовний сигнал. Відповіддю розпізнавання є послідовність надрукованих слів; 3) діагностична мед. машина. На вхід її надходять сигнали про стан хворого, на виході вказується спосіб лікування і доза рекомендованих для лікування ліків. Як і будь-яка інша тех. система, Р. с. характеризується певними тех. показниками, які гарантуються при виконанні умов експлуатації. Специфічними показниками Р. с. є *надійність розпізнавання,* імовірність *відмови від розпізнавання,* серед. час виправляння людиною однієї помилки розпізнавання та інші.

Р. с. реалізує *алгоритм розпізнавання*, який визначає її структуру. Досить спрощено Р. с. можна розчленувати на три частини: блок вироблення ознак (рецептор Р), блок прийняття рішень (класифікатор К) і блок виконавчих пристроїв (ефектор Е). В рецепторі здійснюється т. з. попередня обробка сигналу, тобто перехід від первинних ознак (або сигналу) до вторинних ознак, у просторі яких здійснюється власне розпізнавання. Функцію розпізнавання виконує класифікатор. Результат його рішення ефектор втілює у певну дію (напр., висвічує або друкує результат розпізнавання). В деяких випадках Р. с. можна подати як ланцюжок елементарних Р. с., найчастіше з двох елементарних Р. с. Такий ланцюжок в явному вигляді можна виділити в системі, що розпізнає машинописні слова. Перша елементарна Р. с. розпізнає окремі букви, друга за побуквеними відповідями приймає рішення про слово загалом. У кожній елементарній Р. с. можна виявити свій рецептор, класифікатор і ефектор, при цьому, як правило, Е однієї елементарної Р. с. збігається з Р наступної в ланцюжку. Р. с. з явно вираженими ланцюжками з елементарних Р. с. наз. ієрархічними. Взаємодія ступенів (елементарних Р. с.) в ієрархічній Р. с. не зводиться до простого передавання взаємодій уподовж ланцюжка, а може бути складнішою. Можливі й *зворотні зв'язки*, коли вищі ступені керують нижчими. Ці зв'язки можна виявити, напр., у двоступінчастих Р. с. для розпізнавання слів мови, в якій спочатку (1-й ступінь) відбувається членування сигналу на сегменти й пофонемне розпізнавання сегментів, а потім (2-й ступінь) приймається рішення про слово загалом. Дія зворотного зв'язку тут полягає в тому, що сегментація стає керованою з боку вищого ступеня, щоб одержати найпевніший результат розпізнавання. За допомогою зворотних зв'язків можуть залучатися додаткові ознаки відповідно до певної стратегії або може змінюватися спосіб попередньої обробки сигналу (напр., зміна порогів квантування).

За характером використання апріорної інформації про розпізнавані сигнали розрізняють ненавчувані, навчувані, самонавчувані та адаптивні Р. с. Ненавчувані Р. с. можуть діяти лише в режимі розпізнавання. Апріорна інформація в цих Р. с. враховується лише на стадії розроблення Р. с. Навчувані й самонавчувані Р. с. можуть діяти і в режимі навчання та самонавчання (див. *Навчання розпізнавати образи* і *Самонавчання розпізнавати образи*), коли додатково використовується апріорна інформація про розпізнавані сигнали, яка міститься у *навчальній вибірці*. Режими навчання й самонавчання передують режимові розпізнавання. У процесі цих режимів уточнюються (конкретизуються) параметри Р. с., щоб вибрати певні, здебільшого оптимальні у деякому розумінні, режими її роботи. У навчуваних й самонавчуваних Р. с. є відповідні блоки навчання. Ті Р. с., які з метою уточнення своїх параметрів завжди використовують інформацію, яка міститься у сигналах, що подаються для розпізнавання, дістали назву адаптивних, або самопристосовуваних, Р. с. (див. *Адаптація* в кібернетиці). В цих Р. с. режими навчання й розпізнавання не поділяються, а відбуваються одночасно.

В процесі навчання, самонавчання й адаптації можуть змінюватися параметри *правила вирішувального,* зокрема, еталонні сигнали, а також параметри, що визначають наявність

зв'язків між окремими блоками системи, тобто структуру системи, тощо. Оскільки режими навчання й самонавчання передують розпізнаванню, їх можна здійснити, напр., моделюванням на ЦОМ. Одержані під час моделювання результати навчання й самонавчання використовуються для створення Р. с., яка стає ненавчуваною, бо потреби мати блок навчання й самонавчання вже немає. Переналаджують таку ненавчувану Р. с. повторним моделюванням процесів навчання й самонавчання на ЦОМ і заміною відповідних частин.

Р. с. реалізується за допомогою різних тех. засобів. Роль Р. с. може відігравати ЦОМ, що має пристрій для введення в неї сигналів і відповідне *математичне забезпечення ЦОМ*. В цьому випадку ЦОМ найчастіше використовують як засіб для моделювання процесів розпізнавання і навчання розпізнавання.

На практиці використовують здебільшого ненавчувані Р. с., напр., читаючі автомати. Навчувані Р. с. існують у вигляді *програм* для ЦОМ. За допомогою цих програм розпізнають, напр., окремо вимовлені слова усної мови, розрізняють нафтоносні й водоносні пласти при бурінні свердловин, розрізняють близькі за симптомами захворювання, прогнозують строк служби електронних приладів тощо. Самонавчувані й адаптивні Р. с. перебувають поки що на стадії теор. досліджень і лабораторних експериментів.

Літ.: Васильев В. И. Распознающие системы. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 284—292]; Кибернетика и вычислительная техника, в. 3. Распознавание образов. К., 1969; Файн В. С. Опознавание изображений. М., 1970 [бібліогр. с. 284—296].

Т. К. Вінцюк.

РОЗПІЗНАВА́ННЯ ЗОРОВИ́Х О́БРАЗІВ, розпізнавання зображень — окремий випадок розпізнавання образів, коли розпізнаваними сигналами є зображення, що їх одержують, проектуючи об'єкти реального світу на площину. Р. з. о. є одним з найважливіших для практики випадків заг. проблеми *розпізнавання образів*. Завдання Р. з. о. полягає в створенні методів і пристроїв, які дають змогу автоматично класифікувати різні зображення, виробляти певні рішення на основі кожного спостережуваного зображення або (в певному розумінні) аналізувати їх. Зображення можуть бути зафіксовані на папері, фотоплівці або просто можуть бути картинами навколишнього світу. Завдання автомат. Р. з. о. виникає в тих випадках, коли необхідно обробляти велику кількість якихось зображень і бажано доручити цю роботу машині. Напр., якщо потрібно ввести в ЦОМ інформацію, яка міститься в друкованих чи рукописних документах, бажано уникнути ручного перфорування. Для автоматизації введення потрібний пристрій, здатний розпізнавати зображення кожної літери (або цифри), тобто визначати найменування літери і надсилати у ЦОМ *код* цього найменування. Таким чином, до одного класу потрапляють зображення, що відповідають літерам одного найменування. Зображення можуть відрізнятися особливостями написання, властивими різним шрифтам або почеркам, а також найрізноманітнішими випадковими завадами — ненадрукування окремих частин, наявність забруднень тощо. Завдання Р. з. о. виникає й у тих випадках, коли бажано приймати рішення про зображення швидше й надійніше, ніж це можуть зробити люди. Типовими і найважливішими завданнями Р. з. о. є, крім згаданого вище завдання введення текстів у ЦОМ, аналіз фотографії треків частинок, одержуваних під час фіз. експериментів, автоматизація дешифрування аерофотознімків, аналіз мікрофотографій біол. об'єктів, напр., кров'яних тілець тощо.

Порівняно простою можна вважати задачу розпізнавання друкованих цифр або літер певного шрифту. Для її розв'язування було запропоновано багато різноманітних методів. У більшості їх для простоти реалізації використовували лише частину інформації, що міститься в зображенні: вимірювали яскравість (або почорніння) тільки окремих ділянок поля зору (метод зондів, фрагментів), за допомогою слідкуючої розгортки простежували контур — неперервну границю білого й чорного полів зображення тощо. Всі ці методи виявилися не досить завадостійкими.

Ретельне вивчення проблеми Р. з. о. показало, що для знаків фіксованого шрифту можна побудувати нескладні *моделі математичні* об'єктів розпізнавання. Дослідження таких моделей дало змогу порівняти різні методи розпізнавання й істотно вдосконалити деякі з них. Численні теор. й експериментальні роботи показали, що для розпізнавання знаків фіксованого шрифту найзавадостійкішим є метод порівнювання зображень з *еталонами* або масками. Еталони являють собою ідеалізовані зображення всіх знаків алфавіту. Порівнювання здійснюється в такий спосіб. За допомогою апаратури, в принципі подібної до телевізійної передавальної трубки, зображення розкладається на багато елементарних ділянок, що утворюють прямокутний растр. У кожній ділянці вимірюється яскравість або інша оптична величина, яка характеризує «чорноту» цієї ділянки зображення. Набір результатів таких вимірювань можна розглядати як вектор, компоненти якого дорівнюють значенням яскравості для кожної ділянки растра. Аналогічними векторами представлено еталони. Скалярний добуток вектора зображення на вектор еталона характеризує їхню схожість (див. *Схожості критерії*). За аналогією з подібними обчисленнями в *імовірностей теорії*, цей скалярний добуток наз. коефіцієнтом кореляції (див. *Кореляційний метод розпізнавання*). Треба знайти еталон, що дає найбільший коефіцієнт кореляції з цим зображенням. Його найменування або відповідний код є результатом розпізнавання. Порівнювати це зображення з еталонами доводиться багато разів при різному взаємному розміщенні їх, бо точне розміщення зображення наперед не відоме, а попереднє визначення цього положення якимось простішим способом (т. з. центрування) не є завадостійким.

Подібний порівняно простий спосіб розпізнавання можна застосовувати лише в найпростіших випадках, коли зображення одного класу мають одне й те саме накреслення й сталі розміри. Проте і в цьому найпростішому випадку постають труднощі, пов'язані, напр., з несталістю товщини та контрасту ліній, з випадковими зміщеннями (переносами) зображень щодо растра. Щоб подолати ці труднощі, доводиться будувати по кілька еталонів для кожного класу і вводити інші ускладнення. При автомат. читанні текстів, крім розпізнавання окремих знаків, виникає задача поділу рядка на знаки. Машинописні знаки здебільшого не відділені один від одного чіткими пробілами, тому постає проблема розпізнавання складного зображення, утвореного з відомих елементарних частин. Як складні зображення розглядають і літери довільного накреслення, утворені з прямолінійних відрізків та дуг, знімки треків, різні кресленики тощо.

Т. з. лінгвістичний підхід до аналізу складних зображень полягає в тому, що набір відомих правил, за якими складні зображення утворюються з певних елементарних частин, розглядається як *граматика формальна*. В цьому разі проблема розпізнавання зводиться до формально-синтаксичного аналізу складного зображення. Напр., при розпізнаванні літер елементарні частини являють собою найрізноманітніші прямолінійні відрізки та дуги, а граматика — набір правил, за якими треба побудувати перший відрізок, а потім приєднувати все нові частини до частково побудованого зображення, щоб вийшла певна літера. Аналіз полягає в тому, що для даного зображення якимсь способом, що виходить за рамки лінгвістичного підходу, виявляють усі відрізки (й дуги), а потім перевіряють, чи є між ними відрізок, що може відігравати роль першого при побудові певної літери за заданими правилами. Потім перевіряють, чи приєднано до нього належним чином другий відрізок і т. д. В разі невідповідності з правилами приймається висновок, що це зображення не належить до множини допустимих.

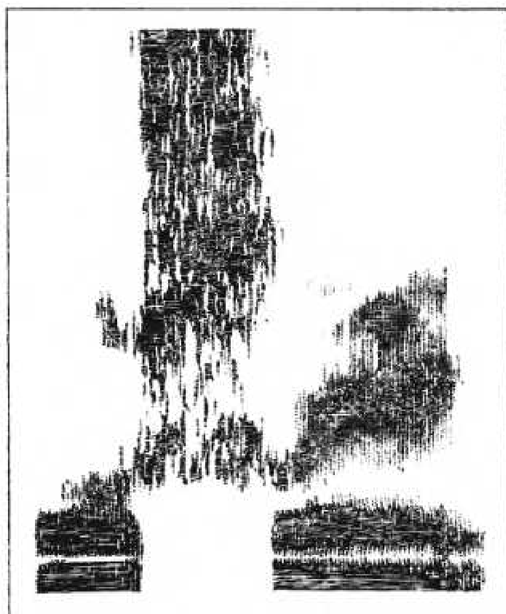
Лінгвістичний підхід має істотну ваду: треба, щоб елементарні частини було розпізнано безпомилково. На практиці таку вимогу важко виконати, бо реальні зображення завжди більшою чи меншою мірою спотворені різними завадами. Через це практичним потребам краще відповідає така складніша постановка задачі розпізнавання або аналізу складних зображень: дано правила складання еталонних зображень з елементарних частин; для певного (спотвореного завадами) зображення треба знайти найбільш схоже на нього еталонне зображення з числа допустимих. Кількісне вимірювання схожості здійснюється на основі знання статистичних характеристик завад. Розв'язування такої задачі пов'язане в заг. випадку з певними матем. труднощами. Але такі окремі задачі, як поділ рядка та аналіз треків, можна успішно розв'язати. Для експериментальної перевірки різних методів розпізнавання найзручнішим і найуніверсальнішим є спосіб моделювання на ЦОМ. Треба, щоб ЦОМ було обладнано спец. ввідним пристроєм, що здійснює розгортку зображення, тобто вимірювання його яскравості (або іншої оптичної характеристики) в усіх потрібних ділянках растра. Результати вимірювання яскравості вводяться у цифровій формі в ЦОМ. Розпізнавання здійснює ЦОМ, яка обробляє введені дані за спец. програмою. Завдяки цьому можна легко й швидко порівнювати між собою ефективність найрізноманітніших методів розпізнавання і вносити в них удосконалення, тобто переробляти треба лише програму для ЦОМ. Проте для практичного застосування розпізнавання за допомогою ЦОМ здебільшого непридатне, бо навіть найдужче швидкодіючі ЦОМ виконують розпізнавання надто повільно. Для розпізнавання одного зображення потрібно десятки секунд або навіть кілька хвилин. Це пояснюється тим, що ЦОМ виконує всі операції послідовно. Для практичного застосування створюють спеціалізовані обчисл. пристрої, в яких багато необхідних операцій виконується паралельно, хоча й з меншою, ніж у ЦОМ, точністю. Такі пристрої, осн. призначення яких розпізнавати літери й цифри, наз. *читаючими автоматами*. Створення таких автоматів сприяє дальшому розв'язуванню задачі Р. з. о. Лабораторні експерименти щодо розв'язування задач Р. з. о. тривають. Найефективнішою з систем є створена у Станфордському ун-ті (США) система «око — рука», де керування мех. рукою здійснює велика і дуже швидкодіюча ЦОМ, обладнана телевізійною камерою та програмами для розпізнавання найпростіших об'єктів реального світу: кубиків різних розмірів. Рука може за завданням брати з підлоги кубики потрібної форми й складати з них піраміду. Припускають, що в майбутньому подібні системи буде використано для створення роботів, які «бачитимуть».

В. А. Ковалевський.

РОЗПІЗНАВА́ННЯ МО́ВНИХ СИГНА́ЛІВ — автоматичне зарахування поданого сигналу мовлення до одного з заздалегідь визначених класів. Розв'язування задачі Р. м. с. означає знаходження способу класифікації мовних сигналів, який найточніше відповідає класифікації, що її здійснює людина. Р. м. с. у широкому значенні — це фонемне перекодування мовного акустичного сигналу. Класами мовних сигналів у цьому разі є фонеми. Поняття «фонема» визначають як позначення всіх тих елементарних звуків мови, яким відповідає при написанні в фонетичній транскрипції одна й та сама буква або символ. Р. м. с. у вузькому значенні — це розв'язування окремих задач розпізнавання мови, коли для того, щоб полегшити розв'язування задачі розпізнавання, штучно обмежують умови, за яких роблять класифікацію. Такою задачею є, напр., розпізнавання ізольовано вимовлених слів із заздалегідь вибраного словника. Залежно від поставленої мети відповіддю при Р. м. с. може бути не лише фонема або слово, а й індивідуальність диктора (ідентифікація особи за її голосом), його емоційний стан тощо.

Зі створенням моворозпізнавальних автоматів відкриваються можливості організувати зв'язки людини з машиною в найзручнішій для людини формі — за допомогою голосу. Здебільшого для керування машинами й механізмами, для введення в керуючі й *обчислювальні системи* даних і команд за допомогою голосу досить мати моворозпізнавальні автомати, які б розрізняли кількасот слів.

Перші праці з Р. м. с. виконано 1943. Ці дослідження встановили можливість автоматичного Р. м. с. Відтоді запропоновано багато



Відеоспектрограма російського слова «Усы».

різних, часто досить складних, пристроїв, призначуваних для пофонемного, поскладового й послівного Р. м. с. Проте експериментальні випробовування показали їхню непридатність для цієї мети. Тоді спробували переробити деякі пристрої для розпізнавання обмеженої кількості складів і слів (до ста слів у словнику). Проте й ці спроби були невдалі. Осн. причина невдач полягала в недосконалості застосовуваних методів розпізнавання. Нові можливості в Р. м. с. виникли з появою електронних обчисл. машин. Застосовуючи їх, осн. увагу приділяють методам Р. м. с. та експериментальній перевірці їх. Успіхи, досягнуті в Р. м. с., досить скромні. Ще немає пристроїв серійного виробн., які б розв'язували хоч якусь окрему задачу Р. м. с. Є тільки діючі алгоритми та програми, які реалізовано за допомогою обчисл. машин і які можуть розпізнавати ізольовано вимовлене слово з фіксованого набору. Кількість розпізнаваних слів — кілька сотень для одного диктора й кілька десятків — для багатьох дикторів. *Надійність розпізнавання* становить 90—95%.

При Р. м. с., як і при *розпізнаванні образів* взагалі, виходять з деяких ознак, які в разі Р. м. с. є результатом аналізу сигналів на виході мікрофонного підсилювача. Виділяють ознаки, які більш чи менш повно описують позицію артикуляційних органів у процесі мовлення. Для цього використовують, в основному, миттьовий спектр мови, який задає спектральний розподіл енергії мовного сигналу за часом. Миттьовий спектр мови наочно зображують т. з. малюнками видимого мовлення або відеоспектрограмами. На мал. подано відеоспектрограму рос. слова «усы». На осі абсцис відкладено час, на осі ординат — частоту. Яскравістю (чорнотою) моделюється величина спектральної інтенсивності, темні ділянки зображення відповідають інтенсивнішим складовим мовного сигналу. Одержують миттьовий спектр за допомогою аналізаторів мовлення, які містять паралельну систему вузькосмугих фільтрів. Відеоспектрограми окремої фонеми, складу або слова змінюються від вимови до вимови залежно від умов навколишнього середовища, темпу мовлення, манери вимови, індивідуальності диктора тощо. Відеоспектрограми фонем зв'язного мовлення значною мірою залежать від сусідніх фонем. Змінюваність відеоспектрограм з кожною реалізацією утруднює Р. м. с.

В розробці алгоритмів автоматичного Р. м. с. переважають два підходи, які умовно наз. модельним і логічним. При м о д е л ь н о м у п і д х о д і, спираючись на відомі властивості мовного сигналу, формулюють матем. моделі (зокрема, статистичні) всіх можливих відеоспектрограм мовлення для кожного класу. З цих моделей, вдаючись, напр., до *байєсівського вирішувального правила,* виводять оптим. *алгоритм розпізнавання.* Одним з можливих способів побудови моделі є конструктивне задавання всіх можливих відеоспектрограм слова мовлення. Для цього слово мовлення зображують якоюсь упорядкованою сукупністю елементарних еталонних сигналів, які є частинами фонем. З них за певними правилами конструюють усі можливі *еталони* слова, які відрізняються тривалістю й інтенсивністю фонем, з яких складається слово. Розпізнавання невідомого слова полягає в синтезі для нього еталону найбільшої вірогідності й у зарахуванні слова до того класу, з еталонних елементів якого виходить найвірогідніший еталон. Задачу синтезу розв'язують методами *програмування динамічного.* Цілком аналогічно формулюють і розв'язують задачу розпізнавання злитого (зв'язного, без пауз між словами) мовлення, складеного із слів заданого словника. У цьому разі розв'язування задачі Р. м. с. полягає в тому, щоб відшукати найвірогіднішу усну фразу, складену з конструйованих еталонів слів, і вказати послідовність слів, з еталонів яких складено таку фразу. Моделі мовних сигналів можна сформулювати з точністю до невідомих параметрів. Тоді виникає потреба в навчальних алгоритмах Р. м. с. Для таких алгоритмів у процесі навчання оцінюють невідомі параметри, напр.,

еталони слова. Внаслідок навчання алгоритми Р. м. с. легко перенастроюються на розпізнавання інших класів мовних сигналів.

При логічному підході з відеоспектрограми прагнуть виділити певні стійкі вторинні ознаки, які набувають однакового значення при всіх реалізаціях одного класу чи групи класів. Такі ознаки, як правило, формулюють для жорстко фіксованого (раз назавжди вибраного) набору класів. Напр., щоб розрізнити слова «мама» й «Саша», досить скористатися двійковою ознакою — є шумний звук чи немає його. За цією ознакою слова мови можна поділити на дві групи. Приклади інших ознак: наявність одного голосного звука в слові, наявність двох голосних у слові, знак різниці енергій сигналу в нижній і верхній частинах спектра, наявність глухої змички в слові тощо. Розпізнавання невідомого слова полягає в тому, щоб перевірити певні логічні умови в просторі вторинних ознак і зарахувати слово до того класу, для якого ці умови справджуються.

Осн. зусилля дослідників з Р. м. с. спрямовано на те, щоб розпізнавати слова мовлення певного словника. Перевагу надають т. з. двоступінчастим системам розпізнавання, в яких спочатку виділяють частини мовного сигналу, дрібніші за слово, напр., склади, фонеми або елементи фонем, а потім розпізнають ці частини й приймають рішення про слово загалом. Членування на частини виконують не жорстким, а керованим — залежно від прийманих рішень на другому ступені, зокрема, роблять цілеспрямований перебір усіх можливих варіантів членування. Двоступінчасту систему можна розглядати як реалізацію одного з найпростіших варіантів пофонемного принципу розпізнавання слів мовлення. Один з можливих підходів до розв'язування задачі Р. м. с. у широкому значенні полягає в тому, щоб збільшити кількість слів, розпізнаваних двоступінчастою системою, і оптимізувати цю систему; це, можливо, зрештою приведе до реалізації фонемного або близького до нього принципу розпізнавання мовлення на першому ступені.

На формулювання алгоритмів Р. м. с. великий вплив мають дослідження з мовотворення та сприймання мовлення людиною. Ці дослідження дають змогу вивчати властивості мовного сигналу й принципи переробки його.

Літ.: Сапожков М. А. Речевой сигнал в кибернетике и связи. М., 1963 [бібліогр. с. 419—450]; Волошин Г. Я. Об использовании языковой избыточности для повышения надежности автоматического распознавания речевых сигналов. В кн.: Вычислительные системы, в. 28. Новосибирск, 1967; Винцюк Т. К. Распознавание слов устной речи методами динамического программирования. «Кибернетика», 1968, № 1; Труды IV Всесоюзной школы-семинара. Автоматическое распознавание слуховых образов. К., 1969; Величко В. И., Загоруйко Н. Г. Автоматическое распознавание ограниченного набора устных команд. В кн.: Вычислительные системы, в. 36. Новосибирск, 1969; Чистович Л. А., Кожевников В. А. Восприятие речи. В кн.: Вопросы теории и методов исследования восприятия речевых сигналов, в. 22. Л., 1969; Винцюк Т. К. Поэлементное распознавание непрерывной речи, составленной из слов заданного словаря. «Кибернетика», 1971, № 2.

Т. К. Вінцюк.

РОЗПІЗНАВА́ННЯ О́БРАЗІВ — процес, при якому на підставі численних характеристик (ознак) якогось об'єкта визначається одна або кілька нових, найістотніших його характеристик, зокрема, його приналежність до певного класу об'єктів. Розв'язати задачу розпізнавання образів — значить за непрямими даними знайти правила, за якими кожному наборові значень ознак якогось об'єкта ставиться у відповідність одне рішення із заданої множини можливих рішень, що визначають істотні характеристики цього об'єкта. Задачами Р. о. є, напр., задачі розпізнавання зорових сигналів (рукописних чи друкованих літер і цифр, фотографій реальних об'єктів тощо), звукових сигналів (напр., слів усного мовлення), задачі мед. і тех. діагностики тощо. Істотним тут є те, що одному й тому самому результатові розпізнавання або рішенню відповідає багато вхідних сигналів, відмінність між якими залежить від діяння невідомих факторів.

Автоматичне Р. о. застосовують для введення інформації в автомат. системи, напр. у ЦОМ, та в тих випадках, коли людині важко прийняти рішення через надто велику кількість первісних *даних*, не пристосованих для людського розпізнавання, напр., при діагностиці несправностей механізмів за шумом.

Основні поняття і термінологія. У кожній задачі розпізнавання первісними даними є результати спостережень або безпосередніх вимірювань. Їх наз. первинними ознаками, а сукупність усіх первинних ознак — вхідним сигналом. Напр., у випадку, коли розпізнаються звуки, за первинні ознаки можуть правити значення звукового тиску в дискретні моменти часу. Результатом одного акту розпізнавання є рішення, а результатом розв'язання задачі розпізнавання є *правило вирішувальне* (або алгоритм прийняття рішення, або вирішувальна ф-ція), яке визначає відображення множини сигналів на множину рішень, тобто для кожного сигналу вказує на певне рішення. Якщо множина рішень дискретна і різних рішень небагато, то розпізнавання можна розглядати як класифікацію. Вирішувальна функція в цьому випадку ділить множину сигналів на підмножини, які наз. класами, так що кожному класові відповідає одне певне рішення. У тих випадках, коли множина сигналів є топологічним простором, тобто коли доцільно говорити про близькість двох сигналів, границі класів наз. *роздільними поверхнями* (зокрема, це можуть бути гіперплощини).

Здебільшого існує певна об'єктивна класифікація сигналів, яка, в принципі, може бути відома, якщо доступні деякі додаткові (щодо вхідного сигналу) відомості. Напр., коли розпізнають корисні копалини за даними геол. розвідування, відомості про об'єктивну наявність копалин можна, в принципі, одержати, якщо зробити спробу видобути їх. Проте є й такі випадки, коли такої об'єктивної класифікації не існує, напр., при розпізнаванні погано написаних рукописних знаків, бо різні люди

можуть прочитати подібний, окремо взятий знак по-різному. Об'єктивну класифікацію можна описати за допомогою певного дискретного параметра, що його наз. шуканим параметром. Тоді слід вважати, що сигнал залежить від шуканого параметра. В заг. випадку може бути кілька шуканих параметрів, і вони можуть бути неперервними. Напр., у задачі тех. діагностики стан механізму, який розпізнають, вивчаючи створюваний цим механізмом шум, характеризується величинами зазорів між спряжуваними поверхнями, зокрема, зазорами в підшипниках. Величини зазорів і є шуканими параметрами.

Сфера практичних застосувань. Методи Р. о. можна застосовувати для розв'язування таких практичних задач: 1) розпізнавання літер і цифр з метою введення даних у ЦОМ; 2) розпізнавання слів усного мовлення з метою введення даних у ЦОМ або керування автоматами; 3) діагностика захворювань, де неперервна множина рішень являє собою множину способів лікування; 4) діагностика несправностей машин; 5) обробка даних геол. розвідування, при якому рішення приймають залежно від наявності певних копалин; 6) обробка радіолокаційних сигналів з прийняттям рішень залежно від наявності певних об'єктів, які виявляються, та залежно від значень параметрів, що характеризують ці об'єкти; 7) автомат. класифікація живих клітин, напр., кров'яних тілець, які спостерігають під мікроскопом; 8) обробка фотографій слідів частинок у фіз. експериментах, щоб визначити параметри частинок і відібрати знімки, які відображають інтересні для фізика події; 9) розпізнавання фраз або слів певного типу в тексті, написаному формальною чи природною мовою; 10) розпізнавання алгебр. виразів певних типів під час виконання формальних перетворень над формулами за допомогою ЦОМ.

Ці задачі за своєю природою істотно відрізняються одна від одної. В перших двох необхідно знайти такий спосіб класифікації вхідних сигналів, який якнайточніше відповідав би класифікації, яку здійснює людина. Це зумовлене тим, що різні варіанти написання літер та вимова слів пристосовані для людського сприйняття. В задачах 3) —8) існують деякі об'єктивно правильні рішення, які, в принципі, можна взнати, маючи в своєму розпорядженні додаткові (щодо вхідного сигналу) дані. В цих випадках треба, щоб вирішувальна ф-ція якнайточніше відтворювала ці правильні рішення. В задачі 10) припускають, що формальне означення класу алгебр. виразів відоме, і задача розпізнавання полягає в перетворенні такого означення на правило прийняття рішення щодо приналежності до певного класу. Здійснити таке перетворення іноді буває складно. Досить згадати, напр., що розглядувані в теорії скінченних автоматів *регулярні події та вирази* задають строго визначені множини слів. Проте побудувати *автомат скінченний*, який вказує приналежність будь-якого слова до такої множини, загалом кажучи, дуже важко.

Формальні постановки задач. Серед перелічених вище задач розпізнавання лише 10-а задача має формальну матем. постановку. Проте й багато які з решти задач допускають формальну постановку. Вона базується на більш-менш обгрунтованих гіпотезах про процеси, які визначають залежність первинних ознак від тих величин чи параметрів, щодо значень яких треба приймати рішення. Ці гіпотези можуть стосуватися властивостей різних підмножин, властивостей вирішувальних ф-цій чи характеру процесів, які породжують спостережувані сигнали. Розрізняють чотири типи задач, що стосуються проблеми Р. о. і відрізняються одна від одної постановками. Нижче наведено дещо спрощені постановки цих задач.

1) Задача класифікації. Дано розподіл імовірностей сигналу, залежний від якогось дискретного параметра, що його наз. шуканим, або якісь умови, теж залежні від параметра, яким має задовольняти сигнал. Вказано деякий критерій, який наз. *риском розпізнавання* і який характеризує якість вирішувальної ф-ції для різних значень параметра (в середньому або для «найгіршого» значення параметра). Можна сказати, що критерій характеризує ступінь відповідності одержуваних рішень справжнім значенням параметра, тобто «правильність» рішень. Потрібно знайти найкращу (в розумінні цього критерію) вирішувальну ф-цію. Якщо дано розподіл імовірностей, розпізнавання зводиться до однієї із задач теорії статистичних розв'язань (див. *Статистичні методи розпізнавання*). Випадок, коли задано умови, які визначають неперетинні підмножини значень сигналу для кожного значення шуканого параметра, з першого погляду здається тривіальним, оскільки рішення міститься в умовах задачі. Проте це не завжди буває так, бо умови, які цілком точно визначають підмножини, іноді дуже важко безпосередньо перевірити. В таких випадках треба знайти ефективний спосіб перевірки умов. У цьому полягає розв'язання задачі класифікації.

Нехай, напр., кожну підмножину задано як поєднання гіперкуль, що їхні центри лежать на якійсь гіперповерхні, заданій параметричними рівняннями. Очевидно, що тим самим множину сигналів кожного класу повністю визначено. Але незважаючи на це, перевірити приналежність довільного даного сигналу до якогось класу дуже важко, бо для цього треба здійснити багато обчисл. операцій. Справді, якщо зазначена гіперповерхня не є гіперплощиною, то для кожної комбінації значень параметрів необхідно обчислити відстань від точки, що відповідає даному сигналові, до точки на гіперповерхні. Нехай положення точки на гіперповерхні визначається n параметрами, кожний з яких набуває m істотно відмінних одне від одного значень. Тоді треба виконати m^n обчисл. операцій. Вже при $m \approx 10$ та $n \approx 5$ виконати таке число операцій стає важко навіть у тому разі, коли використовують засоби

цифрової та аналогової *обчислювальної техніки.* При $n > 15$ це нездійсненне. Тому, незважаючи на те, що підмножини сигналів задано, задача класифікації може лишатися нетривіальною. В цьому разі вона полягає у відшуканні ефективного способу перевірки приналежності сигналу до однієї з заданих підмножин.

2) Задача описання. Дано множину якихось елементарних сигналів і правила складання складного сигналу з елементарних (правила синтезу). Треба знайти правила аналізу, тобто правила, за якими, маючи реалізацію складного сигналу, можна знайти ті елементарні сигнали, з яких його складено, та зазначити правила синтезу, за якими його складено. Напр., зображення літери можна розглядати як зображення, складене з елементарних частин — відрізків прямих ліній та дуг кіл. Правила синтезу визначають вибір потрібних відрізків та порядок їх з'єднання один з одним. Описування цього зображення літери полягає у перелічуванні відрізків, з яких вона складається, та в зазначенні того, як вони розміщені один щодо одного. Задача описування ускладнюється, коли певні правила синтезу можна зазначити лише для деяких ідеалізованих сигналів, що їх наз. *еталонами,* а спостережувані сигнали відрізняються від еталонів тим, що в них є випадкові завади. В цьому разі треба або щоб були відомі статистичні властивості завад, або щоб було прийнято певні припущення про ці властивості. Розв'язати задачу описання в цьому разі, це значить: вказати правила знаходження такого еталона, який складено за заданими правилами синтезу і який, водночас, є за певного сигналу найвірогіднішим, тобто в певному розумінні найближчим до цього сигналу.

3) Задача навчання (див. *Навчання розпізнавати образи*). Ця задача виникає тоді, коли в умові однієї з задач типу 1) чи 2) є, крім шуканого параметра, ще й якийсь невідомий, т. з. сталий, параметр, про який відомо лише те, що він зберігає стале значення. Отже, розподіл імовірностей, або умови, які задають підмножини сигналів чи множину допустимих еталонів, визначено не повністю. Дано також *навчальну вибірку,* яка являє собою послідовність сигналів, що спостерігалися за цих умов; щодо кожного з них зазначено правильне рішення. Треба побудувати вирішувальну ф-цію. В разі навчання умови задачі визначають не єдину вирішувальну ф-цію, а цілу сім'ю таких функцій. За допомогою навчальної вибірки й заданого критерію якості розпізнавання (риску) можна вибрати найкращу щодо цього критерію вирішувальну ф-цію з сім'ї. Нехай, напр., відомо, що сигнали кожного з двох класів являють собою n-вимірні *випадкові величини* зі сферично симетричними нормальними розподілами, але значення середніх невідомі. Середні в цьому разі являють собою багатовимірний сталий параметр. За критерій якості розпізнавання візьмемо імовірність помилки. Ці умови визначають, як можливі вирішувальні ф-ції, сім'ю лінійних порогових функцій виду $d = \text{sign}\,(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + a_0)$, де x_i — первинні ознаки, a_i ($i = 0, 1, 2, \ldots, n$) — коефіцієнти, вибір яких залежить від значень сталого параметра. Коефіцієнти a_i треба вибрати так, щоб гіперплощина $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - a_0 = 0$ найкраще щодо імовірності помилки розділяла сигнали, що входять до навчальної вибірки.

4) Задача самонавчання (див. *Самонавчання розпізнавати образи*). Постановка цієї задачі подібна до постановки попередньої задачі і відрізняється від неї тільки тим, що навчальна вибірка містить лише послідовність сигналів, правильних рішень у ній не зазначено. Як найпростіший приклад розглянемо одновимірний випадковий сигнал. Нехай відомо, що кожному з двох класів відповідає нормальний розподіл сигналу з невідомим середнім та відомими різними *дисперсіями.* Якщо дано навчальну вибірку, яка являє собою мішану вибірку з обох розподілів, то за цією вибіркою можна відновити значення середніх, напр., за методом найбільшої правдоподібності. Коли дисперсії однакові, то рішення буде неоднозначне: класи можна поміняти місцями. Взагалі однозначність рішення задачі самонавчання залежить від повноти тих відомостей про розподіли чи підмножини сигналів, які є в умові задачі.

Основні способи розв'язування задач. Задачі класифікації здебільшого можна сформулювати як статистичні. Тому осн. способом розв'язування таких задач слід вважати побудову *байєсівського вирішувального правила.* Проте в багатьох практично важливих випадках розподіли ймовірностей, які необхідно знати, щоб розв'язати задачу Байєса, описуються багатовимірними інтегралами і їх обчислити досить важко.

Задачі описання складних сигналів за відсутності завад, зокрема задачі розпізнавання фраз та алгебр. виразів, можна розв'язати методами, аналогічними формально-синтаксичному аналізові. Правила складання складного сигналу з елементарних розглядають при цьому як *граматику формальну.* Задача описування складних сигналів за наявності завад, якщо її розглядати як відшукання «граматичної конструкції», найближчої до даного сигналу, зводиться до задачі відшукання найкоротшого *шляху* на графі і розв'язується відомими методами розрахунку сіток. Задачі навчання та самонавчання зводяться здебільшого до відшукання екстремуму якогось критерію (зокрема, функції правдоподібності) за параметрами вирішувальної ф-ції. Оскільки параметрів, як правило, багато, ці задачі є одними з найскладніших щодо обчислювання. Більшість таких задач за одноекстремальних критеріїв можна розглядати як окремі випадки стохастичної апроксимації (див. *Стохастичної апроксимації метод*).

У найпростішому випадку, коли кількість класів дорівнює двом і з умови задачі випливає, що вирішувальну ф-цію можна знайти в класі лінійних порогових функцій від первинних ознак, задачу навчання можна сформулювати як задачу відшукання такого напрямку e, для якого, напр., $\min(x_i, e) = \max$, за умови $|e| \leqslant 1$, де $x_i = v_i$ — для сигналів v_i з 1-го класу та $x_i = -v_i$ для сигналів v_i з 2-го класу. Нелінійні вирішувальні ф-ції вдається знайти в тих випадках, коли з умови відомо, що вирішувальну ф-цію $d(x) = \operatorname{sign} f(x)$ можна представити за допомогою достатньо короткого ряду $f(x) = \sum_{i=1}^{N} c_i \varphi_i(x)$, де $\varphi_i(x)$ — довільні, заздалегідь задані функції, а число N може досягати кількох сот або, щонайбільше, кількох тисяч. Така задача зводиться до відшукання лінійної вирішувальної ф-ції в «спрямному» просторі вторинних ознак $\varphi_i(x)$, і її можна розв'язати, зокрема, або *потенціальних функцій методом*, або за допомогою алгоритмів *персептрона*. При цьому слід мати на увазі, що універсальним, тобто застосовним для будь-якої функції $f(x)$ цей метод є лише тоді, коли сигнали x маловимірні. В цих випадках як набір функцій $\varphi_i(x)$ можна взяти якусь повну систему функцій, і тоді будь-яку $f(x)$, що задовольняє досить заг. вимоги, можна з достатньою мірою точності зобразити коротким рядом. Проте кількість членів ряду, необхідних для одержання прийнятої точності апроксимації, зростає так швидко зі зростанням розмірності сигналу x, що вже за розмірності, більшої як 5, універсальну систему функцій побудувати неможливо. А в більшості практично важливих задач розпізнавання розмірність сигналу становить кілька десятків або навіть кілька сотень.

Практичні досягнення галузі Р. о. стосуються насамперед створення *читаючих автоматів*, призначених для безпосереднього введення в ЦОМ буквено-цифрової інформації. Істотні успіхи одержано й для інших зображень (див. *Розпізнавання зорових образів*) та в галузі автомат. *розпізнавання мовних сигналів*. Але ці роботи не вийшли поки що за межі лабораторій. Багато успішних спроб застосувати методи розпізнавання зроблено в галузі обробки геолого-розвідувальних даних і насамперед для розпізнавання нафтоносних шарів. Певних успіхів досягнуто і в розпізнаванні захворювань за наборами симптомів. Іл. між с. 376—377.

Літ.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Ковалевский В. А. Распознавание образов: эвристика или наука? К., 1970 [бібліогр. с. 87—92]; Автоматический анализ сложных изображений. М., 1969. *В. А. Ковалевський.*

РОЗПІЗНАВА́ННЯ ПРОЦЕ́СІВ — прийняття рішення про послідовність станів k_t якогось об'єкта в моменти часу $t = 1, 2, \ldots, m$ (або про параметри цієї послідовності) на підставі послідовності сигналів (ознак) v_t, що характеризують цей об'єкт у ті ж самі моменти часу. Для Р. п. характерним є те, що послідовні стани залежать один від одного, тому оптим. рішення про стан об'єкта в будь-який момент часу можна прийняти лише знаючи значення ознак, взагалі кажучи, в усі моменти часу. Якщо стани в послідовності взаємно незалежні, то оптим. рішення про послідовність станів вироджується в послідовність оптим. рішень про кожний стан окремо. Специфічні риси Р. п. найнаочніше ілюструються на прикладі *марковських процесів*. Для розв'язування задачі Р. п. має бути задано апріорний розподіл імовірностей $p(k_1, k_2, \ldots, k_m)$ послідовності станів і умовний розподіл $p(v_1, v_2, \ldots, v_m | k_1, k_2, \ldots, k_m)$, що вказує, як спостережувані сигнали залежать від станів. У випадку марковських процесів припускають, що розподіл імовірностей станів у момент t цілком визначається станом у момент $t-1$, тобто справджується рівність $p(k_t|k_1, k_2, \ldots, k_{t-2}, k_{t-1}) = p(k_t|k_{t-1})$. Це означає, що апріорний розподіл імовірностей послідовностей станів цілком визначається т. з. перехідними імовірностями $p(k_t|k_{t-1})$:

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_m = p(k_1) \prod_{t=2}^{m} p(k_t|k_{t-1}).$$

Щодо залежності послідовностей сигналів $v_1, v_2, \ldots, v_{m-1}, v_m$ від послідовності станів припускають, що сигнал у момент t залежить лише від стану в цей момент часу, тобто

$$p(v_t|k_1, k_2, \ldots, k_m) = p(v_t|k_t);$$

$$p(v_1, v_2, \ldots, v_m|k_1, k_2, \ldots, k_m) = \prod_{t=1}^{m} p(v_t|k_t).$$

Можна навести такі приклади задач Р. п., для яких зазначена модель є досить правдоподібною.

1) Припустимо, що $k_1, k_2, \ldots, k_m$ — послідовність станів досліджуваного хворого на 1-й, 2-й і m-й день, а $v_1, v_2, \ldots, v_m$ — результати спостережень за хворим у ті самі дні. На підставі цих спостережень та знання про перехідні ймовірності $p(k_t | k_{t-1})$, характерні для цього захворювання, потрібно визначити стан хворого в момент m, де m — дата сьогоднішнього дня. Стани $k_{m-1}, k_{m-2}, \ldots, k_1$ хворого за попередні дні невідомі; відомо лише, що їх супроводять сигнали $v_{m-1}, v_{m-2}, \ldots, v_1$. В разі, коли потрібно визначити стан хворого з мінім. імовірністю помилки, задача полягає в тому, щоб знайти таке значення k_m, для якого ймовірність $p(k_m | v_1, v_2, \ldots, v_m)$ є максимальною. Цей розподіл імовірностей обчислюють за допомогою такої рекурентної процедури:

$$p(k_t | v_1, v_2, \ldots, v_t) = S^{-1} \sum_{k_{t-1}} p(k_{t-1} | v_1, v_2, \ldots, v_{t-1}) \, p(k_t|k_{t-1}) \, p(v_t | k_t),$$

де $S = \sum_{k_t} p(k_t \mid v_1, v_2, \dots, v_t)$ — нормувальний множник.

Обчисливши спочатку ймовірність $p(k_1 \mid v_1)$ за формулою Байєса, а потім послідовно розподіли $p(k_2 \mid v_1, v_2)$, $p(k_3 \mid v_1, v_2, v_3)$ і т. д., можна визначити й потрібний розподіл $p(k_m \mid v_1, v_2, \dots, v_m)$. 2) Припустимо, що перехідні ймовірності $p(k_t \mid k_{t-1})$ різні для різних захворювань, тобто відомі лише ймовірності $p(k_t \mid k_{t-1}, a)$, де a — захворювання, що в цьому разі невідоме. На основі послідовності сигналів $v_1, v_2, \dots, v_m$ про хворого потрібно визначити характер захворювання a, якщо відомим є апріорний розподіл $p(a)$. Цю задачу можна звести до попередньої, ввівши якийсь узагальнений стан z_t, що дорівнює парі (k_t, a_t), з перехідними ймовірностями $p(z_t \mid z_{t-1}) = p(k_t, a_t \mid k_{t-1}, a_{t-1})$, які дорівнюють $p(k_t \mid k_{t-1}, a)$, якщо $a_t = a_{t-1} = a$, і дорівнюють нулеві в противному разі. Звівши так задачу до попередньої, можна визначити розподіл $p(k_m, a \mid v_1, v_2, \dots, v_m)$, а, отже, і шуканий розподіл $p(a \mid v_1, v_2, \dots, v_m)$. 3) Іноді виникає задача поновити всю послідовність станів $k_1, k_2, \dots, k_m$ (а не лише останній її елемент), якщо відома послідовність сигналів $v_1, v_2, \dots, v_m$. Якщо потрібно вказати найімовірнішу послідовність станів (а це не те саме, що знайти послідовність найімовірніших станів), то задача зводиться до відшукання таких значень для станів $k_1, k_2, \dots, k_m$, які забезпечують максимум виразу $\prod_{t=1}^{m} p(k_t \mid k_{t-1})\, p(v_t \mid k_t)$. Цей максимум і його місце можна визначити за допомогою методів *програмування динамічного*.

До Р. п. зводиться і багато задач розпізнавання зорових і звукових сигналів (див. *Розпізнавання образів*).

Літ.: Хазен Э. М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М., 1968 [бібліогр. с. 251—253]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960.

М. І. Шлезінгер.

РОЗПОДІЛ ІМОВІРНОСТЕЙ — одно з основних понять *імовірностей теорії*. Р. і. *випадкової величини* ξ — це набір імовірностей, який визначає *імовірність* того, що випадкова величина набуває значення з різних підмножин числової осі. Якщо можливі значення випадкової величини становлять скінченну або нескінченну послідовність, то Р. і. визначають, задаючи ці значення $x_1, \dots, x_n, \dots$, і відповідні їм імовірності $p_1, \dots, p_n, \dots$. Напр., якщо ξ — число очок, які випадають на верхній грані симетричної гральної кості, то Р. і. ξ задають такою табл.:

Можливі значення	1	2	3	4	5	6
Відповідні ймовірності	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Якщо ξ — кількість пострілів до першого влучення в ціль (імовірність влучання при одному пострілі дорівнює p), то Р. і. ξ наз. **геометричним** і задають його такою таблицею:

Можливі значення	Відповідні ймовірності
0	p
1	$(1-p)p$
⋮	
n	$(1-p)^n p$

Р. і. такого виду наз. **дискретними**. Найважливіші приклади дискретних розподілів: *Бернуллі розподіл* і *Пуассона розподіл*. При дискретному Р. і. задавання значень разом з відповідними ймовірностями визначає ймовірність попадання випадкової величини в будь-яку підмножину A числової осі за ф-лою $P\{A\} = P\{\xi \in A\} = \sum_{x_i \in A} p_i$. Але задати Р. і. перелічуванням можливих значень і відповідних імовірностей можна не завжди, бо можливі значення можуть цілком заповнити цілий проміжок, і, отже, їх не можна розмістити у вигляді нескінченної послідовності. Напр., якщо випадкова величина ξ рівномірно розподілена на відрізку $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, подібно до похибок заокруглення при вимірюванні неперервних величин, то ξ може набувати будь-якого значення на цьому відрізку, при цьому ймовірність кожного окремого значення дорівнює нулеві. Р. і. таких випадкових величин задають зазначенням імовірності того, що випадкова величина набуває значень з будь-якого заздалегідь визначеного інтервалу $[a, b]$. При цьому досить вказати ймовірності попадання в усі нескінченні півінтервали $(-\infty, x)$, тобто ймовірності подій $\{\xi < x\}$. Імовірність $P\{\xi < x\} = F(x)$ залежить від x і наз. **функцією розподілу** випадкової величини ξ. Ф-ція розподілу — неспадна ф-ція, неперервна зліва і така, що $0 \leqslant F(x) \leqslant 1$, $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$. Імовірності попадання в будь-який півінтервал виражають через ф-цію розподілу, а саме: $P\{a \leqslant \xi < b\} = F(b) - F(a)$. При кожному x $P\{\xi = x\} = F(x+0) - F(x)$, де $F(x+0)$ — права границя $F(x)$ в точці x; зокрема, для випадкових величин з неперервною ф-цією розподілу ймовірність кожного окремого значення дорівнює нулеві. Якщо існує невід'ємна ф-ція $p(x)$, така, що при всіх a та b $(a < b)$ $P\{a \leqslant \xi < b\} = \int_a^b p(x)\,dx$, то $p(x)$ наз. **щільністю ймовірності**

випадкової величини ξ. Р. і., що мають щільність, наз. **неперервними**. Найважливіші приклади неперервних Р. і.— *нормальний розподіл* і *показниковий розподіл*. Рівномірний розподіл на відрізку $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ теж неперервний; його щільність імовірності на відрізку $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ дорівнює 1, а поза цим відрізком — нулеві. Якщо щільність імовірності неперервна в точці x, то $p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$, інтеграл від щільності на всій числовій осі дорівнює 1. Задавання ймовірностей попадання випадкової величини в інтервали однозначно визначає всі ймовірності вигляду $P\{\xi \in A\}$, де A — будь-яка борелівська множина (клас борелівських множин містить, зокрема, всі відкриті й замкнені множини).

М. Й. Ядренко.

РОЗПОДІЛЬНА ЗАДА́ЧА — задача про найраціональніший план перевезення неоднорідних взаємозамінних продуктів з пунктів виробництва до пунктів споживання. Нехай є m пунктів виробництва: $A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ і n пунктів споживання: $B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_n$. У пункті A_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) виробляють a_i одиниць i-го продукту. Величина споживання в пункті B_j, виражена в зведених одиницях, дорівнює b_j. Коефіцієнт взаємозамінності одиниці i-го продукту (вироблюваного в пункті A_i) для задоволення потреби пункту B_j дорівнює λ_{ij}. Транспортні витрати, пов'язані з перевезенням одиниці i-го продукту з пункту A_i до пункту B_j, дорівнюють c_{ij}. Р. з. полягає в тому, щоб визначити план перевезень, який мінімізує сумарні транспортні витрати й при реалізації якого можна було б задовольнити запити всіх пунктів споживання (з урахуванням взаємозамінності продуктів). Нехай x_{ij} — кількість i-го продукту, що його перевозять з пункту A_i до пункту B_j. Тоді Р. з. математично формулюють так: треба знайти значення змінних x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, плану перевезень, який мінімізує транспортні витрати $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$ за умови

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i \qquad i = 1, \ldots, m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_{ij}x_{ij} = b_j, \qquad j = 1, \ldots, n; \quad x_{ij} \geqslant 0,$$

$$i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n.$$

Якщо всі $\lambda_{ij} = 1$, то Р. з. перетворюється на звичайну *транспортну задачу*.

І. М. Мельник.

РОЗРАХУНКОВИЙ СТІЛ ПОСТІ́ЙНОГО СТРУ́МУ, **розрахункова модель електричної системи** — установка, яка являє собою модель — аналог складної електричної системи. Р. с. п. с. дає змогу замінити громіздкі розрахункові операції вимірюваннями струмів, напруг та потужностей на моделі. Вперше Р. с. п. с. застосовано 1913—15 у Німеччині для розрахунку складних міських електромереж змінного струму. Широкому застосуванню їх для розрахунків струмів короткого замикання сприяв метод симетричних складових, за допомогою якого можна порівняно просто визначати струми при несиметричних коротких замиканнях. В СРСР перші Р. с. п. с. для розраховування струмів короткого замикання розроблено 1934.

Елементи електр. мережі змінного струму характеризуються в основному індуктивними опорами. Тому, якщо знехтувати активними опорами цих елементів системи, а індуктивні опори представити активними, то похибка, викликана таким спрощенням і тим, що не береться до уваги зсув фаз ерс генераторів одної відносно одної, буде невелика. Це дозволило створити прості Р. с. п. с., в яких активні опори зображують реактивні, а в деяких випадках — повні опори модельованих систем. Швидкість одержання результатів на цих моделях, простота, надійність в експлуатації і невелика вартість сприяють тому, що Р. с. п. с. застосовують і тепер. На них розраховують розподіл активних та реактивних потужностей у нормальних режимах електр. системи, струмів короткого замикання, місцевих (міських, сільських і фабрично-заводських) електр. мереж.

За допомогою універсального Р. с. п. с. можна досліджувати схеми будь-яких енерг. систем. Вадою цих моделей є недостатня наочність складеної електр. схеми. Спеціалізовані Р. с. п. с. моделюють конкретну електр. систему і, будучи досить наочними, дають змогу швидко, з мінім. кількістю операцій одержувати розв'язки оперативних задач, що виникають під час експлуатації енергосистем. Робота щодо вдосконалення Р. с. п. с. здійснюється в напрямі підвищення точності й наочності, автоматизації процесів розраховування та вимірювання, зменшення розмірів установок. Розширюється й сфера застосування таких пристроїв. Необхідність у підвищенні точності розрахунків дуже широкого кола задач привела до створення точніших розрахункових столів, але вже не постійного, а змінного струму.

Літ.: Азарьев Д. И. Математическое моделирование электрических систем. М.— Л., 1962 [бібліогр. с. 203—207]; Веников В. А. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., 1966 [бібліогр. с. 478—482].

А. А. Єфімов.

РОЗРАХУ́НКУ ЕЛЕКТРИ́ЧНИХ КІЛ МЕ́ТОДИ — апарат аналізу процесів, що відбуваються в заданих електричних колах (ЕК), і визначення їхніх параметрів, тобто розподілу струмів, напруг, ерс тощо.

Розроблено багато різних Р. е. к. м., ефективність застосування яких залежить від конфігурації ЕК, від типу ЕК (лінійне чи нелінійне ЕК, з постійними чи змінними параметрами, з зосередженими чи розподіленими параметрами тощо), від видів сигналів джерел енергії (постійні чи змінні сигнали, що їх у свою чергу

ділять на періодичні й неперіодичні, а також синусоїдні, експоненційні, пилкоподібні тощо), від характеру досліджуваного режиму (усталений чи перехідний) тощо.

Найбільш розроблені методи аналізу лінійних ЕК, для яких застосовний т. з. принцип накладання (принцип суперпозиції). Згідно з цим принципом наслідки, викликані в якійсь фіз. обстановці сумісними діями кількох однорідних причин, є сумою наслідків, спричинюваних у тій самій обстановці кожною з цих причин окремо. Використання цього принципу дає можливість поширювати результати, одержані для простих випадків, на випадки складніші. У зв'язку з цим принципом розроблено метод розрахунку лінійних ЕК, за яким складну задачу розкладають на ряд простіших, у кожній з яких у розгляданому складному колі діє лише одна ерс або одне джерело струму, а всі інші джерела енергії вважають за відсутні.

Основу систем рівнянь Р. е. к. м. становлять співвідношення між осн. електр. величинами для кожної окремої гілки ЕК (зв'язок між струмом і напругою) і правила Кірхгофа. В зв'язку з цим можна одержати відповідно такі три групи рівнянь. До першої відносять рівняння для окремих елементів ЕК, записані, напр., для лінійних ЕК на основі закону Ома. Другу групу складають на основі застосування до кожного вузла ЕК 1-го правила Кірхгофа, за яким алгебр. сума струмів, які втікають у замкнену поверхню (або витікають з неї), дорівнює нулеві, тобто $\sum_{k=1}^{m} i_k = 0$. Третю групу рівнянь складають, застосовуючи до замкнених контурів ЕК 2-е правило Кірхгофа, згідно з яким у будь-якому замкненому контурі алгебрична сума напруг та ерс у всіх гілках дорівнює нулеві, тобто $\sum_{k=1}^{n} U_k = 0$.

Розрахунок заданого ЕК завжди можна виконати, розв'язуючи повну систему рівнянь 2-ї або 3-ї групи з урахуванням рівнянь 1-ї групи. Однак заради спрощення обчисл. процедур у більшості випадків доцільніше скласти інший матем. опис ЕК. Так, спираючись на поняття теорії систем, для ЕК складають векторні рівняння простору станів

$$Y(t_0, t) = g[X(t_0);\ \ V(t_0, t)],$$
$$X(t) = f[X(t_0);\ \ V(t_0, t)],$$

де $X(t)$ — вектор змінних стану; $V(t)$ — вектор довільних функцій входів (напр., незалежні джерела струму чи напруги), визначений в області зміни незалежного аргументу (t_0, t); $Y(t)$ — вектор шуканих змінних (виходів ЕК); g й f — вектор-функції, які характеризують структури окремих складових ЕК й зв'язків між ними. Вибір вектора станів $X(t)$ як осн. вектора змінних ЕК полегшує використання методів матричного числення й векторного аналізу для операцій з великим числом невідомих, що входять у досліджувані задачі.

У випадку лінійних ЕК з постійними параметрами рівняння стану набувають стандартного вигляду (див. *Електричних кіл теорія*):

$$\frac{dX}{dt} = AX + BV;\quad Y = CX + DV.$$

Однак для аналізу зручніша нормальна форма рівнянь стану

$$\frac{dq}{dt} = \Lambda q + B_n V;\ Y = C_n q + D_n V,$$

де $\Lambda = M^{-1}AM$, $B_n = M^{-1}B$, $C_n = CM$, $D_n = D$, а M — модальна матриця. В цьому випадку дифер. рівняння виявляються розв'язаними відносно нових змінних стану q_1, q_2, ..., q_n, тобто вони мають вигляд $\frac{dq_i}{dt} = \lambda_i q_i + f_i$, що приводить до спрощення аналізу, де f_i — змушуюча ф-ція, що впливає на i-у змінну стану.

Для аналізу динамічних процесів в ЕК використовують різні форми представляння сигналів і параметрів кіл — комплексну, операторну, точкову тощо.

Розрізняють методи аналізу, для яких ефекту зменшення кількості обчислень досягають, застосовуючи методи формального перетворювання власне ЕК (методи трансфігурації — перетворення — підсхем) і методи, загальна ідея яких полягає в особливому виборі групи сигналів, які характеризують окремі складові процесу в складному ЕК, для якого можна скласти й розв'язати незалежну систему рівнянь і за допомогою досить простих залежностей виразити всю решту невідомих сигналів. Крім того, є окрема група методів розрахунку (прямі методи), яка дає змогу в разі необхідності простіше знаходити лише шукані компоненти процесу в ЕК.

Методи трансфігурації засновано на можливості заміни ЕК загалом або окремих його частин (підсхем) простішими колами за певними правилами. В таких перетвореннях система струмів і напруг, яка нас цікавить (компонент діючих сигналів), не змінюється (*еквівалентні перетворювання*). Разом з еквівалентними перетвореннями застосовують і нееквівалентні: внаслідок замін одержують нове ЕК з іншими, ніж у первісному колі, сигналами, геометричним образом і кількістю вузлів і контурів, але таке, що між його системою струмів, напруг і ерс та системою первісного ЕК зберігається заданий взаємозв'язок. У розрахунку за методами трансфігурації можна виділити такі етапи: 1) ЕК розчленовують на підсхеми, для кожної з яких рівняння складають у такій формі, яка дає змогу спростити подальші перетворення кола; 2) поступовим перетворенням (згортанням) окремих підсхем задане коло зводять до найпростішого виду; 3) після розрахунку одержаного простого кола виконують зворотне перетворення кола і зводять його до первісного

вигляду, одночасно знаходячи всі шукані величини.

Найпростішими прикладами еквівалентних перетворень є метод згортання паралельних гілок, метод еквівалентного генератора, метод перетворення n-променевої зірки на еквівалентний многокутник тощо. Окремо слід відзначити узагальнений метод трансфігурації (метод підсхем). Осн. особливістю цього методу є те, що при складанні рівнянь підсхем стараються одержати їх у такій формі, при якій не треба розв'язувати рівняння зв'язків між підсхемами. Для цього всі струми й напруги окремих підсхем поділяють на такі чотири групи: $\rho_п$ — вхідні величини, які характеризують початок підсхеми; $\rho_к$ — вихідні величини, які характеризують кінець підсхем; $\rho_с$ — підсумовуючі величини; $\rho_з$ — загальні величини. В заг. випадку $\rho_п$, $\rho_к$, $\rho_с$ і $\rho_з$ є багатовимірними векторами. Компонентами цих векторів можуть бути струми й напруги полюсів підсхем, а також їхні лінійні комбінації. В розрахунках лінійних кіл зв'язок між цими векторними величинами виражають у вигляді лінійних рівнянь, наприклад, таких:

$$\rho_п = \xi_{пк}\rho_к + \xi_{пз}\rho_з + \bar{\rho}_п,$$

$$\rho_с = \xi_{ск}\rho_к + \xi_{сс}\rho_з + \bar{\rho}_с,$$

де $\xi_{пк}$, $\xi_{пз}$, $\xi_{ск}$, $\xi_{сс}$ — якісь матриці; $\bar{\rho}_п$, $\bar{\rho}_с$ — вектори. Ці рівняння є основою узагальненого методу трансфігурації. Їх складено так, що вхідні й підсумовувані величини виражають через вихідні й загальні. Такий спосіб укладання осн. рівнянь веде до макс. спрощення процедури відшукування параметрів еквівалентного кола, бо вона сходить або до простого підсумовування матриць і векторів, або до операцій перемножування їх. Методи трансфігурації застосовні до розрахунку як завгодно складних лінійних ЕК. Застосовність їх для нелінійних ЕК обмежується лише деякими окремими випадками.

Друга група методів має загальну умовну назву методів визначальних координат (невідомих). У цю групу входять метод контурних струмів, метод вузлових напруг і заг. метод визначальних координат. У методі контурних струмів за осн. невідомі вибирають ті струми, які є системою незалежних струмів у контурах кола. При цьому система з $s = p - в + 1$ рівнянь матиме вигляд $RI = E$, де $в$ — кількість вузлів, p — кількість гілок, I та E — вектори відповідно контурних струмів і сумарної ерс, R — матриця опорів, причому R_{kk} і E_k — власний опір і сумарна ерс k-го контура, R_{kl} — взаємний опір між l-им і k-им контурами. Для лінійних ЕК матриця симетрична, причому для кіл постійного струму справджується співвідношення $|R_{kk}| \geqslant \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n}|R_{kl}|$, яке для кіл змінного струму справджується не завжди. Для методу вузлових напруг за визначальні невідомі беруть напруги вузлів ЕК U_k відносно певної базисної напруги. За допомогою першого правила Кірхгофа для кожного вузла складають систему $r = в - 1$ рівнянь у матрично-векторній формі $GU = I$, де G — матриця власних і взаємних провідностей вузлів, I — вектор незалежних струмів. Заг. властивості матриці G аналогічні властивостям матриці R, але для складних ЕК, в яких кількість вузлів менша за половину кількості гілок, порядок системи рівнянь за методом вузлових напруг, а отже й вимірність матриці G виявляється нижчою, ніж за методом контурних струмів ($s = p - r$). В заг. методі визначальних координат розрахунок кіл, як і в методах контурних і вузлових напруг, поділяють на два етапи. Спочатку складають і розв'язують рівняння для визначальних струмів і напруг. Кількість визначальних величин вибирають мінімально можливою. На другому етапі обчислюють усі потрібні струми й напруги, використовуючи знайдені визначальні величини та залучаючи до розрахунку рівняння, складені за законом Ома і правилами Кірхгофа. Нехай, напр., маємо якесь ЕК з кількістю невідомих N, причому схема кола така, що $n = N - m$ невідомих можна виразити через m визначальних невідомих. Позначаючи ці останні через $x_1, x_2, \ldots, x_m$, можна написати рівняння для допоміжних n невідомих

$$x_{m+1} = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_m);$$

$$x_{m+2} = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m, x_{m+1});$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_N = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_m, \ldots, x_{N-1})$$

і крім цього, рівняння заг. виду

$$F_1(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0;$$

$$F_2(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$F_m(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0.$$

Підставляючи рівняння 1-ї системи в 2-у, можна одержати систему

$$\Phi_1(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0;$$

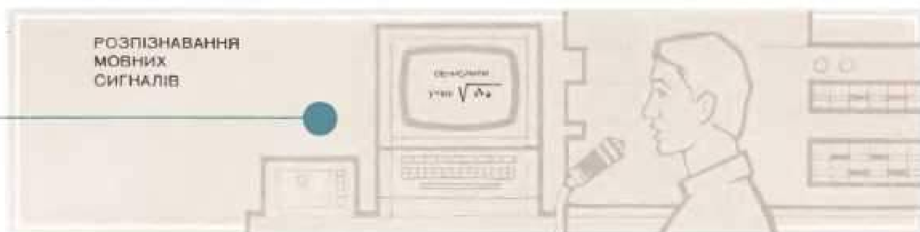
$$\Phi_2(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Phi_m(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0.$$

в яку входять лише осн. (визначальні) невідомі. Розв'язавши її одним із методів (для нелінійних рівнянь, напр., методом Ньютона, *найшвидшого спуску методом* тощо), можна потім визначити й інші невідомі за допомогою рівнянь 1-ї системи.

Методи контурних струмів і вузлових напруг є окремими випадками заг. методу визначальних координат, коли за визначальні величини

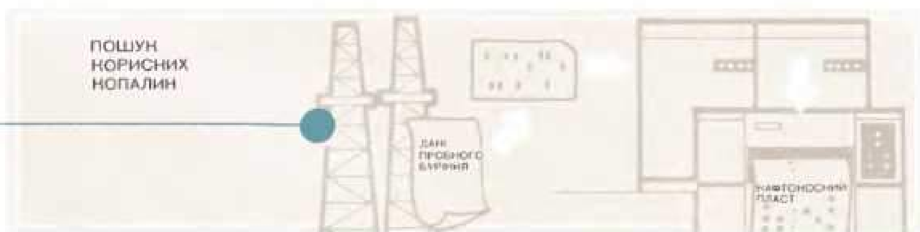


ПРАКТИЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ



ЕОМ

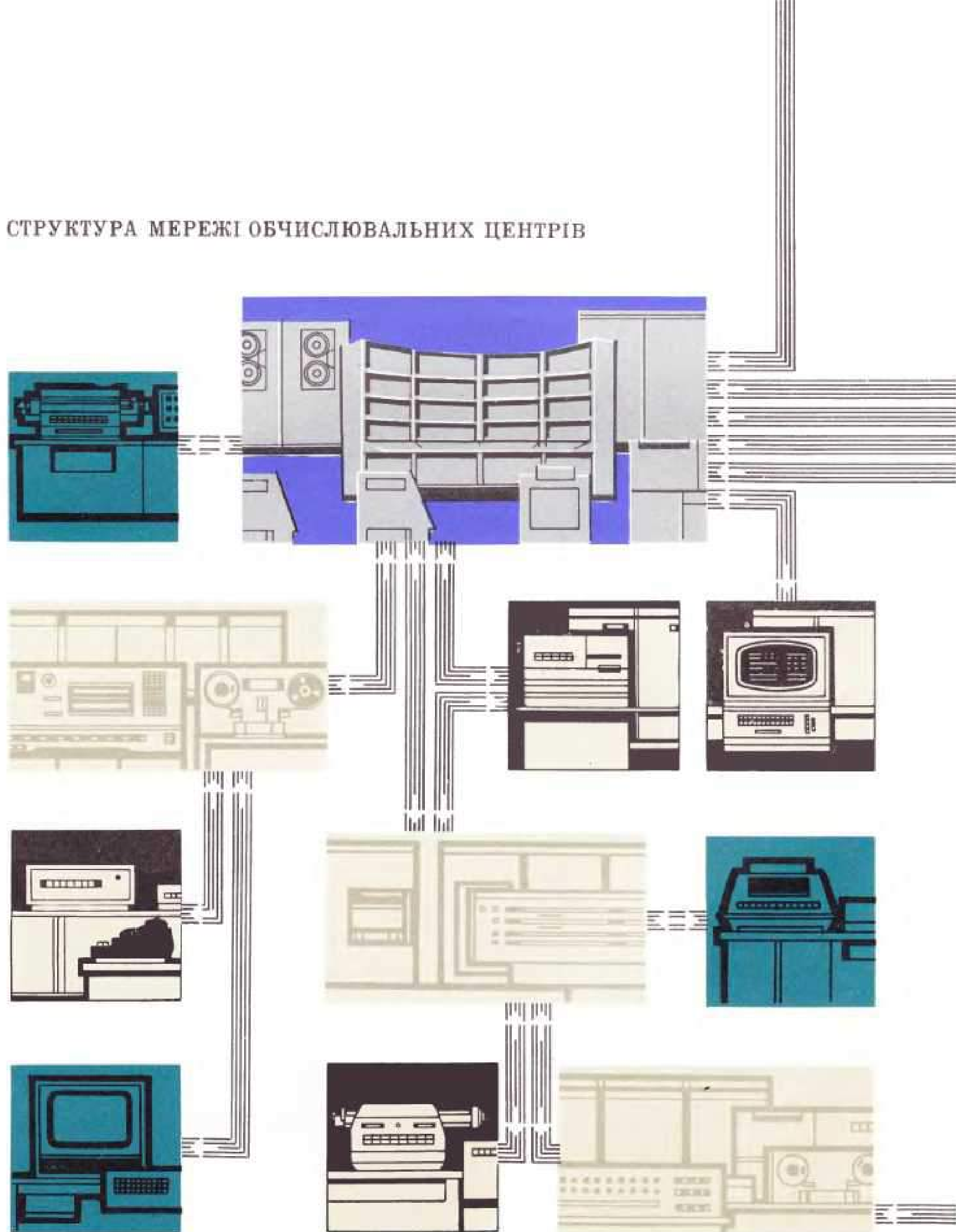


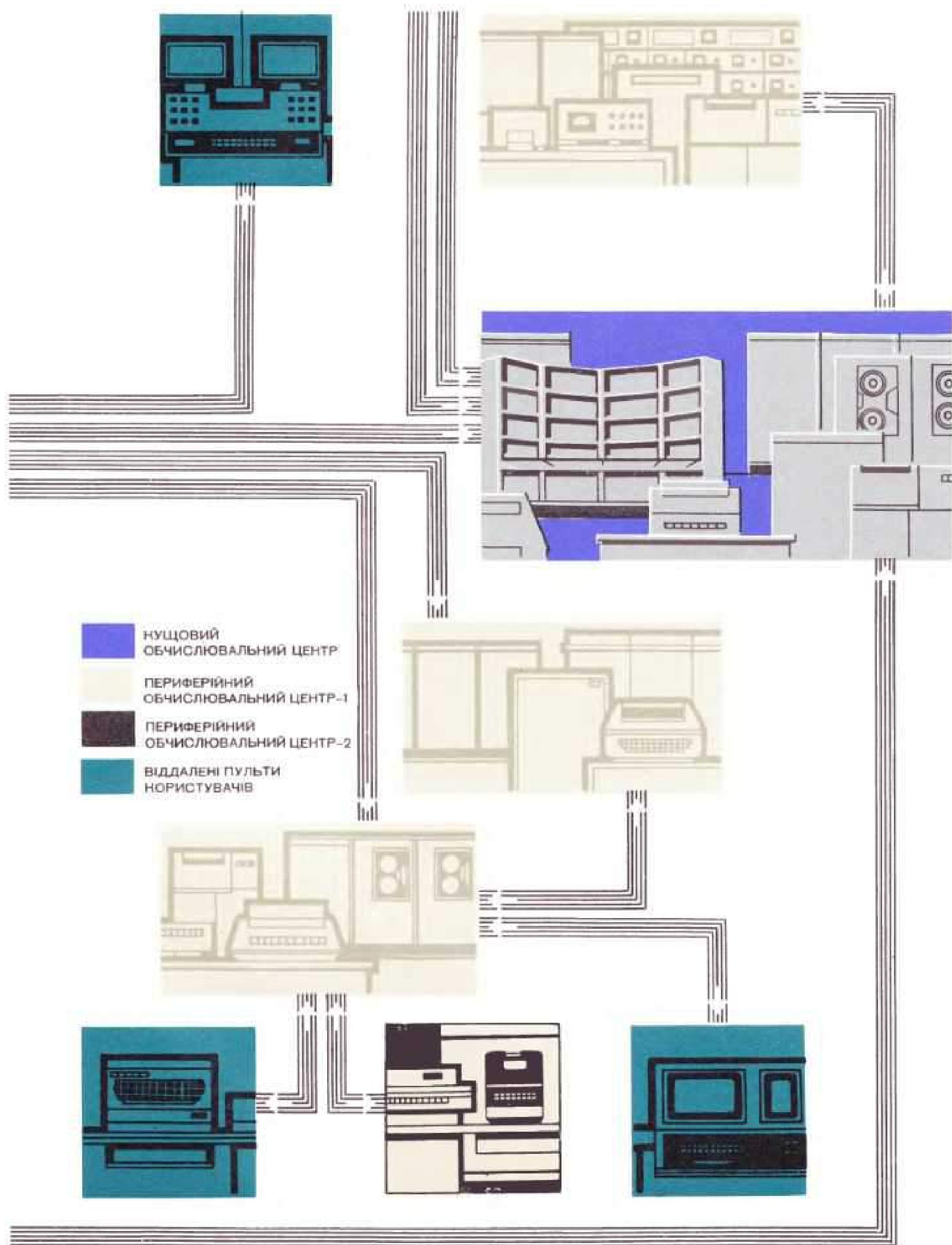




До ст. Розпізнавання образів.

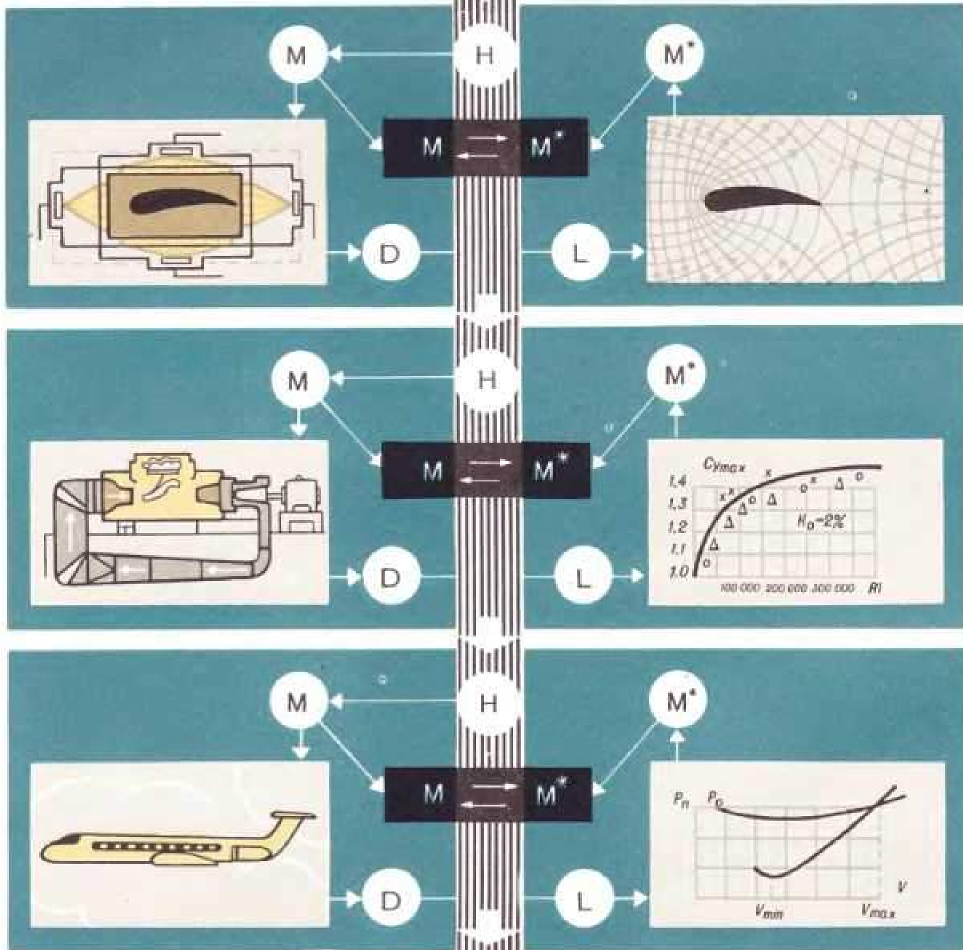
СТРУКТУРА МЕРЕЖІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЦЕНТРІВ





До ст. Обчислювальних центрів мережі.

СХЕМА ПРОЦЕСУ КЕРУВАННЯ НАУКОВИМ ЕКСПЕРИМЕНТОМ З ІЄРАРХІЧНОЮ СТРУКТУРОЮ



До ст. Система керування науковим експериментом.

вибрано відповідно або всі контурні струми, або всі вузлові напруги. А в заг. випадку за осн. невідомі можна вибирати одночасно і струми, і напруги.

У розрахунках ЕК іноді необхідно визначати не всі струми й напруги, а лише деякі з них. Методи, які дають змогу знаходити потрібні струми й напруги безпосередньо або за допомогою простих допоміжних розрахунків, наз. прямими. Залежно від характеру шуканих величин (струми, напруги або і струми, й напруги) прямі методи поділяють відповідно на метод струмів, метод напруг і мішаний метод. Ідея прямих методів полягає ось у чому. Точки ЕК, між якими треба знайти напруги, замикають накоротко, а провідники, в яких треба визначити струми,— розмикають. Внаслідок виходить якесь нове коло, яке наз. основним. Розрахунок осн. кола дає струми в місцях короткого замикання й напруги між точками розриву. Ці струми й напруги є правими частинами якоїсь системи рівнянь, з якої можна знайти шукані струми й напруги в заданому колі. Коефіцієнти цієї системи одержують як струми й напруги в осн. колі під дією допоміжних джерел одиничних задавальних струмів і напруг, що їх почергово вмикають у точки короткого замикання й розриву заданого кола. Укладаючи розрахункову систему рівнянь, враховують, що дійсні струми в точках шуканих напруг і напруги в точках шуканих струмів дорівнюють нулеві. Порядок системи рівнянь визначають кількістю шуканих струмів і напруг кола. Прямі методи дають змогу скласти систему рівнянь лише для величин, які нас цікавлять.

Систему рівнянь при розрахунках лінійних ЕК зручно записувати в матричній формі. Використання матричного запису розширює можливості здійснювати перетворення ЕК в заг. вигляді. Комплексний запис системи рівнянь у матричній формі доцільний ще й тому, що, використовуючи *обчислювальні машини* для розрахунку ЕК, широко застосовують методи програмування й раціонального розв'язування систем рівнянь у матричному запису їх.

Для будь-якого ЕК без зміни розподілу струмів будь-який опір можна замінити ерс, яка чисельно дорівнює спадові напруги в замінюваному опорі й спрямована назустріч струмові в опорі. Для лінійних ЕК додатково справджується принцип взаємності, згідно з яким при взаємному переміщенні ерс з однієї гілки в іншу її діяння (у вигляді з'явлюваного струму) на протилежне коло не змінюється. Ці властивості широко використовують в аналізі простих і складних ЕК.

Описані вище методи розрахунку справджуються для ЕК з сигналами постійного рівня й при відповідному запису для ЕК зі змінними сигналами. Особливого значення набувають ЕК зі змінними й нелінійними параметрами. Розв'язування системи рівнянь, яка описує такі ЕК, є складним навіть для відносно простих кіл, тому розроблено багато спец. методів, які дають змогу ефективніше аналізувати процеси в ЕК. Для ЕК зі ступінчасто змінюваними в часі опорами, напр., використовують метод, оснований на попередньому складанні т. з. часових колових схем, у яких окремі підсхеми відповідають ЕК з інваріантним станом параметрів в окремі проміжки часу. Цей самий метод використовують і для набл. розрахунку ЕК з неперервно змінюваними параметрами. Періодичні процеси в ЕК з так само періодично змінюваними параметрами зручно розраховувати, застосовуючи правила й формули комплексного числення. Комплексний метод є узагальненням методу комплексних амплітуд розрахунку кіл змінного струму. Цей метод має багато спільного з операторним методом. Він особливо зручний у вивченні періодичних режимів. Досліджувані кола можуть мати як постійні, так і змінні параметри, вони можуть бути й нелінійними. Метод засновано на застосуванні прямого й зворотного перетворень Фур'є зі скінченними границями

$$\dot{F}_\nu = \frac{j2}{T}\int_0^T e^{-j\nu\omega t} f(t)\,dt;$$

$$f(t) \approx \frac{1}{j2}\sum_{\nu=-n}^{\nu=n} e^{j\nu\omega t}\,\dot{F}_\nu.$$

Тут $\dot{F}_\nu$ — комплексна амплітуда ν-ї гармоніки (комплексне зображення ф-ції $f(t)$), розглянуваної в проміжку $0 < t < T$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — кругова частота осн. гармоніки, n — число врахованих гармонік. Для розрахунку нелінійних ЕК застосовують і метод еквівалентних синусоїд, метод гармонійного балансу, метод повільно змінюваних амплітуд тощо. Розраховуючи перехідні процеси в нелінійних ЕК і в ЕК зі змінними параметрами, вдаються до інтегральних методів, основаних на застосуванні різних форм закону Ома — Дюамеля

$$\int_0^t i(\gamma)\,dt = \int_0^t y(t-\gamma)\,[U(\gamma) - \overline{U}(\gamma)]\,d\gamma =$$

$$= \int_0^t y(\gamma)\,[U(t-\gamma) - \overline{U}(t-\gamma)]\,d\gamma;$$

$$\int_0^t U(\gamma)\,dt = \int_0^t z(t-\gamma)\,[i(\gamma) - \overline{i}(\gamma)]\,d\gamma =$$

$$= \int_0^t z(\gamma)\,[i(t-\gamma) - \overline{i}(t-\gamma)]\,d\gamma.$$

Ці методи дають змогу просто переходити від заг. виразів до чисельних, застосовуючи відомі формули чисельного інтегрування, й одержувати точніші результати, ніж напр., при застосуванні скінченнорізницевих методів. Методи полегшують і числові розра-

хунки перехідних процесів кіл з нелінійними й змінними параметрами порівняно з методами, основаними на перетвореннях ф-цій за Лапласом і Фур'є, бо виключають необхідність виконувати операції з'ясування зв'язків між струмами й напругами нелінійних елементів та елементів зі змінними параметрами в операторній і комплексній формах.

Літ. див. до ст. *Електричних кіл теорія.*

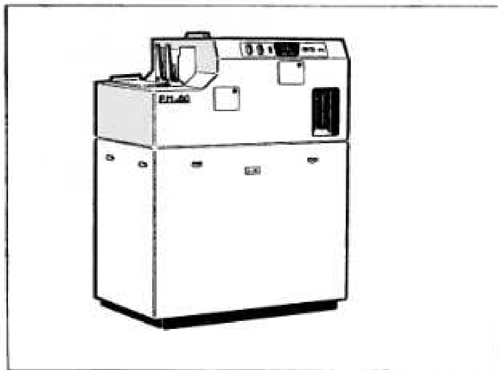
В. В. Аристов.

РОЗРЯ́ДНІСТЬ ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОЇ МАШИ́НИ — кількість розрядів, що їх відводять у ЦОМ для представлення одного інформаційного слова (числа або якоїсь іншої єдиної кодової групи). Визначається потрібною точністю представлення чисел. У ЦОМ з плаваючою комою вибір Р. о. м. істотно впливає й на діапазон представлених чисел. Вибираючи розрядність ЦОМ, в яких числа й команди зберігаються в одному ЗП, треба враховувати не тільки точність представлення чисел, а й розрядність команди; ЗП використовується найефективніше, якщо розрядності чисел і команд дорівнюють одна одній або кратні. В арифм. пристрої машини для підвищення точності обчислень можна вводити не лише основні, а й додаткові розряди. Якщо в ЦОМ застосовують апаратні методи контролю обчисл. процесу, то в розрядну сітку машини, крім інформаційних розрядів, включають і контрольні розряди. В разі потреби точність обчислень у ЦОМ із заданою розрядністю можна підвищити програмним способом. При фіксованій Р. о. м. пам'ять ЦОМ використовується неефективно, бо для представлення інформаційних слів різної довжини відводиться однакова кількість розрядів. Доцільно, щоб машина могла виконувати операції з півсловами та словами подвійної довжини. Змінна Р. о. м. поліпшує використання ємності і підвищує продуктивність ЦОМ.

Літ. Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура цифровых вычислительных машин. Л., 1970.

Ю. А. Бузунов, Є. М. Вавилов.

РОЗШИФРО́ВУВАЛЬНА МАШИ́НА — машина, що розшифровує інформацію, записану на перфокартах, і друкує її в алфавітно-цифровому коді на тих самих чи на інших перфокартах. Р. м. входить до комплекту лічильно-перфораційних та цифрових обчисл. машин. Застосування Р. м. дає змогу тримати документацію (картотеку, каталоги, відомості тощо) у стані, зручному як для автомат. обробки, так і для візуального користування нею, і нагромаджувати на перфокартах довідкову інформацію, автоматично переносячи її з робочих карт. Є Р. м. для одноразового друкування змісту *перфораційної карти* на її верх. чистому полі (11 або 12 позиції) і для періодичного друкування даних між позиціями перфокарти. Кожне нове надходження даних перфорується на карті, потім, проходячи через Р. м., друкується у вигляді окремого рядка. У найдужче швидкодіючих Р. м. перфокарти подаються широким боком уперед, отвори всіх колонок сприймаються паралельно. Друкування здійснює багаторозрядний друкувальний пристрій зі швидкістю прибл. 100 карт за 1 *хв.* У Р. м. простіших конструкцій перфокарти, що подаються вузьким боком уперед, розшифровуються за колонками, а друкування виконує однорозрядний пристрій. Швидкість роботи — прибл. 40 карт за 1 *хв.* Вітчизняна Р. м. типу РМ-80 (мал.) друкує розшифровану з перфокарт інформацію на ті ж самі карти, друкує нагромаджену в запам'ятовувальному пристрої (ЗП) інформацію з кількох робочих перфокарт (але не більше як з шести) на одну т. з. нагромаджувальну карту, та передруковує інформацію з одної перфокарти



Розшифровувальна машина РМ-80.

на кілька наступних перфокарт. До складу надрукованої інформації можуть включатись сталі дані (ознаки), що їх задає імпульсатор. Тех. швидкість роботи цієї Р. м.— 100 карт за 1 *хв*, ємність друкувального механізму — 60 розрядів, кількість символів, що друкуються — 45. За один прохід перфокарти друкується один рядок, усього на перфокарті можна надрукувати по 13 рядків з кожного боку. Рядки для друкування вибирають довільно, комутацією або послідовно, автоматично, за допомогою спец. пробивань у кінці надрукованого рядка. Осн. вузли машини: механізм транспортування карт, два щіткові блоки зчитування, схема керування, механізм зупину, блок пам'яті і друкувальний механізм. Перший блок зчитування, куди спрямовується відокремлена від усього масиву перфокарта, сприймає надсічки керування і виробляє сигнали керування друкувальним механізмом, розподілу друкованої інформації по колонках перфокарти, розподілу перфокарт по приймальних карманах. Фотодавач, повз який карта проходить після першого блоку зчитування, за спец. вічками, що їх перфоровано на карті в процесі попереднього друкування, вибирає рядок для друкування. Другий блок зчитування спрямовує зчитану інформацію в ЗП. Потім карта надходить в друкувальний механізм, де упори механізму зупину зупиняють її на рядку, вибраному фотодавачем, або на постійному рядку, що задається комутацією на комутаційній дошці. У друкувальному механізмі ротаційного типу обертання барабана, набраного з 60 друкувальних коліс, контролюється генератором синхронізуючих

імпульсів, зв'язаних із ЗП. За один оберт друкуються всі розряди рядка. З друкувального механізму перфокарта спрямовується в один з двох приймальних карманів, залежно від положення електромагніта сортування, що ним керує перший блок зчитування.

Літ.: Королева Е. П. Счетно-перфорационные машины. М., 1965; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Раздел: Вводные и выводные устройства электронных вычислительных машин. М., 1966.

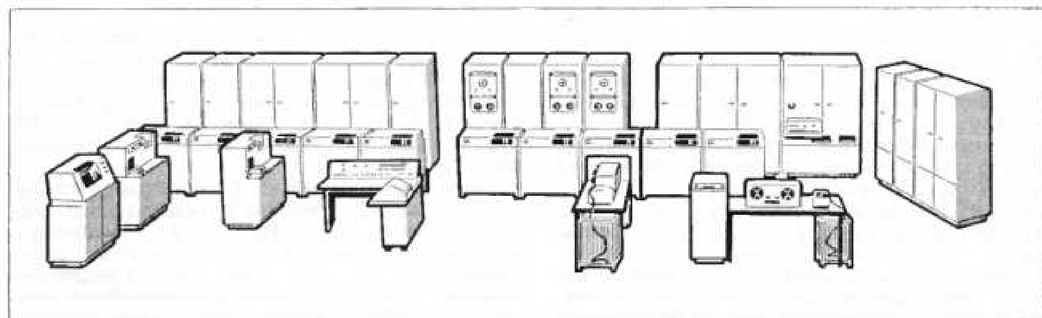
І. Т. Пархоменко.

РУНГЕ — КУТТИ МЕТОД — один з числових методів розв'язування задач Коші. Див. *Коші задачі для звичайних диференціальних рівнянь способи розв'язування.*

«РУТА 110» — комплекс пристроїв для обробки, введення, зберігання, виведення, а також дистанційного збирання й видавання алфавітно-цифрової інформації; призначений для створювання локальних систем обробки даних. Розробило його 1969 СКБ обчисл. машин (м. Вільнюс). Структуру *процесора* й *зовнішніх пристроїв* і систему команд розроблено з урахуванням вимог обробки великих масивів даних при розв'язуванні широкого кола економ., управлінських та ін. задач. До осн. складу комплексу «Р. 110» (див. мал.) входять: 1) процесор «РУТА 111», який виконує арифм., логічні та інші операції і керує всіма зовн. пристроями (ємність його *запам'ятовувального пристрою* — 16 тис. символів, довжина символа — 8 *біт*, довжина слова і команд —змінна, обробка інформації — послідовна, швидкість його — 5,5÷9 тис. операцій за 1 *сек*, форма представлення чисел — двійково-десяткова з фіксованою комою); 2) поколонний перфокартковий пристрій введення—виведення Р601 (швидкість зчитування 350 перфокарт за 1 *хв*, перфорації — 160 колонок за 1 *сек*); 3) пристрій введення — виведення інформації на 5- або 7-доріжкову перфострічку, до якого входять фотозчитувач і стрічковий *перфоратор* ПЛ—80/8 (швидкість зчитування 1000 символів за 1 *сек*, перфорації — 80 символів за 1 *сек*); 4) два ЗП із змінними касетами магн. дисків (ємність однієї касети — 1,3 млн. символів, середній час вибирання — 200 *мсек*); 5) *алфавітно-цифровий друкувальний пристрій* АЦПУ-128-2М (друкує 400 рядків за 1 *хв*); 6) пульт керування з друкарською машинкою для ручного введення інформації в процесор і виведення її з ЗП. Передбачено можливість підключати ряд додаткових пристроїв: від двох до восьми ЗП на магн. стрічках; до восьми ЗП на магн. дисках (додатково); другий перфокартковий пристрій введення — виведення; пристрій збирання і видавання даних, за допомогою якого здійснюється дистанційний зв'язок між процесором і пристроями комутації — реєстрації даних (до 19 шт.), пристроями передавання даних по телефонних каналах (до 3 шт.), пристроями дистанційного друку — *телетайпами* (до 30 шт.), між процесором і абонентською телеграфною мережею, а також між двома процесорами «РУТА 111»; до 228 пристроїв набирання даних Р901, кожен з яких може формувати цифрове повідомлення за допомогою клавіатури, жетона й перфокарти і передавати його на пристрій комутації — реєстрації на відстань до 500 *м*; оптичний читаючий пристрій «РУТА 701», який зі швидкістю 150 знаків за 1 *сек* автоматично сприймає друкарські та рукописні цифри і 4 спец. символи безпосередньо з первинних документів завдовжки від 148 до 297 *мм* і завширшки 210 *мм* і коди розпізнаних знаків або вводить у ЗП машини, або виводить на перфострічку. У комплексі «Р. 110» можна одночасно виконувати обчисл. операції і здійснювати обмін інформацією між процесором і рядом зовн. пристроїв. Одночасно можна розв'язувати до трьох програм. Залежно від розв'язуваних задач, обсягу й типу інформації, що вводиться і виводиться, споживач може з пристроїв комплексу «Р. 110» створити обчисл. систему з різною кількістю і з різною номенклатурою зовн. пристроїв.

Літ.: Разработка и внедрение комплекса электронных вычислительных машин «Рута-110». М., 1969.

З. А. Кіркліс.



Обчислювальний комплекс «Рута 110».

R-ФУНКЦІЇ — відображення виду $y = f(x)$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ множини Q^n у Q, «споріднені» в певному розумінні з функціями k-значної логіки (зокрема, при $k = 2$ — з *булевими функціями*). R-ф-ції вперше запровадив 1963 рад. математик В. Л. Рвачов. Є нескінченно багато різних множин R-ф-цій, кожну з яких повністю визначає завдання розбиття Q на систему підмножин $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{k-1}$. Нехай $S_k(t) = i$, якщо $t = Q_i$ $(i = 0, 1, \ldots, k-1)$.

Тоді відображення $y = f(x)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$ наз. R-ф-цією, яка відповідає вказаному розбиттю множини Q, якщо існує така ф-ція k-значної логіки (див. *Логіка багатозначна*) $Y = F(X)$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$, що для всіх $x \in Q^n$ справджується рівність $S_k[f(x)] = F[S_k(x)]$, де $S_k(x) = (S_k(x_1), \ldots, S_k(x_n))$. Множини $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{k-1}$ можна розглядати як певні якісні градації, на які розбито множину Q. Кожному елементу x множини Q^n відповідає певний набір номерів цих «якостей». Для R-ф-цій характерним є те, що задання набору номерів «якостей» аргументів цілком визначає «якість» ф-ції. Напр., якщо Q — числова вісь, Q_0 й Q_1 — інтервали $(-\infty, 0)$ й $[0, +\infty)$ відповідно, то R-ф-ціями будуть такі ф-ції звичайних дійсних аргументів, знак яких повністю визначається заданням наборів знаків аргументів, напр., $W_1 = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$, $W_2 = x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - xy}$, $W_3 = xyz$ тощо. Кожній R-ф-ції відповідає певна ф-ція логіки, яку наз. супровідною. Так, для ф-ції $W_1 = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ супровідною є булева *кон'юнкція* $x \wedge y$, тому що $S_2(W_1) = S_2(x) \wedge S_2(y)$. R-ф-ції, яким відповідає одна й та сама супровідна ф-ція логіки, становлять вітку множини R-ф-цій і, отже, множина R-ф-цій розбивається на k^{k^n} віток. Яким би не було розбиття множини Q, відповідна йому множина R-ф-цій є функціонально замкненою, тобто складна ф-ція (суперпозиція) R-ф-цій також є R-ф-цією. Систему H R-ф-цій, суперпозиції яких є у кожній вітці, наз. достатньо повною. Достатньо повними є такі системи R-ф-цій, яким відповідають певні системи супровідних ф-цій логіки. Напр., у множині R-ф-цій, що відповідають розбиттю числової осі на додатні й від'ємні числа, достатньо повною є система R_0:

$$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \quad (R\text{ — кон'юнкція});$$

$$x \vee_0 y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2} \quad (R\text{ — диз'юнкція});$$

$$\bar{x} = -x \quad (R\text{ — заперечення}).$$

Кожна вітка цієї множини R-ф-цій містить елементарні ф-ції, скрізь диференційовні задану кількість разів.

R-ф-ції широко застосовують у прикладній геометрії (задачі оптим. розкрою й упаковки, геом. мініатюризації апаратури), у *програмуванні математичному* (методи відшукування оптим. рішень), у механіці (контактні задачі теорії пружності, згин і коливання пластин, кручення стрижнів складного перерізу), електродинаміці (розрахунок полів, задачі дифракції), теплофізиці, гідродинаміці, в конструктивній теорії ф-цій (узагальнення ф-л Тейлора) та ін. галузях науки й техніки. Такий широкий діапазон застосування R-ф-цій пояснюється тим, що з їх допомогою вдалось ввести у класичний неперервний аналіз методи скінченної математики й *алгебри логіки*. Зокрема, з їхньою допомогою виявилось можливим істотно розширити засоби аналітичної геометрії, забезпечити можливість побудови (в єдиній аналітичній формі) рівнянь геом. об'єктів практично довільної форми.

Застосування R-ф-цій дало змогу подолати труднощі, пов'язані з побудовою т. з. координатних послідовностей при розв'язуванні *крайових задач* для рівнянь у частинних похідних для областей складної форми, коли характер крайових умов складний. Тут основоположним є поняття структури розв'язку крайової задачі. Звичайно крайову задачу ставлять так. Треба в якійсь області P знайти розв'язок рівняння $Au = f$, що задовольняє на границі Γ області (P) крайові умови

$$L_i u = \varphi_i, \; i = 1, 2, \ldots, m, \tag{1}$$

де f і φ_i — задані ф-ції (в заг. випадку — вектор-ф-ції), A й L_i — задані *оператори*, означені відповідно всередині й на границі області (P). Нехай B — m-місний оператор, такий, що ф-ція

$$u^* = B(\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m) + \Phi_0, \tag{2}$$

де Φ_0 — якась відома ф-ція, при будь-якому виборі достатню кількість раз диференційовних і обмежених у P ф-цій $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$ точно задовольняє крайові умови (1). У цьому разі кажуть, що ф-лою (2) визначається структура розв'язку крайової задачі.

Якщо, крім того, є можливість такого вибору невизначених ф-цій $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$, що ф-ла (2) визначить точний розв'язок крайової задачі, то структуру (2) наз. повною структурою. Нарешті, структуру (2) наз. повною у певному розумінні, якщо є можливість такого вибору у певній множині ф-цій $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$, що ф-ція u^* буде як завгодно близька (у вказаному розумінні) до точного розв'язку u.

Вид структури (2) визначається видом оператора B й ф-ції Φ_0. Очевидно, що цей вид залежить не тільки від виду дифер. операторів L_i й заданих ф-цій φ_j, а й від форми області й форми ділянок границі, на яких задано ті або інші з крайових умов. Усю цю інформацію треба враховувати, будуючи структуру на аналітичному рівні. Виявляється, що для багатьох типів крайових задач можна будувати структурні ф-ли виду

$$u^* = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i \frac{\partial^{m_i} \Phi_i}{\partial x^{\alpha_i} \partial y^{\beta_i} \partial z^{m_i - \alpha_i - \beta_i}} + b_i \Phi_i \right) + \Phi_0, \tag{3}$$

де a_i, b_i й Φ_0 — відомі елементарні ф-ції. Структури виду (3) з елементарними коеф. наз. елементарними структурами.

Літ.: Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. К., 1967 [бібліогр. с. 207—209]; Рвачев В. Л. Об одном расширении понятия R-функций. «Кибернетика», 1971, № 4. Рвачев В. Л. Применение R-функций к решению краевых задач математической физики. В кн.: Материалы семинара по численным методам решения внутренних краевых задач электродинамики СВЧ. М., 1971, 4—68.

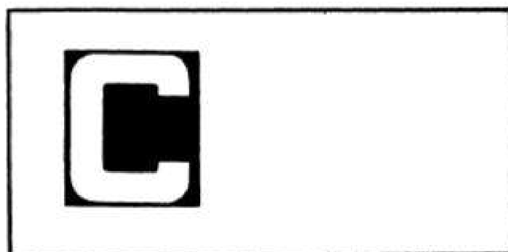
О. А. Ющенко.

САМОДВОЇСТІ ФУНКЦІЇ АЛГЕБРИ ЛОГІКИ — функції *алгебри логіки* такі, що вони є *двоїстими функціями алгебри логіки* самі щодо себе. С. ф. а. л. є, напр., ф-ції $f(x) = x$, $f(x) = \bar{x}$. Клас С. ф. а. л. є *класом передповним функцій алгебри логіки*. *М. І. Кратко.*

САМОКОРЕКТОВУВАНА СХЕМА — поняття, споріднене поняттю самокоректовуваного *коду*, яке належить до проблеми надійності керуючих систем. Розгляньмо якийсь клас керуючих систем, у якому кожна керуюча система повністю характеризується своєю схемою (напр., клас *схем контактних*, клас схем з функціональних елементів у якомусь базисі тощо).

Нехай схема Σ реалізує якусь ф-цію f. Припустимо, що на схему впливає якесь джерело несправностей, яке перетворює деякі її елементи (або елементи деяких типів) на об'єкти, які можна вважати за елементи. Т. ч., схема Σ переходить в одну із схем $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_r$. Кожна з цих схем відповідає якомусь несправному станові первісної системи Σ. Вважають, що в межах розглядів подальших змін у схемах не відбувається. Нехай f_i — ф-ція, яку реалізує схема Σ_i $(i = 1, 2, \ldots, r)$. Схему Σ наз. самокоректовуваною щодо певного джерела несправностей, якщо $f_i \equiv f$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$. Інакше кажучи, схема функціонує правильно при впливі певного джерела несправностей. На мал. 1 зображено контактну схему Σ, яка реалізує *булеву функцію* $xy \vee yz \vee xz$. Нехай джерело несправностей спричинює коротке замикання одного з контактів. Тоді одержимо (мал. 2) п'ять несправних станів схеми Σ_1, Σ_2, Σ_3, Σ_4, Σ_5, які реалізують ф-ції $f_1 = y \vee xz$, $f_2 = x \vee y$, $f_3 = x \vee yz$, $f_4 = xy \vee z$ і $f_5 = xy \vee z$. Схема Σ не буде самокоректовуваною щодо певного джерела несправностей. Разом з тим схема, зображена на мал. 3, буде самокоректовуваною й реалізує ту саму функцію $xy \vee yz \vee xz$ при будь-якому замиканні одного з контактів.

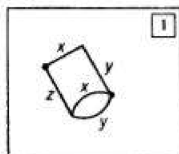
Питання про побудову С. с. досить добре вивчено для двох класів керуючих систем: контактних схем і схем з функціональних елементів. При цьому розглядали джерела несправностей різних типів: ті, які допускають несправність одного елемента, несправність не більше як m елементів і несправність не більше як $m(n)$ елементів, де $m(n)$ — ф-ція, яка має якесь зростання, а n — кількість змінних ф-цій f. Задача побудови С. с. — спец. задача синтезу керуючих систем з додатковими

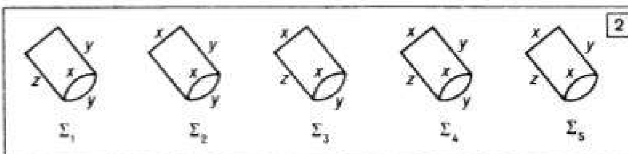


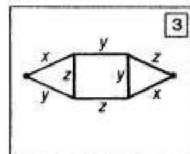
вимогами. Для зазначених класів виявилося, що існує тривіальне рішення, яке приводить до С. с. В ньому використовують дублювання елементів з певною кратністю. Для первісного прикладу маємо подвоєння — контакт замінюється на два послідовно з'єднані контакти. Разом з тим приклад на мал. 3 показує, що існують нетривіальні С. с. Головний результат полягає в тому, що для більшості ф-цій $f(x_1, \ldots, x_n)$ *алгебри логіки* можна побудувати С. с., складність якої асимптотично (тобто при $n \to \infty$) дорівнює складності мінім. схеми, яка реалізує f без вимоги самокорекції. Т. ч., для більшості ф-цій алгебри логіки самокорекції досягають завдяки незначному ускладненню схеми. *С. В. Яблонський.*

САМОНАВЧАЛЬНІ СИСТЕМИ — пристрої, які здатні від діяння зовнішніх впливів поліпшувати якість свого функціонування відповідно до заданого критерію якості. Клас систем, які наз. самонавчальними, не визначено достатньо чітко. До цього класу відносять і самоорганізовувальні, пристосовувальні, самовдосконалювальні, самонавчальні, самонастроювальні системи (адаптивні системи). Досить чітко клас С. с. визначено в *розпізнаванні образів*. Див. також *Адаптація* в кібернетиці, *Керування з адаптацією, Самонавчання розпізнавати образи*. *М. І. Шлезінгер.*

САМОНАВЧАННЯ РОЗПІЗНАВАТИ ОБРАЗИ — здатність розпізнавальних систем самостійно провадити потрібний поділ (класифікацію) множини вхідних сигналів на підмножини (класи) або принаймні поліпшувати якість цього поділу. Ця задача розв'язується при апріорі відомих властивостях розпізнаваних сигналів по вибірці сигналів, належність кожного з яких до того чи іншого класу наперед невідома. Самонавчання відрізняється від навчання тим, що в разі навчання при відомих властивостях сигналів має бути пред'явлено вибірку сигналів із зазначенням класу належності для кожного з сигналів. Відмін-







1. Контактна схема, яка реалізує булеву функцію $xy \vee yz \vee xz$.
2. Контактні схеми, які є несправними станами первісної схеми (мал. 1).
3. Самокоректовувана контактна схема, яка реалізує функцію $xy \vee yz \vee xz$.

ність самонавчальної (та й навчальної) *розпізнавальної системи* від ненавчальної полягає ось у чому. В ненавчальну розпізнавальну систему заздалегідь вкладено відомості про всі властивості розпізнаваних сигналів, необхідні для того, щоб будь-який вхідний сигнал віднести до певного класу. А відомостей, що їх апріорі має самонавчальна система, не досить для визначення необхідної класифікації сигналів. Розглянутий далі приклад ілюструє специфіку задачі самонавчання та її відмінність від задачі навчання розпізнавання й розпізнавання без навчання. У прикладі розглянуто випадок двох класів, хоч загалом самонавчання застосовне для будь-якого числа класів.

Припустимо, апріорі відомо, що розподіл щільності ймовірності сигналів, які належать і 1-му і 2-му класам, описується одновимірними нормальними законами з рівними дисперсіями й відомими матем. сподіваннями a_1 та a_2 відповідно для 1-го і 2-го класів. Якщо ж класи рівноймовірні, оптимальним (у розумінні мінімуму ймовірності помилки) є *алгоритм розпізнавання*, який порівнює кожний розпізнаваний сигнал з порогом $\theta = \frac{a_1 + a_2}{2}$. Якщо $a_1 < a_2$, то сигнали нижче від цього порогу належать до 1-го класу, а решта — до 2-го; якщо ж $a_2 < a_1$, то класифікація змінюється на обернену. Такий є алгоритм роботи навчальної розпізнавальної системи, в яку заздалегідь мають бути закладені матем. сподівання a_1 і a_2. Якщо ж ці величини невідомі, але задано *навчальну вибірку* сигналів, класи яких відомі, навчання зводиться до оцінки величини a_1 і a_2 усередненням сигналів навчальної вибірки, які апріорі належать до одного класу. Можливість самонавчання виникає, напр., у тому випадку, коли матем. сподівання a_1 і a_2 невідомі, проте відомо, що $a_1 < a_2$. При цьому для розпізнавання сигналів треба визначити лише поріг $\theta = \frac{a_1 + a_2}{2}$, який, як неважко помітити, дорівнює матем. сподіванню всіх сигналів, що належать і 1-му і 2-му класам. Оцінити величину цього порога можна, усереднюючи всі сигнали незалежно від того, якому класові вони належать, тобто на основі вибірки сигналів, для яких дійсна класифікація може бути й невідома.

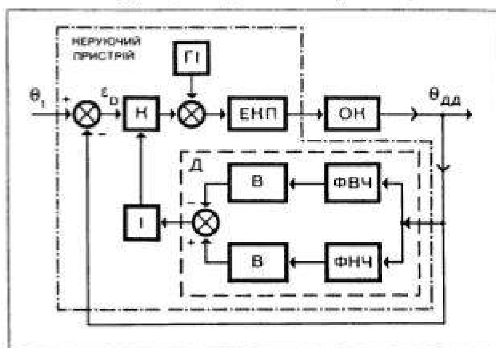
Формальні постановки задачі самонавчання зв'язані або з введенням деякого критерію якості класифікації й знаходження такого розбиття множини сигналів на підмножини, щоб заданий критерій досягав максимуму, або зводяться до відомої в матем. статистиці задачі оцінки невідомих параметрів розподілів за мішаною вибіркою сигналів. В останньому випадку прагнення знаходити оптим. оцінки приводить до необхідності пошуку максимуму певного критерію якості. Т. ч., усі відомі тепер спроби формального розв'язування задачі самонавчання зводяться до складних варіаційних задач. Алгоритми відшукування глобального максимуму в цих задачах відомі лише для деяких простих випадків, які мало чим відрізняються від розглянутого прикладу. Для загальних випадків відомі тепер досить прості алгоритми, проте вони забезпечують лише локальний максимум критерію якості. Це означає, що такі алгоритми роботи систем здатні самостійно, на основі самих лише вхідних сигналів, поліпшувати якість розпізнавання цих сигналів, проте не можна гарантувати, що в процесі цього поліпшення буде знайдено найкращу класифікацію їх.

Літ.: Миленький А. В. Определение статистических характеристик распознаваемых образов в режиме самообучения. «Кибернетика», 1967, № 3; Цыпкин Я. З., Кельманс Г. К. Рекуррентные алгоритмы самообучения. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1967, № 5; Шлезингер М. И. Взаимосвязь обучения и самообучения в распознавании образов. «Кибернетика», 1968, № 2.

М. І. Шлезінгер.

САМОНАСТРО́ЮВАНА ПАРАМЕТРИ́ЧНА СИСТЕ́МА — автоматична система, здатна компенсувати параметричні збурення, які діють на об'єкт керування (ОК). *Збурювальне діяння* наз. параметричним, якщо воно змінює параметри (коефіцієнт передачі, сталі часу тощо) якоїсь ланки системи. Осн. особливість С. п. с. полягає в меті самонастроювання — стабілізації або оптимізації динамічних властивостей системи під час її роботи. Досягають цієї мети за допомогою параметричного зв'язку, тобто додаткового кола, яке змінює параметри керуючого пристрою системи (коеф. підсилення, сталу часу) залежно від якоїсь координати системи чи параметричного збурення.

Приклад структурної схеми С. п. с. подано на мал. ОК є ракета, що її динамічні параметри змінюються в широких межах. Систему призначено для автомат. керування кутом тангажу ($\theta_{дд}$) ОК. При надходженні на вхід системи сигналу, відповідного потрібному значенню кута тангажу ОК θ_1, виникає сигнал помилки $\varepsilon_D = \theta_1 - \theta_{дд}$, який (після перетворення його елементами керуючого пристрою ЕКП) призводить до відхилення рулів. Внаслідок цього виникають аеродинамічні сили.



Функціональна схема самонастроюваної параметричної системи: ФВЧ — фільтр високих частот; ФНЧ — фільтр низьких частот; В — випрямляч.

які змінюють кут $\theta_{дд}$. Зміни кута закінчуються при $\varepsilon_D \cong 0$.

Особливістю цієї системи є несталість динамічних параметрів ОК залежно від висоти й швидкості польоту. Зміна параметрів призводить до погіршання якості процесу керування і, як наслідок,— до необхідності застосовувати самонастроювання. Контур самонастроювання (СН) забезпечує потрібні показники якості системи, якщо стабілізувати частоту власних коливань. Щоб систематично оцінювати величини власних коливань системи, від спец. генератора імпульсів (ГІ) на її вхід періодично подають пробний сигнал. Величину відхилення частоти власних коливань від заданого значення визначають частотним дискримінатором Д, вихідний сигнал з якого подається на інтегрувальний елемент І, що керує коефіцієнтом К підсилення прямого кола системи. Змінюючи цей коеф., забезпечують, з певною точністю, стабілізацію частоти власних згасаючих коливань. Чи можна частоту власних коливань системи використовувати як критерій її стану — це встановлюється під час попередніх досліджень системи автопілот — ракета на різних ділянках траєкторії польоту ракети.

Класифікацію відомих різновидів С. п. с. можна здійснити за: а) принципом керування; б) способом одержування інформації про динамічні властивості системи. За принципами керування можна розрізняти дві групи систем: С. п. с. замкненого типу (див. мал.) із *зворотним зв'язком* за показником якості — аналог звичайних систем, у яких використовується принцип керування за відхиленням; С. п. с. розімкненого типу зі зв'язками за параметричним збуренням — аналог звичайних систем регулювання, в яких використовується принцип керування за збуренням (див. також *Стабілізації система*). Прикладом С. п. с. розімкненого типу є система автопілот — ракета, в якій параметри *коректуючого пристрою* (коеф. передачі й стала часу) змінюються залежно від величини швидкісного напору. Найдосконаліші — С. п. с. замкненого типу, бо вони здатні контролювати результати самонастроювання, потребують меншої апріорної інформації (порівняно з С. п. с. розімкненого типу) при проектуванні й дають змогу одержати системи з високими показниками якості. Достоїнства С. п. с. розімкненого типу — висока швидкодія (бо самонастроювання параметрів керуючого пристрою здійснюється залежно від параметричного збурення) і простота тех. реалізації.

За способом одержування інформації про динамічні властивості системи розрізняють три осн. групи С. п. с.: системи з пробним гармонічним сигналом, з граничним циклом (з *автоколиваннями*) та з еталонною моделлю. Завдання контура самонастроювання в системах з пробним гармонічним сигналом полягає в стабілізації амплітуди вимушених незгасаючих коливань, забезпечуваних за допомогою спец. генератора. Джерелом інформації про динамічні властивості системи є амплітуда вимушених незгасаючих коливань. При відхиленні амплітуди від заданого значення коло самонастроювання, щоб усунути ці відхилення, змінює коеф. підсилення керуючого пристрою.

Осн. особливість С. п. с. з граничним циклом полягає в тому, що вони працюють в автоколивальному режимі. Причому система сама ніби є джерелом пробного гармонічного сигналу. Завдання кола самонастроювання — забезпечити задану величину амплітуди автоколивань, змінюючи коеф. підсилення керуючого пристрою. Джерелом інформації про динамічні властивості системи в цьому разі є амплітуда автоколивань.

У С. п. с. з еталонною моделлю динамічні властивості системи визначають, безперервно порівнюючи реакції моделі й системи на ті самі вхідні діяння. Завдання кола самонастроювання — наблизити реакцію системи до реакції моделі. Розв'язується це завдання зміною параметрів керуючого пристрою залежно від величини різниці між зазначеними реакціями.

Осн. достоїнства С. п. с.— велика швидкодія (бо вони належать до безпошукових систем) і простота конструктивної реалізації порівняно з пошуковими системами. Осн. вада — необхідність значної апріорної інформації при проектуванні цих систем (стосовно, напр., керування літальними апаратами потрібно знати закони зміни аеродинамічних коефіцієнтів, швидкості польоту й швидкісного напору для різних умов польоту).

Літ.: Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [бібліогр. с. 412—416]; Кунцевич В. М. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. К., 1966 [бібліогр. с. 266—279]; Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 527—528]. *Ф. Ф. Константинов.*

САМОНАСТРО́ЮВАНА СИСТЕ́МА — система, в якій у процесі функціонування автоматично змінюються деякі параметри керуючої частини, щоб забезпечити задану якість регулювання в умовах нестаціонарності об'єкта керування, задавальних і *збурювальних діянь*. Див. *Самонастроювана параметрична система, Система екстремального регулювання.*

СВІТЛОВЕ́ ПЕРО́ — те саме, що *світловий олівець.*

СВІТЛОВИ́Й ОЛІВЕ́ЦЬ — пристрій у *системі відображення інформації*, який ідентифікує дані безпосередньо на екрані електроннопроменевої трубки і дозволяє операторові реалізувати тонке редагування даних, а також безпосереднє введення відповідної інформації в *цифрову обчислювальну машину.*

«CDC-7600» — одна з найпотужніших перших *обчислювальних систем.* Створила її (1968) амер. фірма *«Контрол дейта корпорейшен»* (CDC).

Найважливішими конструктивними особливостями системи є наявність малого надшвидкодіючого *запам'ятовувального пристрою*

(ЗП) на осердях, який відіграє роль буфера між великим оперативним ЗП та *процесором*, і *пристрою керування ЦОМ* для профілактичного обслуговування, а також те, що електронні схеми в ній виконано на дискретних елементах (на відміну від інтегральних у машинах 3-го покоління). Малий ЗП складається з 32 нагромаджувачів по 2048 слів, кожен з яких становить звичайний блок з тривимірною системою вибирання, виконаний за чотирипровідною схемою; час циклу записування чи зчитування одного 60-розрядного слова — 275 *нсек* (є й можливість звертання до нагромаджувачів з 10-разовим суміщенням у часі). У цьому ЗП використано нестандартні тороїдні осердя діаметром 0,4 *мм*, виготовлені з нового феромагнетику з частковим (а не повним) перемагнічуванням, а це значно підвищує його швидкодію. Гол. оперативний ЗП містить 8 блоків по 65 536 слів кожен з часом циклу 1,76 *мксек*. Слова (як правило, команди) можуть вибиратися з великої пам'яті індивідуально для використання в центр. процесорі, чи цілі масиви (звичайно масиви даних) можуть передаватися до малого ЗП.

Центр. процесор «CDC-7600» містить 9 незалежних арифм. пристроїв (призначення кожного з них — виконувати строго обмежений клас операцій — сегмент програми, конструкція їх відносно проста) і 24 робочі регістри (8 індексних, 8 адресних та 8 інформаційних). Пристрої ізольовані один від одного і можуть працювати паралельно, збільшуючи т. ч. загальну продуктивність системи.

З центр. процесором зв'язаний ряд периферійних пристроїв обробки, що керують апаратурою введення — виведення. У кожному периферійному процесорі є своя внутр. пам'ять ємністю 4096 12-розрядних слів і 8 інформаційних каналів для підмикання пристроїв введення — виведення або додаткових периферійних процесорів. Такий спосіб у принципі дає змогу приєднати до цього центр. процесора необмежену кількість пристроїв введення — виведення. При цьому збільшується лише кількість актів передач даних з пам'яті в пам'ять по ланцюжку периферійних процесорів. Макс. час передавання 60-розрядного слова становить 55 *нсек*.

Завдяки тому, що деталі у модулях в «CDC-7600» розміщено співвісно, вдалося домогтися дуже високої щільності упаковки, потрібної для одержання великої швидкодії, і при цьому зберегти високу надійність схем (вищу, ніж в інтегральних).

«CDC-7600» — це перша в світі ЕЦОМ, у якій є пристрій для профілактичного обслуговування. Цей пристрій являє собою спеціалізований процесор, який контролює роботу інших пристроїв системи, не заважаючи її функціонуванню, і дає змогу перевіряти працездатність та діагностувати несправності деяких компонент системи автономно, тим часом як решта продовжують працювати. У відношенні до всієї системи пристрій для профілактичного обслуговування має такі самі характеристики, як і периферійний процесор. До складу його входить апаратура профілактичного обслуговування та діагностики, функції якої в ін. системах звичайно розподілені між багатьма пристроями (див. *Діагностика несправностей ЦОМ*).

До типового складу системи входить центр. процесор, 2 внутр. ЗП (надоперативний, ємністю 65 тис., і ОЗП, ємністю 512 тис. слів), пульт дистанційного керування, арифм. пристрої, пристрої введення—виведення, пам'ять на магн. дисках (5 млн. слів) і повне додаткове обладнання. Практична продуктивність системи — 12 ÷ 24 млн. операцій/ *сек*, вхідні мови — АЛГОЛ, ФОРТРАН, КОБОЛ. Складність системи оцінюється в 1,8 млн. електронних компонентів.

Літ.: Новая ЭЦВМ фирмы Control Data. «Электроника» («Electronics»), 1968, v. 41, № 25; Dinnerstein L. I. The CDC-7600 — a giant in our time. «Data processing magazine», 1969, may.

П. В. Походзіло.

СЕКВЕ́НЦІЯ — вираз вигляду $A_1, \ldots, A_n \to B_1, \ldots, B_m$, де $A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots, B_m$ — формули. Читається так: «при припущеннях $A_1, \ldots, A_n$ має місце B_1 або B_2, або ..., або B_m». Ліву частину цього виразу наз. антецедентом, а праву — сукцедентом (консеквентом). Формулу $(A_1 \& \ldots \& A_n) \supset \supset (B_1 \vee \ldots \vee B_m)$ (пуста *кон'юнкція* означає брехню, пуста *диз'юнкція* — істину) наз. формульним образом С. При $m \leqslant 1$ С. наз. односукцедентною. *Г. Є. Мінц.*

СЕМА́НТИКА логічна (від грец. σημαντικός — який означає) — розділ логіки, який вивчає значення понять і суджень, а також їхні формальні аналоги — вирази (терми й формули) різних *числень* (формальних систем). До задач С. належить насамперед уточнення таких найважливіших загальнологічних понять, як «смисл», «істинність», «визначуваність», «слідування», «інтерпретація», «модель» та ін.— аж до таких загальних і первинних понять, як «множина», «предмет», «відповідність». Ряд важливих семантичних проблем групується навколо відмінності між змістом і обсягом понять, між смислом та (істиннісним) значенням суджень. Властивості, пов'язані зі змістом понять і смислом суджень, наз. інтенсіональними, а властивості, які стосуються обсягу понять та істинного значення суджень,— екстенсіональними. Напр., судження «2 × 2=5» і «Волга впадає в Червоне море» рівносильні екстенсіонально (оскільки вони мають одне й те саме істиннісне значення), але аж ніяк не інтенсіонально (смисли їхні різні).

Термін «семантика» застосовують у *металогіці* й *семіотиці*. В першому випадку під С. розуміють вивчення зв'язку між знакосполученнями, які входять до складу якоїсь формалізованої мови, та інтерпретаціями (і тлумаченнями) їх термінами тієї системи понять і уявлень, за формалізацію якої править дана мова (на відміну від синтаксису,

предметом якого є суто формальні, структурні властивості цієї мови) або — у вужчому й конкретному розумінні — саму сукупність правил відповідності (переклад) між формальними виразами та інтерпретаціями їх. Інтерпретаціями формальних символів можуть бути, зокрема, інші формальні символи, що їх вважають за зрозуміліші лише для мети даної задачі. С., розглядувана в межах семіотики, тобто загальної теорії знакових систем, протистоїть, з одного боку, *синтактиці*, яка вивчає структуру сукупності знаків даної системи, правила утворення й перетворення їх безвідносно до їхніх значень і функцій, а з другого — *прагматиці*, предметом якої є відношення систем знаків до тих, кому ті знаки призначено як «адресатам». При цьому С. залишається розглянути знакові системи як засіб вираження змісту, встановлювання залежності (якщо вона є) між структурою знакосполучень та їхніми виражальними можливостями і, взагалі, вивчання інтерпретацій знаків, знакосполучень і сукупностей знакосполучень, які утворюють осмислені тексти. Різниця між розумінням С. як частини логіки, частини металогіки й частини семіотики, на перший погляд, може здатися принциповою. Але переважна більшість хоч трохи нетривіальних концепцій, висунутих у межах семіотичного підходу, і результатів, одержаних на їхній основі, належить до С., причому майже всі конкретні результати С. одержано саме в межах логіч. С. Осн. для С. (в широкому розумінні слова) зв'язок формального й змістового аспектів мови має першорядне значення не тільки (і не стільки) для штучних (формалізованих), а й для живих, природних мов. Т. ч., металогічний аспект семантики виявляється надто близьким до двох інших.

Основне для С. відношення між виразом та його інтерпретацією при детальнішому аналізі виявляється не бінарним, а тернарним, оскільки саме поняття інтерпретації розшаровується на екстенсіональний та інтенсіональний рівні. Наслідуючи перші фундаментальні роботи з С. нім. логіка Г. Фреге (1848—1925), амер. логіка Р. Карнапа (1891—1970) і амер. логіка А. Черча (н. 1903), кожному власному імені (що в широкому розумінні включає, напр., кількісні числівники й будь-які іменники з певними артиклями або вказівними займенниками) ставлять у відповідність, з одного боку, п о з н а ч е н и й (названий) ним предмет (за іншою термінологією, д е н о т а т, або н о м і н а т), а з другого — в и р а ж е н и й цим ім'ям смисл (к о н ц е п т). Члени цього т. з. семантичного трикутника визначають насамперед для природних мов, а потім уже, з деякими обмеженнями, переносять на формалізовані мови. Бінарні відношення між ім'ям, денотатом і концептом, взагалі кажучи, не тільки не взаємно-однозначні, а й не однозначні (з цього випливає неможливість звести їх до одного бінарного відношення); так, імена-омоніми мають кілька різних концептів, а одному й тому самому концептові можуть відповідати різні імена-синоніми; не є однозначним і т. з. відношення називання між іменем і денотатом, не кажучи вже про обернене йому відношення (напр., імена Ранкова зірка й Вечірня зірка мають спільний денотат: планета Венера, але різні концепти). Однак концепт повністю визначає денотат, який, т. ч., є його функцією, хоч і не всюди визначеною (напр., ім'я Пегас має зміст, але не має денотата). На відміну від природних мов, формалізовані мови будують, як правило, так, щоб кожне ім'я мало точно один зміст, тобто омонімії в них не допускають. А синонімія, навпаки, зберігається і в більшості формалізованих мов, причому синоніми, за визначенням, пов'язуються *відношенням* типу рівності (еквівалентності, тотожності); усунення синонімії виявляється в деяких випадках неможливим через відсутність *алгоритму* встановлення тотожності довільних виразів (слів) у досить широкому класі формальних мов (див. *Нерозв'язні алгоритмічні проблеми*). Екстенсіональний та інтенсіональний аспекти є істотними й під час розглядання ряду фундаментальних понять математики, насамперед — поняття множини. У класичній *множин теорії* постулюється еквівалентність двох способів задавання множин: спискового й за допомогою певної визначальної властивості, або характеристичного *предиката;* рівноправність першого (екстенсіонального) і другого (інтенсіонального) способів забезпечується т. з. п р и н ц и п о м з г о р т а н н я, згідно з яким кожна синтаксично визначена властивість визначає множину предметів, які мають цю властивість, а п р и н ц и п о б' є м н о с т і гарантує єдиність такого задавання. Зважаючи, що необмежене користування першим з цих принципів приводить до парадоксів в основах математики, в різних системах аксіоматичної теорії множин приймають лише деякі послаблені його форми, а в системах, заснованих на теорії типів англ. вченого Б. Рассела (1872—1971), намагаються обмежити поняття синтаксично визначеної властивості. Ще радикальніший шлях обрано в інтуїціоністській теорії множин (див. *Інтуїціонізм*), де поняття «множина» просто ототожнюється з поняттям «характеристичний предикат» (підхід чисто інтенсіональний), але допускаються лише р о з в' я з н і предикати, тобто такі одномісні предикати $P(x)$, що для кожного y з області визначення такого предиката існує алгоритм, який дає відповідь на запитання: $P(y)$ або $\neg P(y)$?

Основи систематичної побудови сучасної С. закладено в роботах амер. логіка А. Тарського (нар. 1902), який головну увагу приділяє аналізу й можливостям точного визначення таких семантич. понять, як істина, виконуваність, визначуваність, позначення і т. ін. Всі ці поняття він визначив для формалізованих мов засобами багатших мов, які відіграють для перших («об'єктних», або «предметних», мов) роль м е т а м о в (див.

Метатеорія). Щоб визначити відповідні поняття для неформалізованих мов, їх треба насамперед формалізувати, а після цього дотримуватися тієї ж схеми. Метамову можна, в свою чергу, формалізувати, і, щоб визначити її семантичні поняття (істини та ін.), доводиться підніматися ще на один метамовний рівень і т. д. А змішування мови й метамови неминуче приводить до семантичних парадоксів (найвідоміший з них — парадокс брехуна).

Поглядам Тарського й Карнапа протистоїть позиція амер. логіка У.-В.-О. Квайна, який розрізняє, з одного боку, властивості мовних виразів, характеризовані термінами довільних інтерпретацій (моделей) даної мови та інваріантні відносно переходу від однієї інтерпретації до іншої, а з другого боку — мовні властивості, визначувані в термінах будь-якої однієї інтерпретації. Перше коло питань Квайн об'єднує в теорію змісту, друге — в теорію референції (або теорію позначення). Поняття змісту (концепту), синонімії, осмисленості, семантичного слідування належить до теорії змісту; ця область С. перебуває в початковій стадії розвитку. Теорія референції, яка оперує серед інших поняттями істини (істинності), позначення, іменування тощо, порівняно багата на результати, з яких у першу чергу слід відзначити вже згадану теорему Тарського про невиразність поняття істини (точніше, невизначуваності предиката істинності) засобами даної мовної системи (якщо припустити її несуперечність). Значення теореми Тарського, яка встановлює певну обмеженість виражальних засобів формалізованих мов, для формалізованої С. багато в чому аналогічне ролі теореми Геделя про дедуктивну неповноту досить багатих *логіко-математичних числень* для метаматематики. До слабших за ті, що їх розглядав Тарський, мов (напр., тих, що не мають заперечення) можна несуперечним способом приєднати побудоване їхніми таки засобами визначення предиката істинності. З другого боку, перехід від звичайних мов зі скінченним числом ступенів (логічних «типів») до мов, які мають нескінченну ієрархію рівнів (див. *Логіка предикатів вищих ступенів*), не дає змоги розраховувати на можливість несуперечного приєднання предиката істинності навіть до метамовного розширення вихідної системи, бо семантичні парадокси виявляються при цьому неусувними. Незбігання класів істинних і довідних тверджень, яке випливає з результатів Геделя й Тарського, означає неповноту досить багатих формалізованих мов; однак для мови *числення предикатів вузького*, класи ці (а отже, самі відповідні їм поняття) збігаються, тобто, ця мова є повною.

Твердження якоїсь мови, істинні в усіх її моделях (в «усіх можливих світах»), наз. аналітично істинними (і відповідно твердження, не істинні в жодній моделі,— аналітично хибними) — на відміну від синтетично (або фактично) істинних тверджень, істинність яких залежить від властивостей «даного світу». Інакше кажучи, ці твердження, які не є ні аналітично істинними, ні аналітично хибними: вони справджуються в деяких моделях даної мови. Для повних мов поняття аналітичної істинності, яке має семантичний характер, вдається описати в синтаксичних термінах через поняття довідності. Для мов неповних (а саме такими є всі мови, що становлять найбільший інтерес для науки) звести С. до синтаксису безпосередньо не вдасться. Однак амер. логікові Дж. Кемені здійснити таке зведення (так само й реконструкцію класичної С. Тарського—Карнапа) вдалося за допомогою запровадженого ним дотепного розрізнення понять моделі й інтерпретації; інтерпретаціями Кемені наз. лише домислювані (або «головні») моделі, тобто моделі, які вміщують у собі лише логіч. константи (константи, які набувають в усіх моделях фіксованих значень). Оскільки вдалося показати, що різниця класу всіх моделей і класу моделей, в яких не справджуються всі нерозв'язні (істинні, але недовідні) твердження, точно дорівнює класові всіх домислюваних моделей, то загальнозначність на цьому класі (замість звичайно потрібної універсальної загальнозначності) виявилася цілком задовільним синтаксичним експлікатом (уточненням) семантичного поняття аналітичної істинності. Аналогічні експлікати легко одержати і для понять аналітичної помилковості, логіч. істинності, синтетичності, логіч. слідкування і логіч. еквівалентності; це дає змогу застосовувати одержаний апарат до осмислювання результатів не тільки дедуктивних, але й емпіричних наук.

Ідея Г.-В. Лейбніца про розрізнення можливих світів і дійсного світу як основи для побудови С. розвивалась і далі. Особливо продуктивним виявилося запроваджене амер. логіком С. Кріпке поняття модельної структури. Модельна структура — це сукупність множини всіх моделей класичної логіки висловлювань (всі можливі світи), конкретної моделі з цієї множини (дійсний світ) і рефлексивного бінарного відношення на множині моделей, яке зв'язує загальнозначність (тотожну істинність) довільного твердження в одній моделі з можливістю цього твердження в іншій моделі. Залежно від додаткових властивостей такого відношення (симетричність, транзитивність) моделлю дійсного світу виявляється одна з систем логіки модальної система *M* Г. фон Райта, її розширення — т. з. брауерова система або системи К. І. Льюїса *S*4 і *S*5. Відображення модальних систем в інтуїціоністську логіку допомогли С. Кріпке побудувати С. цієї логіки й добути з цього «моделювання» кілька важливих висновків загальнологіч. характеру, напр., про повноту інтуїціоністського числення предикатів відносно побудованої С. і нерозв'язності інтуїціоністського числення одномісних предикатів. Семантичну проблематику пов'язували з ідеями модальної логіки.

Ідеї, методи й результати С. застосовують у різноманітних галузях прикладної лінгвістики й семіотики (автомат. *дешифрування текстів, машинний переклад*, автомат. реферування і т. п.), в побудові семантичної *інформації теорії, програмуванні евристичному*, в дослідженні проблем *розпізнавання образів* і ширше — в побудові *штучного розуму*. Одержані результати дають змогу вважати взаємне збагачення С. та інших наук найбільш перспективним.

Літ.: Финн В. К. О некоторых семантических понятиях для простых языков. В кн.: Логическая структура научного знания. М., 1965; Смирнова Е. Д., Таванец П. В. Семантика в логике. В кн.: Логическая семантика и модальная логика. М., 1967; Tarski A. Logic, semantics, metamathematics. Oxford, 1956; Карнап Р. Значение и необходимость. Пер. с англ. М., 1959 [бібліогр. с. 357—360]; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Beth E. W. Extension and intension. В кн.: Logic and language. Dordrecht, 1962; Kripke S. A. Semantical analysis of modal logic I. Normal propositional calculi. «Zeitschrift für mathematische Logic und Gründlagen der Mathematik», 1963, B. 9, H. 1.

Ю. О. Гастєв, В. К. Фінн.

СЕМА́НТИКА СТРУКТУ́РНА — розділ структурної лінгвістики, присвячений описові смислу мовних висловів і операцій над ним. У С. с. виділяють два типи моделей: мовного поводження носіїв і дослідження мови. Моделі мовного поводження носіїв поділяють на такі, що породжують текст, і на такі, що перекладають текст на смисл або смисл — на текст.

Породжувальні моделі, що виникли під великим впливом формальної логіки, імітують уміння носія мови відрізняти осмислені речення від беззмістовних, справжні від несправжніх, аналітично істинні («холостяки — нежонаті») від синтетично істинних («Сонце — джерело життя на землі»). На вхід породжувальної моделі подають готову синтаксичну структуру речення (напр., «дерево» його складників — див. *Граматика породжувальна*); за допомогою спец. словника й правил сполучення значень, які «амальгамують» значення двох складників цього рівня в значення складника наступного рівня, з реченням зіставляють його семантичну характеристику. Критики породжувальних семантичних моделей зазначали, що логічний аналіз судження, що є в реченні (питання осмисленості, істинності тощо), виходить за межі компетенції лінгвістики, завдання якої — показати, як використовують мову, щоб передати будь-які смисли, зокрема аномальні в тому чи ін. відношенні. Це завдання розв'язують моделями перекладу тексту на смисл (аналіз) і смислу — на текст (синтез).

Тепер більше розроблено синтезуючі моделі. На їхній вхід надходить смисл, що його треба висловити, записаний спец. семантичною мовою; на виході враховують множину рівнозначних одне одному речень, які виражають заданий смисл (поняття рівнозначності беруть як невизначуване; смислом наз. інваріант рівнозначних речень), і (або) множину речень — висновків із заданого смислу. Істотними компонентами моделі є: штучна семантична мова й штучно-семантичний словник. Семантична мова складається з сукупності понять і синтаксичних відношень, правил утворення речень цієї мови й правил рівнозначного чи імплікативного (для випадку виведення) перетворення їх. Для тлумачення значень слів (чи інших мовних одиниць) у штучно-семантичному словнику є переклад їх семантичною мовою. Визнають за доцільну ієрархію семантичних описів — від абстрактного семантичного запису типу числення предикатів до поверхової синтаксичної структури («дерева») з конкретними словами певної природної мови в місцях відгалужень. Тоді семантичний синтез постає як багаторазове перекодовування попередньо заданого смислу з поступовим наближенням до форми, в якій він виражається природною мовою.

Повної моделі зазначеного типу немає, але багато фрагментів її розробляють на основі трьох принципів, кожен з яких має свою лінгвістичну традицію. 1) Згідно з принципом диференційних ознак, перенесеним з фонології, значення слова розглядають як кон'юнкцію елементарних компонентів — т. з. «атомів смислу». Конкретному аналізові було піддано системи імен спорідненості та ін. прості номенклатури. Аналогічне уявлення про структуру смислу мовних одиниць лежало і в основі перших семантичних моделей, використовуваних в інформаційному пошуку, автоматичному перекладі (див. *Машинний переклад*) і в семантичних породжувальних моделях. 2) Згідно з принципом синтаксичної організації (висунутим на противагу 1-му принципові) для адекватного зображення смислу семантичні складники складного значення мають створювати достатньо складну синтаксичну структуру (напр., «дерево» залежностей). Практично при тлумаченні значень слів цього принципу дотримувалися й раніше: синтаксис природної мови використовували в лексикографії; спец. синтаксис, близький до синтаксису числення предикатів, — у працях рад. учених з автомат. перекладу та перекладу з *мов інформаційно-логічних*. 3) Потреба одержувати множини рівнозначних речень зумовила звернення С. с. до принципу числення перетворень, який спочатку виник у теорії породжувальних граматик саме на синтаксичній основі (в цій теорії розглядали тільки перетворення синтаксичної структури речення, що зберігають її граматичну правильність і лексичний склад). У С. с. поняття перетворення модифіковано в двох відношеннях: і звужено — розглядаються лише семантично інваріантні (та імплікативні) перетворення, і розширено — допускаються будь-які зміни в лексичному складі речення (див. *Модель «смисл ↔ текст»*). У найновішій С. с. предметом розгляду стає, на додаток до семантики речення, семантична структура цілого зв'язного тексту.

Моделі дослідження в С. с. мають на меті одержати відомості про зна-

чення мовних одиниць за допомогою формальних процедур обробки мовного матеріалу.
Літ.: Структурно-математична лінгвістика. К., 1965; Статистичні та структурні лінгвістичні моделі. К., 1966; Апресян Ю. Д. Экспериментальное исследование семантики русского глагола. М., 1967 [бібліогр. с. 241—248]; Жолковский А. К., Мельчук И. А. О семантическом синтезе. «Проблемы кибернетики», 1967, в. 19; Овчаренко В. М. Структура і семантика науково-технічного терміна. Х., 1968; Севбо И. П. Структура связного текста и автоматизация реферирования. М., 1969; Машинный перевод и прикладная лингвистика, в. 8., 11—15. М., 1964—72 [бібліогр. в 11, с. 202—237; в. 12, с. 191—204]; Скороходько Е. Ф. Лінгвістичні основи автоматизації інформаційного пошуку. К., 1970 [бібліогр. с. 238—240]; Weinreich U. Explorations in semantic theory. B кн.: Current trends in linguistics, v. 3. Theoretical foundations. Paris, 1966; Lyons J. Introduction to theoretical linguistics. London—New York, 1968 [бібліогр. с 490—505].
Ю. Д. Апресян, А. К. Жолковський.

СЕМАНТИ́ЧНИЙ АНА́ЛІЗ — сукупність операцій, які служать для подавання змісту тексту природною мовою у вигляді запису на певній формалізованій семантичній (смисловій) мові. С. а. моделює процес розуміння тексту людиною. Адекватність моделювання (повнота й точність перекладу з природної мови на семантичну) залежить від можливостей семантичної мови, розробленості правил перекладу й точності співвіднесення одиниць природної мови з одиницями семантичної. В ідеальному випадку один і той самий семантичний запис, який є перекладом певного виразу з природної мови, має бути єдиним для всіх інших виразів, синонімічних даному в тій самій чи будь-якій іншій природній мові. З існуючих підходів до розв'язування проблеми С. а. можна виділити такі: «тезаурусний метод», метод семантичних множників і кореляційний метод. Відміни між ними зумовлені в осн. вибором інструменту аналізу. С. а. є, зокрема, одним з етапів автоматичного перекладу (див. *Машинний переклад*), у процесі якого семантична мова виступає в ролі *мови-посередника*. Різновидом С. а. є індексування в *інформаційно-пошуковій системі*, тобто подавання змісту документів і запитів у термінах *мов інформаційних*.
Літ.: Мастерман М. Тезаурус в синтаксисе и семантике. В кн.: Математическая лингвистика. М., 1964; Жолковский А. К., Леонтьева Н. Н., Мартемьянов Ю. С. О принципиальном использовании смысла при машинном переводе. В кн.: Машинный перевод. М., 1961; Мельчук И. А., Равич Р. Д. Автоматический перевод. 1949—1963. Критико-библиографический справочник. М., 1967.
В. М. Труб.

СЕМІО́ТИКА (від грец. σημεῖον — знак) — комплекс наукових теорій, що вивчають властивості знакових систем, тобто систем конкретних чи абстрактних об'єктів — знаків, з кожним з яких певним чином зіставлено якесь значення. Для різних знакових систем і при різному тлумаченні це значення може бути чи конкретним фіз. об'єктом чи абстрактним поняттям. Знаковими системами є природні (розмовні) мови, системи речень наук. мови, штучні мови (у т. ч. формалізовані й частково формалізовані природнонаук. мови, напр., інтерпретовані логіч. і матем. *числення,* хім. символіка, *алгоритмічні мови* й *мови програмування, мови інформаційні*), системи сигналізації в людському суспільстві й тваринному світі (від азбуки Морзе й системи знаків вуличного руху до «мови» бджіл та дельфінів), системи станів і вхідних та вихідних сигналів різних машин і *автоматів* (у широкому розумінні, включаючи АОМ та ЦОМ і абстрактні «машини», напр., *Тьюрінга машини*) тощо. За певних умов як знакові системи можна вважати «мови» образотворчих мистецтв і музики, різноманітні машини-знаряддя й верстати, фіз. схеми та прилади і взагалі будь-які пристрої, коли розглядати їх як *«чорні ящики»*, аж до живих організмів та окремих їхніх частин і систем (напр., людський мозок), і, нарешті, виробничі та соціальні об'єднання (колективи).

Вивчення в рамках С. такого широкого кола об'єктів зумовлене тим, що увагу фіксують лише на певному їхньому аспекті — розглядають ці об'єкти саме як системи знаків, що зрештою виражають (чи можуть виражати) якийсь смисл. Природність такого підходу визначається всім розвитком науки, в процесі якого встановлюють дедалі більше закономірностей, спільних для різних знакових систем (див. *Автоматів ізоморфізм*). Осн. ідеї С. накреслили ще нім. вчений Г.-В. Лейбніц (1646—1716) і швейц. вчений Ф. де Соссюр (1857—1913), вперше сформулювали та розвинули їх амер. вчені Ч. Пірс (1839—1914), Ч. Морріс (н. 1901), Р. Карнап (1891—1970) та ін. Фактичний матеріал, одержаний тепер у семіотичних дослідженнях, стосується переважно *логіки математичної* та *лінгвістики математичної*. Знакові системи виконують важливі функції пізнавального, техніко-прикладного характеру, зокрема, функцію передавання вираженого знаками повідомлення, особливо функцію вираження смислу (значення); функцію спілкування (забезпечують взаєморозуміння між людьми в суспільних колективах, вольовий та емоційний вплив тощо); пізнавальну ф-цію, пов'язану з набуванням нових знань та ін.

Семіотичну проблематику розглядають у трьох осн. аспектах, яким відповідають три осн. розділи (чи рівні) С. Це такі розділи: *синтактика;* семантика, що вивчає знакові системи як засоби вираження смислу (осн. предметом її є інтерпретація знаків і знакосполучень) і *прагматика*. Синтактичні й семантичні аспекти вивчення знакових систем звичайно відносять до металогіки.

С. трактує різні знакові системи як моделі певних фрагментів зовн. світу, що будуються в ході пізнавальної та практичної діяльності людей. У зв'язку з цим особливого значення набувають проблеми прагматики, що виходять за рамки металогічних досліджень, зокрема кіберн. проблема співвідношення можливостей людини й машини та ролі людини в системах типу «автомат — людина», прагматичний аспект якої перебуває в центрі уваги широкого кола наук — від гносеології до *психології інженерної*. Деякі

конкретні знакові системи виділяють як предмет досліджень і в сучас. нейрофізіології, біофізиці, генетиці, структурній лінгвістиці, окремих розділах естетики та ін. науках. Колишні логіко-лінгвістичні рамки семіотичного підходу дедалі розширюються в міру зближення його з проблематикою *інформації теорії* й теорії *інформаційно-пошукових систем*, педагогіки й теоретичної та технічної кібернетики. Особливий методологічний, конкретно-науковий і практичний інтерес становлять дослідження природних і штучних знакових систем з погляду проблеми їхнього взаємного ізоморфізму (або принаймні гомоморфізму однієї з них щодо іншої) у зв'язку з завданням моделювання поведінки складних біол. систем і конструювання штучних знакових систем, яке виходить з наявності такого ізоморфізму (гомоморфізму). Це проявляється, напр., у розвитку *біоніки* — аж до розробки спец. мов, які можуть виявитися придатними для міжпланетних комунікацій (напр., ЛІНКОС). Семіотичні ідеї інтенсивно проникають у сучасну соціологію та економ. науку. Особливого значення семіотичний підхід набуває при розв'язуванні проблем *машинного перекладу* й семантичних задач, які виникають у зв'язку з проблемою наближення мов ЦОМ та алгоритм. мов до природної мови, а в широкому плані — з проблемою «спілкування» людини з машиною (див. *Взаємодія людини з обчислювальною машиною*).

Літ.: Симпозиум по структурному изучению знаковых систем. М., 1962; Иванов В. В. Роль семиотики в кибернетическом исследовании человека и коллектива. В кн.: Логическая структура научного знания. М., 1965; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965.
Ю. О. Гастєв.

СЕРВОМОТО́Р — різновид *виконавчого механізму*.

«СЕ́ТУНЬ» — мала цифрова обчислювальна машина, призначена для розв'язування науково-технічних та економічних задач середньої складності. Розроблено її в обчисл. центрі Московського ун-ту 1959, 1962 — 64 її випускали серійно. «С.» має трійкову симетричну систему представлення чисел (з цифрами 1,0,—1) з фіксованою після другого розряду або плаваючою (програмованою) комою, операції нормалізації та зсуву. Діапазон представлення чисел у машині з фіксованою комою $\pm |4,5 - 0,5 \cdot 3^{-16}|$, а з плаваючою комою $\pm |10^{\pm 57}|$, абсолютна похибка представлення чисел з фіксованою комою становить $0,5 \cdot 3^{-16}$. Розрядність представлення чисел у запам'ятовувальному пристрої (ЗП) — 18 трійкових розрядів (довге слово) або 9 розрядів (коротке слово); розрядність команд — 9 розрядів, структура команд — одноадресна з ознакою модифікації адресної частини; кількість операцій — 24. У «С.» два ступені пам'яті: основний ЗП на магн. барабані ємністю або 1944 або 3888 коротких слів та оперативний ЗП на феритових осердях ємністю 162 коротких слова (пересилання з одного пристрою в другий — групами по 54 короткі слова). Виконання арифм. та логічних операцій — послідовне (є окремий блок для виконання швидкого множення). При роботі з оперативним ЗП час виконання операції додавання—віднімання — 180 *мксек*, множення — 320 *мксек*, передачі керування — 100 *мксек*. Середній час групового звертання до ЗП на магн. барабані — 7500 *мксек*. Дані вводяться в машину з п'ятидоріжкової паперової перфострічки зі швидкістю 800 рядків/*сек*; вхідних пристроїв (фотовводів) — два; буквений текст і десяткові числа довільної форми вводяться у вигляді груп алфавітно-цифрових знаків (до 162 знаків в одній групі); команди, представлені дев'ятковим кодом, вводяться зонами по 54 команди. Виведення даних з машини — на двоколірний друк зі швидкістю 7 знаків за 1 *сек* і на паперову перфострічку — зі швидкістю 20 рядків за 1 *сек* (а також на телетайп).

«С.» виконано на порогових *логічних елементах ЦОМ* типу швидкодіючих магн. підсилювачів. Особливості структури «С.» визначили принципи побудови малої ЦОМ, що набули розвитку в мінімашинах.

Літ.: Брусенцов Н. П. [та ін.]. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М., 1965 [бібліогр. с. 139].
М. М. Грудинін.

СИГНАЛІЗУ́ЮЧА ФУ́НКЦІЯ — функція, що характеризує складність роботи автомата. Напр., у випадку *Тьюрінга машини* С. ф. є функція, яка для кожного значення аргументу дорівнює числу тактів роботи, витрачених машиною для одержання результату (часова С. ф.) або кількості комірок стрічки, в яких хоча б раз за час роботи побувала головка машини Тьюрінга (ємнісна С. ф.). З кожним конкретним автоматом можна пов'язати багато різних С. ф. Див. також *Складність обчислювань*.

СИЛОГІ́СТИКА — розділ формальної логіки, що вивчає логічні висновки типу силогізмів. Основи С. заклав ще Арістотель (IV ст. до н. е.). Вони стали першим розділом формальної логіки. Прикладами силогізмів є такі висновки:

Кожний X є Y Кожний Z є X	Якийсь X є Y Кожний Z є X
Отже, кожний Z є Y.	Отже, якийсь Z є Y.

Перший з них, очевидно, є правильним, таким, що дає завжди істинні висновки, якщо засновки істинні, другий — неправильним. Це видно з такого прикладу:

Деякі ссавці — тигри
Кожна людина — ссавець
―――――――――
Отже, деякі люди — тигри.

Вирази, що стоять над рискою, наз. засновками силогізму, вираз, що стоїть під рискою,— його висновком. Ці вирази побудовано за допомогою таких чотирьох зв'язок: кожний X є Y ($X\ a\ Y$), жодний X не є Y ($X\ e\ Y$), якийсь X є Y ($X\ i\ Y$) і якийсь X не є Y ($X\ o\ Y$), що їх традиційно позначають літерами a, e, i, o. У силогізмі два засновки, причому існує одна й тільки одна змінна, спільна для цих двох засновків. Треба, щоб змінні,

які стоять у висновку, були в одному й тільки одному засновку. С. у своїй класичній формі займалася класифікацією таких силогізмів і виділенням з них правильних і неправильних. У рамках сучасної *логіки математичної* С. зводиться до одного з розділів *числення предикатів вузького* — числення одномісних предикатів. Через це вона має тепер лише істор. значення, але це значення дуже велике. Створивши С., Арістотель зробив великий внесок у формальну логіку, зокрема тим, що застосував у ній аксіоматичний метод та запровадив змінні у логіку. Починаючи з Арістотеля, в працях грец. стоїків та середньовічних схоластів, що вивчали силогізми, було вироблено в більш-менш явній формі такі важливі поняття, як поняття терма, *предиката*, *квантора*, формального висновку тощо.

Літ.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. Пер. с англ. М., 1959.

Л. А. Калужнін, М. І. Кратко.

СИМВОЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАННЯ НА ЕОМ — перетворювання даних, які задають виразами, що містять символьні змінні, тобто змінні, значення яких є не лише числами. Задачі, які потребують символьних перетворень у великому обсязі, виникають при обробці текстів, *доведенні теорем на ЕОМ*, при розв'язуванні логіч. задач оптимізації *програм* і при розв'язуванні задач, пов'язаних з іншими алгебрами. Використовування *обчислювальних машин* для С. п. на ЕОМ розпочалося після появи достатньо досконалих машин і розвинених *алгоритмічних мов*. Для створення більшості теперішніх програм символьних перетворень використовували мову *ЛІСП*. Мовою публікацій є також формульний АЛГОЛ. Особливе значення мають ті С. п. на ЕОМ, що стосуються розв'язування задач, інформація про які задається мовою матем. аналізу. Використовування машин для таких символьних перетворень дає змогу застосовувати в малодоступних для людини масштабах аналітичні методи розв'язування, напр. задач лінійної алгебри, розв'язування дифер. рівнянь, інтегр. рівнянь тощо. Найрозвиненішими мовами, використовуваними для цих цілей, є мова *FORMAC*, створена в Массачусетському технологічному ін-ті (США), і спеціально орієнтована на застосування аналітичних методів мова *АНАЛІТИК*, створена в Ін-ті кібернетики АН УРСР. Відмітною особливістю мови АНАЛІТИК є те, що її розробляли як вхідну мову, безпосередньо застосовувану в машині для інженерних розрахунків «МИР-2». Орієнтація структури машини «МИР-2» на реалізацію мови дала можливість зробити цю реалізацію ефективною. Разом з тим використання інших мов для С. п. на ЕОМ вимагає створити спец. транслюючі системи на вже існуючих машинах.

Осн. операції, застосовувані для перетворення аналітичних виразів, такі. 1) Операція формування нових виразів за правилами, описуваними теж виразами. У цій операції використовується рекурсивна процедура підстановки у вираз замість змінних іменованих ними виразів. 2) Операції, основані на застосовуванні до перетворюваних виразів рівностей форм виду: $F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Тут F_1, F_2 — форми, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — змінні, які в процесі застосування набувають відповідних значень. 3) Операції, які зводять перетворювані вирази до різних канонічних форм. Їхні ф-ції зручно описувати за допомогою відповідних співвідношень. Через масовий характер цих перетворень потрібна велика швидкість виконування їх. Ці вимоги можна задовольнити при схемно-програмній реалізації операції. До операцій, які зводять вирази до канонічних форм, належать: а) $P + 0 = P$, $P \times 0 = 0$, $P \times 1 = P$, $P^0 = 1$, $P^1 = P$, $1^P = 1$; б) $\alpha \times P + \beta \times P = (\alpha + \beta) P$, $P^{P_1} \times P^{P_2} = P^{P_1+P_2}$; в) $(P_1 + P_2) \times P_3 = P_1 \times P_3 + P_2 \times P_3$ та інші операції. Тут P, P_1, P_2, P_3 — вирази, α, β — числа. Використання канонічних форм робить розв'язною процедуру встановлення еквівалентності виразів для багатьох підалгебр матем. аналізу. До осн. операцій, які використовують, розв'язуючи задачі аналітичними методами, належать також *диференціювання символьне* та *інтегрування символьне*.

Осн. відмінностями машинних символьних методів від «ручних» є, по-перше, те, що при розробці їх для сучас. ЕОМ проблема мінімізації пам'яті відіграє більшу роль, ніж проблема мінімізації кількості виконуваних операцій, а, по-друге, для реалізації алгоритмів зі складною логіч. структурою потрібен досить розвинений апарат розпізнавання, за допомогою якого перевірялась би еквівалентність виразів, ступінь подібності їхньої структури, а також різні функціональні властивості. Через труднощі, пов'язані зі створенням такої системи розпізнавання, часто при розв'язуванні практичних задач потрібна робота в режимі діалога «людина — машина», коли ф-ції розпізнавання передаються людині. Разом з тим у плані робіт з моделювання людського мислення, створення штучного інтелекту й розв'язування ряду практично важливих задач створено значну кількість автоматично працюючих програм. До них належать програми доведення теорем, евристичні програми символьного інтегрування та ін. Наявність у мові АНАЛІТИК операторів, які забезпечують виконання осн. аналітичних перетворень і дають змогу для широкого класу виразів розпізнавати еквівалентність, ступінь подібності й функціональну залежність виразів від заданої змінної, робить можливим описування цією мовою досить складних алгоритмів, розрахованих на работу в автомат. режимі.

Літ.: Глушков В. М. [та ін]. АНАЛИТИК (алгоритмический язык для описания вычислительных процессов с использованием аналитических преобразований). «Кибернетика», 1971, № 3; Bond E. [та ін.]. FORMAC — an experimental FORmula MAnipulation Compiler. В кн.: Proceedings of the 19th National conference Association for Computing Machinery. New York, 1964.

В. П. Клименко, Ю. С. Фішман.

СИМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ АЛГЕБРИ ЛОГІКИ — функції *алгебри логіки*, які не змінюються при будь-якому переставлянні їхніх змінних. С. ф. а. л. є, напр., ф-ції $x_1 \& x_2 \& \ldots \& x_n$, $x_1 + x_2 + \ldots + x_n \pmod 2$ тощо. Клас С. ф. а. л. є *класом замкненим функцій алгебри логіки* і допускає простішу, ніж клас усіх ф-цій, реалізацію у вигляді схем або формул. *М. І. Кратко.*

СИМПЛЕКС-АЛГОРИТМ — див. *Симплекс-метод*.

СИМПЛЕКС-МЕТОД — метод розв'язування задачі лінійного програмування, де відбувається спрямований рух за опорними планами до знаходження оптимального розв'язку; С.-м. наз. ще методом послідовного поліпшення плану.

Нехай невироджену задачу *програмування лінійного* подано в канонічному вигляді

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j => \max.$$

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B, \quad x_j \geqslant 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

де $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор змінних, $C = (c_1, \ldots, c_n)$, $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$, $j = 1, \ldots n$—задані вектори, T — знак транспонування, $\overline{X} = (\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_m)$ — відмінні від нуля компоненти *опорного плану*, розміщені для простоти викладу на перших m місцях вектора X, $\overline{A} = (A_1, \ldots, A_m)$ — базис цього плану. Тоді

$$\sum_{i=1}^{m} A_i \overline{x}_i = B, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i \overline{x}_i = \overline{z}_0, \tag{2}$$

де $\overline{z}_0$ — значення лінійної форми на даному плані. Оскільки вектор-стовпці *матриці* A лінійно незалежні, будь-який вектор умов A_j має за ними єдине розвинення:

$$\sum_{i=1}^{m} A_i x_{ij} = A_j, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i x_{ij} = z_j, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{4}$$

де x_{ij} — коеф. цього розкладу. Система умов

$$\sum_{i=1}^{m} A_i x_i + A_k x_k = B, \quad k \geqslant m+1, \tag{5}$$

$$x_k \geqslant 0, \quad x_j = 0, \quad j = m+1, \ldots, n, \quad j \neq k \tag{6}$$

при заданому k визначає у просторі змінних задачі промінь, що виходить з точки, яка відповідає розглядуваному опорному планові. Нехай значення змінної x_k під час руху по цьому променеві дорівнює θ, тоді значення базисних змінних дорівнюють $x_i(\theta)$. У цих позначеннях рівняння (5) подамо у вигляді

$$\sum_{i=1}^{m} x_i(\theta) A_i + \theta A_k = B. \tag{7}$$

Помноживши рівняння (3) на θ при $j = k$ і віднявши від рівняння (1), одержимо

$$\sum_{i=1}^{m} (\overline{x}_i - \theta x_{ik}) A_i + \theta A_k = B. \tag{8}$$

З рівнянь (7—8) одержимо

$$x_i(\theta) = \overline{x}_i - \theta x_{ik}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{9}$$

i	Базис	$\overline{C}$	B	c_1	c_2	$\cdots$	c_l	$\cdots$	c_m	c_{m+1}	$\cdots$	c_j	$\cdots$	c_k	$\cdots$	c_n
				A_1	A_2	$\cdots$	A_l	$\cdots$	A_m	A_{m+1}	$\cdots$	A_j	$\cdots$	A_k	$\cdots$	A_n
1	A_1	c_1	$\overline{x}_1$	1	0	$\cdots$	0	$\cdots$	0	$x_{1,m+1}$	$\cdots$	x_{1j}	$\cdots$	x_{1k}	$\cdots$	x_{1n}
2	A_2	c_2	$\overline{x}_2$	0	1	$\cdots$	0	$\cdots$	0	$x_{2,m+1}$	$\cdots$	x_{2j}	$\cdots$	x_{2k}	$\cdots$	x_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
l	A_l	c_l	$\overline{x}_l$	0	0	$\cdots$	1	$\cdots$	0	$x_{l,m+1}$	$\cdots$	x_{lj}	$\cdots$	x_{lk}	$\cdots$	x_{ln}
$\vdots$																
m	A_m	c_m	$\overline{x}_m$	0	0	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$x_{m,m+1}$	$\cdots$	x_{mj}	$\cdots$	x_{mk}	$\cdots$	x_{mn}
$m+1$			$\overline{z}_0$	0	0	$\cdots$	0	$\cdots$	0	Δ_{m+1}	$\cdots$	Δ_j	$\cdots$	Δ_k	$\cdots$	Δ_n

Оскільки $x_i(\theta)$ при $\theta = 0$ визначають план задачі, то найбільше θ, що не порушує обмежень $x_i(\theta) \geqslant 0$, визначається з умови

$$\theta_0 = \min_{i \in I} \frac{\bar{x}_i}{x_{ik}}, \qquad (10)$$

де $I = \{i \mid x_{ik} > 0\}$.

Внаслідок невиродженості задачі мінімум досягається не більше, як для одного $i = l$ і $\theta_0 > 0$. Значення лінійної форми при $\theta = \theta_0$ визначається з рівнянь (9), (4), (2).

$$z_0(\theta_0) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i(\theta_0) + c_k\theta_0 = \bar{z}_0 - \theta_0\Delta_k, \quad (11)$$

де $\Delta_k = z_k - c_k$. Очевидно, $\Delta_j = 0$ для $j = 1, \ldots, m$.

Нехай $\bar{A} = E$ — початковий базис з m одиничних векторів. Дані задачі записують у вигляді симплекс-таблиці (див.). Симплекс-алгоритм розв'язування задачі лінійного програмування складається з виконання таких операцій: 1) відшукати $\Delta_k = \min_j \Delta_j$. Якщо $\Delta_k = 0$, розглядуваний план оптимальний; якщо $\Delta_k < 0$, вектор A_k вводиться в базис; 2) відшукати θ_0 та l, для якого $\theta_0 = \frac{\bar{x}_l}{x_{lk}}$, з ф-ли (10). Якщо $I = \Lambda$ — пуста множина, лінійна форма необмежена згори, якщо $I \neq \Lambda$, вектор A_l виводиться з базису; 3) за знайденими l, k обчислити нові значення елементів таблиці за ф-лами:

$$x'_{ij} = \begin{cases} x_{ij} - \dfrac{x_{lj}}{x_{lk}} x_{ik} & i \neq l, \\ \dfrac{x_{lj}}{x_{lk}} & i = l, \end{cases} \qquad (12)$$

$$i = 1, \ldots, m+1 \quad j = 0, 1, \ldots, n,$$

де $x_{i0} = \bar{x}_i$, $x_{m+10} = \bar{z}_0$, $x_{m+1j} \equiv \Delta_j$, і перейти до виконання операції (1) з новими значеннями всіх $x_{ij} = x'_{ij}$. Перетворення (12) замінює вектор коефіцієнта $X_k = (x_{1k}, \ldots, x_{mk})$ на одиничний вектор x'_k з $x'_{lk} = 1$. Внаслідок монотонного збільшення z_0 повернення до вже раз пройденого плану неможливе, а з скінченності числа опорних планів випливає скінченність алгоритму. Початковий опорний план з одиничним базисом можна одержати, розв'язавши описаним алгоритмом допоміжну задачу $\sum_{i=1}^{m}(-y_{n+i}) = >\max$ при обмеженнях $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_{n+i} = b_i$, $i = 1, \ldots, m$, $y_{n+i} \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$; $x_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, n$, яка містить одиничний базис, що складається з векторів $A_{n+1}, \ldots, A_{n+m}$. Цим векторам відповідають штучні змінні зі значеннями $\bar{y}_{n+i} = b_i$, $i = 1, \ldots, m$. Якщо в оптим. розв'язку цієї задачі $\sum_{i=1}^{m} y_{n+i} > 0$, вихідна задача не має розв'язків. А якщо $\sum_{i=1}^{m} y_{n+1} = 0$ і задача невироджена, оптим. базис складається тільки з векторів вихідної задачі, які за формулами (12) перетворено на одиничну матрицю. Якщо задача має вироджені плани, значення z_0 може не зростати на ряді ітерацій. Це відбувається через те, що значення відповідних x_l дорівнює нулеві й визначається неоднозначно. У таких випадках монотонність методу порушується і може відбутися зациклювання, тобто повернення до вже пройденого базису. Невелика зміна вектора обмежень задачі, яка полягає в заміні величин b_i на $b_i + \xi_i$, де ξ_i досить малі, при належному виборі ξ_i не змінює множини векторів, оптим. опорного плану вихідної задачі й робить її невиродженою.

Описаний вище алгоритм наз. першим (або прямим) алгоритмом С.-м.

Широко відомий і другий алгоритм (алгоритм зі зворотною матрицею). У ньому перетворюється лише матриця $\bar{A}^{-1}$, обернена базисній матриці.

Літ. див. до ст. *Програмування лінійне.*

В. О. Трубін.

СИМСКРИПТ — алгоритмічна мова для моделювання систем на цифрових обчислювальних машинах. Розроблено її 1963 в США. Призначення — прискорювати програмування задач моделювання складних систем; дає змогу й модифікувати моделі за результатами попередньої реалізації їх. У будь-якій моделі є опис статусу системи, який змінюється в міру настання подій. Статус описує в параметрах об'єкт, властивість об'єкта і множину об'єктів, а подію — окремою програмою, яка визначає зміну статусу внаслідок настання події. На основі списку подій складають синхронізуючу програму, яка диктує виклик програм подій у потрібній послідовності.

М. П. Бусленко.

СИМУЛА — сімейство мов програмування. Розроблено їх у Норвезькому обчисл. центрі. Відомі й поширені мови СИМУЛА - 1 та СИМУЛА - 67. Обидві мови базуються на мові *АЛГОЛ-60* і повністю включають у себе цю мову.

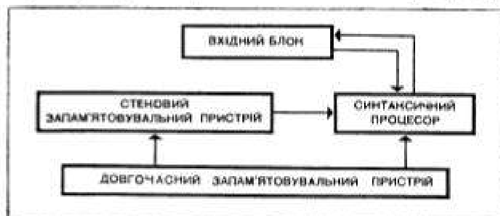
С.-1 — універсальна мова моделювання систем з дискретними подіями. Розроблено її 1964. Фундаментальним поняттям її є процес. За допомогою процесів описується послідовність дій; процеси можуть виступати і як пасивні об'єкти. Дії та взаємодія процесів повністю описують систему з дискретними подіями. Описування класу процесів оформлюється у вигляді опису діяльності, синтаксис якого близький до синтаксису описування

процедури. Процеси динамічно породжуються (в результаті обчислювання породжуваних виразів — покажчиків процесів) і залишають систему (якщо немає посилань). Усі посилання на окремий процес здійснюються за допомогою стандартного посилання, що його наз. елементом. У зв'язку з цим запроваджено поняття типу «елемент» і елементні вирази (змінні, покажчики функцій, породжувані вирази), значення яких є елементами. На процес можуть вказувати кілька елементів. Виконання процесу може складатися з кількох активних фаз (подій). Час системи дискретний: у ході виконання однієї активної фази він залишається сталим. Послідовністю виконання подій керують спец. керуючі оператори. Один процес може одержувати доступ до даних іншого процесу в результаті виконання т. з. операторів приєднування. В С.-1 введено як стандартні деякі процедури випадкової вибірки й статистичного аналізу.

С.-67 — універсальна мова програмування. Розроблено її 1967—68. В С.-67 запроваджено поняття об'єкта, аналогічне поняттю процесу в С.-1. Об'єкти вводять шляхом описування класу, що задає правило дій об'єктів і склад даних, носіями яких є об'єкти. Ідентифікатор описаного класу можна використовувати як префікс для описування іншого класу. Об'єкт, породжуваний класом з префіксом, наз. **складеним**; він має властивості обох класів. Ієрархія описів класів з префіксами не обмежена. Префіксами можуть постачатися й блоки. Об'єкти породжуються в результаті обчислення спец. породжувальних виразів. Базовий набір операторів, що керують послідовністю роботи об'єктів, досить простий: основними є оператори ВІДКРІПИТИ Й ПОНОВИТИ. Крім типів АЛГОЛ-60, для змінних, масивів та ф-цій у мові запроваджено типи: посилання на об'єкт даного класу, символьний і текстовий. Набір стандартних операцій-функцій дає змогу провадити необхідні елементарні перетворювання текстів. У С.-67 визначено оператори приєднування, аналогічні С.-1. Крім того, один об'єкт може одержати доступ до даних іншого об'єкта за допомогою т. з. далекобійних ідентифікаторів. Запроваджуючи описи різних класів, використовуваних як префікси перед описами інших класів або перед блоками, можна розширювати можливості та зображальні засоби мови. Кілька класів введено в С.-67 як стандартні. З них клас МОДЕЛЮВАННЯ відповідає всім засобам моделювання С.-1, класи ВВЕДЕННЯ та ВИВЕДЕННЯ дають зручні засоби описування роботи з зовн. пристроями. Мови С. широко використовують для розв'язування інженерних, економічних, військових та ін. задач.

Літ.: Дал У. И., Нигард К. СИМУЛА — язык для программирования и описания систем с дискретными событиями. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1967, в. 2; Дал У. И., Мюрхауг Б., Нюгорд К. СИМУЛА-67 универсальный язык программирования. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 95].
І. В. Клокачов.

«СИНТАКСИС» — спеціалізований пристрій синтаксичного контролю, призначений для того, щоб автономно від обчислювальної машини перевіряти програми й дані, записані мовою, граматика якої задана і зберігається у постійному запам'ятовувальному пристрої (ЗП). Розроблено його в Ін-ті кібернетики АН УРСР. «С.» (мал.) складається з постійного ЗП для зберігання граматик мов, вхідного блока для зчитування й формування поточного символу інформації, яку перевіряють, синтаксичного процесора



Блок-схема пристрою «Синтаксис».

для порівнювання поточного символу речення, яке перевіряють, з правилами граматики і стекового ЗП для організації перевірки синтаксичних конструкцій типу дужкових. «С.» дає змогу виявити всі синтаксичні помилки у реченнях, що їх перевіряють, при посимвольному зчитуванні програми або масиву даних, здійснюваного будь-яким з призначених для цього механізмів. Зчитаний символ передається на вхідний регістр пристрою, а потім порівнюється з поточною підмножиною правил граматики, записаної в постійному ЗП. Якщо символ на вхідному регістрі відповідає певному правилу граматики мови, то за нею визначають поточну підмножину правил для перевірки наступного символу, а схеми пристрою підготовляють, щоб прийняти його на вхідний регістр. Якщо символ на вхідному регістрі не відповідає поточній підмножині правил граматики, то в пристрої виробляється сигнал синтаксичної помилки, за яким припиняється дальше зчитування й на люмінесцентний екран пульта керування висвітлюється інформація про місце помилки: номер бланка, на якому записано програму або дані, номер рядка на бланку і номер помилкового символу в рядку. В пристрої закладено алгоритм корекції, що дає змогу продовжити перевірку після виявлення помилки й за один перегляд знайти більшість синтаксичних помилок у програмах або даних, що їх перевіряють. Якщо зчитувальний механізм не має стартстопного режиму роботи (можливості зупинятися відразу ж після зчитування поточного символу), то інформація про помилку запам'ятовується у стековому ЗП і видається на люмінесцентний екран пульта керування наприкінці перевірки.

«С.» призначено для перевірки будь-якої мови, граматику якої попередньо записано в постійному ЗП. Переорієнтація пристрою на іншу мову зводиться до заміни одного блока

постійного ЗП іншим, в якому записано граматику нової мови. Граматику для пристрою задають у вигляді т. з. синтаксичних карт або *R*-граматик.

«С.» можна використовувати для навчання мовам і для підготовки (друкування, перфорації тощо) синтаксично правильних програм і даних з допомогою клавіатури, підключеної до пристрою.

Літ.: Вельбицкий И. В. Первичные средства подготовки синтаксически правильных программ и данных для вычислительных систем. «Вычислительные системы», 1971, в. 48.

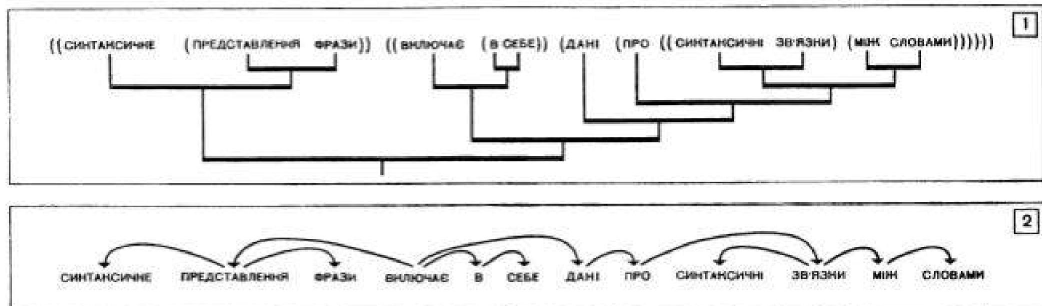
І. В. Вельбицький.

СИНТАКСИ́ЧНИЙ АНА́ЛІЗ АВТОМАТИ́ЧНИЙ природних мов — автоматична обробка тексту природною мовою з метою одержати синтаксичні представлення цього тексту, зокрема — його синтаксичну структуру; реалізується за *алгоритмом*, використовуючи певну сукупність відомостей про синтаксис даної мови. С. а. а. — обов'язковий етап різних процесів автомат. обробки текстів: перекладу з однієї природної мови іншою, перекладу з природної мови на *мову інформаційну* (в *інформаційно-довідкових системах*) та ін. До середини 60-х рр. С. а. а., як правило, був осн. етапом процесу автомат. перекладу (див. *Машинний переклад*), до того ж він завершував аналіз. Одержане при С. а. а. синтаксичне представлення правило за вхід для етапу перетворювання, а здебільшого — відразу для етапу синтезу. Використання результату С. а. а. як входу для синтезу призводило до того, що до С. а. а. ставили невиправдано високі вимоги, бо синтаксичне представлення мало бути одночасно придатним і для перекладуваного і для перекладеного тексту, тобто враховувати особливості й вхідної, й вихідної мов; крім того, в ньому треба було відобразити багато суто семантичних факторів. Коли в процесі перекладу було виділено окремий етап — семантичний аналіз, вимоги до С. а. а. змінилися: по-перше, синтаксичне представлення зовсім перестали орієнтувати на вихідну мову, по-друге, в ньому не роблять спроб ураховувати *семантику*.

В системах автомат. перекладу С. а. а. починається здебільшого тоді, коли текст уже певною мірою оброблено, тобто входом для С. а. а. є вже не послідовність слів, а послідовність умовних одиниць, кожна з яких містить відомості про те, з якої лексичної одиниці (тобто з якого слова чи словосполучення) її одержано, та всі ті відомості про цю лексичну одиницю, що їх узято з словника або одержано на попередніх етапах обробки (одній лексичній одиниці може відповідати кілька таких умовних одиниць — лексико-граматична омонімія). В системах перекладу об'єктом С. а. а. є *ланцюжок* умовних одиниць, який відповідає одній фразі тексту, що його обробляють. Виходом С. а. а. є сукупність відомостей, що задає синтаксичне представлення аналізовуваної фрази, тобто дані про синтаксичну структуру фрази, про зв'язки між займенниками та їхніми антецедентами, про логічний акцент тощо. Але досі метою С. а. а. вважали лише встановлення синтаксичної структури фрази, а решта відомостей не вироблялася.

Із способів записування синтаксичної структури найпоширенішими є «дерево» складників і «дерево» залежностей. За першого способу аналізований ланцюжок розчленовують на складники, що в свою чергу поділяють на дрібніші складники, й т. д., аж поки буде одержано одноелементні складники. За другого способу для кожного елемента аналізованого ланцюжка, крім одного — вершини, зазначають елемент, що керує ним, і тип зв'язку між ними (ці зв'язки здебільшого позначають за допомогою стрілок, спрямованих від керуючих елементів до керованих), напр.: «Синтаксичне представлення фрази включає в себе дані про синтаксичні зв'язки між словами». Дерево складників цієї фрази (типів складників не вказано) наведено на мал. 1, а дерево залежностей (типів зв'язку не вказано) — на мал. 2.

Залежно від мети С. а. а. можна визначити два осн. підходи: одноцільовий та багатоцільовий. За першого для фрази треба одержати одне синтаксичне представлення; цей підхід характерний для перших алгоритмів С. а. а., коли вважали, що синтаксичних засобів досить для того, щоб забезпечити правильний аналіз фрази, хоча б для більшості фраз. За другого підходу для фрази треба одержати всі ті синтаксичні представлення, що задовольняють певні узгодження (всі «правильно побудовані» представлення). Питання про те, яке з цих представлень не тільки правильно побудоване, а й правиль-



не, тобто таке, що відповідає смислові аналізованої фрази, в межах С. а. а. не розв'язують.

Осн. труднощі при знаходженні правильного синтаксичного представлення фраз полягають у тому, що в природних мовах дуже поширена синтаксична омонімія, тобто можна по-різному синтаксично інтерпретувати однакові ланцюжки словоформ. Часто вибір правильної синтаксичної структури з-поміж усіх можливих залежить або від дуже тонких синтаксичних факторів (не врахованих при складанні алгоритму), або взагалі його не можна здійснити, не звертаючись до змісту фрази. Тому від алгоритмів С. а. а., які в принципі не використовують смислу й грунтуються на обмеженій інформації про синтаксис мови, можна вимагати лише того, щоб для більшості фраз вони давали правильний аналіз плюс невелику кількість зайвих фраз.

З-поміж методів виявлення синтаксичної структури можна виділити: метод послідовного аналізу (локальний) і метод фільтрів (глобальний). За послідовного аналізу одиниці аналізованого ланцюжка розглядають у певному порядку, при цьому для кожної одиниці алгоритм передбачає певну сукупність дій, потрібних для того, щоб визначити синтаксичну ф-цію цієї одиниці (напр., знайти її керуюче слово й тип зв'язку). Ці дії здебільшого грунтуються на перевірці ознак самої аналізованої одиниці та її оточення (локальність); при цьому значною мірою використовують відомості, встановлені щодо одиниць, що їх розглянуто раніше. За методу фільтрів основою алгоритму С. а. а. є набір вимог до правильно побудованого синтаксичного представлення: ці вимоги і є фільтрами, що дають змогу відкинути неправильно побудовані представлення. Деякі з цих фільтрів можуть стосуватися структури загалом, а також співвідношень цілої структури з цілою фразою (звідси й назва — глобальний); широко використовують і локальні фільтри. Прикладом часто використовуваного фільтра є вимога проективності. Найпоширенішими є саме фільтрові алгоритми.

Відокремлення даних про мову від власне алгоритму і запровадження формалізмів (зокрема, *граматик формальних*) для записування цих даних, що прийняті в системах перекладу 2-го покоління, виявилися на етапі синтаксичного аналізу ось у чому: всі лінгвістичні відомості зосереджуються у фільтрах; процедура знаходження структур, що їх потім випробовують фільтрами на правильність, стає незалежною від синтаксичних властивостей мови — вона визначається типом обраної формальної граматики. З'явилися численні праці, в яких запропоновано процедури С. а. а., розраховані на різні типи формальних граматик, і праці, що оцінюють кількість операцій таких процедур тощо. Ці праці стосуються, по суті, теорії формальних граматик. До сфери власне С. а. а. належить, можливо, використання таких процедур для тих чи ін. природних мов. При цьому поки що не з'ясовано питання про знаходження для природних мов таких ефективних процедур С. а. а., які водночас і були б прості і давали б змогу запобігти громіздким перебиранням структур.

Літ.: Вакуловская Г. В., Кулагина О. С. Об одном алгоритме синтаксического анализа русских текстов. «Проблемы кибернетики», 1966, в. 18; Иорданская Л. Н. Автоматический синтаксический анализ, т. 2. Межсегментный синтаксический анализ. Новосибирск, 1967 [бібліогр. с. 229—230]; Лейкина Б. М. [та ін.]. Система автоматического перевода, разрабатываемая в группе математической лингвистики ВЦ ЛГУ. «Научно-техническая информация», 1966, № 1; Мельчук И. А. Автоматический синтаксический анализ, т. 1. Общие принципы. Внутрисегментный синтаксический анализ. Новосибирск, 1964 [бібліогр. с.350 — 353]; Kuno S., Oettinger A. G. Multiple-path syntactic analyser. В кн.: Mathematical linguistics and automatic translation (Computation lab. Harvard univ.). Report № NSF-8. Cambridge, 1963; Vauquois B., Veillon G., Veyrunes J. Syntax and interpretation. «Mechanical translation», 1966, v. № 9, № 2.

О. С. Кулагіна.

СИНТАКСИЧНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМ — процес, що полягає в розпізнаванні правильності слів (ланцюжків символів, речень), тобто їхньої належності до розглядуваної мови (див. *Мови формальні*) і в описуванні синтаксичної структури правильних *ланцюжків* (аналогічно граматичному розборові речень у природних мовах). С. а. п.— одна з лінгвістичних проблем, що має важливі практичні застосування під час розробки сучасних систем програмування: *трансляторів*, інтерпретаторів тощо.

Приклад. Розглянемо мову арифм. виразів, породжену граматикою (див. *Граматика породжувальна*), система правил якої має вигляд

$$\Sigma \to (\Sigma \times \rho) \quad (1); \quad \Sigma \to (a + b) \quad (2); \quad \rho \to b \quad (3),$$

де Σ — аксіома граматики; $+$, $\times$, (,), a, b — термінальні символи; Σ, ρ — нетермінальні символи. Проаналізуємо ланцюжок

$$(((a + b) \times b) \times b). \qquad (4)$$

Очевидно, ланцюжок (4) є правильним, бо в цій граматиці існує вивід $\Sigma \Rightarrow (\Sigma \times \rho) \Rightarrow ((\Sigma \times \rho) \times \rho) \Rightarrow (((a + b) \times \rho) \times \rho) \Rightarrow (((a + b) \times b) \times \rho) \Rightarrow (((a + b) \times b) \times b)$.

Цьому виводові відповідає «дерево» (мал.), яке в лінгвістиці наз. «деревом» синтаксичного аналізу (д. с. а.). Проблема С. а. п. для мов, синтаксис яких задано певною граматикою (такими є, зокрема, *мови програмування*), тісно пов'язана з побудовою в даній граматиці для кожного правильного ланцюжка всіх його виводів і д. с. а., які відповідають цим виводам (див. *Граф*). Якщо для певного правильного ланцюжка є кілька д. с. а., то граматику наз. синтаксично неоднозначною.

У будь-якому із сучасних трансляторів одним з осн. блоків є розпізнавач — блок синтаксичного аналізу. Під час розробки розпізнавачів часто використовують дві такі стратегії аналізу: розгортання (або стратегію згори вниз) і згортання (стратегію знизу вго-

ру). Припустивши, що аналізований ланцюжок є правильним, і, виходячи з аксіоми та правил граматики, під час розгортання намагаються одержати для цього ланцюжка всі його виводи і д. с. а. Під час згортання ставлять ту саму мету, але при цьому прагнуть згорнути аналізований ланцюжок в аксіому граматики. Так, для розглянутого вище прикладу в ланцюжку (4), за правилом (2) замінюють підланцюжок $(a + b)$ нетермінальним символом Σ; потім за правилом (3) входження символу b замінюють нетермінальним символом ρ і, нарешті, за правилом (1) одержаний ланцюжок згортають в аксіому. Обидва типи стратегії наз. **лівосторонніми**, бо заг. порядок обробки символів у ланцюжку — зліва направо. Як при згортанні, так і при розгортанні можуть бути аналізи, що ведуть до тупика, якщо далі здійснювати їх неможливо; такі аналізи наз. **тупиковими**. В цьому разі звичайно передбачають можливість повернення з виключенням деяких кроків виведення під час розгортання і відновлення окремих раніше оброблених частин аналізованого ланцюжка під час згортання. Тому, зокрема, окремі розпізнавачі використовують обидві розглянуті стратегії. Можливе й паралельне проведення всіх аналізів з наступним виключенням з них тупикових аналізів.

«Дерево» синтаксичного аналізу.

Літ.: Гинзбург С. Математическая теория контекстно-свободных языков. Пер. с англ. М., 1970 [бібліогр. с. 310—319]; Фельдман Дж., Грис Д. Системы построения трансляторов. Пер. с англ. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1971, в. 5.

Г. О. Цейтлін.

СИНТА́КТИКА — розділ *семіотики*, в якому суто структурно досліджуються знакові системи щодо їхнього синтаксису, безвідносно до будь-яких інтерпретацій (які є предметом вивчення семантики) і проблем, пов'язаних із сприйняттям знакових систем як засобів спілкування і повідомлення. Див. також *Прагматика, Семантика структурна.*

СИ́НТЕЗ АВТОМА́ТІВ АБСТРА́КТНИЙ — один з етапів *автоматів синтезу*, який полягає в побудові абстрактного автомата (напр., його таблиці переходів і виходів) за якимось із способів задавання відображення «вхід—вихід», що його повинен реалізувати цей автомат. Автомат реалізує відображення φ так: кожне вхідне слово $p = x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k}$ алфавіту $\mathfrak{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ послідовно (побуквено) такт за тактом подається на вхід автомата A, який заздалегідь установлено в початковий стан. Послідовність вхідних сигналів $x(1) = x_{i_1}$, $x(2) = x_{i_2}$, ..., $x(k) = x_{i_k}$ зумовлює (на підставі законів функціонування автомата) однозначно визначену вихідну послідовність $q = y(1), y(2), \dots, y(k)$ — вихідне слово.

Відображення, що їх індукують абстрактні автомати, наз. **автоматними відображеннями** (див. *Оператор автоматний*). Існує конструктивний спосіб, який дає змогу будь-яке однозначне алфавітне відображення перетворити на автоматне. Дуже зручний спосіб задавання автоматного відображення — задавання його за допомогою множин *подій регулярних*. Мовою для представлення регулярних подій є мова регулярних виразів. Клас регулярних подій збігається з класом подій, представних в *автоматах скінченних*. Є конструктивний спосіб, що дає змогу за будь-якою скінченною множиною регулярних подій, заданих регулярними виразами, побудувати скінченні автомати Мура або Мілі, які представляють ці події. У задачах С. а. а., що виникають у практиці (напр., при проектуванні різних керуючих пристроїв), умови роботи цих автоматів зручно задавати у вигляді мікропрограм. Є й спосіб побудови автомата за мікропрограмою роботи пристрою (див. *Автомат регістровий)*, де кожна мікрокоманда інтерпретується як стан автомата, вхідні змінні — як різні комбінації логіч. умов, що їх використовують, будуючи мікропрограму, а виходи — як сукупності зовн. операцій. Етап С. а. а. — це здебільшого перший етап синтезу складних автоматів. Його результати є вихідними даними для *синтезу автоматів структурного.*

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469].

Є. Л. Войтова.

СИ́НТЕЗ АВТОМА́ТІВ СТРУКТУ́РНИЙ — один з етапів *автоматів синтезу*, мета якого — побудувати структурну схему автомата. Якщо на етапі *синтезу автоматів абстрактного* за заданими умовами функціонування будують абстрактний автомат, то на етапі С. а. с. встановлюють структуру автомата і враховують структуру його вхідних і вихідних сигналів. Вихідними даними для етапу С. а. с. є ініціальний автомат, заданий як шістка $\mathfrak{A} = (X, Y, U, \delta, \lambda, a_0)$, і якийсь набір *автоматів скінченних* (т. з. елементарних автоматів, або елементів). Завдання полягає в тому, щоб реалізувати автомат, тобто його *оператор автоматний* у якійсь *сітці логічній* над заданим набором елементів. При цьому стани автомата $\mathfrak{A}$ треба представляти (кодувати) сукупністю станів елементів, що входять у логічну сітку, а вхідні й вихідні сигнали автомата $\mathfrak{A}$, тобто елементи множин X і Y,— наборами вхідних і вихідних сигналів елементів. Такі набори наз. відповідно **структурними станами** (або кодами внутр. станів), **структурними вхідними** й **структурними вихідними сигналами**.

Перша проблема, що виникає під час С. а. с., полягає в тому, щоб визначити, чи можна в логіч. схемі над заданим набором елементів реалізувати заданий автомат. У заг. випадку ця проблема нерозв'язна (див. *Повноти проблема* в теорії автоматів). Проте для багатьох практичних випадків проблема і не виникає, бо заздалегідь вибирають повний набір елементів, тобто набір, у якому можна реалізувати всі автоматні оператори. Центр. завданням С. а. с. є знаходження методів синтезу, для цього встановлюють здебільшого якийсь критерій переваги однієї логіч. сітки над другою (напр., з двох логіч. сіток, які реалізують один і той самий автоматний оператор, надають перевагу тій, в якій елементів менше). До методу синтезу ставлять вимогу, щоб він (за обраним критерієм) давав оптимальні або близькі до оптимальних логічні сітки. Елементарні автомати поділяють на автомати з пам'яттю, тобто автомати, в яких станів більше як один (запам'ятовувальні елементи), і автомати без пам'яті (*логічні елементи ЦОМ*). Мінім. кількість елементів з пам'яттю, яка необхідна для реалізації даного автомата, залежить від кількості його станів N. Якщо в елементах з пам'яттю максимум m станів і $m^{n-1} < N \leqslant m^n$, то треба, щоб елементів пам'яті було принаймні n. Іноді з певних міркувань (напр., для зменшення кількості логіч. елементів) елементів з пам'яттю беруть більше, як мінім. кількість.

На практиці структурний алфавіт і алфавіт станів є здебільшого двійковими алфавітами. Логіч. елементи в цьому разі реалізують функції *алгебри логіки*, а запам'ятовувальні елементи наз. елементами затримки або різного роду *тригерами* (за аналогією до реальних електр. схем, у яких стійких станів два). Коли в наборі елементів є елементи, що реалізують повну систему ф-цій алгебри логіки, то в процесі структурного синтезу будують канонічні рівняння, що встановлюють залежність сигналів, які подаються на входи запам'ятовувальних елементів, від вихідних сигналів цих елементів і сигналів, які подаються на вхід усього автомата. Це роблять так: нехай $\mathfrak{A}\ \{X = (x_1, \ldots, x_n),\ Y = (y_1, \ldots, y_n),\ U = (a_1, \ldots, a_n),\ \delta(a, x),\ \lambda(a, x)\}$, B — елемент пам'яті з ф-цією переходів $\gamma(z, s)$. Вибирають необхідну кількість k екземплярів автомата B. Різні внутр. стани автомата $\mathfrak{A}$ ототожнюють з різними наборами станів запам'ятовувальних елементів. Цей процес наз. *кодуванням станів автомата*, він є неоднозначним. Спосіб кодування обирають, виходячи з вимог, що ставляться до структурної схеми. Такими вимогами можуть бути складність схеми, відсутність т. з. «гонок», певний вид ф-цій збудження, необхідний для реалізації схеми заздалегідь вибраними логіч. елементами. Після кодування стани автомата буде позначено k-вимірними векторами. Двомісна ф-ція виходів $\lambda(a, x)$ автомата $\mathfrak{A}$ перетвориться на $(k+1)$-місну, а ф-ція переходів $\delta(a, x)$ заміниться системою k з $(k+1)$-місних функцій переходів в елементах пам'яті. Наступним кроком є побудова ф-цій збуджень елементів пам'яті. Значення кожної ф-ції при вибраному стані автомата $\mathfrak{A}$ і вхідному сигналі x визначають як вхідний сигнал $s^{(i)}$ i-го елемента пам'яті, що спричинює перехід у цьому елементі, зумовлений i-ю ф-цією переходів. Функції збудження, прирівняні до визначуваних ними вхідних сигналів в $s^{(i)}$, дають канонічні рівняння для зворотних зв'язків в автоматі $\mathfrak{A}$. Потім іде етап логіч. (комбінаційного) синтезу, на якому треба побудувати ф-ції збуджень і виходів з елементарних логіч. функцій, що їх реалізують вибрані логіч. елементи.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Колдуэлл С. Логический синтез релейных устройств. Пер. с англ. М., 1962; Фистер М. Логическое проектирование цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. К., 1964. *Т. М. Різдвянецька.*

СИ́НТЕЗ АЛГОРИ́ТМУ КЕРУВА́ННЯ — одна з основних задач проектування системи керування. *Алгоритмом* керування наз. математичне співвідношення, яке виражає процедуру обробки введеної в керуючий пристрій інформації з метою визначити *керуюче діяння*. Задачу знаходження алгоритму керування і наз. С. а. к. У теорії керування немає універсального методу розв'язування задач С. а. к. Успішний вибір алгоритму керування залежить у багатьох випадках від кваліфікації та інтуїції інженера-проектувальника, від глибини розуміння ним конкретних властивостей об'єкта керування тощо. Важливі результати в галузі методів розв'язування задач С. а. к. одержала *оптимального керування теорія* для деяких класів детермінованих і стохастичних *процесів керованих*. С. а. к. має особливо важливе значення при розроблянні систем керування складними динамічними об'єктами (різного роду рухомими об'єктами, багатьма процесами в пром. технології тощо).

Літ.: Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., 1966 [бібліогр. с. 594—618]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969. *В. І. Іваненко.*

СИ́НТЕЗ МО́ВНИХ СИГНА́ЛІВ — створювання мовних сигналів штучно за допомогою технічних пристроїв. Одну з перших «розмовляючих» машин створив наприкінці 18 ст. Кемпелен. Роль легень виконували міхи, за «мовний тракт» правили ящички, коливальні язички і м'яка трубка. Керована оператором машина створювала звуки, схожі на мовні, з яких можна було скласти слова й навіть речення. Пізніше було сконструйовано багато подібних мех. моделей. З розвитком електроніки й електроакустики почали створювати електр. синтезатори. Першим з них вважають «вокодер» Дадлі (1939).

Сучасні синтезатори складаються здебільшого з двох осн. вузлів: джерела сигналу збудження та блока формування передавальної характеристики мовного тракту. В джерелі збудження для синтезу голосних є генератор періодичних коливань складної

форми, який імітує роботу голосових зв'язок. Для синтезу шумних приголосних («с», «ш», «ф») треба застосовувати генератор шуму, а для синтезу деяких дзвінких («з», «ж») — обидва генератори одночасно. Синтезатори за будовою блока формування передавальної характеристики можна поділити на три осн. типи: спектральний, формантний, аналог мовного тракту. У спектральному синтезаторі відтворюється передавальна характеристика мовного тракту. У формантному — ця характеристика відтворюється наближено, бо відтворюються лише її осн. «полюси» (форманти) й «нулі» (антиформанти). Цього досягають, застосовуючи частотно-вибірні ланцюги з резонансною характеристикою. Мовний апарат людини можна найточніше моделювати, враховуючи розподілений характер параметрів, на аналогові мовного тракту, що використовує неоднорідну електр. лінію, складену з ланок із змінними параметрами.

Практичне здійснення С. м. с. пов'язане з проблемою керування синтезатором. У системах синтетичної телефонії, що здійснюють стискання обсягу мовного сигналу в процесі передачі його по каналах зв'язку, керуючі сигнали надходять безпосередньо з виходу т. з. аналізатора спектра мовного сигналу. А в ін. випадках С. м. с. здійснюється за правилами з деяких початкових елементарних сигналів. Ці сигнали описують складові частини фонем, самі фонеми та різні варіанти їх, склади й навіть слова. Питання добирання елементарних сигналів і правил складання з них мови розроблено ще недостатньою мірою. Виявилося, що особливо важко одержувати природні переходи між звуками і провадити облік взаємовпливу звуків. За допомогою ЕЦОМ реалізують перші експериментальні програми синтезу мови, що дають змогу синтезувати зв'язну мову. Вхідними даними для таких *програм* є послідовність *кодів*, фонем, яку потрібно відтворити (озвучити). Проте синтезована цими програмами мова характеризується ще низькою мовною розбірливістю (можна розібрати бл. 70% слів). Поряд із озвучуванням довільних текстів створюють найпростіші системи С. м. с., що грунтуються на зчитуванні (програванні) заздалегідь записаних мовних сигналів окремих слів. Такими є пристрої «IBM-7770» та «IBM-7772», що ними оснащено обчислювальні системи «IBM-360». С. м. с. за допомогою цих пристроїв зводиться до зазначення послідовності, в якій має бути відтворено слова. Пристрої такого типу є вдосконаленням автовідповідача. Вони розв'язують надто часткову задачу С. м. с. Розв'язування задачі С. м. с., як і розв'язування задачі автомат. *розпізнавання мовних сигналів*, дасть змогу здійснити ефективний двобічний зв'язок людини з ЕОМ за допомогою голосу.

Літ.: Сапожков М. А. Речевой сигнал в кибернетике и связи. М., 1963 [бібліогр. с. 419—450]; Фант Г. Акустическая теория речеобразования. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 278—284]; Фланаган Д. Л. Анализ, синтез и восприятие речи. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 378—392].

В. М. Мушников.

СИНХРОНІЗА́ЦІЯ РОБО́ТИ ЦОМ — точне часове узгодження роботи всіх частин цифрової обчислювальної машини, щоб забезпечити виконання заданих операцій. Реалізується здебільшого за допомогою подавання на логічні схеми тактових імпульсів. Мінім. проміжок часу, фіксований у машині періодом головних тактових імпульсів (ГТІ), відповідає часові виконання однієї мікрооперації, визначаючи, таким чином, макс. швидкодію машини стосовно до елементарних перетворень інформації. Характеристиками системи синхронізації конкретної ЦОМ є частота, тривалість, стабільність, кількість фаз ГТІ, принципи та особливості розподілу їх. Обладнання, потрібне для створення й розподілу тактових сигналів, становить значну частину всього обладнання машини. Як генератор ГТІ часто використовують генератор синусоїдних коливань, вихід якого зв'язаний з формуючим пристроєм. На виході формуючого пристрою одержують прямокутні імпульси, частота яких дорівнює частоті синусоїдних коливань, що надходять. Часто для зручності експлуатації спеціально передбачають можливість змінювання частоти ГТІ. Для роботи в ЦОМ на імпульсних елементах, в зв'язку з великою критичністю їх щодо часового положення імпульсів, тактуючий генератор здебільшого забезпечують кварцовою стабілізацією частоти повторення. Кількість фаз ГТІ та їхній зсув визначаються, як правило, особливостями використовуваних логічних та запам'ятовувальних елементів, а також прагненням спростити виконання заданих операцій машини. Цикл виконання будь-якої операції в машині розбивається на окремі такти. Розподіл ГТІ залежить від тривалості операцій та обраного принципу керування операціями, від кількості операцій і наявності суміщень при виконанні команд.

При використанні т. з. синхронного способу керування операціями тривалість циклу виконання є сталою для всіх операцій, незалежно від змісту виконуваних протягом циклу мікрооперацій, і відповідає найтривалішій операції. Формування тактуючих імпульсів може виконуватися за одним з таких способів: за допомогою *лічильника* з *дешифратором*, зсувного *регістра* й послідовності ліній затримки, збуджуваних сигналами ГТІ. Схему розподілу ГТІ для машини з синхронним принципом керування операціями наведено на мал. Тут імпульси з виходу генератора, що задає темп роботи машини, надходять на лічильник тактових імпульсів, період роботи якого дорівнює тривалості циклу виконання команд, виражений у тактах. За допомогою дешифратора тактових імпульсів по черзі збуджуються роздільні виходи, що відповідають тактам, які містяться в циклі команди. Кожний i-й вихід дешифратора тактових імпульсів зв'язаний з тими керуючими *шинами*, на які в i-му такті виконання будь-якої операції має бути подано керуючий імпульс. Вихід j дешифратора операцій зв'я-

заний з керуючими шинами, збуджуваними при виконанні j-ї операції. При виникненні вихідних сигналів обох дешифраторів на від повідних логічних схемах збігу в керуючих шинах формуються потрібні керуючі сигнали. Для економії обладнання доцільно, щоб при різних операціях на одні й ті самі шини керуючі сигнали подавалися на одних і тих самих номерах тактів. Розглянутий синхронний принцип керування операціями забезпечує просту реалізацію розподілу тактових сигналів, але пов'язаний із значними втратами часу через те, що тривалість циклу є сталою.

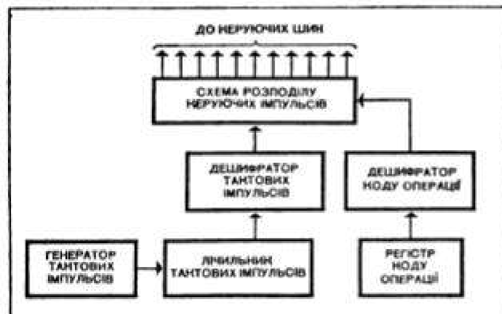


Схема розподілу головних тактових імпульсів

При асинхронному способі керування операціями перехід до дальшого циклу виконання здійснюється відразу ж після одержання сигналу про закінчення попереднього циклу, так що тривалість циклів є змінною. Це значною мірою підвищує швидкодію, але потребує додаткових апаратурних витрат. Часто використовують мішаний синхронно-асинхронний спосіб керування, коли на виконання коротких операцій відводиться цикл фіксованої довжини, а довгі операції виконуються асинхронно. Асинхронним способом виконують здебільшого мікрооперації команд введення — виведення.

При синхронізації роботи різних блоків машини доводиться переборювати ряд специфічних труднощів. Так, напр., треба забезпечити синхронне обертання магнітних барабанів, дисків відносно тактових імпульсів, бо навіть невеликі розузгодження з кожним обертом нагромаджуватимуться і створять велике розузгодження в часі. Щоб розв'язати це завдання, тактові імпульси з потрібними інтервалами часто записують безпосередньо на поверхні магнітного барабана і так уникають розузгоджування обертання барабана з тактовими імпульсами. Невеликі коливання частоти тактових сигналів при цьому не створюють особливих труднощів.

Якщо для перших ЦОМ (для яких команди виконувалися з невеликою швидкістю, в основному, послідовно, без суміщень) не були потрібні особлива стабільність у часі, висока частота ГТІ, велика розгалуженість шин для тактових сигналів, то для кіл тактових сигналів сучасних ЦОМ потрібне забезпечення високої швидкодії, великої розгалуженості. При виконанні цих вимог для кіл тактових сигналів важлива роль відводиться врахуванню затримок у провідниках, врахуванню особливостей реалізації кіл на *інтегральних схемах*.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585]; Элементы ЭВМ на полупроводниковых приборах. Проектирование и расчет. М., 1969; Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. М., 1970 [бібліогр. с. 615—619].
Е. Г. Комухаєв.

СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ АНА́ЛІЗ — визначення показників системи (точності, стійкості тощо) за її заданою структурою та відомими параметрами. При детермінованих зовн. діяннях визначають точність системи в усталеному режимі та в *перехідному процесі*. Якщо на систему надходять випадкові діяння, то визначають статистичні характеристики її помилки за відомими статистичними характеристиками діянь. Можливі такі задачі аналізу: аналіз заданої системи (при перевіряльних обчисленнях); дослідження впливу структури й параметрів системи на запас стійкості й точнісні характеристики; при заданій структурі — визначення ділянки допустимих значень параметрів, за яких система зберігає стійкість, та ін. На основі аналізу можна дати рекомендації щодо вибору структури системи та оптимальних (у якомусь розумінні) значень її параметрів.

Вибір *стійкості критерію*, показників якості перехідного процесу й статистичних характеристик помилки залежить від типу системи автомат. керування та поставленої задачі (див. *Дискретних систем автоматичного керування аналіз, Лінійних систем автоматичного керування аналіз* і *Нелінійних систем автоматичного керування аналіз*).

Літ.: Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [бібліогр. с. 775—789]; Пугачев В. С. Теория случайных функций и её применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [бібліогр. с. 873—878]; Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л., 1962 [бібліогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—3, ч. 1—2. М., 1967—69 [бібліогр. кн. 1, с. 743—762; кн. 2, с. 653—674; кн. 3, ч. 1, с. 588—604, ч. 2, с. 352—365].
Г. Ф. Зайцев.

СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ СИ́НТЕЗ — визначення і реалізація бажаних динамічних характеристик систем автоматичного керування (САК) згідно з обраним критерієм оптимальності. Визначаючи бажані характеристики САК (передавальну й імпульсну перехідну функції або частотні характеристики), окрім врахування критерію оптимізації (швидкодія, інтегральний квадратичний критерій тощо) або заданих показників якості (усталена помилка, перерегулювання, час перехідного процесу) та апріорних відомостей про керуюче та збурювальні діяння, треба брати до уваги і обмеження, що їх накладають властивості об'єк-

та чи незмінюваної частини системи (обмежена потужність, допустимі перевантаження тощо) та умови фіз. здійсненності й грубості.

На першому етапі С. а. к. с. визначають оптимальні характеристики системи з урахуванням обмежень. Ці характеристики здебільшого не можна точно реалізувати, тому їх слід розглядати як ту межу, до якої треба прагнути. Другий етап синтезу полягає в раціональній апроксимації оптим. характеристик бажаними, що забезпечують простоту й надійність реалізації й водночас достатню близькість до умов оптимальності. Іноді завдання синтезу звужується й при заданій системі, що складається з функціонально необхідних елементів, які реалізують той чи ін. спосіб керування, зводиться до визначення *коректуючих пристроїв*. Окремим завданням синтезу є визначення параметрів системи при заданій структурній схемі її. Завершальним етапом синтезу є аналіз одержаної САК, щоб перевірити обчислювальним чи експериментальним способом (напр., за допомогою електронної моделі), чи задовольняє система поставлені вимоги. Методи синтезу неперервних, дискретних та ін. типів САК мають свої особливості (див. *Неперервних систем автоматичного керування синтез, Дискретних систем автоматичного керування синтез. Система керування з розподіленими параметрами*).

Літ.: Теория автоматического регулирования, кн. 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. М., 1967 [бібліогр. с. 653—674]. *Г. Ф. Зайцев.*

СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ СТАТИСТИ́ЧНА ДИНА́МІКА — розділ *автоматичного керування теорії*, який вивчає вплив випадкових збурень на динаміку *систем автоматичного керування* (САК). У реальних умовах на роботу САК, крім корисних вхідних сигналів, певним чином впливають і випадкові збурення *(завади)*. У зв'язку з цим величини вихідних координат системи завжди відрізняються від розрахункових значень для ідеалізованих умов роботи САК, тобто реальна динаміка САК внаслідок впливу випадкових збурень відрізняється від розрахункової. Відносно досліджуваної системи ці збурення можна поділити на зовнішні й внутрішні. Зовнішні випадкові збурення спотворюють корисні вхідні сигнали (вхідні координати), іноді вони можуть бути такі значні, що безпосередньо використати сигнал за наявності завади в САК неможливо. В таких випадках вдаються до попередньої фільтрації вхідного сигналу, щоб зменшити вплив завад. До зовнішніх збурень відносять і випадкові відхилення параметрів, що характеризують умови роботи системи (коливання т-ри й вологості навколишнього середовища, випадкові зміни напруги джерел живлення тощо). Джерела внутр. випадкових збурень містяться в самих САК (шуми, відхилення конструктивних параметрів САК від розрахункових тощо). За умов, якщо діють випадкові збурення, САК досліджують теоретико-ймовірнісними, або статистичними методами.

Осн. завданнями С. а. к. с. д. є статистичний аналіз точності роботи САК та *систем автоматичного керування синтез*, який забезпечує статистично оптим. поведінку системи за реальних умов її роботи. Динаміку САК описують сукупністю дифер. рівнянь вигляду:

$$\frac{dY_i}{dt} = f_i(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n, X_1, X_2, \ldots, X_m, t)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

де Y_i — вихідні параметри; $X_1, X_2, \ldots, X_m$ — вхідні параметри САК. Частина вхідних параметрів може являти собою випадкові збурення. У загальнішому випадку зв'язок між вхідними й вихідними параметрами САК, крім дифер. рівнянь, можна описати й скінченними функціональними залежностями або скінченнорізницевими рівняннями. Але яким би не був матем. опис цього зв'язку, його можна зобразити у вигляді

$$Y = A_\tau(t, X_1, X_2, \ldots, X_m),$$

де A_τ — якийсь функціонал (оператор).

У матем. відношенні статистичний аналіз точності САК зводиться до задачі відшукання законів *розподілу імовірностей* (або інших статистичних характеристик) деяких випадкових ф-цій, пов'язаних лінійними чи нелінійними залежностями з іншими (заданими) випадковими ф-ціями. Цю задачу найповніше розв'язано щодо лінійних систем, при цьому в багатьох випадках замість законів розподілу вихідних параметрів САК обчислюють їхні статистичні моменти 1 та 2-го порядку. У зв'язку з цим великого поширення набула теорія лінійних перетворювань випадкових ф-цій, яка використовує такі фундаментальні матем. співвідношення:

$$Y(t) = A_\tau X(\tau),$$

$$m_Y(t) = A_\tau m_X(\tau),$$

$$K_Y(t, t') = A_\tau \overline{A}_{\tau'} K_X(\tau, \tau') = \overline{A}_\tau A_{\tau'} K_X(\tau, \tau'),$$

де $X(\tau)$ — задана випадкова ф-ція; $Y(t)$ — перетворена випадкова ф-ція; A_τ — лінійний оператор перетворювання; m_X та K_X — відповідно *математичне сподівання* й *кореляційна функція* заданої випадкової ф-ції; m_Y та K_Y — матем. сподівання й кореляційна ф-ція перетвореної випадкової ф-ції; $\overline{A}_\tau$ — спряжений оператор. З наведених виразів випливає, що при лінійному перетворюванні випадкової ф-ції за допомогою оператора A_τ її матем. сподівання перетворюється так само, як і сама функція. А кореляційна ф-ція зазнає дворазового лінійного перетворювання — спочатку щодо свого першого аргументу за допомогою оператора A_τ, а потім щодо другого аргументу за допомогою спряженого оператора $\overline{A}_\tau$. Формули можна легко поширити на довільну кількість вхідних випадкових

ф-цій. Розв'язування задачі статистичного аналізу лінійних систем значно спрощується, коли замість випадкової ф-ції $X_{(\tau)}$ використати її канонічне представлення. Суть цього представлення полягає в заміні випадкової ф-ції $X_{(\tau)}$ системою випадкових величин V_j, які є коефіцієнтами при невипадкових (тобто координатних) ф-ціях $\varphi_j(\tau)$. Теорія лінійних перетворювань випадкових ф-цій наближено застосовна й до таких нелінійних систем, у яких нелінійні залежності можна лінеаризувати з достатньою точністю.

Складніше розв'язувати задачі статистичного аналізу істотно нелінійних систем (мається на увазі нелінійна залежність вихідного параметра САК від вхідних випадкових збурень). Для ряду випадків САК, яка є лінійною щодо корисного вхідного сигналу та деяких параметрів, у цілому може бути нелінійною. Напр., у найпростішій САК, описуваній дифер. рівнянням вигляду

$$T\frac{dY}{dt}+Y=X,$$

існує нелінійна залежність вихідної координати Y від сталої часу T. Тому, якщо параметр T може випадково змінюватися в якихось межах, то задача визначення впливу цих змін на динаміку САК може виявитися нелінійною. Розв'язати задачі С. а. к. с. д. для динамічних нелінійних систем принципово можна лише на основі теорії, яка оперує законами розподілу випадкових ф-цій або послідовностями їхніх моментів. Порівняно нескладними є задачі визначення ймовірнісних характеристик вихідних параметрів (координат) нелінійних безінерційних систем без зворотних зв'язків. Такі задачі виникають, зокрема, при статистичному аналізі процесу детектування сигналів за наявності завад. Вони набули значного розвитку в статистичній радіотехніці.

В заг. випадку, коли в САК є *зворотні зв'язки* або інерційні елементи (або й те, й те), можна ставити різні задачі статистичного аналізу САК залежно від способу задавання вхідних збурень та форми представлення вихідних координат системи. Вхідні збурення можна задавати, по-перше, у вигляді численних реалізацій випадкових ф-цій X чи випадкових параметрів V, по-друге, у вигляді законів розподілу вхідних випадкових ф-цій P_X чи параметрів P_V і, по-третє, у вигляді моментів зв'язку вхідних випадкових ф-цій M_X чи моментів зв'язку M_V вхідних випадкових параметрів. І для вихідних координат САК шуканими можуть бути або численні реалізації величин Y, або закони розподілу P_Y цих координат, або, зрештою, їхні окремі моменти M_Y. У табл. подано осн. варіанти задач статистичного аналізу нелінійних систем. Знаком «×» помічено варіанти задач, які мають найбільше практичне значення.

Щоб розв'язувати задачі статистичного аналізу нелінійних САК, розроблено ряд методів, які зводяться в основному до трьох принципово різних груп. По-перше, великого поширення набули різноманітні варіанти *Монте-Карло методу*, суть якого полягає у безпосередньому введенні випадкових збурень на входи досліджуваної САК чи її моделі, реалізованої на ЕОМ. В результаті багаторазового введення реалізацій вхідних випадкових збурень вдається одержати сукупність (ансамбль) вихідних координат САК. Статистично обробивши цю сукупність, одержують закони розподілу вихідних координат САК чи

Форма представлення вихідних координат САК	Форма задавання вхідних збурень					
	Реалізації		Закони розподілу		Моменти зв'язку	
	X	V	P_X	P_V	M_X	M_V
Реалізації Y	×	×				
Закони розподілу P_Y	×	×				
Моменти зв'язку M_Y	×	×	×	×	×	×

статистичні характеристики їх. Для відтворення і введення вхідних збурень не тільки використовують записи їхніх реалізацій, а й вдаються до фіз. чи матем. моделювання випадкових ф-цій і параметрів. Метод статистичних випробувань універсальний і простий, але потребує нагромадження великих інформаційних масивів про вихідні координати САК, а це пов'язано з виконанням значного обсягу обчислень. Намагання позбутися вад методу статистичних випробувань спричинилося до розробки іншої групи методів, що грунтуються на модифікаціях *еквівалентних збурень методу;* за цих методів замість випадкових реалізацій збурень на входи САК чи її моделі багато разів подаються різні, заздалегідь розраховані невипадкові величини цих збурень. З одержаної при цьому сукупності вихідних координат САК формуються шукані ймовірнісні характеристики точності її роботи. Ці методи теж універсальні, але при реалізації їх постають труднощі, пов'язані з оцінкою точності одержуваного результату. Слід зазначити, що обидві ці групи методів є числовими, на відміну від третьої групи методів аналізу нелінійних систем, куди входять різні варіанти *статистичної лінеаризації методу*, що грунтується на ідеї заміни нелінійних ланок САК лінійними ланками, в яких є еквівалентні статистичні характеристики вихідних координат. При цьому можна одержати аналітичні вирази характеристик точності САК, а це є великою перевагою цього методу порівняно з двома першими методами.

Розв'язання задач синтезу в С. а. к. с. д. розроблено поки що найгрунтовніше лише щодо лінійних САК. У заг. випадку задача статистичного синтезу САК зводиться до по-

будови системи, яка забезпечує оптим. значення показника (критерію) якості її роботи з врахуванням діяння випадкових збурень. Вибір критерію якості роботи САК становить окрему проблему, що її розв'язують, як правило, поза рамками задачі синтезу САК. Часто на практиці роль такого критерію відіграє середня квадратична похибка вихідної координати системи. Застосовують і складніші критерії (екстремум заданої функції матем. сподівання і дисперсії похибки системи; імовірність невиходу похибки системи за задані межі тощо). Досить заг. мірою оптимальності САК може бути мінімум т. з. середнього риску (див. *Дуальне керування*), обчисленого для заздалегідь обраної ф-ції ціни похибки (втрат) системи. Щоб визначити оптим. параметри (а інколи й структуру САК), поряд з деякими аналітичними методами широко використовують матем. моделювання САК чи розраховують оптим. параметри САК на ЕОМ за *найшвидшого спуску методом, градієнтним методом* та іншими (див. *Оптимізації методи чисельні*). С. а. к. с. д. є перспективним напрямом сучасної теорії автоматичного керування, який швидко розвивається і має велике значення для поліпшення якості розробки САК.

Літ.: Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [бібліогр. с. 873—878]; Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., 1962 [бібліогр. с. 325—328]; Статистические методы в проектировании нелинейных систем автоматического управления. М., 1970 [бібліогр. с. 400—405].

Б. Г. Доступов.

СИСТЕ́М ЗАГА́ЛЬНА ТЕО́РІЯ — науковий напрям, пов'язаний з розробкою сукупності філософських, методологічних, конкретно-наукових та прикладних проблем аналізу й синтезу складних систем довільної природи. Найхарактернішою рисою С. з. т., якої прагнуть надати їй, створюючи єдину наукову платформу, є її міждисциплінний характер. За основу для можливої єдності беруть аналогічність (ізоморфізм) процесів, які перебігають у системах різного типу (тех., біол., економ. чи соціальних). Строго доведений ізоморфізм для систем різної природи дає змогу переносити знання з однієї галузі на іншу. Вважають, що С. з. т. має являти собою галузь наукових знань, яка дає можливість вивчати поведінку, в тому числі й цілеспрямовану, систем будь-якої складності й будь-якого призначення. Вважають також, що С. з. т. має стати теоретичним фундаментом *системотехніки*, бо (на думку апологетів С. з. т.) системотехніка ще не має своїх наукових методів і користується засобами й методами, запозиченими з інших наукових дисциплін. Амер. спеціаліст у галузі створення С. з. т. М. Месарович сформулював осн. вимоги, які має задовольняти ця теорія. По-перше, вона має бути настільки загальною, щоб могла охопити багато з існуючих теорій, які стосуються в тому чи іншому плані теорії систем. Як окремі випадки з С. з. т. мають виводитися, напр., теорія лінійних динамічних систем, теорія *автоматів скінченних, алгоритмів теорія* та ін. По-друге, С. з. т. повинна мати строго науковий характер, її терміни й визначення мають бути математично однозначними. Все це має відповідати її призначенню — вивчати абстрактні моделі відповідних реальних систем. По-третє, наукова основа, на якій будується С. з. т., має бути настільки фундаментальною, щоб її висновки мали безперечну практичну цінність при вивченні конкретних систем, що трапляються в житті. Певною мірою синонімами С. з. т. є найменування «системні дослідження», *системний підхід* та ін. Кожне з трьох слів, що входять до назви «систем загальна теорія», має своє означення, хоча з приводу слова «система» між багатьма спеціалістами є розбіжність. 2-е слово — «загальна» — означає, що С. з. т. повинна мати дедуктивний характер і об'єднувати інші теорії — ті, які вивчають системи в цілому, і ті, які розглядають поведінку систем (теорію керування, теорію *адаптації*, самоорганізації, навчання тощо). Вважають, що об'єднання під назвою С. з. т. усіх цих наукових теорій можливе тільки завдяки тому, що в С. з. т. використовується вищий, ніж у цих теоріях, рівень абстракції. Саме ця обставина дає змогу одержати з С. з. т. всі ці теорії як окремі випадки. Використовувані в С. з. т. рівні абстрактного описування систем характеризують термін «система». В С. з. т. використовують найабстрактніші галузі математики (матем. вітку *семіотики, множин теорію*, абстрактну алгебру, загальну *топологію* та ін.). С. з. т. є певною мірою математичною теорією, тісно пов'язаною з теорією формальних систем, маючи, проте, непорівнянно різноплановіше призначення.

Слово «теорія» в назві «С. з. т.» визначається в дусі праць з логіки математичної та основ математики, в яких для запровадження терміну «теорія» попередньо дається поняття про клас елементарних висловлювань P. «Теорія» тоді визначається як підклас ($T \subseteq P$) висловлювань, які вважають за істинні.

Різниця між визначенням терміна «теорія» в назві С. з. т. і в працях з основ математики полягає тільки в тому, що в С. з. т. не вимагається, щоб клас висловлювань був визначений. При цьому вважають, що дійсність висловлювань можна встановити або експериментально — шляхом перевірки наслідків, що випливають з «теорії», або на підставі первинно взятих аксіом.

З приводу слова «система» існувало багато розбіжностей. Спочатку «систему» визначали як комплекс елементів, що перебувають у взаємодії (амер. біолог Л. Берталанфі в 1950), або як множину об'єктів разом з відношеннями між об'єктами та між атрибутами (А. Холл і Р.-Ф. Фейджін) і т. ін. В усіх такого роду визначеннях завжди підкреслювалося, що система являє собою цілісний комплекс взаємозв'язаних елементів і що вона має певну структуру й взаємодіє з якимсь «середовищем».

Проблемі цілісності в С. з. т. приділяють велику увагу. Само виникнення С. з. т. пов'язане з відомим спором між механістами й віталістами. Механісти твердили, що всі процеси в живому можна пояснити фіз. і мех. законами, без ніяких залучуваних віталістами «життєвих сил», «ентилехії» тощо. Особливої гостроти диспут набув у зв'язку з можливістю пояснити з загальнонаукових позицій доцільну поведінку живих організмів. Уся аргументація віталістів грунтувалася на тому, що закони механіки можуть пояснити поведінку динамічної системи й визначити її кінцевий (фінальний) стан тільки за умови, якщо задано її початковий стан. У живому ж, казали віталісти, проявляється принцип «еквіфінальності», за яким не залежно від відправних початкових умов досягається цікавий для живого (напр., тварини) кінцевий стан. Цілеспрямована поведінка, твердили вони, характерна для живого, але її немає у машин і її не можна пояснити з позицій механіки. Берталанфі піддав критиці ці висловлювання віталістів і на прикладах з галузі хім. кінетики суто матем. шляхом показав, що властивість «еквіфінальності» може проявлятися не тільки в живому (див. *Еквіфінальність системи керування*). В період бурхливого розвитку кібернетики, коли було створено різноманітні самонастроювані, самоорганізовні та ін. доцільно діючі пристрої, спір Берталанфі з віталістами став виглядати дуже наївно. Проте свого часу погляди Берталанфі мали принципове значення й були прогресивними. Крім питання про «еквіфінальність», між віталістами й механістами виник спір і з приводу застосовності до живих організмів другого начала термодинаміки. Оскільки ентропія є певною мірою характеристикою «дезорганізованості» будь-якої системи, а жива істота, хоча б у період свого росту й розвитку, підвищує ступінь своєї організації, то для живого друге начало термодинаміки незастосовне,— твердили віталісти й знову доходили висновку, що пояснити поведінку живого лише на основі законів фізики та хімії не можна, тобто не можна обійтися без залучення «життєвих сил», «ентилехії» або чогось подібного. Берталанфі не важко було довести хибність таких міркувань, спираючись на той, тепер загальновідомий, факт, що друге начало термодинаміки встановлено тільки щодо замкнених систем (тобто систем, які не підлягають підведенню до них або відведенню від них речовини та енергії), тим часом як живі організми — це незамкнені системи, в процесі життєдіяльності яких завжди відбувається і підведення, й відведення речовин та енергії.

Берталанфі висунув цілу програму досліджень незамкнених систем, спрямовану на суто наукові методи доведень існування певних рис живого в системах, які розглядаються як ціле й складаються з сукупності взаємодіючих елементів. Цю програму досліджень він назвав «ЗТС» (загальною теорією систем). До цих відправних засновків, у міру розвитку інших галузей знань, Берталанфі та його послідовники додавали й інші міркування. Тепер є всі підстави говорити про тісне переплетення досліджень з ЗТС та кібернетики.

Звичайно в ускладненні наукового аналізу систем виділяють три етапи. Згідно з цією градацією, на 1-му етапі в науці розглядалася організована простота (механіка), на 2-му — невпорядкована складність (статистична фізика), на 3-му — організована складність (ЗТС). У пошуках формального апарату для ЗТС у пізніший період її розвитку (1962) зверталися й до суміжних дисциплін. Сам Берталанфі включив до теоретичної частини ЗТС *кібернетику*, інформації теорію, *ігор теорію*, теорію рішень, топологію й факторіальний аналіз, а до прикладної — системотехніку, *операцій дослідження* й *психологію інженерну*. В 1968 до теоретичної частини він ще додав теорію множин, теорію осередків, *графів теорію*, теорію сіток, *автоматів теорію* й *масового обслуговування теорію*. Природно, що при такому конгломеративному поєднанні багатьох дисциплін ЗТС втрачає своє наукове лице, і, відчуваючи це, Берталанфі впроваджує двоє трактувань для ЗТС. Перше з них називається «ЗТС у широкому розумінні», охоплюючи, на думку Берталанфі, всі перелічені вище дисципліни. Друге трактування ЗТС іменується «ЗТС у вузькому розумінні», його стали називати абстрактною теорією систем (АТС).

Саме цей другий напрям є дійсно специфічним для кількісних досліджень систем. Сучасне означення терміна «система» пов'язане саме з розвитком АТС і зумовлене ним. Зважають і на те, що визначення терміна «система» цілком випливає з наведеного вище визначення терміна «теорія» й повністю залежить від того, яку прийнято *модель математичну* реальної системи на базі постульованої «теорії». Оскільки матем. моделей може бути скільки завгодно і всі вони визначаються прийнятим рівнем абстрагування, то немає й не може бути лише одного формулювання для терміна «система», бо визначення цього терміна залежно від прийнятого рівня абстрагування є різним. Розгляд задач на якомусь одному рівні абстракції дає змогу відповісти на певну групу запитань, а щоб одержати відповіді на інші питання, треба провести дослідження вже на іншому рівні абстракції. Кожний з можливих рівнів АТС має обмежені, притаманні лише даному рівневі абстрагування, можливості. Щоб досягти максимально можливої повноти відомостей, необхідно вивчити одну й ту саму систему на всіх доцільних для даного випадку рівнях абстракції. З загальнофілософського погляду слід вважати, що реальні системи невичерпні в своїх властивостях, і для пізнання дійсності необхідно використати ті чи інші рівні абстрагування. Огляд сучасного стану математики і праць з АТС дає змогу твердити, що найпридатнішими є такі рівні абстрактного описування систем: 1) символічний або, інакше, лінгвістичний; 2) теоретико-множинний;

3) абстрактно-алгебричний; 4) топологічний; 5) логіко-математичний; 6) теоретико-інформаційний; 7) динамічний; 8) евристичний. Тому побудова АТС зводиться до докладного розгляду тих формальних можливостей, які виникають при вивченні систем на відповідному рівні абстрактного описування, і до з'ясування тих питань, на які можна відповісти при розгляді задач на кожному з рівнів.

Л і н г в і с т и ч н и й рівень описування — найвищий рівень абстрагування, з якого, як окремі випадки, можна одержати інші рівні абстрактного описування систем нижчого рангу. Процес формалізації в математиці звичайно розуміють як абстрагування від мінливості розгляданого об'єкта. Тому формальні побудови можна найуспішніше використати тоді, коли вдається якось зіставити з предметами або процесами даної сфери дійсності деякі стабільні, незмінні поняття, завдяки чому стає можливим виявити взаємовідношення, які існують між цими поняттями, а тим самим розкрити зв'язки, спостережувані в реальній дійсності. Щоб позначити впроваджувані поняття, використовують ті чи інші символи і встановлюють правила оперування з ними. Певна сукупність символів і правил користування ними утворюють абстрактну мову.

Поняття про висловлювання даною абстрактною мовою означає, що є якесь речення (формула), побудоване за граматичними правилами цієї мови, причому припускають, що ця формула містить варійовні змінні — так звані конституенти, які тільки за певного їхнього значення роблять дане висловлювання справжнім. Якщо є множина K висловлювань, але лише M з них справжні, то кажуть, що є теорія T відносно K множин. Якщо ж припускають, що конституенти в цих висловлюваннях є якісь формально визначувані величини, то такі висловлювання наз. правильними. За допомогою цих понять і дають визначення термінові «система». На лінгвістичному рівні абстрактного описування, за М. Месаровичем, системою наз. множина правильних висловлювань. Усі висловлювання ділять звичайно на два типи. До першого зараховують терми (назви предметів, члени речення і т. ін.), за допомогою яких позначають об'єкти дослідження, а до другого — функтори, які визначають відношення між термами. За допомогою термів і функторів можна показати, як з лінгвістичного рівня абстрактного описування (рівня вищого рангу) виникає окремим випадком теоретико-множинний рівень абстрагування (рівень нижчого рангу), якщо вважати, що терми є якісь множини S, за допомогою яких перелічують елементи або, інакше, *підсистеми* досліджуваних систем, а функтори встановлюють характер відношень між впровадженими в описі множинами. За Н. Бурбакі (псевдонім групи франц. математиків) множина утворюється з елементів, які мають певні властивості й перебувають у певних відношеннях між собою і з елементами інших множин. *Складні системи керування* цілком підпадають під такого роду визначення поняття «множина», і це переконує в тому, що побудова АТС на т е о р е т и к о-м н о ж и н н о м у рівні абстракції доречна й доцільна. Теоретико-множинною мовою визначення терміна «система» дається так. Система є власна підмножина $X_s \in X$, де X — прямий (декартів) добуток множин $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$. Як відомо, декартовим добутком ряду множин наз. множину скінченних наборів таких елементів $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, що $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$, ..., $x_n \in X_n$. Це й записують у вигляді виразів $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$. Кожний елемент x_i множини X_i, в свою чергу, може бути множиною, а це дає змогу описувати дуже складні системи. Як на приклад реальної системи, вивченої за допомогою теоретико-множинної мови, можна вказати на кібернетичну систему управління підприємствами, яку описав амер. учений С. Бір. Він намагався встановити *аналогію*, яка існує, на його думку, між структурою природного мозку й «штучного мозку», створюваного для цілей кібернетичного управління виробництвом. Не заперечуючи безумовної корисності такого роду досліджень, слід усвідомлювати, що на теоретико-множинному рівні абстракції можна одержувати досить загальні відомості про реальні системи, а для конкретніших цілей необхідні інші абстрактні моделі, які б давали змогу провадити тонший аналіз різних властивостей реальних систем. Це й викликало до життя появу багатьох інших способів описування систем, у яких використовують різні інші способи абстрактного описування. Ці, нижчого рангу рівні абстракції, в свою чергу, є вже окремими випадками щодо теоретико-множинного рівня абстрактного описування систем. Так, напр., якщо зв'язки між елементами розгляданих множин встановлюються за допомогою деяких однозначних функцій, які відображають елементи множини в саму відправну множину, то приходимо до а б с т р а к т н о-а л г е б р и ч н о г о рівня описування систем. У таких випадках кажуть, що між елементами множин встановлено нульарні, унарні, бінарні, тернарні і т. д. відношення.

Якщо ж на розгляданих множинах визначено деякі багатозначні функції, то приходимо до т о п о л о г і ч н и х абстрактних моделей, записаних мовою загальної топології або її гілок, які наз. гомологічною топологією, алгебричною топологією і т. д. Вибір потрібного рівня абстрактного описування при вивченні тієї чи іншої реальної системи є завжди найвідповідальнішим і найважчим кроком у теоретико-системних побудовах. Ця частина дослідження майже не піддається формалізації й багато в чому залежить від ерудиції дослідника, його фахової належності, цілей дослідження тощо. Найбільшого значення в АТС надають саме абстрактно-алгебричному рівневі описування систем. Цією мовою термін «система» ви-

значають як «якесь відношення R, визначене на декартовому добутку множин X...». Отже, система визначається задаванням $X_s \in X$, де $X = X_1 \times X_2 \times \dots X_n$, і сімейством відношень (напр., бінарних, тернарних і т. д.)

$$R = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}.$$

Якщо потім ці відношення піддаються ще й додатковим обмеженням, то приходять до тих чи інших абстрактно-алгебричних структур — *груп, півгруп*, кілець, модулів та ін., за допомогою яких описують відповідні системи. Показано, що істотне просування в справі побудови АТС можливе на основі використання модулів над кільцем поліномів. При використанні їх вдається побудувати загальну теорію, яка з єдиної точки зору охоплює такі галузі знань, як теорія скінченних автоматів і теорія лінійних динамічних систем, що раніше розвивалися нарізно. Досягається це шляхом запровадження більш узагальненого поняття про динамічну систему, ніж те, що використовувалося в науці раніше. Щоб дати строге матем. визначення поняттю «динамічна система», її наділяють властивістю мати «входи» й «виходи», тобто визначають як якийсь структурований об'єкт, куди в певні моменти часу можна вводити речовину, енергію та інформацію, а в інші моменти часу — виводити їх. Динамічні системи можна зобразити і як системи, де процеси перебігають неперервно, і як системи, в яких усі процеси здійснюються лише в дискретні моменти часу. При цьому в обох випадках припускають, що поведінку системи можна аналізувати на якомусь інтервалі часу, а це безпосередньо й визначає прикметник «динамічна» в терміні «динамічна система». Припускають також, що в системі Σ вхід $u(t)$ не може бути довільним (напр., нескінченно великим), а має належати обмеженій множині значень, так що завжди $u(t) \in U$. Аналогічно визначають і виходи $y(t)$: вони всі також мають належати фіксованій множині, тобто $y(t) \in Y$. Більше того, припускають, що виходи не можуть бути довільними й за характером своєї зміни, а мають входити в обмежений і цілком визначений клас функцій Ω, які діють на заданому інтервалі часу $t \in T$. Крім того, запроваджують поняття «стан системи», яке характеризує її внутрішню властивість. Значення його як $x(t_1) \in X$, у сукупності зі знанням вхідного сигналу $u(t_1) \in U$, який діє в момент часу t_1, визначає вихідний сигнал $y(t_2)$ в якийсь наступний момент часу t_2, тобто $y(t_2) = \eta(x(t_1), u(t_1), t_2)$, де η — заданий функціональний зв'язок між змінними, вказаними в дужках. Задаванням η визначається наперед множина Γ можливих значень вихідних функцій $y(t)$. У визначення терміна «динамічна система» входить і спосіб визначення нового стану системи $x(t_2)$ в наступний момент часу t_2 — на основі знання стану системи $x(t_1)$ в попередній момент часу t_1 і знання вхідного сигналу $u(t_1)$, тобто

$$x(t_2) = \varphi(x(t_1), u(t_1), t_2),$$

де φ — також заданий функціональний зв'язок між указаними змінними.

Отже, визначення терміну «динамічна система» зводиться до задавання вісімки величин

$$\Sigma = \{T, X, U, \Omega, Y, \Gamma, \eta, \varphi\}.$$

Як бачимо, воно дуже схоже на визначення «скінченного автомата», але насправді воно ширше, бо дає змогу одержати, як окремі випадки, й теорію скінченних автоматів, і теорію лінійних неперервних динамічних систем. Наведене визначення є дуже загальним, і для того, щоб можна було проводити плідний аналіз, необхідно запровадити відповідні довизначення (скінченновимірність, лінійність, стаціонарність та ін.). Проте всі задачі можна розв'язувати для означеної вище динамічної системи, й лише потім вказувати зв'язки між відповідними величинами, за яких динамічна система стає або скінченним автоматом, або лінійною неперервною динамічною системою, звичайно досліджуваною в класичній теорії керування. Задачі, розглядані для подібної динамічної системи,— традиційні, це — питання стійкості, ідентифікації об'єктів і станів, *автономності*, інваріантності, оптимальності, *спостережуваності й керованості умови* тощо. Є, проте, й нові задачі, напр., задача реалізовності, пов'язана з проблемою принципової здійсненності відповідної реальної системи. Специфіка теорії, яка розвивається в АТС, полягає насамперед у тому, що різні множини, які входять у визначення динамічної системи (X, U та ін.), наділені властивостями топологічних просторів, а функції відображення η, φ — неперервні відносно відповідних топологій. Це дало змогу розкрити багато раніше невідомих фактів і зробити узагальнені інтерпретації для деяких відомих понять. Так, у зовсім іншому трактуванні можна подати добре відомі з теорії автомат. регулювання поняття: *передавальна функція*, властивість спостережуваності для скінченних автоматів і нелінійних неперервних динамічних систем і т. ін. Особливо ж значним є результат, який показує, що мова теорії модулів, створена на базі узагальнення теорії півгруп введенням двох додаткових операцій (згортання й підсумовування), дає змогу замінити вивчення динамічної системи вивченням відповідної алгебричної структури. Все це свідчить про те, що АТС дає можливість одержувати нові результати для цілком чітко окресленого класу систем, робити відповідні узагальнення, і це повною мірою підтверджує плідність побудови абстрактних теорій для вивчення складних систем довільної природи. Мова теорії відношень та абстрактної алгебри дає змогу формалізувати й такі поняття, як мета, прийняття рішень, цілеспрямована поведінка, адаптація, навчання, самонавчання, самоорганізація та ін.

(про інформаційний рівень абстрактного описування систем див. *Інформації теорія, Семіотика;* про логіко-математичний рівень — див. *Логіка математична, Семантика* логічна; про евристичний рівень абстрактного описання систем — див. *Евристика, Програмування евристичне, Кібернетика технічна*).

АТС є ще молодою гілкою кібернетики, її становлення відбувається саме тепер, хоча С. з. т. зародилася ще в 30-х роках 20 ст. і в 50-і роки сформувалася в самостійний широкий напрям.

Після перших публікацій і періоду «змови мовчання», коли, за власним виразом основоположника ЗТС Берталанфі, інтелектуальний клімат у науці ще не сприяв розвиткові ідей ЗТС, на 1954 стан змінився в кращий бік. У цей час у США організовано «Товариство досліджень у галузі загальної теорії систем» («Society for General Systems Research»). Його організаторами були біологи Л. Берталанфі і Р. Жерар, А. Раппопорт — спеціаліст з матем. проблем у галузі біології та психології, К. Боулдінг — економіст. Метою створення товариства було: 1) дослідити ізоморфізми понять, законів і моделей у різних галузях науки, щоб переносити їх з однієї дисципліни до іншої; 2) сприяти побудові адекватних теор. моделей для тих галузей науки, де їх немає; 3) мінімізувати дублювання теор. досліджень у різних наукових галузях; 4) сприяти виявленню єдності науки встановленням зв'язків між спеціалістами різних наукових напрямів. Починаючи з 1956 товариство видає під редакцією Берталанфі та Раппопорта щорічники «General systems», у яких публікують дослідження, як правило, принципового для ЗТС характеру. Дещо пізніше (1959) при Кейсівському технологічному ін-ті (США) створено «Центр системних досліджень». Корпорація «*Інтернейшенал бізнес машінз корпорейшен*» у 1963 організувала Інститут системних досліджень (Systems research institute). Приблизно в цей самий період у США організовано відповідні відділи в таких організаціях, як «RAND corporation», «Systems development corporation» та ін. Вже пройшли десятки міжнародних симпозіумів, спец. присвячених ЗТС (у США, Японії, СРСР, Польщі, Болгарії). Виходить багато спец. видань, таких, як: «Mathematical systems theory», «IEEE transactions on systems science and cybernetics» (видання Американського ін-ту радіоінженерів). Починаючи з 1969 в СРСР також видається щорічник «Системные исследования», спеціально присвячений проблематиці С. з. т. Все це свідчить про те, що проблемі С. з. т. в усьому світі приділяють велику увагу, хоч вона й не продемонструвала ще своїх справжніх успіхів у практичних застосуваннях.

Літ.: Системные исследования. М., 1969; Кухтенко А. И. Обзор основных направлений развития общей теории систем. В кн.: Материалы координационного совещания секции технической кибернетики Научного совета по кибернетике АН УССР. К., 1969; Общая теория систем. Пер. с англ. М., 1966; Исследования по общей теории систем. М., 1969; System theory. New York, 1969; Bertalanffy L. von. General system theory. New York, 1969; Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 386—393]. *О. І. Кухтенко.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИЗО́ВАНА — сукупність керованого об'єкта, вимірювальної, перетворювальної, передавальної та виконавчої апаратури, в якій одержання, перетворення і передавання інформації, формування керуючих команд і використання їх для впливу на керований процес здійснюється частково автоматично, а частково — з участю людей-операторів.

У зв'язку з розвитком *обчислювальної техніки* й *телемеханіки* різко збільшилися обсяг і швидкість обробки інформації, а це дає змогу створювати *автоматизовані системи управління підприємством* (АСУП), автоматизовані диспетчерські системи, С. а. управління галуззю пром-сті (див. *Автоматизовані системи управління* в народному господарстві, *Диспетчерського управління автоматизація, Система «людина — машина»*). *О. Л. Циганков.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧНА — сукупність керованого об'єкта, вимірювальної та керуючої апаратури, в якій (на відміну від *системи автоматизованої*) одержання, перетворення і передавання інформації, формування керуючих команд та використання їх для впливу на керований процес здійснюється автоматично, без участі людини. *О. Л. Циганков.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ (САК) — комплекс пристроїв, які забезпечують автоматичну зміну ряду координат (чи однієї координати) об'єкта керування, щоб встановити бажаний режим роботи об'єкта. Як бажаний слід розуміти такий режим, за якого досягають мети керування: забезпечується встановлення заданих значень регульованих величин або оптимізується певний критерій якості керування. САК можуть бути *системами керування розімкненими* (без *зворотного зв'язку*), *системами керування замкненими* (зі зворотним зв'язком) або *комбінованими системами автоматичного керування.* Великого поширення набули САК для стабілізації певних координат об'єкта керування, програмного й слідкуючого керування. За значних змін параметрів об'єкта керування і змінних у часі характеристик зовн. збурень та завад останнім часом стали використовувати адаптивні САК (самонастроювані), *самонавчальні системи,* зокрема, системи зі змінною структурою. Деякі складні завдання оптимізації керування об'єктом можна розв'язати за допомогою *систем екстремального регулювання.* Завдання узгоджено керувати кількома багатовимірними об'єктами з суперечливими критеріями якості розв'язують за допомогою *складних систем керування,* напр., *ієрархічних систем керування.*

Залежно від властивостей елементів системи розрізняють лінійні й нелінійні САК, системи зі сталими або змінними параметрами й зі змінною структурою. Види й способи перетворювання сигналів у САК дають змогу

виділяти неперервні, імпульсні, цифрові САК (дискретні), САК на несучій частоті тощо. Досить глибоко розвинено загальні підходи до аналізу й синтезу всіх цих систем (див. *Систем автоматичного керування аналіз*, *Систем автоматичного керування синтез*), які придатні для широкого класу САК і дають змогу створювати технічно досконалі системи (див. *Систем автоматичного керування статистична динаміка*).

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧНОЇ ОПТИМІЗА́ЦІЇ ТЕХНОЛОГІ́ЧНИХ ПРОЦЕ́СІВ — система, в якій автоматично визначається й підтримується в певному розумінні найкращий (оптимальний) режим виробничого процесу. Див. *Автоматизація керування виробничим процесом*, *Дуальне керування*, *Система екстремального регулювання*.

СИСТЕ́МА АВТОНО́МНА — 1) динамічна система з постійними параметрами, вільна від зовнішніх діянь. Процес, що відбувається в С. а., повністю визначений, якщо задано його початкові умови, тобто динамічний стан системи в початковий момент часу $t = t_0$. Математично такий процес являє собою розв'язок системи диференціальних рівнянь виду:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)];$$

$$x_i(t_0) = x_i^0, \quad i = 1, \ldots, n; \quad t \geqslant t_0,$$

або в матричній формі:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)]; \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0; \quad t \geqslant t_0,$$

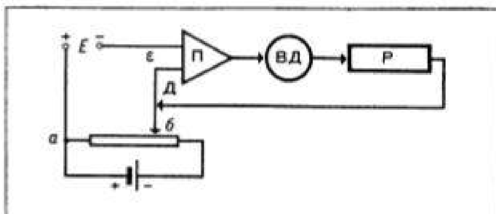
де $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, $\mathbf{f} = (f_1, \ldots, f_n)$ — n-вимірні вектори-стовпчики; $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ — вектор початкових умов. У теорії автомат. регулювання, *кібернетиці технічній* С. а. розглядають, вивчаючи вільний рух систем автоматичного регулювання, напр., при дослідженні *перехідних процесів*, *автоколивань* тощо. У математиці термін С. а. застосовують для визначення класу систем дифер. рівнянь зведеного виду, у правій частині яких нема в явному вигляді незалежної змінної t.

2) В автоматичному керуванні — багатозв'язна система автомат. керування, яка має властивість *автономності*.

Ю. М. Чеховий.

СИСТЕ́МА АСТАТИ́ЧНА — автоматична система, що має *астатизм n-го порядку*. Найпоширеніші С. а., що мають астатизм 1-го і (або) 2-го порядку: їх наз. відповідно позиційними та швидкісними С. а. Позиційною С. а. є, напр., автомат. потенціометр (мал.). Ерс E, яка підлягає вимірюванню, порівнюється з падінням напруги на ділянці *аб* реохорда, і різниця ε, що утворюється, подається на підсилювач П. Цей підсилювач керує електр. виконавчим двигуном ВД, який через редуктор Р переміщує движок Д реохорда в такому напрямку й доти, доки ε не дорівнюватиме нулеві. Як видно з усього цього, астатизм у такій системі досягається за рахунок вмикання в пряме коло ланки ВД, яка має інтегрувальні властивості.

С. а. широко застосовують при автоматизації виробничих процесів та експериментальних досліджень (неперервні й цифрові *слідкуючі системи* для керування приводами металорізальних верстатів, телескопів, дистанційного керування різними об'єктами тощо), у техніці вимірювань (автомат. мости й потенціометри) тощо.



Спрощена блок-схема автоматичного потенціометра.

Літ.: Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [бібліогр. с. 440—442]; Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.— Л., 1962 [бібліогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963].

Ю. В. Крементуло.

СИСТЕ́МА ЕКСТРЕМА́ЛЬНОГО РЕГУЛЮВА́ННЯ — система, в якій за допомогою безпосереднього вимірювання певного показника якості роботи об'єкта і вироблення відповідного керуючого діяння автоматично відшукується й підтримується режим роботи, що характеризується максимально (мінімально) можливим значенням показника якості. Цей показник якості наз. інколи показником екстремуму, або **цільовою функцією**, що за неї часто приймають такі величини, як ккд, продуктивність, собівартість, енергозатрати тощо. Як правило, в процесі екстрем. регулювання відшукується екстремум статичної характеристики нелінійного нестаціонарного об'єкта, що характеризується інерційністю і зазнає діяння збурень, які змінюють положення екстремуму в просторі керуючих діянь. Цим задача екстрем. регулювання істотно відрізняється від задачі пошуку екстремуму ф-ції багатьох змінних, де питання врахування інерційності об'єкта й *екстремуму дрейфу* здебільшого не розглядаються.

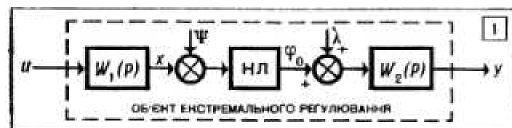
Одна з найпростіших структур одновимірного об'єкта екстрем. регулювання (мал. 1) може правити за зручну модель для ілюстрації суті задачі екстрем. регулювання. На мал. НЛ — нелінійна ланка, $\varphi_0 = f(x, \Psi)$ — цільова ф-ція, яка має один чи кілька екстремумів по x, $W_1(p)$, $W_2(p)$ — *передавальні функції* ланок, що відображають, зокрема, інерційні властивості відповідно виконавчих та вимірювальних елементів системи; u — керуюче діяння; $\Psi = \Psi(t)$, $\lambda = \lambda(t)$ — довільні неконтрольовані збурення (зокрема, $\lambda(t)$ — враховує наявність завад, які накладаються

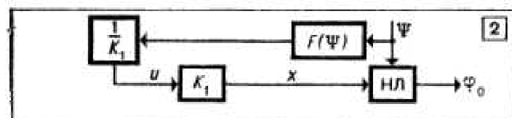
на вихідний сигнал об'єкта регулювання); y — вимірювана координата. Мета регулювання — одержати

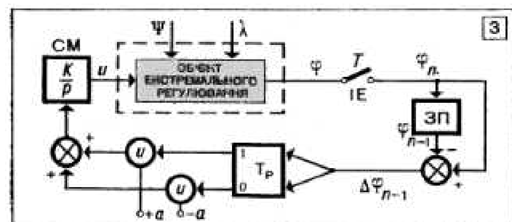
$$\left.\begin{aligned} &\varphi[u(t),\ \Psi(t),\ \lambda(t)] \to \max_u(\min) \\ &\text{або} \\ &\Phi_0 = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi[u(t),\ \Psi(t),\ \lambda(t)]\,dt \to \\ &\to \max_u(\min);\ \varphi(u,\ \Psi,\ \lambda) = \varphi_0(u,\ \Psi) + \lambda. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

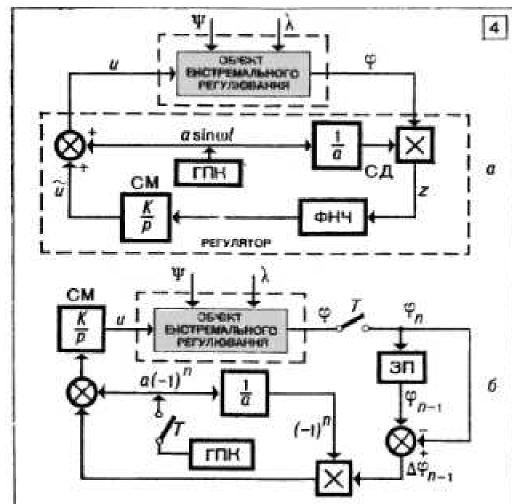
Оскільки вид ф-ції $\varphi_0(\cdot)$ заздалегідь, як правило, точно не відомий, можна говорити лише про наближений розв'язок задачі (1). Отже, осн. завдання, розв'язувані при створенні С. е. р., полягають у розробці способів одержання оцінок градієнта цільової ф-ції, коли є завади, збурення та інерційність об'єкта, а також в організації стійкого руху системи відносно точки екстремуму.

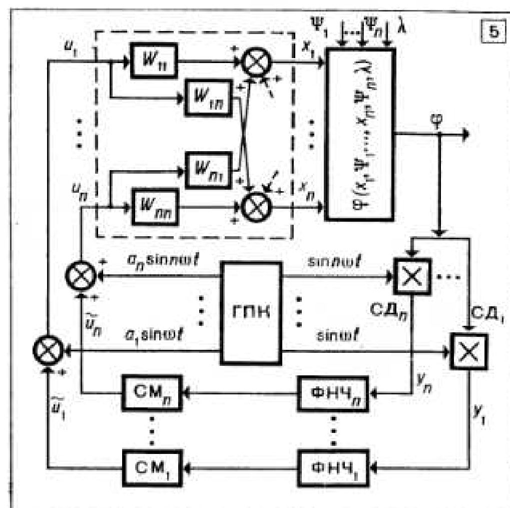
Перші праці з екстрем. регулювання належать Т. Штейнові та М. Лебланові (1922). С. е. р. почали систематично вивчати у своїх працях В. В. Казакевич (1945), Ч. Дрейпер та В. Лі (1951). Найактивніше досліджувати

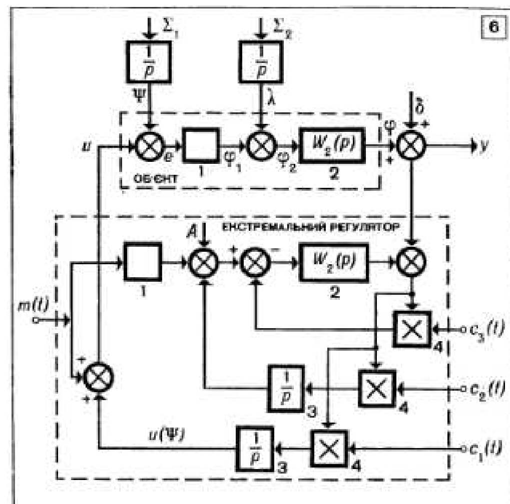












1. Блок-схема одновимірного об'єкта екстремального регулювання.
2. Блок-схема системи екстремального регулювання, яка використовує принцип регулювання за збуренням.
3. Блок-схема імпульсної системи екстремального регулювання автоколивального типу.
4. Блок-схема неперервної (*а*) та імпульсної (*б*) систем екстремального регулювання з синхронним детектором.
5. Блок-схема багатовимірної неперервної системи екстремального регулювання з синхронними детекторами.
6. Блок-схема статистично-оптимальної системи екстремального регулювання.

С. е. р. почали в 60-і рр., вже відомо понад 100 пром. застосувань їх. За осн. ознаками С. е. р. класифікують так. 1) За принципом регулювання — як і інші системи регулювання, вони побудовані згідно з принципами регулювання за збуренням (*системи керування розімкнені*) і за відхиленням (зі *зворотним зв'язком*) або з одночасним використанням обох цих принципів (*комбіновані системи автоматичного керування*). На мал. 2 наведено структурну схему найпростішої розімкненої С. е. р. для випадку, коли за умовами задачі збурення $\Psi(t)$ можна виміряти, а $W_1(p) = K_1 = \text{const}$. Тут $F(\Psi)$ — нелінійна ланка (функціональний перетворювач), що реалізує залежність $x_{\text{opt}} = F(\Psi)$, при якій досягається $\max\limits_{x} f(x, \Psi)$. 2) За способом визначення напрямку руху до екстремуму (оцінка градієнта) замкнені С. е. р. поділяють на безпошукові (диференціальні С. е. р., системи з допоміжним оператором тощо) і пошукові системи, в яких для оцінки градієнта цільової ф-ції на осн. рух керуючих координат накладається додатковий рух. Проміжне положення між цими двома класами С. е. р. займають т. з. дуальні С. е. р., в яких керуючі й пошукові діяння замінюються єдиним процесом нагромадження інформації про об'єкт і керування ним (див. *Дуальне керування*). 3) За використовуваним пошуковим сигналом серед замкнених С. е. р. розрізняють системи з детермінованим та випадковим пошуковими сигналами. 4) За видом розв'язуваної задачі С. е. р. поділяють на системи, які забезпечують відшукання локального екстремуму, і системи, які забезпечують відшукання глобального екстремуму (всі С. е. р., які буде розглянуто нижче, належать до групи систем, що забезпечують відшукання локального екстремуму). 5) За кількістю керуючих діянь С. е. р. бувають одновимірні й багатовимірні. 6) За наявністю додаткових умов бувають системи з пошуком екстремуму у відкритій області й системи з пошуком екстремуму в закритій області, тобто, коли є обмеження щодо керуючих діянь. 7) За характером роботи в часі розрізняють неперервні та дискретні (імпульсні) С. е. р. Незважаючи на багато переваг С. е. р. розімкненого типу (висока швидкодія, відсутність пошукових рухів тощо), застосовують їх лише тоді, коли всі осн. збурення, що впливають на об'єкт керування, можна виміряти. Тому великого поширення набули замкнені С. е. р.

Розглянемо принцип дії одного з найпростіших класів С. е. р. автоколивального типу (мал. 3), тобто таких систем, у яких потрібний для визначення оцінки градієнта цільової ф-ції пошуковий сигнал утворюється за рахунок збудження в системі режиму автоколивань. На мал. 3 СМ — сервомотор з передавальною функцією K/p, ЗП — запам'ятовувальний пристрій (або елемент затримки), Тр — тригер з лічильним входом, ІЕ — імпульсний елемент, період повторення якого дорівнює T. Приріст керуючого діяння u на $(n+1)$-му такті роботи системи (*регулювання закон*) має вигляд

$$\Delta u_n = u_{n+1} - u_n = \pm a \operatorname{sign}(\Delta\varphi_n + \varepsilon) \operatorname{sign} \Delta u_{n-1}, \qquad (2)$$

де ε — поріг спрацьовування тригера, $a = \text{const}$ — величина постійного «кроку» системи. Вибір знака «+» або «—» визначається видом екстремуму: мінімумом чи максимумом відповідно. Якщо об'єкт екстрем. регулювання має екстремум типу максимуму, то руховi до екстремуму відповідає значення $\Delta\varphi_n > 0$. Як тільки виникає імпульс $\Delta\varphi_n$ негативної полярності, який перевищує величину ε, тригер Тр змінює свій стан і відповідно до (2) змінює знак приросту Δu_n. В такій системі при нерухомій точці екстремуму виникає режим *автоколивань*. Характерною особливістю режиму автоколивань в С. е. р. як дискретної, так і неперервної дії є те, що через наявність у них нелінійної ланки з парною характеристикою відбувається подвоєння частоти коливань вихідної координати об'єкта. Тому для забезпечення можливості існування автоколивань у замкненій С. е. р. потрібно, щоб була ланка, в якій відбувається зворотний процес перетворення частоти. Такою ланкою в системі (мал. 3) є ланка, яка описується рівнянням (2); вона виконує роль своєрідного подільника частоти.

Такий самий принцип збудження автоколивань у замкненій С. е. р. лежить в основі побудови і багатьох ін. систем такого роду, зокрема систем неперервної дії. Осн. питаннями теорії С. е. р. цього класу є питання визначення умов існування автоколивань і дослідження залежності їхніх параметрів від параметрів об'єкта. При випадковому характері зміни сигналів Ψ, λ у таких системах може виникати квазіавтоколивальний режим, і однією з осн. задач також залишається вивчення умов існування цього режиму. Для поліпшення параметрів режиму автоколивань у релейно-імпульсних С. е. р. вводять r перших різниць показника екстремуму, тобто використовують закон регулювання вигляду:

$$\Delta u_n = \pm a \operatorname{sign}\left(\sum_{i=0}^{r} a_i \Delta\varphi_{n-i} + \varepsilon\right) \operatorname{sign} \Delta u_{n-1}.$$

Введення кількох різниць $\Delta\varphi_{n-i}$ у закон регулювання за допомогою дискретного фільтра дає змогу компенсувати інерційність об'єкта керування.

Одним з найпоширеніших способів одержання оцінки градієнта цільової ф-ції є використання зовн. генератора пошукового періодичного сигналу, що подається на вхід об'єкта екстрем. регулювання (мал. 4, *а*), і наступного синхронного детектування сигналу на виході об'єкта — С. е. р. з синхронним детектором. На мал. ГПК — генератор пошукових коливань, СМ — серьомо-

тор з передатною ф-цією K/p. Принцип роботи таких С. е. р. легше пояснити на найпростішій моделі об'єкта у вигляді

$$\varphi = -\alpha(u+\Psi)^2+\lambda. \qquad (3)$$

Якщо $u = \tilde{u} + a \sin \omega t$, а рівняння синхронного детектора має вигляд $z = \varphi \sin \omega t$, то $z = -\alpha a\ (\tilde{u}+\varphi) + F\ (\tilde{u}, \Psi, \lambda)$, де $F(\cdot)$ — квазіперіодичний сигнал, для подавлення якого в системі (мал. 4, *а*) використовується фільтр низьких частот ФНЧ. Якщо знехтувати складовою $F(\cdot)$, то подавання сигналу $z(t)$ на вихід сервомотора забезпечує рух до точки екстремуму зі швидкістю, пропорційною градієнтові ф-ції φ. Точно дослідити аналітично динаміку системи з урахуванням нелінійних квазіперіодичних складових сигналу $z(t)$ важко. На мал. 4, *б* наведено структурну схему дискретного аналога схеми, зображеної на мал. 4, *а*, закон регулювання якої має вигляд $\Delta u_n = a(-1)^n + \Delta\varphi_n(-1)^n$. Тут 1-й член описує пробні періодичні рухи, що подаються на вхід об'єкта від зовн. генератора, а другий член являє собою вихідний сигнал різницевого синхронного детектора. В описаній імпульсній С. е. р. з синхронним детектором пробний і робочий рух здійснюються водночас. До цього класу належить і С. е. р. з двома пробними кроками, в якій кожен робочий рух виконується після двох пробних рухів. Закон регулювання такої системи має вигляд

$$\Delta u_n = a(-1)^n + K[n](-1)^n\Delta\varphi_n,$$

де $K[n] = -0{,}5\ [1 + (-1)^n]$ — змінний коефіцієнт, що дорівнює 1 при n-парних та 0 — при n-непарних.

При створенні, настроюванні й експлуатації С. е. р. виникають завдання синтезу оптимальних у певному розумінні С. е. р. (або вибору їхніх оптимальних параметрів), дослідження стійкості і впливу зовн. завад та збурень. Оскільки С. е. р.— нелінійні динамічні системи з нелінійностями, що мають екстрем. характеристики, то для розв'язування всіх цих завдань створено спец. методи і прийоми, які відрізняються від тих, що їх застосовують для досліджування звичайних (лінійних та нелінійних) систем автомат. регулювання. Динаміка замкнених С. е. р. описується нелінійними диференціальними (для неперервних систем) або різницевими (для дискретних систем) рівняннями. Розглядаючи достатньо малі відхилення від положення екстремуму, можна лінеаризувати відповідні рівняння, нехтуючи нелінійними членами, і тоді рівняння динаміки С. е. р. вироджуються у звичайні диференціальні (різницеві) рівняння зі сталими коефіцієнтами. Завдяки цьому можна значно спростити досліджування стійкості таких систем. Крім того, розгляд динаміки С. е. р. з синхронним детектором у рамках лінійних різницевих рівнянь дає змогу застосовувати дискретний аналог методу Вінера — Колмогорова для синтезу статистично-оптим. дискретного *фільтра*, який забезпечує перетворення на мінімум квадратичного функціоналу втрат за заданими спектральними (кореляційними) характеристиками випадкових завад. Досліджуючи імпульсні С. е. р., які зазнають діяння випадкових збурень і завад, як автоколивального типу, так і з синхронним детектором, коли можна знехтувати впливом інерційності об'єкта керування, аналіз цих систем можна здійснити, використовуючи прості *Маркова ланцюги*. При цьому утворюються прості співвідношення, які дають змогу оцінити точність роботи С. е. р. в умовах завад і обрати оптим. параметри настроювання екстрем. регулятора. Крім гармонічних пробних сигналів як пошукові сигнали можна використовувати й будь-які інші періодичні ф-ції часу або випадкові сигнали, спектральна густина яких відрізняється від нуля в смузі пропускання інерційного об'єкта керування.

Властивість ортогональності тригонометричних ф-цій дає змогу використовувати синхронні детектори з кратними частотами пошукових рухів для відшукання оцінок градієнта у багатовимірних С. е. р. Структурну схему відповідної багатовимірної С. е. р. наведено на мал. 5, де об'єкт керування представлений однією з своїх найпростіших схем: лінійною багатовимірною частиною і нелінійною ланкою, вихідна величина якої φ є ф-цією змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$. На кожний i-вхід об'єкта подається пошуковий гармонічний сигнал з частотою ω_i. Вихідний сигнал об'єкта φ містить сукупність n гармонік пошукових сигналів, а також їхні вищі та комбінаційні гармоніки. На синхронні детектори $СД_1 \div СД_n$ подаються опорні сигнали відповідних частот $\omega_1 \div \omega_n$ і вихідний сигнал об'єкта φ. Завдяки згаданій вище властивості ортогональності тригонометричних ф-цій квазістала складова на виході кожного $СД_i$ залежить (в 1-му наближенні) лише від величини та знака i-ої складової градієнта цільової ф-ції φ. Вихідні сигнали фільтрів низьких частот $ФНЧ_1 \div ФНЧ_n$ керують сервомоторами $СМ_1 \div СМ_n$. В разі, коли ф-цію $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ на достатньо малій ділянці навколо точки екстремуму може апроксимувати квадратична форма $\varphi \approx \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$, то поводження всієї замкненої системи (мал. 5) у 1-му наближенні можна звести до лінійної системи дифер. рівнянь (2), аналіз і синтез яких провадять за допомогою стандартних прийомів.

Описані вище С. е. р. мають постійну, заздалегідь постульовану структуру. Для найпростішого випадку, коли одновимірний об'єкт екстрем. регулювання апроксимує парабола 2-го порядку з постійною крутістю, $W_1(p) = 1$ і $W_2(p)$ відповідає ланці 1-го порядку, а сигнали Ψ та λ є вінерівськими

процесами, тобто $\Psi = \Sigma_1$, $\lambda = \Sigma_2$, де Σ_1, Σ_2 — «білі шуми», δ — адитивна завада типу «білого шуму» (мал. 6). На основі теорії оптимальної фільтрації Р. Калмана та Р. Б'юсі Дж.-Д. Робертс розв'язав задачу структурного синтезу С. е. р., яка забезпечує мінімум функціоналу

$$J = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\mu - \Psi)^2 \, dt.$$

Структурна схема С. е. р. (мал. 6), що її одержано в результаті розв'язання цієї задачі, складається з моделі об'єкта регулювання (ланки 1 та 2), інтеграторів 3 і синхронних детекторів 4. Як пошуковий сигнал $m(t)$ використовують гармонічний сигнал, амплітуда і частота якого залежать від спектральної щільності збурень і параметрів об'єкта. Сигнали $c_1(t)$ та $c_3(t)$ — гармонічні сигнали тієї самої частоти, що й $m(t)$, а сигнал $c_2(t)$ має подвоєну частоту; крім того, сигнали $c_2(t)$ і $c_3(t)$ містять постійну складову. Константа A дорівнює оцінці функціоналу J; визначають її з розв'язку рівнянь оптим. фільтрації. Із структурної схеми (мал. 6) видно, що структурні схеми розглянутих раніше С. е. р. (мал. 4, 5), які запропоновано на суто евристичній основі, є окремими випадками статистично-оптимальної С. е. р. Так, зокрема, якщо збуренням Ψ можна знехтувати порівняно зі збуренням λ, то С. е. р., що її показано на мал. 6, вироджується у звичайну С. е. р. із синхронним детектором, яку описано вище.

Для класу об'єктів екстрем. регулювання, для якого статистичні характеристики випадкових завад і збурень задано повністю і при цільовій ф-ції у вигляді повного риску, тобто матем. сподівання відхилення поточного значення показника екстремуму від його максимально можливого значення, О. А. Фельдбаум розвинув заг. підхід до знаходження оптим. керування, що базується на методах теорії статистичних рішень та динамічного програмування,— теорію дуального керування. Ця теорія є найкращим знаряддям тоді, коли задано апріорну щільність розподілу зовн. впливів і параметрів об'єкта, а цільовою ф-цією є середній риск. Позитивним у такому підході є те, що він має об'єктивний характер і не потребує інженерної інтуїції та евристичних міркувань для знаходження закону керування С. е. р. Водночас цей спосіб розв'язування дуже складний, і застосовують його лише для побудови С. е. р. або в простих випадках безінерційних об'єктів, або коли виконують якісь спрощувальні припущення щодо об'єкта. Якщо відомий вираз, яким можна апроксимувати екстрем. характеристику об'єкта, то можна побудувати т. з. екстраполяційну С. е. р., в якій після кількох пробних кроків обчислюється положення точки екстремуму, і тоді С. е. р. може досягти екстремуму за допомогою одного робочого кроку. Природно, що коли є випадкові завади, які спотворюють вихід об'єкта, а також коли модель екстрем. характеристики об'єкта відрізняється від реальної, процес пошуку екстремуму складається з кількох ітерацій.

Багато зусиль було докладено, щоб дослідити можливість побудови т. з. безпошукових С. е. р., тобто систем, у яких градієнт цільової ф-ції визначається без прикладання до об'єкта спец. пошукових рухів. Одна з можливостей побудови таких С. е. р. полягає у використанні підстроювальної моделі об'єкта екстрем. керування, інакше кажучи, спочатку розв'язують задачу ідентифікації нелінійної, а в заг. випадку — нестаціонарної динамічної ланки, а потім аналітично або в прискореному масштабі часу за допомогою пошуку безпосередньо на відомій математичній моделі об'єкта відшукують й далі переносять на об'єкт знайдене потрібне значення керуючих діянь. Розв'язати задачу ідентифікації нелінійного об'єкта безпошуковим методом можна, використавши ф-ції чутливості, що їх визначають за допомогою *моделі чутливості*. А це в свою чергу потребує вичерпних відомостей про структуру досліджуваного об'єкта.

При розв'язанні виродженої задачі екстрем. регулювання, тобто задачі керування безінерційним об'єктом, положення точки екстремуму характеристики якого хоч і невідоме, але залишається незмінним, і при врахуванні лише адитивно діючих на об'єкт керування випадкових завад можна успішно використовувати різні методи розв'язування задач оптимізації, такі, напр., як *стохастичної апроксимації методи*, випадкового пошуку методи та ін. Зокрема, встановлено, що у випадках, коли кількість керуючих діянь зростає, за допомогою методів випадкового пошуку екстремуму для досить широкого класу об'єктів керування можна швидше відшукати точку екстремуму, ніж за допомогою різних модифікацій градієнтних методів пошуку.

Вище було описано в осн. С. е. р. замкненого типу. Широко застосовують і комбіновані С. е. р., що містять і лінійні, і нелінійні зв'язки за збуренням, коли можна виміряти осн. збурення. Такі системи мають переваги замкнених і розімкнених С. е. р., тобто швидкодію і точність підтримання екстремуму. Показано, що в комбінованих С. е. р. можна досягти *інваріантності систем автоматичного керування* або, принаймні, *астатизму n-го порядку*.

Літ.: Красовский А. А. Динамика непрерывных самонастраивающихся систем. М., 1963 [бібліогр. с. 455—465]; Кунцевич В. М. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. К., 1966 [бібліогр. с. 268—279]; Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., 1966 [бібліогр. с. 594—618]; Растригин Л. А. Статистические методы поиска. М., 1968 [бібліогр. с. 370—376]; Автоматическая оптимизация управляемых систем. Пер. с англ. М., 1960; Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 527—528].

В. М. Кунцевич, А. А. Тунік.

СИСТЕ́МА ЗА́ХИСТУ ПА́М'ЯТІ — див. *Операційна система*.

СИСТЕ́МА ІНФОРМАЦІ́ЙНОГО ПО́ШУКУ — див. *Інформаційно-пошукова система.*

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ АДАПТИ́ВНА — система, в процесі функціонування якої відбувається *адаптація,* спрямована на поліпшення якості керування. Див. *Дуальне керування, Керування з адаптацією.*

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРА́МЕТРАМИ — система керування, стан якої визначається функціями кількох незалежних змінних, як правило, залежних не тільки від часу, а й від просторових координат. Такими функціями можуть бути скалярні, векторні, тензорні й інші поля різної фіз. природи (поля мех. напруг, деформацій, температури, концентрацій, електромагнітні поля тощо). Ці поля відображають процеси в пружних тілах, рідких, газоподібних та плазмових середовищах, у різних об'єктах хім. технології, металургії, теплоенергетики, експериментальної фізики, в транспортних засобах тощо.

Для матем. опису С. к. з р. п. звичайно застосовують диференціальні рівняння в частинних похідних з відповідними крайовими умовами, умовами нормування або іншими додатковими умовами, які виділяють певні розв'язки. Використовують ще інтегральні, інтегро-диференціальні та деякі інші типи рівнянь з кількома незалежними змінними.

В найпростіших випадках лише одна або кілька окремих ланок С. к. з р. п. мають розподілені, а інші — зосереджені параметри. Прикладом С. к. з р. п. може бути система керування тепловим режимом прохідної нагрівальної печі (мал.) з таким принципом дії. Просуваючись через зону нагрівання ЗН, вироби (об'єкт керування О) нагріваються. Режим нагрівання залежить від інтенсивності горіння та швидкості $v(t)$

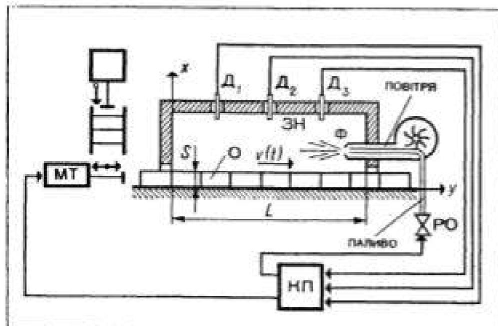


Схема системи керування тепловим режимом прохідної нагрівальної печі.

просування виробів через піч. Керуючий пристрій КП за сигналами давачів температури $Д_1 - Д_3$ керує режимом нагрівання відповідно до вимог технології, діючи на регулюючий орган РО подавання палива, форсунку Ф та механізм транспортування МТ виробів. Стан потоку нагріваних виробів характеризується функцією розподілу т-ри по товщині виробів x, довжині печі y відповідно до часу нагрівання (t): $T = T(x, y, t)$ $(0 \leqslant x \leqslant s,\ 0 \leqslant y \leqslant L,\ 0 < t \leqslant \tau)$. Вироби входять у зону нагрівання з розподілом температури (яка змінюється в часі) по товщині $T(x, 0, t) = T_{вх}(x, t)$.

Описана система служить для того, щоб на виході з печі забезпечувати такий розподіл т-ри виробів по товщині і в часі нагрівання, який найменше відхиляється від заданого розподілу $T_{вих}(x, t)$. За міру відхилу регульованого процесу від бажаного часто беруть функціонал

$$J = \left\{ \frac{1}{\tau s} \int_0^{\tau} \int_0^{s} [T(x, L, t) - T_{вих}(x, t)]^2 \, dx dt \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Процес теплообміну в об'єкті описують рівнянням у частинних похідних

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - bv \frac{\partial T}{\partial y},$$

де a — коефіцієнт температуропровідності, $b = b(y, t)$ — функція, яка залежить від теплофізичних параметрів об'єкта, v — швидкість переміщення виробів, що їх нагрівають. Початкова і граничні умови мають вигляд:

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0,$$

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=s} = \alpha [U(y, t) - T(s, y, t)].$$

Тут $T_0(x, y)$ — початковий розподіл температури, λ — коеф. теплопровідності, α — коеф. теплообміну, $U(y, t)$ — температура гріючого середовища всередині печі. Керуюче діяння та поле стану об'єкта описуються нерівностями, в яких ураховано енергетичні можливості й умови технології:

$$A_1 \leqslant U(y, t) \leqslant A_2, \quad \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \leqslant A_3, \quad T(x, y, t) \leqslant$$

$$\leqslant A_4, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \leqslant A_5,$$

де $A_1 \div A_5$ — якісь задані постійні або змінні величини. Наведена система рівнянь і граничних умов — типова для багатьох процесів, напр., дифузійних, електромагнітних (скін-ефект) тощо.

Досліджуючи й проектуючи С. к. з р. п., звичайно враховують вимоги стійкості, оптимальності за заданими критеріями або інваріантності щодо *збурювальних діянь.* Задача оптим. програмного керування для С. к. з р. п. полягає в тому, щоб визначити таке *керуюче діяння* $U(y, t)$, яке забезпечує мінімум функціоналу втрат у наведеному прикладі J (див. *Критерії якості систем автоматичного керування*). Окрім цієї, виникає й задача синтезу оптим. оператора *зворотного зв'язку* С. к. з р. п., яка полягає в тому, щоб відшукати таку операторну залежність $U = AT$ керуючого діяння U від стану об'єкта T, щоб мінімум функціоналу втрат J за пев-

них обмежень можна було досягти для будь-яких (із заданої множини) початкових станів, граничних умов та збурювальних діянь.

Для теорії керування об'єктами з розподіленими параметрами специфічними є задачі керування через зміну граничних умов і, зокрема, задача фінітного керування. Цю задачу ставлять так: за відомим початковим станом задати керуюче діяння на границі об'єкта таким чином, щоб об'єкт за обмежений (звичайно мінімальний) час перейшов у заданий кінцевий стан.

За функціональними ознаками С. к. з р. п. звичайно можна розчленувати на кілька ланок з більш або менш відокремленими функціями, з яких основними є: об'єкт керування, вимірювальний пристрій, *перетворювач форми інформації*, підсилювач і виконавчий орган. Інформаційний та енергетичний контакти між ланками С. к. з р. п. здійснюються на контактних різноманітностях тієї або іншої розмірності (точкова, лінійна, поверхнева та об'ємна взаємодії). Можна побудувати й розподілені керуючі пристрої з об'єднаними функціями вимірювання, перетворювання, підсилювання та діяння на об'єкт. Це збільшує швидкодію, просторову роздільну здатність та енергетичну ефективність.

С. к. з р. п. класифікують за такими осн. ознаками:

I. Функціональні ознаки: 1) роль ланки в керуючому пристрої (окремий елемент, об'єднання елементів і пристрій загалом); 2) призначення (вимірювання, фільтрація, запам'ятовування, регулювання і т. п.); 3) можливість і способи перебудови (настроювання — постійне, ручне, автоматичне і т. п.); 4) число ступенів вільності (скінченне, лічбове та нелічбове); 5) динаміка (стійкість, швидкодія, самовирівнювання й роздільна здатність).

II. Геометричні ознаки: 1) розмірність займаного підпростору (0-, 1-, 2- і 3-вимірні пристрої); 2) зовнішня конфігурація пристрою (точка, лінія, смуга, оболонка, стрижень і шар); 3) кількість і розмірність різноманітностей контакту цього пристрою з суміжними; 4) спрямованість дії (директор, відбивач, розподільник і т. п.).

III. Ознаки внутрішньої структури: 1) характер просторового розподілу параметрів (пристрої з дискретною структурою, квазіконтинуальні й континуальні); 2) різновидність мікроструктури (для квазіконтинуальних пристроїв).

IV. Фізичні ознаки: 1) застосовувані види енергії; 2) механізм підсилювання; 3) поля стану та взаємодії; 4) кількісні характеристики середовищ (параметри, тензори, оператори); 5) дисперсійні характеристики; 6) застосовувані матеріали й середовища.

Першими з С. к. з р. п. в *автоматичного керування теорії* почали вивчати системи з однією ланкою з розподіленими параметрами (пружний канат, газопровід або гнучкий вал). Задачі дослідження стійкості та якості перехідних процесів С. к. з р. п. розв'язували на основі Лапласа перетворення, критерію Найквіста й частотних методів, які можна застосувати, коли інформаційний контакт об'єкта з керуючим пристроєм здійснюється в дискретному ряді точок, а число нестійких полюсів скінченне. Становище, однак, ускладнюється при контактних різноманітностях більшої розмірності, тобто при взаємодії *підсистем* С. к. з р. п. на лініях, поверхнях або об'ємах. Така ситуація є одним з предметів вивчення в сучасній теорії С. к. з р. п.

Теорія С. к. з р. п. сформувалась наприкінці 60-х років 20 ст. у великий розділ *кібернетики технічної* зі своєю проблематикою та методами дослідження. Осн. сучасні результати *оптимального керування теорії* Понтрягіна — Беллмана узагальнено на деякі класи С. к. з р. п. Розроблено методи аналітичного конструювання оптимальних С. к. з р. п. Теоретично досліджено поведінку лінійних систем при випадкових діяннях та розв'язано низку задач оптим. синтезу їх.

Реалізувати знайдені з теорії закони керування у випадку інерційних об'єктів із значним локальним самовирівнюванням можна наближено, з допомогою багатовимірних САК з дискретними давачами та виконавчими органами. Однак з розширенням частотно-хвильового спектру керованих полів такі тех. засоби стають неефективними. Виникає потреба в керуючих пристроях з розподіленими параметрами. В багатьох випадках стає доцільним застосовувати пристрої, які взаємодіють не з локальними збудженнями, а з просторовими гармоніками полів. Принципи побудови й теорію розподілених керуючих пристроїв розробляють, зокрема, в зв'язку з задачами автомат. керування магнітогідродинамічними об'єктами.

Для збільшення просторової роздільної здатності керуючого пристрою необхідно, щоб у ньому здійснювався обмін інформацією між різними просторово віддаленими точками. Для цього пристрій виконують у вигляді макроскопічно локально однорідного середовища, параметри якого, усереднені за досить малим об'ємом, є поволі змінюваними функціями просторових координат. Разом з тим треба, щоб таке середовище було волокнистої або шаруватої мікроструктури і щоб при цьому розміри підсистем (волокон або шарів), з яких це середовище складається, були макроскопічними, а параметри його періодичної гратки середовища — мікроскопічними величинами. Для природних середовищ (за винятком полімерів) ці вимоги суперечливі, проте вони здійсненні для штучних середовищ, створюваних на базі сучасної технології твердотілих пристроїв. Для підсилювання полів у керуючих середовищах можна використовувати різні нелінійні й параметричні ефекти.

В довгохвильовій частині спектра збурювань для керування електромагнітним полем застосовують обмотки зі спец. просторовою щільністю намотки та ввімкнені в кола цих обмоток двополюсники з позитивними або

негативними параметрами. Цим забезпечують підсилення полів і необхідний вид частотно-хвильової передавальної функції.

Можливі три основні способи формування просторової передавальної функції розподілених керуючих пристроїв: а) застосування шарових середовищ з параметрами, які змінюються в напрямі нормалі до поверхонь рівня; б) побудова набору ортогоналізованих підсистем, які взаємодіють з певними просторовими гармоніками поля, та в) використання штучних середовищ періодично волокнистої структури типу керуючих кристалів. Такі середовища зручні для реалізації дисперсійних характеристик, подібних до характеристик керованих об'єктів з кількома гілками нестійкості, такими, як напр., плазма, пучки заряджених часток тощо. Апарат дослідження процесів перетворювання полів у С. к. з р. п., які мають симетрію (напр., періодичну структуру), основується на лінійній *представлень груп теорії*. С. к. з р. п. застосовують у різних галузях нар. господарства: для керування прохідними печами, прокатними станами, підйомними механізмами, газопроводами, ядерними реакторами, прискорювачами заряджених часток, термоядерними установками тощо.

Літ.: Лурье К. А. Задача Майера — Больца для кратных интегралов и оптимизация поведения систем с распределенными параметрами. «Прикладная математика и механика», 1963, т. 27, в. 5; Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М., 1965 [бібліогр. с. 467—474]; Егоров А. И. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи теории инвариантности. «Известия АН СССР. Серия математическая», 1965, т. 29, в. 6; Сиразетдинов Т. К. К аналитическому конструированию регуляторов в процессах с распределенными параметрами. «Автоматика и телемеханика», 1965, т. 26, № 9; Самойленко Ю. И. Пространственно распределенные системы автоматического управления и способы их реализации. «Автоматика и телемеханика», 1968, т. 27, № 2; Самойленко Ю. И., Волкович В. Л. Пространственно распределенные приемные и управляющие системы. К., 1968 [бібліогр. с. 133—135]. *Ю. І. Самойленко.*

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ ЗА́МКНЕНА, система керування за відхиленням — система керування, в якій реалізується принцип керування за відхиленням. У С. к. з. (мал.) регульовану величину x порівнюють з задавальним діянням x_0 і визначають відхилення (похибку) ε, залежно від якого на об'єкт подається регульоване діяння μ, яке зменшує це відхилення. Отже, у С. к. з. результат керування впливає на процес вироблення керуючих діянь, тобто в процесі керування увесь час здійснюється *зворотний зв'язок*. У більшості біол. і економ. систем також є явно виражені замкнені кола.

Відхилення регульованої величини від заданого значення в системі керування можуть спричинювати різні збурювальні діяння — змінювання зовн. факторів і параметрів самої системи або ж воно може виникнути, коли змінюється задавальне діяння. Оскільки в С. к. з. регулююче діяння є наслідком перетворення відхилення, що його може спричинювати будь-який із зазначених вище факторів, то такі системи намагаються зменшити відхилення незалежно від того, який із цих факторів спричинив його. В цьому полягає особливість замкнених систем порівняно з *системами керування розімкненими*. В цих останніх зменшуються відхилення, спричинювані лише тими факторами, по яких є компаундуючі зв'язки. Внаслідок цієї особливості замкнені системи менш чутливі до змін параметрів об'єкта, ніж розімкнені. Вадою С. к. з. є те, що при розробці їх виникає проблема забезпечення їхньої стійкості. Проте ці системи набули вже досить великого поширення. В них використовують різні *регулювання закони* для поліпшення показників якості системи. Останнім часом застосовують різні види зв'язків — нелінійні, запізнювальні та зв'язки з логічними елементами. Коли регулюють складні об'єкти, які являють собою системи з кількома ступенями вільності, можна вводити перехресні зворотні зв'язки по проміжних, внутр. координатах об'єкта (див. *Багатоконтурна система автоматичного керування, Автономність*). Дальшого поліпшення якості досягають у *комбінованих системах автоматичного керування*, що поєднують принцип регулювання за відхиленням і принцип регулювання за збуренням.

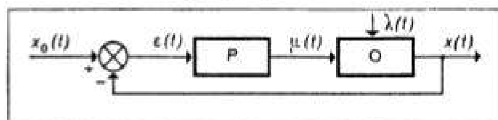


Схема замкненої системи автоматичного керування: $x_0(t)$ — задавальне діяння; $x(t)$ — регульована величина; $\varepsilon(t)$ — відхилення (похибка); $\lambda(t)$ — збурювальне діяння, прикладене до об'єкта; $\mu(t)$ — регулююче діяння; P — регулятор; O — об'єкт.

Літ.: Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 743—763]; Основы автоматического управления. М., 1968 [бібліогр. с. 671—675]. *В. І. Костюк.*

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ ЗІ ЗМІ́ННОЮ СТРУКТУ́РОЮ — нелінійна система автоматичного керування (САК) з логічними елементами, що розривають і (або) відновлюють зв'язки між функціональними елементами відповідно до обраного алгоритму і цим самим змінюють структуру САК. Осн. методи синтезу *алгоритмів* С. к. зі з. с. можна розглянути на прикладі побудови *слідкуючої системи*, яка складається з лінійного об'єкта керування з однією керованою координатою та лінійного *виконавчого механізму*, рух якої описують системою дифер. рівнянь:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-1;$$

$$\frac{dx_n}{dt} = -\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{m} b_i \frac{d^{i-1}U}{dt^{i-1}} + G(t);$$

де $x_1 = g - \varphi$ — похибка, φ — керована координата; U — *керуюче діяння*; $G(t)$ — певна лінійна комбінація *збурювальних діянь*,

задавального діяння $g(t)$ та їхніх похідних; a_i, b_i — змінні параметри об'єкта й виконавчого механізму, що змінюються в обмеженому діапазоні. При керуванні вільним рухом САК ($G(t) \equiv 0$), рівняння руху якої не мають оператора диференціювання в правій частині ($m = 1$), керуюче діяння

$$U = \sum_{i=1}^{k} \Psi_i(s, x_i) \cdot x_i, \qquad 1 \leqslant k \leqslant n;$$

$$s = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \quad c_n = 1;$$

$$\Psi_i(s, x_i) = \begin{cases} \omega_i \text{ при } s \cdot x_i > 0 \\ \lambda_i \text{ при } s \cdot x_i < 0, \end{cases}$$

де s — ф-ція перемикання, що визначає моменти розриву керуючого діяння — в цьому випадку лінійна комбінація похибки та її похідних; $\Psi_i(s, x_i)$ — розривні коефіцієнти; ω_i, λ_i — постійні величини, що відповідають можливим структурам САК; величину k, яка визначає кількість комутовуваних зв'язків, вибирають залежно від конкретних умов розв'язуваної задачі. За рахунок розривного керуючого діяння в такій системі, якщо виконати певні умови, може виникнути *ковзний режим*, що його описують системою лінійних однорідних дифер. рівнянь

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i+1}, \quad i = 1, 2, \ldots, n-2;$$

$$\frac{dx_{n-1}}{dt} = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i;$$

і рівнянням зв'язку $s = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i = 0$. Істотним є те, що до цих рівнянь не входять параметри a_i, b_i, і потрібну якість процесу керування можна забезпечити, відповідно вибравши коефіцієнти c_i. Ця властивість параметричної інваріантності й лежить в основі синтезу алгоритмів керування С. к. зі з. с.

Під час керування збуреним рухом керуюче діяння формується у вигляді суми координат $x_1, x_2, \ldots, x_k$, задавального діяння, збурень та їхніх похідних з коефіцієнтами, що стрибкоподібно змінюються. При цьому потрібно здійснити пряме чи посереднє вимірювання збурень (див. *Комбінована система автоматичного керування*, *Диференціальна система автоматичного керування*). При використанні в законі керування комутації r-місних зворотних зв'язків, за спостережуваними координатами виконавчого механізму вдається забезпечити цілковиту відтворюваність задавального діяння, зберігаючи параметричну інваріантність та інваріантність до зовн. збурень (див. *Інваріантність систем автоматичного керування*), якщо задовольнити умову

$$\left| \frac{d^r G_0(t)}{dt^r} \right| : \sum_{i=1}^{r} \left| \frac{d^{i-1} G_0(t)}{dt^{i-1}} \right| \leqslant B$$

$$(B = \text{const}),$$

де $G_0(t)$ — сума зведених до входу об'єкта задавального діяння й збурювальних сил. При $r = 2$ це обмеження задовольняють експоненціальні, гармонічні, поліноміальні ф-ції та всілякі їхні добутки. Якщо є оператор диференціювання в правій частині ($m > 1$), керуюче діяння формується згладжувальним лінійним фільтром порядку $m - 1$, на вхід якого подається сума координат $x_1, x_2, \ldots, x_k$ і координат згладжувального фільтра з коефіцієнтами, що стрибкоподібно міняються.

Незважаючи на різноманітність, а для істотно нелінійних об'єктів керування — і на складність логіч. законів керування С. к. зі з. с., їх реалізують простими тех. засобами на основі типових ключових логіч. елементів. Принцип змінності структури використовують, розв'язуючи найважливіші задачі автомат. керування (слідкування, фільтрації, ідентифікації, керування багатозв'язними об'єктами тощо); він дає змогу використати позитивні властивості кожної структури й одержати ефекти, які не властиві жодній з систем, які мають постійну структуру.

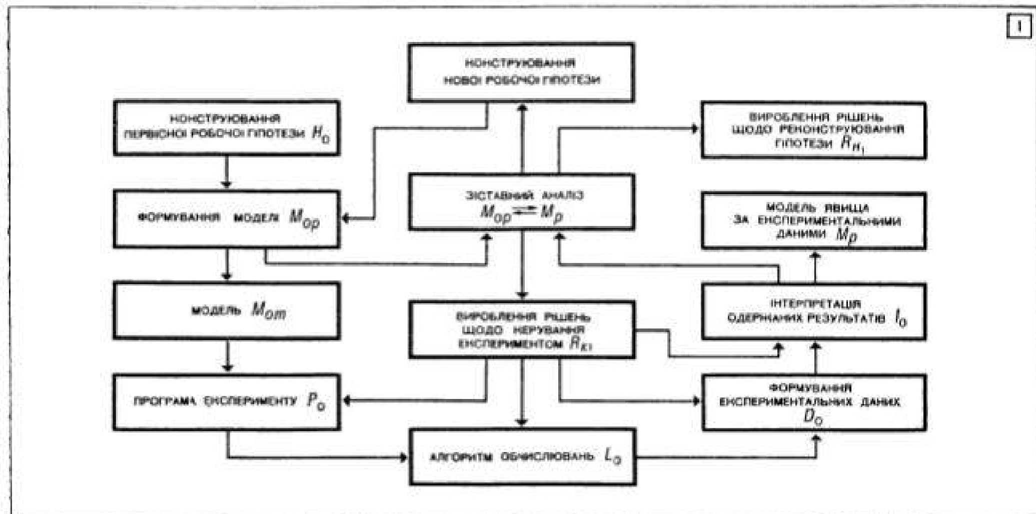
Літ.: Емельянов С. В. Системы автоматического управления с переменной структурой. М., 1967 [бібліогр. с. 328—336]; Бакакин А. В., Гриценко М. Б., Костылева Н. Е. Алгоритмы управления систем с переменной структурой (Обзор). В кн.: Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета. М., 1968; Теория систем с переменной структурой. М., 1970 [бібліогр. с. 583—590].

Д. Б. Ізосимов, С. К. Коровін, О. С. Риков.

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ НАУКО́ВИМ ЕКСПЕРИМЕ́НТОМ — сукупність алгоритмічно пов'язаних ланок, функціонування яких спрямовано на розкриття невизначеності щодо властивостей об'єкта випробувань, форми взаємозв'язку між фізичними параметрами й значення обчислюваних характеристик. За приклади С. к. н. е. можуть правити програмно керований синхрофазотрон, системи керування випробуваннями зразків нової техніки, автоматизовані системи гідрофіз. досліджень, системи пошуку корисних копалин і ряд ін. комплексів. С. к. н. е. застосовують для автоматизації обчислень, нагромадження та первинної обробки експериментальних даних, машинного моделювання евристичних програм експериментатора (див. *Програмування евристичне*) та ін. В найкраще оснащених С. к. н. е. відбувається об'єднання ЕОМ та об'єкта в єдиний машинний комплекс на базі операційних програм вимірювань і керування і разом з тим здійснюється режим двобічного обміну інформацією між дослідником і машинним комплексом через пульти зі світловими екранами, телетайпи тощо. Створення С. к. н. е. стало можливим після появи

електронних обчислювальних машин 2-го покоління (початок 60-х років 20 ст.), коли швидкодіючі *процесори* почали оснащувати малогабаритними напівпровідниковими *пристроями зв'язку з об'єктом* (ПЗО) і переносними магнітними *нагромаджувачами* великої ємності. Тех. оснащення наук. експериментів «домашинного» періоду складалося з трьох—чотирьох показуючих і реєструючих приладів, зошита спостережень і матем. забезпечення в обсязі операцій логарифм. лінійки.

Аналіз принципів організації людино-машинних систем показує, що форсувати процес поетапного розвитку С. к. н. е. можна в дуже вузьких межах. Заг. рівень організації С. к. н. е. визначається рівнем тех. оснащення, відповідним складом матем. забезпечення та повнотою логіч. схеми наук. пошуку. *Алгоритм* керування наук. експериментом створюють на основі таких елементів: робочої гіпотези H_0 про «механізм» функціонування об'єкта досліджень, змістовий вираз якого



1. Схема процесу керування науковим експериментом.

Сучасні експериментальні комплекси «генерують» потоки даних у сотні тисяч і мільйони *біт/сек*. Системні експериментальні дослідження провадять, як правило, на стиках наук, і тому вони спираються на розрізнені методи з різним рівнем логіч. строгості й матем. «потужності». Це потребує використання проблемно-орієнтованого матем. забезпечення в С. к. н. е. (див. *Математичне забезпечення ЦОМ*). Інтенсифікація системних досліджень і ефективність їхніх результатів перебувають у прямій залежності від якості обчислень і мінімізації періоду повної обробки даних. Обидві обставини зумовили ефективну побудову сучасних С. к. н. е. як *систем «людина — машина»*. Принцип побудови С. к. н. е. грунтується на алгоритм. сумісності в системі «експериментатор — об'єкт досліджень — обчисл. комплекс». Істотною властивістю такої системи є високий рівень керованості наук. пошуку — досягнення мети експерименту з макс. ймовірністю. Етапам автоматизації наук. експерименту відповідає організація С. к. н. е. за принципом: експериментатор — програма обчислень — ЕОМ; експериментатор — машинна мова двобічного обміну — обчисл. комплекс; експериментатор — машинна система моделювання — обчисл. комплекс.

представлено сподіваною моделлю M_{0p} в поняттях певної галузі (біології, фізики, техніки тощо); сподіваної моделі M_{0m}, адекватної M_{0p}, представленої формальними категоріями (рівняннями, таблицями, *графами*, топологічними блок-схемами тощо); програми експерименту P_0; алгоритму обчислень L_0 і машинного процесу формування експериментальних даних D_0; прийомів інтерпретації I_0 і одержаних результатів у поняттях моделей M_{0p} і M_{0m}. Послідовність $H_0 \to M_{0p} \to \to M_{0m} \to P_0 \to L_0 \to D_0 \to I_0 \to M_{1m}$ замикається в ітераційний цикл (мал. 1) через процедуру зіставного аналізу $M_{0m} \rightleftarrows M_{1m}$. Результатом його є вироблення рішень з коректування елементів послідовності. Розрізняють вирішувальне правило локального контура

$$R_{k(i+1)} \left\{ M_{ip} \rightleftarrows M_{(i+1)p} \right\} \to K_{i+1};$$

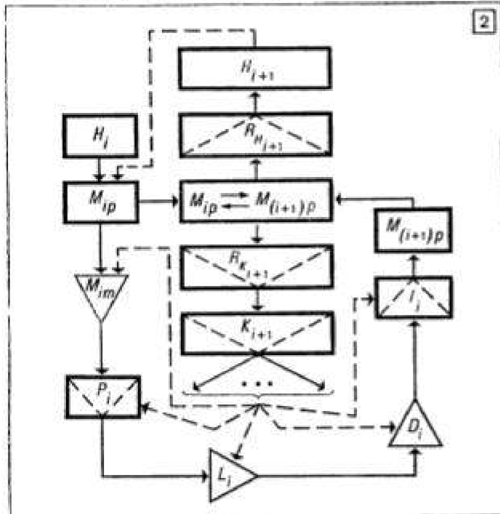
$$K = M_m, P, L, D, I; \qquad i = 1, 2, \ldots, n;$$

і вирішувальне правило глобального контура

$$R_{H(i+1)} \left\{ M_{ip} \rightleftarrows M_{(i+1)p} \right\} \to H_{i+1},$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

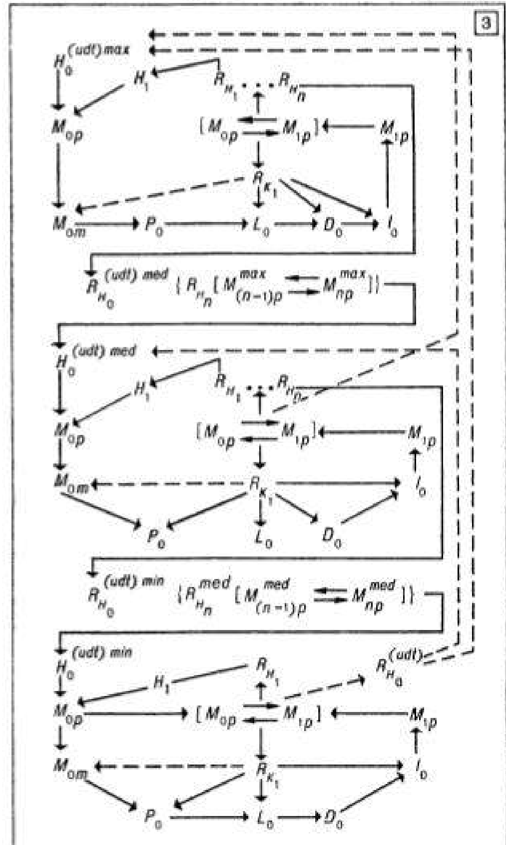
Вигляд структури алгоритму керування наук. експериментом (КНЕ) показано на мал. 2. Ефективність алгоритму значною мірою визначається повнотою матем. засобів послідовності $M_{im} \rightarrow \ldots \rightarrow I_i$, що, в свою чергу, дає змогу перевести процес реалізації вирішувальних правил R_K і R_H в область машинних методів. У цій послідовності визначальне значення має повнота її первісного елемента — матем. моделі M_{0m}. Наук. експерименти класифікують за рівнем невизначеності



2. Структура алгоритму керування науковим експериментом.

моделей M_m, виявляючи моделі з макс. ступенем невизначеності $M_{im}^{(udt)\max}$, середнім ступенем — $M_{im}^{(udt)\mathrm{med}}$ і мінім. ступенем $M_{im}^{(udt)\min}$. Ступінь невизначеності матем. моделі M_{im} істотно впливає на структуру алгоритму КНЕ, що грунтується на конкретних методах планування експериментів, програмах обчислень тощо. Побудову алгоритму КНЕ з ієрархічною структурою розкриття невизначеності представлено граф-схемою (мал. 3) (див. також іл. між с. 376—377).

Структура алгоритму КНЕ складається з «горизонтальних» зв'язків — замкнених циклів на кожному рівні невизначеності $H_0^{(udt)}$ і «вертикальних» зв'язків — об'єднання ітерацій внаслідок міжрівневих вирішувальних правил $R_{H_0}^{(udt)\mathrm{med}}$ і $R_{H_0}^{(udt)\min}$ спрямованих «згори вниз» на зниження рівня невизначеності $M_{0m}^{(udt)}$. У керуванні експериментом обов'язково треба враховувати можливу появу нових координат (у просторі — можливих станів об'єкта), одержаних ефективними методами на рівні $M_{0m}^{(udt)\min}$. Вводять вирішувальні правила формування гіпотези $H_0^{(udt)}$ за даними $\left\{M_{ip}^{(udt)\min} \rightleftarrows M_{(i+1)p}^{(udt)\min}\right\}$ та $\left\{M_{ip}^{(udt)\mathrm{med}} \rightleftarrows M_{(i+1)p}^{(udt)\mathrm{med}}\right\}$. Т. ч., замкнені цикли, сформовані за рівнями невизначеності, охоплюються міжрівневими зв'язками щодо розкриття невизначеності (згори вниз) і *зворотним зв'язком* (знизу вгору). Це означає, що в основу організації С. к. н. е. покладено єдиний системний принцип, який об'єднує про-



3. Схема багаторівневого алгоритму.

цес прогнозування при розкритті невизначеності $R_{H_n}[M_{(n-1)p} \rightleftarrows M_{np}]$ і процес корегування гіпотези $H_0^{(udt)}$ за результатами експериментів $R_{H_0}^{(udt)}$. Повний алгоритм С. к. н. е., синтезований за *системного підходу*, дає експериментаторові під час проведення комплексних досліджень чітку логічну схему операцій, яка спирається на методи планування експериментів (зокрема й на евристичні) й сучасні засоби обчислень та обробки експериментальних даних.

Сучасні С. к. н. е. створюють на основі розробленої структури алгоритму КНЕ, маючи

як машинну реалізацію *автоматизовану систему обробки експериментальних даних* (АСОЕД) з відповідним матем. забезпеченням. Сферу застосовності С. к. н. е. визначають на кожному етапі автоматизації за сукупностями послідовностей $H_0 \to ... \to M_{1m}$ заданого комплексу експериментів. Сучасні АСОЕД з величезною машинною пам'яттю й широким набором ввідних і вивідних пристроїв забезпечують оперативний обмін результатами обчислень і обробку даних для практично будь-якого поєднання спеціалістів суміжних галузей і етапів розробки експериментальної проблеми. С. к. н. е. з АСОЕД на базі сучасних ЦОМ, які працюють у *режимі розподілу часу*, перетворюється на колективний «мозок» широкого кола спеціалістів. У *пам'яті ЦОМ* зберігаються автоматично введені туди дані дослідів усіх експериментів, там же зберігаються й програми обчислень і формування результатів кожного спеціаліста (члена асоціації користувачів). ЕЦОМ забезпечує режим одночасної роботи по кількох програмах, сприймає одночасно кілька звертань від користувачів. Дослідник через *операційну систему* ЕЦОМ організує процес розв'язування «своєї» вузької задачі, користуючись усією інформацією, що зберігається, при цілковитій автоматизації обчислень і формування результатів. Швидкодія ЕЦОМ в 1 млн. *оп/сек* при ємності пам'яті в 10 млн. *машинних слів* забезпечує розв'язання проблеми мінімізації часу повної обробки експериментальних даних з практично найвищою якістю обчислень. У світовій практиці на початок 70-х років 20 ст. ставилося завдання автоматизувати випробування зразків нової техніки з такими показниками. Повне опрацювання даних і видавання машинних матеріалів (числовий матеріал, таблиці, графіки) за результатами складного експерименту тривали місяць, машинне формування результатів експрес-аналізу — один-два дні.

С. к. н. е., створена на базі ЕОМ 4-го покоління, має розв'язувати завдання оптимізації взаємозв'язаних програм експериментів та оперативно обмінюватися результатами на рівні машинних комплексів (див. *Комплексування машин*), які обслуговують складні комплекси експериментів, не оформлюючи звітів. Це дає колосальний економ. ефект внаслідок реального оперативного планування наук. досліджень на основі найоб'єктивніших машинних даних і макс. приросту рівня знань, використовуваних у наук. пошуках. Досягнення кожної з лабораторій, автоматично введені до машинного комплексу у вигляді результатів дослідів, автоматично ставатимуть активним наук. потенціалом для всіх зацікавлених дослідників.

Літ.: Иванов В. В. [та ін.]. О функциях и структуре одной специализированной программы диспетчер. «Алгоритмизация производственных процессов», 1967, в. 2; Новые идеи в планировании эксперимента. М., 1969; Вычислительные системы, в. 35. Новосибирск, 1969; Жук К. Д. Автоматизація наукового експерименту. «Вісник АН УРСР», 1970, № 3; Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. Пер. с англ. М., 1967. *К. Д. Жук.*

СИСТЕ́МА КЕРУВА́ННЯ РОЗІ́МКНЕНА — 1) система, що складається з послідовно або паралельно увімкнених ланок, не охоплених *зворотним зв'язком;* 2) в автоматичному керуванні — система, яка реалізує принцип керування за збуренням. Складається з керуючого пристрою (регулятора) 1, об'єкта керування 2 і пристрою 3, що вимірює збурення (мал.). Застосовують її в тих випадках, коли зовн. *збурювальні діяння* (збурення) $f_i(t)$ ($i = 1, ..., n$) можна виміряти. На основі інформації про збурення $f_i(t)$ регуля-

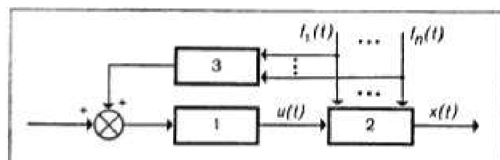


Схема розімкненої системи керування.

тор 1 виробляє керуюче (регулююче) діяння $u(t)$, яке компенсує вплив зовн. збурень. Зв'язки за збуреннями, здійснювані керуючим пристроєм, часто наз. *компаундуючими зв'язками в автоматичних системах.* В С. к. р. на відміну від *системи керування замкненої* немає зворотного зв'язку за регульованою величиною $x(t)$.

В С. к. р. є принципова можливість досягти *інваріантності системи автоматичного керування* щодо зовн. збурень, для цього необхідні точне вимірювання зовн. збурень і точне знання характеристик об'єкта керування. Вадою С. к. р. є те, що в ній не компенсуються помилки керування, пов'язані з неточним вимірюванням або неповним врахуванням зовнішніх збурень і неточним знанням або нестабільністю (дрейфом) характеристик об'єкта керування. Такі помилки можна компенсувати лише додатковим введенням зворотного зв'язку за регульованою величиною $x(t)$ (див. *Комбінована система автоматичного керування*). Перевагою С. к. р. порівняно з замкненою системою керування є більша швидкодія і, в ряді випадків, простота тех. реалізації. Типовим прикладом С. к. р. є система компаундування синхронних генераторів, що являє собою зв'язок за основним збуренням (навантаженням). *Ю. М. Чеховий.*

СИСТЕ́МА «ЛЮДИ́НА — МАШИ́НА» — *ергатична система*, в якій одна людина або кілька людей взаємодіють з технічним пристроєм. Див. також *Взаємодія людини з обчислювальною машиною, Моделювання системи «людина — машина».*

СИСТЕ́МА НЕАВТОНО́МНА — динамічна система із змінними в часі параметрами і (або) така, що зазнає впливу змінних зовнішніх дій. Процес, який відбувається в С. н., залежить не лише від її початкового стану, тобто від динамічного стану системи в початковий момент часу $t = t_0$, а й від величини t_0 (див. *Система автономна*). Математично цей процес описується системою дифер. рівнянь

такого вигляду:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t), t]; \\ x_i(t_0) &= x_i^0; \\ t \geqslant t_0; \quad i &= 1, \ldots, n, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

або в матричному вигляді

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), t]; \ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0, \ t \geqslant t_0, \quad (2)$$

де $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, $\mathbf{f} = (f_1, \ldots, f_n)$ — n-вимірні вектори-стовпці; $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ — вектор початкового стану.

У теорії автомат. регулювання С. н. розглядають, вивчаючи вплив зовн. збурень або дрейфу параметрів на роботу системи автомат. регулювання, взаємовплив двох чи більше зв'язаних систем регулювання (див. *Багатовимірні системи автоматичного керування*) тощо. Типовими прикладами С. н. автоматичного регулювання є *слідкуючі системи, системи програмного керування, системи екстремального регулювання* з синхронним детектуванням та ін. У математиці термін «С. н.» застосовують для визначення класу систем дифер. рівнянь вигляду (1 — 2), у правій частині яких у явному вигляді є незалежна змінна t.
Ю. М. Чеховий.

СИСТЕ́МА НЕПРЯМО́ГО КЕРУВА́ННЯ — *система автоматичного керування*, вимірювальний елемент якої використовує для керування регулюючим органом енергію стороннього джерела живлення.

СИСТЕ́МА ПЕРЕРИВА́ННЯ ЦОМ — сукупність апаратних засобів для формування сигналів про події у зовн. середовищі (або в пристроях самої машини), що потребують реакції машини. Ця реакція, як правило, виражається у виконанні машиною певної *програми* (т. з. переривальної програми, або гілки). Подіями, які звичайно пов'язують з С. п., є, напр., перемикання двопозиційного (релейного) давача на об'єкті, яким керує ЦОМ; закінчення обміну інформацією між процесором і зовн. пристроєм; несправність у якомусь блоці ЦОМ; переповнення розрядної сітки під час обчислювання тощо. С. п. містить, як правило, регістр переривань і регістр масок. Розряди регістра переривань фіксують наявність сигналів, які потребують реакції з боку ЦОМ, а їхні номери за певними правилами визначають *пріоритети* сигналів. Аналіз регістра переривань провадиться або після виконання кожної команди, або паралельно з її виконанням. Наявність сигналу в регістрі спричинює переривання, тобто *керуюча програма* переключає машину на виконання переривальної гілки, якщо виконувана в той час гілка програми має нижчий пріоритет, ніж переривальна, і якщо сигнал не «замасковано» відповідним розрядом регістра масок. Якщо цих умов не дотримано, сигнал зберігається в регістрі переривань до моменту виконання їх. У деяких ЦОМ (напр., «Днепр-21») регістр переривання доповнено групою комірок переривання у гол. пам'яті, які в сукупності становлять С. п. деревоподібної структури. Це дає змогу значно збільшити кількість сигналів переривання без істотних затрат апаратури.
А. І. Нікітін.

СИСТЕ́МА ПРОГРА́МНОГО КЕРУВА́ННЯ — автоматична система, головним завданням якої є відпрацьовувати (виконувати) заздалегідь задану програму. В таких системах (мал. 1) можна виділити дві осн. частини: програмний пристрій ПП, що формує сигнал $x_п$, і систему відтворювання СВ, основним призначенням якої є забезпечувати за допомогою пристрою керування (регулятора) ПК задану в ПП зміну вихідної координати y об'єкта керування ОК. Звичайно ставиться вимога, щоб $y \approx x_п$. У цьому разі СВ являє собою звичайну *слідкуючу систему* СС, однією з особливостей якої є те, що її вхідний сигнал $x_п$ заздалегідь задано. Відповідно до осн. принципів керування СВ будують за розімкненою, замкненою і комбінованою схемою (див. *Система керування розімкнена, Система керування замкнена, Комбінована система автоматичного керування*), а залежно від форми представляння інформації їх поділяють на неперервні й дискретні.

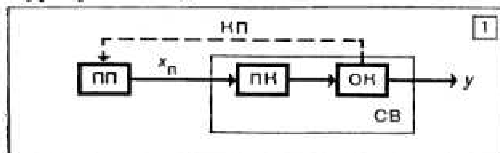
За видом задавання *програми* С. п. к. поділяються на системи з неперервним (аналоговим) записом програми (на папері, магн. і кіностріччі, у вигляді кулачків, копірів і т. ін.) і дискретним записом (на перфокартах, перфострічках, магн. стрічках і т. ін.). В останньому випадку для скорочення часу на підготовку програми та скорочення об'єму носія значення програми часто задають у ряді дискретних (опорних) точок, а потрібні проміжні значення формують за допомогою *інтерполятора.*

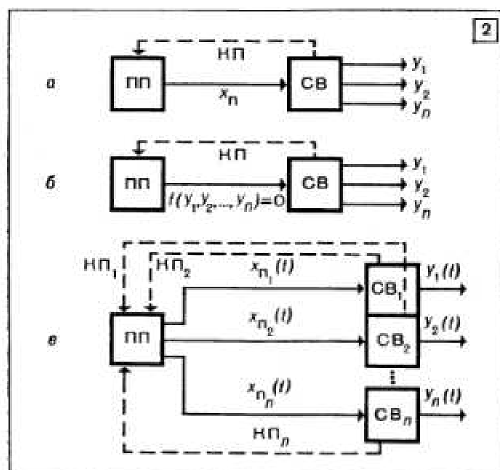
Окрім однокоординатних С. п. к. (мал. 1) широко застосовують і багатокоординатні системи (мал. 2, *а*). В таких системах звичайно треба забезпечити задану функціональну зміну координат $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$. За способом задавання програми такі С. п. к. поділяють на системи з задаванням програми в явній формі, коли в ПП закладається задана функціональна зміна координат $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$ (мал. 2, *б*), і на системи з задаванням програми в параметричній формі, коли задане перетворення $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$ представляється у вигляді $y_1(t) = x_{п_1}(t)$, $y_2(t) = x_{п_2}(t)$ і т. д. При цьому $x_{п_1}(t)$, $x_{п_2}(t)$ і т. д. надходять синхронно й синфазно на окремі СВ ($СВ_1$, $СВ_2$ і т. д. на мал. 2, *в*), які можуть бути і автономні, і зв'язаними між собою.

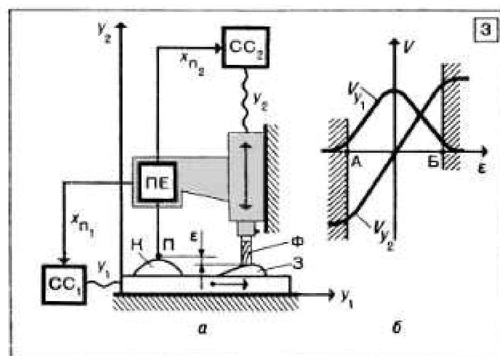
За способом введення програми розрізняють С. п. к. з незалежним введенням (коли формування сигналу $x_п$ не залежить від y чи інших проміжних координат ОК) і залежним, коли здійснюється корекція програми за режимом роботи системи (зв'язки КП на мал. 1 і 2).

С. п. к. мають ряд специфічних особливостей, осн. з них є такі: 1) програму роботи та-

ких систем наперед задано; 2) у багатьох випадках допускається відтворювання (виконування) програми з запізненням; 3) у багатокоординатних С. п. к. часто буває потрібно забезпечити лише задане функціональне перетворення координат, а на час виконування програми та на зміну координат $y_1(t), \dots, y_n(t)$ у часі часто не накладають жорстких обмежень. Це дає змогу, крім звичайних методів *корекції систем автоматичного керування*, використовувати й специфічні методи підвищування якості С. п. к., напр., такі: 1) при синтезі С. п. к. (на основі 4-ї форми умов інваріантності) сигнал $x_п$ формується з урахуванням динамічних властивостей СВ; 2) дуже ефективною є корекція програми за режимом роботи системи; однією з різновидностей цього методу є застосування змінної швидкості введення програми (або т. з. «змінного масштабу часу») залежно від похибки СВ.







1. Структурна схема системи програмного керування.
2. Структурні схеми багатокоординатної системи програмного керування (*а*) і систем з задаванням програми в явній (*б*) та в параметричній (*в*) формах.
3. Система програмного керування копіювально-фрезерним верстатом: *а* — схема; *б* — статична характеристика перетворювального елемента (давача).

Прикладом двокоординатної С. п. к. з задаванням програми у явній формі та з залежним введенням програми (зі змінною швидкістю введення програми) може бути С. п. к. копіювально-фрезерним верстатом (мал. 3). На столі верстата закріплено копір К (що являє собою програму роботи системи) і заготовку З. Відхилення ε положення фрези Ф від положення копіювального пальця П перетворюється чутливо-перетворювальним елементом (давачем) ПЕ на сигнали $x_{п_1}$ і $x_{п_2}$, які надходять на вхід слідкуючих систем горизонтальної $СС_1$ (що її наз. задаючою) і вертикальної $СС_2$ (яку наз. слідкуючою) подач. Характеристика ПЕ має вигляд, показаний на мал. 3, *б*. Швидкість задаючої подачі v_{y_1} не змінює знака і, отже, копір і заготовка переміщуються весь час в одному й тому самому напрямі, а швидкість слідкуючої подачі v_{y_2} змінює знак залежно від знака похибки ε. Під час роботи системи в зоні АБ профіль заготовки З повторює (з похибкою, яка не перевищує відрізка АБ/2) профіль копіра.

С. п. к. широко застосовують у техніці для автоматизації технологічних процесів у машинобудуванні (верстати-автомати, автоматичні лінії, верстати з програмним керуванням), у металургії (термічна обробка матеріалів), енергетиці (системи виведення на робочий режим різних агрегатів), хімії і т. д.

Літ.: Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [бібліогр. с. 440—442]; Булгаков А. А. Программное управление металлорежущими станками. М.— Л., 1959 [бібліогр. с. 125—126]; Шувалов Н. К. Системы программного регулирования, работающие на комбинированном принципе. Л., 1960 [бібліогр. с. 72—73]; Андрейчиков Б. И. Методы коррекции динамических ошибок в станках с программным управлением. «Автоматика и телемеханика», 1962 т. 23, № 9.

Ю. В. Крементуло.

СИСТЕ́МА ПРОГРАМУВА́ННЯ — сукупність *мов програмування*, відповідних *трансляторів* і *програм*, що обслуговують систему користування цими мовами на певному устаткуванні.

СИСТЕ́МА ПРЯМО́ГО КЕРУВА́ННЯ — *система автоматичного керування*, вимірювальний елемент якої переміщує регулювальний орган безпосередньо, не використовуючи сторонніх джерел енергії, тобто система керування, в якій застосовано автоматичний регулятор без спеціального *виконавчого механізму* (сервомотора).

СИСТЕ́МА РІВНЯ́НЬ СПРЯ́ЖЕНА — система рівнянь вигляду

$$\dot{\psi}_i(t) = -\sum_{j=0}^{n} \frac{\partial f_j(x(t), u(t))}{\partial x_i} \psi_j(t),$$

$$i = 1, \dots, n,$$

$$\dot{\psi}_0(t) = 0,$$

де ф-ція $x(t)$ описує *фазові координати* об'єкта, ф-ція $u(t)$ — допустиме керування (крапка над змінною означає диференціювання за часом), а ψ_i — спряжені змінні. С. р. с. необхідні для формулювання *Понтрягіна принципу максимуму*.

СИСТЕ́МА РІВНЯ́НЬ У ВАРІА́ЦІЯХ — система диференціальних рівнянь, яка показує, як змінюється у першому наближенні траєкторія системи диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \qquad (1)$$

при малих змінах початкового значення $x(t_0) = x^0$. Тут x — n-вимірний вектор з компонентами x_i, $i = 1, \ldots, n$, а $f(x, t)$ — n-вимірна вектор-ф-ція з компонентами $f_i(x, t)$, $i = 1, \ldots, n$. Якщо $x(t)$ — траєкторія системи (1), що відповідає початковому значенню x^0, то траєкторію $y(t)$, що відповідає початковому значенню $y(t_0) = x^0 + \varepsilon\xi$ в першому наближенні можна зобразити у вигляді $y(t) \cong \cong x(t) + \varepsilon\delta x(t)$, де вектор $\delta x(t)$ задовольняє С. р. у в.

$$\frac{d\delta x_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i(x(t), t)}{\partial x_j}\delta x_j; \quad i = 1, \ldots, n;$$

$$\delta x(t_0) = \xi.$$

Б. М. Пшеничний.

СИСТЕ́МА ЧИ́СЛЕННЯ — сукупність способів позначення (записування) чисел. Найдосконалішими є позиційні С. ч., тобто системи позначення чисел, у яких значення кожної цифри в зображенні числа залежить від її місця (позиції) в послідовності цифр, що зображує число. Системи, які не мають цієї властивості (напр., римська С. ч.), наз. непозиційними.

Позиційні С. ч. — результат тривалого істор. розвитку, що почався, очевидно, з виникнення т. з. одиничної С. ч., в якій для записування чисел застосовували тільки один вид знаків — «паличку». Кожне число в такій С. ч. позначали за допомогою рядка, складеного з паличок, кількість яких дорівнювала позначуваному числу. Набагато досконаліша єгипетська С. ч. (виникла в 2-й пол. 2—3 тис. до н. е.), яка була десятковою непозиційною. Для позначення чисел 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7 у цій С. ч. застосовували спец. знаки (цифри). Числа в єгипетській С. ч. записували як комбінації цих цифр, у яких кожна цифра повторювалася не більше як 9 раз. В основі єгипетської С. ч. лежав принцип додавання, за яким значення числа дорівнює сумі значень цифр, що беруть участь у записуванні.

Єгипетській С. ч. аналогічна римська (непозиційна) система. У ній числа 1, 5, 10, 50, 100, 500 і 1000 прийнято позначати великими лат. літерами (цифрами) I, V, X, L, C, D і M. Число в римській С. ч. позначають набором цифр, що стоять підряд. Значення числа дорівнює: 1) сумі значень цифр, якщо вони однакові; 2) різниці значень цифр, якщо зліва від більшої цифри стоїть менша (від значення більшої віднімають значення меншої); 3) сумі значень груп, якщо справа від групи цифр, що позначає більше число, стоїть група цифр, яка позначає менше число. Напр., запис MCMLXXIV означає $M + (M - C) + L + X + X + (V - I) = 1974$. Ще досконалішими є алфавітні С. ч., в яких числа від 1 до 9, цілі кількості десятків (від 10 до 90) і цілі кількості сотень (від 100 до 900) позначали послідовними буквами алфавіту. До таких С. ч. належали іонійська (грецька), слов'янська та ін.

Перша відома нам С. ч., що грунтується на позиційному принципі,— шістдесяткова вавілонська С. ч. (виникла прибл. за 2 тис. років до н. е.). Цифри в цій С. ч. складалися із знаків двох видів, одним з яких позначали одиниці, а другим — десятки. Значення числа, в свою чергу, визначали аналогічно за значеннями цифр, з яких воно складалося, але враховували те, що цифри в кожному наступному розряді були в 60 раз більші від тієї самої цифри в попередньому розряді. Запис чисел був неоднозначним, бо не було цифри для позначення нуля. Сліди вавілонської С. ч. збереглися й досі в способах вимірювання та записування величин кутів і часу.

Сучасна десяткова позиційна С. ч. виникла приблизно в 5 ст. н. е. в Індії. Позиційна та одинична С. ч. на відміну від інших С. ч. дають змогу записувати в принципі будь-які числа. У зв'язку з розвитком *обчислювальної техніки* практичного застосування набули позиційні С. ч. з основами, які відрізняються від десяти. До них належать: двійкова, вісімкова, дев'яткова, трійкова, шістнадцяткова С. ч. Елементи, що їх застосовують у більшості сучасних ЦОМ для представлення чисел, є двопозиційними (мають два стійкі стани), тому в багатьох ЦОМ числа представляють у двійковій С. ч. Один з можливих станів елемента ЦОМ відповідає нулеві, а другий — одиниці. Готуючи на бланках програми для таких ЦОМ, щоб скоротити довжину записів, можна застосовувати двійкову або шістнадцяткову С. ч. (це пов'язано з конструкцією вхідних перфораторів), бо тоді кожна пара (або відповідна четвірка двійкових цифр) замінюється одним символом. Існують і С. ч., що грунтуються на цілком нових принципах. Прикладом однієї з таких С. ч. є С. ч. з остачами, яку треба вважати за позиційну, бо значення цифр у ній залежить від їхнього місця в послідовності, що означає число. С. ч. остачами було розроблено для підвищення *швидкодії ЦОМ*. У цій системі операції додавання, віднімання і множення виконуються як порозрядні операції.

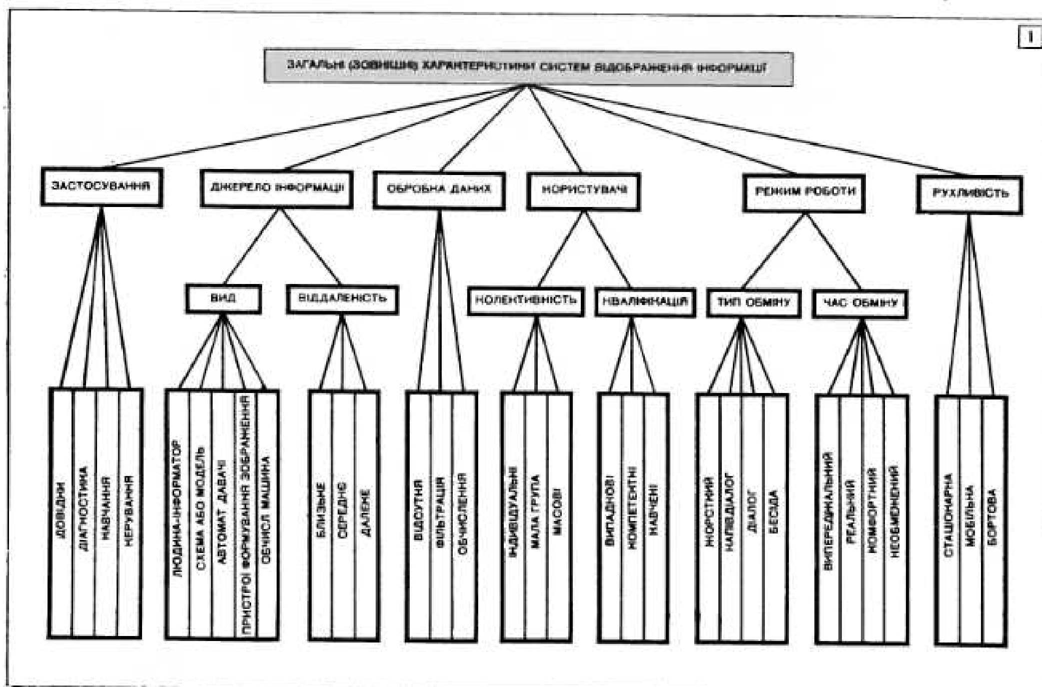
Літ.: Карцев М. А. Арифметические устройства электронных цифровых машин. М., 1958 [бібліогр. с. 157—158]; Китов А. И., Криницкий Н. А. Электронные цифровые машины и программирование. М., 1961 [бібліогр. с. 567—568].

М. А. Криницький.

СИСТЕ́МИ ВІДОБРА́ЖЕННЯ ІНФОРМА́ЦІЇ — сукупність технічних засобів, які забезпечують представлення даних для людей-операторів. Найчастіше *дані* відтворюються у візуальній формі, й до складу С. в. і. входять відповідно *індикатори інформації* та *пристрої відображення інформації*.

Перші С. в. і. з'явилися на початку 20 ст. в телефонії (ручні комутатори). Подальший розвиток С. в. і. пов'язаний зі зростанням складності й автоматизацією виробничих процесів, зі збільшенням зон обслуговування й централізацією, а для цього треба було розробити мнемонічні щити контролю й керування. На кінець 50-х років за габаритами й насиченістю приладами ці щити дедалі частіше перевершували інформаційні можливості людини-оператора. Поява АОМ і особливо ЦОМ, широке запровадження їх у сфери керування дослідженнями, виробництвом, транспортом і зв'язком, а також у військово-командні системи привело до злиття задач побудови пристроїв оперативного введення — виведення інформації в машини й задач проектування щитів контролю й керування.

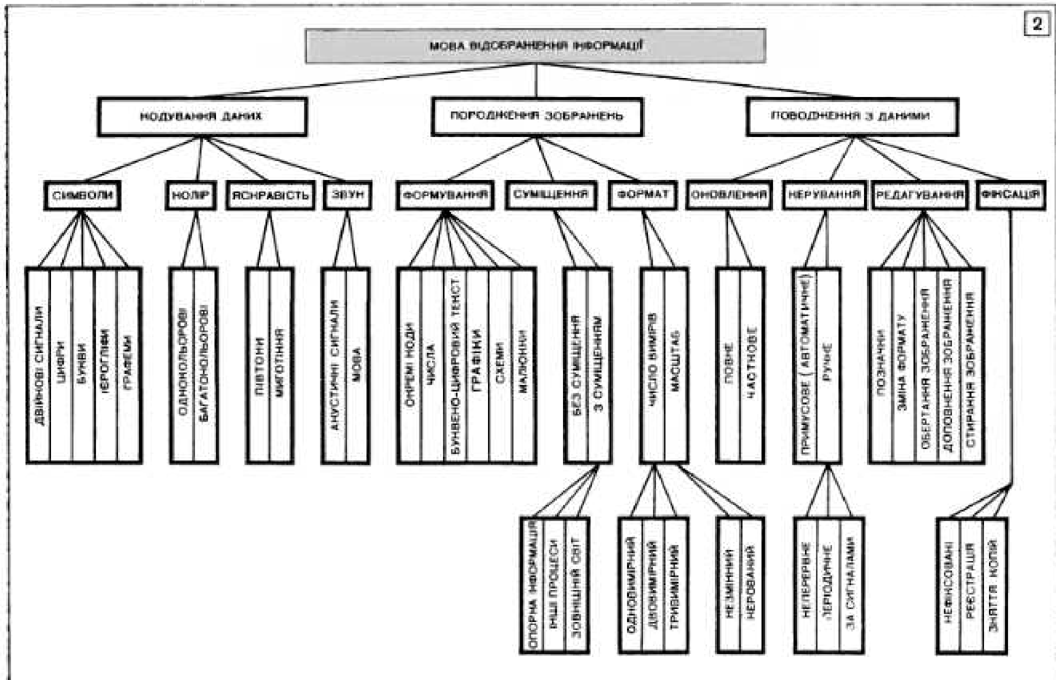
Класифікацію С. в. і. за загальними характеристиками подано на мал. 1. Зокрема, за застосуванням С. в. і. поділяють на довідкові (напр., розпис руху поїздів), діагностичні (індикатори вбудованого контролю), навчальні (тренажери) й керуючі (пункт керування повітряним рухом); за джерелом інформації — на такі, що одержують дані від людей (напр., розвідки), від схем або моделей (контрольно-перевірна апаратура), від автомат. давачів (складний експеримент), від пристрою формування зображень (фототелеграфних і телевізійних) і від обчисл. машин; за ступенем обробки даних — на С. в. і. без обробки (напр., індикатори температури), з фільтрацією (радіолокаційні системи) та з розвинутими обчислюваннями (найчастіше на базі ЕОМ); за кількістю користувачів — на індивідуальні (приладова дошка пілота), групові (обладнання для прийняття адміністративних рішень) і масові (демонстраційні табло); за кваліфікацією користувачів — на С. в. і. для спеціалістів, компетентних і випадкових осіб; за типом обміну — на С. в. і. з одностороннім (напр., запит даних або передавання вказівок), двостороннім (діалоговим) або багатостороннім (що забезпечує розмову групи користувачів між собою і з машиною) обміном; за допустимим часом обміну — на С. в. і. без обмежень (напр., фіксуючі звітні показники), з комфортним часом (термінал для наукових обчислювань) і з реальним часом (керування зі зворотним зв'язком); за умовами роботи — на стаціонарні (напр., щит керування хімкомбінатом), мобільні (пункт керування боєм) і бортові (С. в. і. атомного підводного човна).



1. Зовнішні характеристики систем відображення інформації.

В інформаційні характеристики С. в. і. (мал. 2) включено властивості *мов керування технологічними процесами* — методи кодування, створення відображень і поводження з інформацією. При кодуванні даних як символи можна використовувати

лише двійкові сигнали, в міру ускладнення задач до них додають цифри, букви, ієрогліфи (сталі позначення явищ і подій, які часто трапляються) і графеми (елементи графічних зображень). Для кодування даних застосовують також колір, яскравість і звук. На базі цих зображувальних засобів можна формувати окремі коди, числа, буквено-цифровий текст, графіки, схеми й малюнки. Часто виникає потреба додатково суміщувати поточні дані з опорною інформацією (напр., організація даних у вигляді таблиць, нанесення координатної сітки на графіки, спряження поточних даних з картою або глобусом), об'єднувати два зображувані процеси або суміщувати відображення з реальною панорамою (накладання буквено-цифрових текстів на переднє скло кабіни пілота). При цьому зображення може мати різний формат. Поводження з даними теж варіюється в широких межах і включає оновлення, редагування й фіксацію їх та керування ними. Напр., С. в. і. для адміністрації великої фірми має такі інформаційні характеристики: набір символів — цифри, букви (виведення з ЕОМ *масивів*, таблиць та ін. записів), ієрогліфи (позначення типів обладнання, статей плану й бюджету і посад в організаційній



2. Інформаційні (мовні) характеристики систем відображення інформації.

структурі), а також графеми (для побудови кругових і зіставних діаграм, схем і графіків). С. в. і. виконують багатокольоровою, з мовним виведенням додаткових даних; передбачено повне оновлення інформації, керування нею за викликом кожного з адміністраторів (учасників наради), у т. ч. глибоке редагування — нанесення міток, стирання й додавання даних. Особи, що готують інформацію, можуть додатково зсувати зображення та змінювати їхній масштаб.

Найширше використовують С. в. і., оформлені як панелі та пульти — металеві конструкції, на яких жорстко розміщено елементи, найчастіше рядками й стовпчиками (мал. 3). Традиційні панелі та пульти мають істотні вади: їхні елементи неповністю поєднуються з фоном; опорну інформацію не можна змінювати; С. в. і. є розгорнутою, зайві на певному етапі дані захаращують оперативне поле тощо. Багатьох цих вад не мають мозаїчні панелі та пульти (мал. 4) — комірчастої конструкції, з яких просто й швидко можна зібрати оперативне поле зі стандартних модулів. Типів модулів є від 5 до 20. Розробляють стандартні модулі для пасивних і активних мнемосхем, для приладових панелей, для індивідуального й вибіркового контролю, з постійно індукованою або з'явлюваною в міру потреби інформацією. Порівняно з традиційними мозаїчні панелі та пульти спрощують проектування й експлуатацію, але здорожують систему.

У традиційні й мозаїчні С. в. і. у вигляді блоків дедалі частіше вводять типові *пристрої введення та виведення інформації ЦОМ* (*алфавітно-цифрові друкувальні пристрої*, графічні реєструючі й мікрофільмуючі пристрої, а також пристрої наочного відображення на електроннопроменевих трубках ЕПТ).

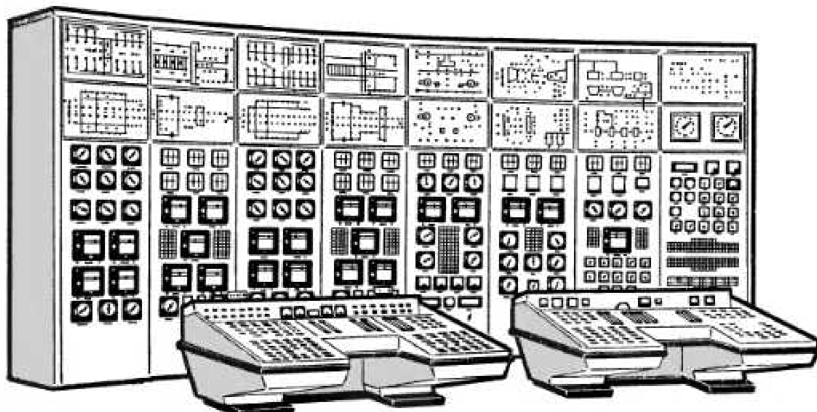
Функції названих блоків безперервно розширюються, і в результаті цього С. в. і. дедалі більше стають периферійною частиною *обчислювальних систем*. З таких С. в. і. найбільший інтерес становлять багатоцільові,— які використовують ЕПТ, індикаторні лампи, клавіатуру і *світловий олівець*. Індикаторні лампи відображують послідовність роботи С. в. і., сповіщають оператора про збої. Клавіатура служить для введення символів (функціональна група), виклику програм і заг. редагування даних (група керування) та розвитку системи (вільна група). Світловий олівець ідентифікує дані безпосередньо на екрані ЕПТ, дає змогу реалізувати тонке редагування й безпосереднє введення графічної інформації в машину. В разі значного віддалення від обчисл. системи й дистанційного передавання даних таку С. в. і. поповнюють буферним ЗП або навіть спец. *процесором* і наз. *терміналом*. Багатоцільову С. в. і. з успіхом застосовують у дослідженнях, проектуванні, конструюванні й моделюванні методами обчисл. графіки. Її розраховано на індивідуальних користувачів. При необхідності групової (колективної) взаємодії застосовують проекційні пристрої відображення.

Щоб забезпечити універсальність застосування С. в. і. на основі *розпізнавання мовних сигналів* і *синтезу мовних сигналів*, необхідно додатково використати мовний обмін. Введення мови можливе поки що лише для обмеженого словника (10—50 слів) і визначеного кола операторів. Мовне виведення заздалегідь запрограмованої й закладеної в пам'ять машини інформації (у вигляді коренів слів, суфіксів, префіксів, а також правил сполучування їх) дає змогу одержати необхідну множину повідомлень.

Розвиток обчислювальних систем, які працюють у *режимі розподілу часу*, привів до створення ряду терміналів для обміну різних абонентів з системою. Вони є своєрідними С. в. і.: найпростіші з них об'єднують клавіатуру й друкувальний пристрій (термінал касира у великому банку), клавіатуру й мовне введення (передавання бібліографічної довідки з центра до місцевої бібліотеки телеф. лініями). Складніші термінали містять пристрій введення перфокарт і друкувальний пристрій (термінал плановика в АСУ виробництвом); клавіатуру й ЕПТ (термінал учня в системі *програмованого навчання*).

Традиційні, мозаїчні, багатоцільові й прикінцеві С. в. і. розвиваються, безперервно впливаючи одна на одну. Осн. метою розробки сучас. С. в. і. є відображення даних у вигляді, зручному для сприймання й переороблення їх людиною. В міру досягання цієї мети поширюються застосування С. в. і.: в науці — людино-машинне розв'язування теор. задач, проведення складних експериментів і обробка результатів їх, моделювання процесів; у нар. г-ві — інформування, конструювання, проектування й управління на виробництві, в архітектурі й будівництві, на транспорті й у зв'язку, в планових, адміністративних, складських і банківських системах; у громадському житті — програмоване навчання й медична діагностика. В міру розвитку систем інформаційного забезпечення й управління (галузевих, територіальних і національних) сфера застосовності С. в. і. значно розширюватиметься.

Ефективний вибір засобів для відображення інформації можливий тільки на базі *системного підходу*. При цьому, крім тех. засобів, до складу С. в. і. необхідно включати алгоритми й програми, які служать для підготовки інформації, та людей-операторів. Процес проектування С. в. і. складається з виділення С. в. і. з великої системи контролю або керування й багаторівневого дослідження С. в. і. Для кожного рівня визначають (уточнюють) цілі С. в. і. й критерії оцінки досягнення цих цілей чи підцілей; досягають

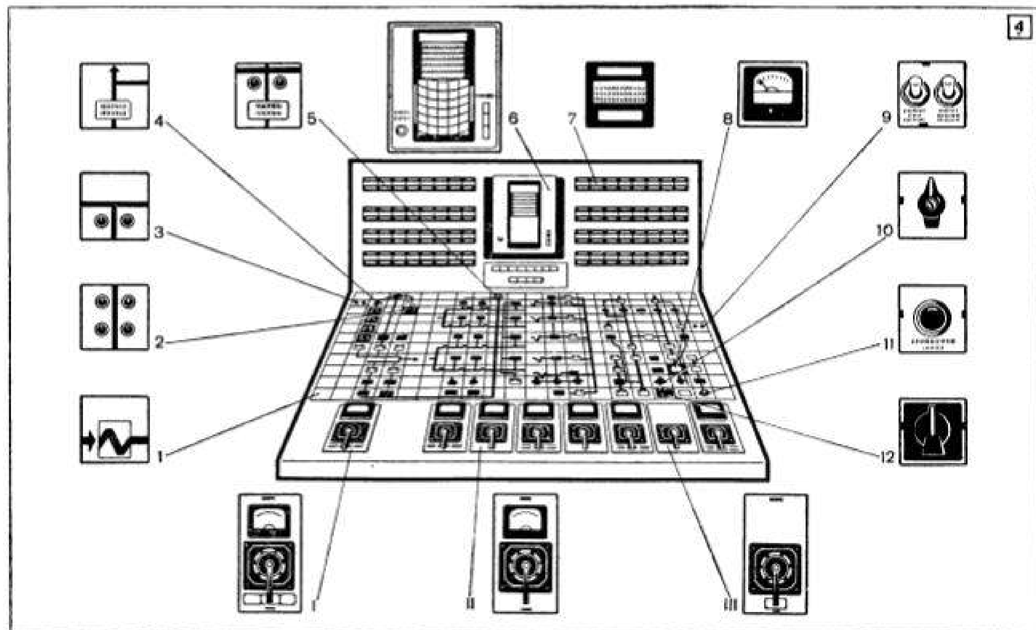


3. Традиційний пульт керування.

повноти С. в. і., тобто разом з набором засобів старанно виявляють роль програм і особливо людей, а також усі суттєві зв'язки (структурні, функціональні та еволюційні) між цими складовими й зв'язки С. в. і. з зовн. середовищем; знаходять адекватні матем. моделі С. в. і. (тут, в осн., використовують *інформації теорію* й *масового обслуговування теорію*). Проектування проводять не лише як лінійний, а й як ітеративний або циклічний процес. Проте проблему синтезу С. в. і. повністю ще не розв'язано. Перспективний системнолінгвістичний підхід до синтезу, при якому відображувані дані інтерпретують як спеціалізовану мову обміну, а саму С. в. і. описують і моделюють на блоковому, операційному й деталізованому рівнях метамови. Об'єднуючи функції людини й тех. засобів, оптим. С. в. і. дають змогу добитися істотного поліпшення *взаємодії людини з обчислювальною машиною*, тобто збільшення продуктивності суспільної праці.

Літ.: Темников Ф. Е., Ивашкин Ю. А. О представлении массовой информации перед оператором в системах наблюдения и управления. В кн.: Вычислительная техника для управления производством. М., 1969; Венда В. Ф. Средства отображения информации. М., 1969 [бібліогр. с. 296—302]; Галактионов А. И. Представление информации оператору. М., 1969 [бібліогр. с. 129—130]; Чачко А. Г. Синтез систем отображения информации. «Информационные материалы Научного совета АН СССР по комплексной проблеме „Кибернетика"», 1970, № 10; Пул Г. Основные методы и системы индикации. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 398—403].

О. Г. Чачко.



4. Мозаїчний пульт керування: 1 — заглушка; 2— модуль з чотирма сигналізаторами (лампами розжарювання) й ділянкою мнемосхеми; 3 — модуль з двома сигналізаторами; 4 — модуль з клавішею й ділянкою мнемосхеми; 5 — модуль з клавішею з двома сигналізаторами; 6 — груповий реєстратор; 7 — модуль з клавішею й двома сигналізаторами (люмінесцентними); 8 — модуль з вимірювальним приладом; 9 — модуль з двома перемикачами; 10, 11, 12 — модулі з одним перемикачем; I, II, III — блоки виконавчої команди.

СИСТЕ́МИ З ОБМЕ́ЖЕНИМ ЧА́СОМ ОЧІКУВАННЯ — різновид *масового обслуговування систем*, у яких частина вимог покидає систему до початку обслуговування. Див. *Системи з часовими обмеженнями*.

СИСТЕ́МИ З ОБМЕ́ЖЕНИМ ЧА́СОМ ПЕРЕБУВА́ННЯ — різновид *масового обслуговування систем* з часовими обмеженнями. Див. *Системи з часовими обмеженнями*.

СИСТЕ́МИ З ЧАСОВИМИ ОБМЕ́ЖЕННЯМИ — *масового обслуговування системи*, в яких *час чекання* вимоги або час перебування її в системі обмежено *випадковою величиною* або постійним числом. Такі системи трапляються в торгівлі й постачанні (час чекання швидкопсувних продуктів, тобто час від моменту виробництва до моменту надходження до споживача — обмежений), у виробничих процесах (у конвейєрному виробництві обслуговування виробу можна здійснювати лише в інтервалі часу перебування його на робочому місці даного оператора), на транспорті, особливо авіаційному (літак, який іде на посадку, треба обслужити до моменту витрати пального), в медицині (допустимий час обслуговування пацієнта з гострим захворюванням або травмою є обмеженим) і в багатьох інших областях. Розрізняють системи з обмеженим часом чекання, системи з обмеженим часом перебування вимог і системи з комбінованими обмеженнями на час чекання і час перебування вимог.

В системах з обмеженим ча-

сом чекання можуть бути т. з. повні втрати: частина вимог залишає систему до того, як їх приймуть на обслуговування. Напр., швидкопсувні продукти, не реалізовані протягом заданого часу, бракують. У системах з обмеженим часом перебування частина вимог залишає систему до закінчення обслуговування; ці вимоги наз. частково втраченими. Напр., під час обробки радіолокаційної інформації в разі затримання початку обробки даного об'єкта (літака, супутника) за час перебування його в зоні дії радіолокатора параметри об'єкта можна визначити, але з точністю, нижчою за задану. Класичні системи масового обслуговування з чеканням і з втратами — це окремі випадки С. з ч. о.: для перших максимально допустимий час чекання й час перебування вимог дорівнює безмежності, для останніх — допустимий час чекання дорівнює 0, а допустимий час перебування дорівнює ∞.

Найважливішими характеристиками С. з ч. о. зі стаціонарними *потоками випадковими* на вході є: *імовірність* повного обслуговування вимоги, ймовірність часткової втрати вимоги, ймовірність повної втрати вимоги, розподіл часу чекання вимоги, обслуженої цілком або частково. Найбільше вивчено однолінійні С. з ч. о. з *Пуассона потоком* на вході. Поведінку таких систем описує однорідний *марковський процес* $\xi(t)$, який визначають так. Якщо в момент t прилад вільний, $\xi(t) = 0$; у противному разі $\xi(t)$ дорівнює часові від моменту t до того моменту, коли вимоги, які надійшли раніше за t, залишають систему (для систем з чеканням процес $\xi(t)$ є т. з. віртуальним часом чекання; якщо припустити, що в момент t в систему надійде вимога, то її час чекання становитиме $\xi(t)$). Припустивши, що процес $\xi(t)$ має ергодичний розподіл (див. *Ергодична теорія*), функція розподілу, відповідна цьому розподілові, тобто $F(x) = \lim_{t\to\infty} P\{\xi(t) < x\}$, має такий вигляд. При $x > 0$ $F(x) = q + \int_0^x p(t)\,dt$, де q — ймовірність незайнятого стану обслуговуючого приладу, $p(x)$ — ф-ція, яка задовольняє рівняння

$$p(x) - \lambda\int_0^x [1 - B(y)][1 - G(x-y, y)] \times \times [1 - H(x-y)]\,p(y)\,dy = = \lambda q[1 - G(x, 0)][1 - H(x)]$$

з умовою

$$q + \int_0^\infty p(x)\,dx = 1.$$

У цьому рівнянні λ означає інтенсивність вхідного потоку вимоги, $H(x)$ — ф-цію розподілу часу обслуговування, $B(x)$ — ф-цію розподілу максимально допустимого часу чекання вимоги, $G(x, y)$ — умовну ф-цію розподілу допустимого часу перебування вимоги в системі під час обслуговування її за умови, що час чекання початку обслуговування дорівнює y.

Найважливіші характеристики системи виражають через розв'язки наведеного *інтегрального рівняння* так. Імовірність повної втрати вимоги $\alpha_1 = \int_0^\infty B(x)\,dF(x)$; імовірність часткової втрати вимоги $\alpha_2 = \int_0^\infty [1 - B(y)]\int_0^\infty G(z, y)\,dH(z)\,dF(y)$; ф-ція розподілу часу чекання вимоги, яку обслужено повністю

$$K(x) = \frac{1}{1-\alpha_1-\alpha_2}\int_0^x \left\{\int_0^\infty [1 - G(z, y)] \times \times dH(z)\right\} dF(y).$$

Багатолінійні С. з ч. о. з рекурентним вхідним потоком вивчають за методом випадкового блукання в просторі, вимірність якого на одиницю більша за кількість приладів. Є явні аналітичні вирази характеристик систем з обмеженим часом чекання й обмеженим часом перебування вимог при пуассонівському вхідному потоці й експоненціально розподіленому часі обслуговування. Загальніші задачі розв'язують *чисельними методами* (гол. чином, *Монте-Карло методом*).

Важливою властивістю С. з ч. о. є їхня стійкість. Якщо $\xi(t)$ — однорідний марковський процес, який описує поведінку системи, то стійкість означає, що будь-якому $\varepsilon > 0$ можна поставити у відповідність обмежену множину A_ε так, що $P\{\xi(t) \in A_\varepsilon\} > 1 - \varepsilon$ при всіх $t > 0$. Нехай γ_y означає час заняття приладу вимогою, яка надійшла в момент, коли значення $\xi(t)$ дорівнює y. Якщо припустити, що вхідний потік є рекурентним, а система однолінійна, то умова, достатня для стійкості системи, полягає в тому, щоб справдились такі двоє співвідношень: 1) при $y \geqslant y_0$ $P\{\gamma_y < x\} \geqslant M(x)$, де $M(x)$ — ф-ція розподілу невід'ємної випадкової величини, яка задовольняє умову: $\int_0^\infty x\,dM(x)$ є меншим за середній час між надходженням вимог; 2) при $y < y_0$

$$P\{\gamma_y < x\} \geqslant$$

$\geqslant N(x)$, де $N(x)$ — ф-ція розподілу якоїсь невід'ємної випадкової величини зі скінченним *математичним сподіванням*.

Окремий випадок С. з ч. о. досліджують методом однорідних марковських процесів зі станами 0, 1, 2, ... А саме, припустимо, що є n приладів, які обслуговують вимоги за експоненціальним законом з параметром μ;

ймовірність появи вимоги в інтервалі $(t, t + dt)$ за умови, що в момент t в системі наявні k вимог, дорівнює $\lambda_k dt$; допустимий час чекання початку обслуговування — експоненціально розподілена випадкова величина з параметром σ, не залежна від часу чекання. Тоді, якщо $n(t)$ — число вимог у системі в момент t, то $n(t)$ — однорідний процес з невід'ємними цілочисловими значеннями й можливими стрибками одиничної величини (т. з. процес розмножування й загибелі), причому

$$P\{n(t+dt) = k+1 \mid n(t) = k\} = \lambda_k dt;$$

$$P\{n(t+dt) = k-1 \mid n(t) = k\} = = (m\mu + m\sigma + s\nu)\, dt.$$

де $m = \min\{k, n\}$, $s = k - m$.

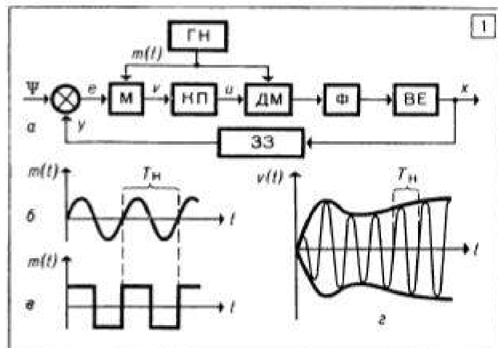
Літ.: Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [бібліогр. с. 421—428]; Броди С. М., Марченко И. И., Мельник Ю. И. Некоторые характеристики систем массового обслуживания с ограничениями. «Сложные системы и моделирование», 1969, в. 2; Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. М., 1970 [бібліогр. с. 322]; Коваленко И. Н., Юркевич О. М. Новые результаты в теории систем массового обслуживания с ограничениями. «Теория вероятностей и математическая статистика», 1970, в. 2; Daley D. J. General customer impatience in the queue GI | G | 1. «Journal of applied probability», 1965, v. 2, № 1.

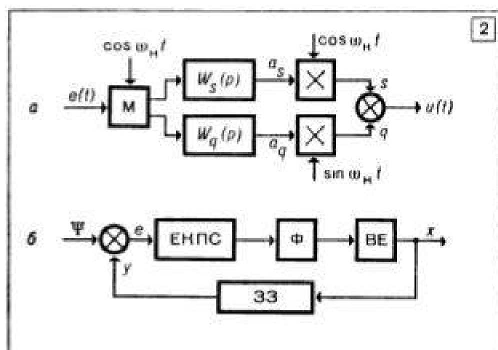
І. М. Коваленко.

СИСТЕ́МИ КЕРУВА́ННЯ НА ЗМІ́ННОМУ СТРУ́МІ — автоматичні системи, до складу яких входять елементи, що перетворюють електричні сигнали постійного струму на амплітудно-модульовані сигнали змінного струму і навпаки. Сигнал змінного струму, амплітуда якого пропорційна сигналові постійного струму, наз. сигналом **несучої** частоти.

До блок-схеми типової С. к. на з. с. (мал. 1, *а*) входять: генератор несучої (ГН), *модулятор* (М), що перетворює сигнал похибки e постійного струму на амплітудно-модульований сигнал несучої частоти, підсилювач змінного струму з *коректуючим пристроєм* (КП), фазочутливий *демодулятор* (ДМ), що перетворює сигнал змінного струму на постійний, *фільтр* (Ф), необхідний для глушення пульсацій демодульованого сигналу, і пристрої на постійному струмі — виконавчий елемент (ВЕ) і *зворотний зв'язок* (ЗЗ). Часто як ГН використовують мережу змінного струму (50 чи 400 *гц*); М і ДМ виконують у вигляді або електронної схеми, або електромех. пристрою. Коли їх виконують у вигляді електромех. пристрою, як *М* використовують віброперетворювач або сельсин-трансформатор, а функції ДМ, Ф та ВЕ суміщує двигун змінного струму, який через це найчастіше й використовують на практиці. Напруга несучої частоти може бути або гармонічна (мал. 1, *б*), або прямокутна (мал. 1, *в*). Оскільки М здійснює амплітудну модуляцію, то сигнал на його виході в найпростішому випадку можна представити у вигляді $v(t) = e(t)\cos\omega_н t$ (мал. 1, *г*), де $\omega_н$ — несуча частота, $T_н = 2\pi/\omega_н$ — період сигналу несучої частоти. Звідси випливає, що інформація про сигнал похибки в амплітудно-модульованій напрузі несучої частоти міститься в обвідній цієї напруги. Під час проходження амплітудно-модульованого сигналу через лінійну ланку КП з *передавальною функцією* $W_1(p)$ на її виході виникає сигнал u, що складається з синфазної s і квадратурної q складових.

Складова s змінюється в часі синфазно напрузі несучої частоти, а фаза складової q відрізняється від фази складової s на 90°, тому їхні обвідні a_s і a_q можна виділити за допомогою демодуляції опорними сигналами





1. Система керування на змінному струмі: *а* — блок-схема; *б*, *в* — форми сигналів несучої частоти; *г* — форма сигналів, модульованих за амплітудою.
2. Еквівалентні блок-схеми: *а* — пристрою з амплітудною модуляцією; *б* — системи керування на змінному струмі.

$\cos\omega t$ і $\sin\omega t$ відповідно (мал. 2, *а*). Якщо процеси в системі є такими, що найвища частота Ω сигналу $e(t)$ (частота обвідної) набагато менша за несучу частоту, тобто $\Omega \ll \omega_н$, то зв'язок між сигналом $e(t)$ і амплітудами синфазної a_s й квадратурної a_q складових можна охарактеризувати передавальними функціями за обвідними синфазної $W_s(p)$ й квадратурної $W_q(p)$ складових, тобто

$$W_s(p) = \frac{1}{2}[W_1(p + j\omega_н) + W_1(p - j\omega_н)];$$

$$W_q(p) = \frac{1}{2j}[W_1(p + j\omega_н) - W_1(p - j\omega_н)].$$

Як правило, ДМ виділяє синфазну складову, приглушуючи при цьому квадратурну, тому, коли використовують передавальну ф-цію за обвідною W_s (p), весь тракт М — КП — ДМ можна при розрахунках замінити еквівалентним колом постійного струму — ЕКПС (мал. 2, б) з передавальною ф-цією W_s (p). В інженерних розрахунках такий опис вважають правильним, якщо дотримано умови $\Omega/\omega_н < 0,15$, а це має місце, коли пристрої, які працюють на постійному струмі (поза трактом М — КП — ДМ), являють собою низькочастотний фільтр, що приглушує пульсації демодульованої напруги. Разом з тим, коли як ДМ, Ф і ВЕ використовують двигун змінного струму, то наявність квадратурної складової спричинює додаткове нагрівання обмоток машини, а в інших випадках — насичення підсилювачів, увімкнених на виході КП, тому квадратурну складову треба враховувати під час розрахунків. Для зменшення квадратурної складової, напр., застосовують фазозсувні пристрої кола змінного струму КП або здійснюють фазовий зсув між опорними напругами модулятора й демодулятора, який компенсує фазовий зсув, що його вносять пристрої в кола змінного струму між модулятором і демодулятором. Коли як $m(t)$ використовують періодичний сигнал прямокутної форми, зазначені співвідношення правильні й для цього випадку, але під a_s і a_q тут розуміють амплітуди перших гармонік сигналів на виході КП. Коли умови $\Omega/\omega_н < 0,15$ не додержано і частота обвідної сумірна з несучою частотою, описувати тракт М — КП — ДМ за допомогою ЕКПС неправомірно. Тоді С. к. на з. с. слід розглядати як систему з періодично змінними параметрами і для її аналізу слід використовувати апарат теорії систем з періодичними коефіцієнтами.

Найпоширенішим методом дослідження таких систем є метод Хілла, пов'язаний з побудовою нескінченного визначника Хілла, центр. член якого дорівнює $1 + W_s(p)\,W(p)$, де $W(p)$ — передавальна функція послідовного з'єднання всіх пристроїв постійного струму, а решта членів є функціями від $W_1[p \pm kj\omega_н]$, $W[p \pm jk\omega_н]$, $k = 0, 1, 2, \ldots, \infty$, і визначають проходження найвищих гармонік сигналу несучої частоти через С. к. на з. с. Якщо дотримано умови низькочастотності обвідної, то центр. член набагато більший за решту всіх елементів визначника Хілла і правильним є метод заміни тракту М — ДМ колом постійного струму. Як правило, у вигляді С. к. на з. с. виконують більшість приладових *слідкуючих систем* і малопотужних слідкуючих приводів.

Літ.: Куракин К. И. Следящие системы малой мощности. М., 1965 [бібліогр. с. 396—400]; Теория автоматического регулирования, кн. 2. М., 1967 [бібліогр. с. 653—676]. *А. А. Тунік.*

СИСТЕ́МНЕ ПРОЕКТУВА́ННЯ ЦОМ — один з етапів проектування ЦОМ. Див. *Автоматизація проектування ЦОМ.*

СИСТЕ́МНИЙ ПІДХІ́Д — поняття, що підкреслює значення комплексності, широти охоплення і чіткої організації в дослідженні, проектуванні й плануванні. С. п. пов'язують з розвитком напрямів побудови й вивчення формальних та абстрактних систем і *систем загальної теорії*. У заг. теорії систем С. п. насамперед означає термінологічну єдність різних прикладних наук і наук. напрямів. Ставлячи за мету класифікувати формальні системи — за структурою множин і якісними відмінностями множин, їхніх елементів та відношень, що зв'язують ці елементи і множини в систему — заг. теорія систем прагне виробити таку мову й поняття, які можна було б легко перекладати на мову конкретних пропозицій і за допомогою яких можна було б відносити системи, що їх вивчають чи проектують, до того чи іншого класу формальних систем, тим самим уже на цій стадії виявляючи ізоморфізми між системами. Виконання програми заг. теорії систем створило б необхідні передумови для перенесення результатів і відкриттів в одних галузях знань на інші галузі суто формально (і на основі застосування обчисл. машин) на рівні знакових систем і уявлень. Труднощі розвитку теорії систем виявляються вже з самого початку, бо на цій стадії вона має справу з ще невизначеними категоріями філософського рівня. Але ж така програма заг. теорії систем давно вже реалізується в межах математики і теорій у природничих науках, що вивчають певні класи формальних систем.

У плані дослідження, проектування й планування реальних тех. і організаційних систем (організацій) С. п. звертає увагу на недостатність, а часто й на шкідливість суто локальних рішень, які одержують, охоплюючи лише невелику кількість істотних факторів. За високого рівня спеціалізації й координації та глибокої інтегрованості виробничих, інформаційних і соціальних процесів, траплялося, що приймали неефективні й соціально небезпечні рішення не навмисно, а через те, що бракувало інформації для прийняття правильних рішень (перебудова структури управління г-вом, забруднення атмосфери, гідросфери тощо). С. п. в цьому аспекті наголошує на потребі зважати передусім на соціально-економічні, екологічні та інші фактори, особливо під час створення чи зміни організаційних систем. С. п. спирається на відомий діалектичний закон взаємозв'язку і взаємозумовленості явищ у світі й суспільстві, вимагаючи розглядати явища і об'єкти, що вивчаються, не лише як самостійну систему, а й як підсистему якоїсь більшої системи (відносно до якої дану систему не можна розглядати як замкнену). С. п. вимагає простежувати якомога більшу кількість зв'язків (не тільки внутрішніх, а й зовнішніх), щоб не обминути справді істотних зв'язків та факторів і оцінити їхню ефективність.

Дуже важливим для С. п. є розуміння того, що система — це не просто сукупність її частин. Звідси й заперечення елементариз-

му — підходу, який неправильно орієнтує на простий синтез системи з її елементів, на просте об'єднання, «співіснування» елементів. Практично С. п.— це системне охоплення, системні уявлення, системна організація досліджень. Системне охоплення потребує всебічного розгляду проблеми, у розробці якої беруть участь спеціалісти різних професій і профілів. Системного уявлення досягають побудовою, як правило, єдиної моделі явищ і об'єктів, що їх вивчають, або знакової (у вузькому розумінні), або реалізованої технічно, або як натурний експеримент. Системна організація означає безперервне планування й керування розробкою за допомогою найсучасніших методів координації робіт (напр., програмного керування і сіткового планування).

Літ.: Блауберг И. В., Садовский В. Н., Юдин Э. Г. Системный подход: предпосылки, проблемы, трудности. М., 1969; Проблемы методологии системного исследования. М., 1970; Гуд Г. Х., Макол Р. Э. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. Пер. с англ. М., 1962; Общая теория систем. Пер. с англ. М., 1966; Исследования по общей теории систем. М., 1969.

Ю. Е. Антипов, В. В. Шкурба.

СИСТЕМОТЕ́ХНІКА — напрям у *кібернетиці*, що вивчає питання планування, проектування, конструювання й поведінки складних інформаційних систем, основу яких становлять універсальні засоби перетворення інформації — електронні *обчислювальні машини*. Термін «системотехніка» виник у 60-х рр. 20 ст. у зв'язку з розвитком *автоматизованих систем управління підприємством* і галузями нар. г-ва.

С. застосовують в автоматизації проектування, автоматизації складних науково-експериментальних робіт, автоматизації управління виробн., галузями пром-сті й економ. процесами, автоматизації адміністративної праці тощо (див. *Автоматизована система обробки експериментальних даних*, *Автоматизація проектування ЦОМ*). С. є прикладною наук. галуззю, теор. основу якої становить *систем загальна теорія* (СЗТ). Вона використовує засоби й методи СЗТ, зокрема, метод синтезу складних цілеспрямованих систем, які штучно організовує людина — метод системного проектування. Системне проектування, як і СЗТ в цілому, охоплює різні галузі науки й техніки. Щоб відобразити специфіку окремих класів систем, вводять додаткові характеристики, які уточнюють сферу застосування цього методу. Зокрема, термін «системотехніка» використовують відповідно до того напряму системного проектування, який пов'язаний з розробкою і дослідженням автоматизованих систем обробки даних. Такі системи як предмет вивчення С. за їхнім функціональним призначенням поділяють на кілька класів. Інформаційно-вимірювальні системи призначені для збирання, індикації й систематизації даних та для інформування споживача про хід досліджуваного процесу за графіком або при виході значень параметрів за встановлені межі. *Інформаційно-довідкові системи* — системи для автоматизації пошуку необхідних відомостей у *масивах* систематизованих *даних* відповідно до запитів, сформульованих спец. мовою. Інформаційно-моделюючі системи — системи для моделювання, прогнозування й планування розвитку процесу, який вивчають, на основі наявних даних. *Інформаційно-керуючі системи* призначені для формування оптим. програм використання оперативних ресурсів для досягнення цілей, поставлених в результаті планування.

Системи розглядуваного класу складаються з таких осн. частин: тех. комплексу, матем. апарату й обслуговуючого персоналу. До складу тех. комплексу входять одна або кілька обчисл. машин, периферійне обладнання різного призначення; давачі вимірюваних величин, засоби передавання даних, апаратура сигналізації, індикації, диспетчеризації, засоби відображення результатів обробки й ситуацій. Матем. апарат включає загальне матем. забезпечення системи, *математичне забезпечення ЦОМ*, інструкції, схеми та іншу документацію. Персонал, що обслуговує систему, забезпечує нормальний режим її функціонування і дальший розвиток цієї системи.

Хоч С., як і системне проектування загалом, використовує досягнення різних наук, у ній вироблено й свій, т. з. *системний підхід*. Цей підхід відрізняється від традиційного підходу тим, що передбачає розчленування об'єкта, який вивчають, на складові елементи і визначення поведінки складного об'єкта як результату об'єднання властивостей його складових частин. Системний підхід передбачає принцип цілісності проектованого об'єкта, тобто принцип дослідження його властивостей як єдиного цілого, єдиної системи. Цей принцип виходить з того, що ціле має такі якості, яких немає в його частин. Наявністю цих якостей ціле, власне, й відрізняється від своїх частин. Щоб було максимально використано якість цілісності, системний підхід вимагає безперервної інтеграції уявлень про систему з різних точок зору на кожному етапі її створення, підпорядкування окремих цілей заг. меті системи. Цей підхід виявляється в деяких заг. принципах проектування систем, з яких виходять їхні творці.

Головним фундаментальним принципом С. є принцип максимуму ефективності, точніше максимуму її *математичного сподівання*. Критерієм ефективності є співвідношення або різниця між показниками цінності результатів, які одержують у процесі функціонування системи, і показником затрат на її створення. Визначаючи показники цінності С., виходять з таких двох теоретично доведених положень: по-перше, ф-ція цінності існує; по-друге, функція цінності обмежена за своєю величиною. Ці положення роблять правомірною постановку питання про кількісне визначення показника ефективності в кожному окремому випадку проектування системи.

Визначають цей показник найчастіше методами *операцій дослідження*, що кількісно

обгрунтовують вибір способу організації системи прийняття рішень, спрямованих на досягнення певної мети. Дослідження операцій дає деякі методи розв'язування багатокритеріальності проблеми. Складність задачі визначення показника ефективності зумовлена, зокрема, тим, що він випливає з задач системи вищого рівня і задається нею. Через це конструктор конкретної системи повинен добре орієнтуватися в проблемі вищого рангу, ніж та, яку розглядаємо, правильно оцінювати результати виконуваної роботи. На етапі формулювання критерію ефективності необхідною є тісна спільна робота з замовником системи. Існує кілька методів для оцінки ефективності: метод аналогій, *експертних оцінок метод*, метод прямих розрахунків, метод *моделювання математичного* та ін. Найточнішим з них є метод матем. моделювання, тому його широко застосовують у практиці системотех. досліджень.

С. має справу з великими системами, в яких, крім матеріальних, тех. і енерг. факторів, значне місце посідає інформаційний фактор, питома вага якого зростає зі зростанням масштабів системи. Через те, проектуючи систему, осн. увагу приділяють інформаційному аспектові, і він стає визначальним щодо інших. У зв'язку з цим показник ефективності системи часто відносять до *інформації*, використовуючи терміни «цінність інформації» і «вартість інформації». Під інформацією розуміють невідомі раніше одержувачеві відомості, що поповнюють його знання, уточнюють припущення і зміцнюють його переконання. Інформація, що міститься в даних, береться з них у ході обробки і спонукає одержувача до певної поведінки. Цінність інформації залежить від точності, своєчасності, повноти, відповідності розглядуваному питанню (релевантність), активності сприймання. Якість активного сприймання стосується способу подавання даних, який має сприяти прийняттю правильних і своєчасних рішень. Ця сторона С. становить предмет *психології інженерної* — науки про ефективність взаємодії людини й машини. За допомогою принципу ефективності можна сформулювати осн. метод проектування систем. Цей метод полягає в тому, що єдину систему поділяють на окремі частини за функціональною ознакою, встановлюють можливі варіанти реалізації цих частин, зв'язків між ними і на заданій множині варіантів обирають структуру системи, що відповідає вимогам максимуму матем. сподівання ефективності. У цьому разі принципове значення має встановлення зв'язків (відношень) між частинами системи; тому С. можна визначити, як науку про керування зв'язками (відношеннями).

Процес поділу систем на частини *(підсистеми)* виконується відповідно до *декомпозиції методу* і належить до області С. В результаті цього поділу одержують певну ієрархічну структуру, дерево системи, що показує підпорядкування її частин. Такий поділ може бути довільним, і його використовують як спосіб подолання труднощів, пов'язаних зі збиранням і обробкою інформації. Але його треба здійснювати на основі принципу ефективності.

Принцип узгодження (субоптимізації) окремих (локальних) критеріїв ефективності один з одним і з загальним (глобальним) критерієм стверджує, що для оптим. функціонування системи в цілому не обов'язково треба оптимізувати роботу кожної її підсистеми. Для досягнення заг. мети треба узгодити між собою критерії ефективності кожної підсистеми (при цьому задані критерії можуть не збігатися з локальними оптимумами). У зв'язку з цим, поліпшення роботи однієї підсистеми, не узгоджене в загальносистемному плані, може призвести до зниження ефективності системи в цілому. Принцип узгодження окремих критеріїв ефективності є одним з найважливіших виявів системного підходу в роботі над створенням систем.

Із заг. принципу ефективності випливають принцип оптимуму автоматизації і принцип централізації інформації. З принципу оптимуму автоматизації випливає, що не всі задачі, особливо для окремих випадків, треба розв'язувати автоматично. Рівень автоматизації обгрунтовують, виходячи з критерію ефективності. Принцип централізації інформації полягає в тому, що система управління й прийняття рішень ефективна тільки тоді, коли інформацію збирають, зберігають і обробляють централізовано, на основі єдиних масивів, єдиного «банку даних».

Системний підхід виявляється не тільки тоді, коли проектують систему, а й тоді, коли планують послідовність робіт, конструюють елементи, організовують її експлуатацію тощо. Створення системи, складного людино-машинного комплексу — тривалий, багатоетапний процес, організація якого багато в чому визначає цінність добутих кінцевих результатів (див. *Система «людина — машина»*). У С. сформульовано найдоцільніший порядок виконання осн. етапів робіт. На 1-му етапі провадять загальне, всебічне дослідження проблеми, формулюють цілі створення системи, визначають критерії її ефективності, встановлюють осн. завдання. Наслідком 1-го етапу має бути певна загальна концепція системи, уявлення про «ідеально організований процес». 2-й етап — етап розробки алгоритм. моделей процесів, що відбуваються в системі. Тут важливе значення мають методи побудови моделей і мови моделювання. Осн. увагу приділяють визначенню складу алгоритмів і мові описування моделей, бо від цього багато в чому залежить ефективність усієї системи. Модель будують для системи в цілому, а не для її частин. Це принципова вимога, якої С. неухильно додержує. 3-й етап пов'язаний з побудовою схем інформаційного забезпечення і системи в цілому, і осіб, що приймають рішення. На цьому етапі важливу роль відіграє правильна організація документообороту. Схема руху документів, їхній зміст є очевидним, відчутним

втіленням алгоритм. моделі, оптимальної для даної системи. С. ставить це питання саме так, що для створюваної системи треба будувати свої оптим. алгоритм. моделі, а не переносити їх із старої системи. На 2 і 3-му етапі, як правило, здійснюють принципи централізації інформації (створюють єдину інформаційну базу, єдиний банк даних), узгоджують окремі й загальний критерії ефективності, принцип взаємопов'язаності завдань управління, принцип стійкості осн. структури, що полягає в можливості дальшого розвитку і, в певних межах, удосконалюють систему. 4-й етап — етап вибору оптим. структури системи. Тут особливого значення набуває принцип підпорядкування окремих інтересів підсистем завданню досягти заг. мети створення системи. На 4-му етапі відбувається узгодження схеми інформаційного забезпечення з можливостями тех. засобів.

На п'ятому, завершальному етапі здійснюють детальну розробку системи на базі прийнятої структури: уточнюють схему інформаційного забезпечення, проектують масиви, вибирають спосіб організації обчисл. процесів (див. *Обчислювальних робіт методи організації*), створюють матем. забезпечення, монтують обладнання. Цей етап пов'язаний з перепідготовкою кадрів, перебудовою організаційної структури апарату управління, впровадженням і освоєнням системи в цілому. На цьому етапі послідовно проводять у життя принцип блоковості, який означає, що система в технічній і програмній частинах має складатися з блоків, які відповідають вимогам типізації й стандартизації. Велику увагу приділяють забезпеченню надійності функціонування системи, проблемам побудови надійної системи з ненадійних елементів. Особливо ретельно розглядають питання про збереженість масивів даних, реалізують принцип «незнищуваності» масивів, який полягає в гарантії цілковитої збереженості інформації при порушеннях у роботі системи.

Літ.: Гуд Г. Х., Макол Р. Э. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. Пер. с англ. М., 1962; Грегори Р., Ван Горн Р. Система автоматической обработки данных. Пер. с англ. М., 1965; Исследования по общей теории систем. М., 1969; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970. *В. І. Скурихін.*

СІДЛОВІ ТОЧКИ — ситуації (a^*, b^*) в *іграх антагоністичних* з *виграшу функцією* $H(a, b)$, для яких виконується подвійна нерівність $H(a, b^*) \leqslant H(a^*, b^*) \leqslant H(a^*, b)$ для всіх стратегій a гравця A та всіх стратегій b гравця B. Якщо уявити, що вісь b паралельна гірському хребтові, а вісь a перпендикулярна до нього, то С. т. відповідатиме перевалові через хребет. Гра приходить до С. т., якщо гравці дотримуються *максиміну принципу*.

Це саме поняття С. т. використовують і в теорії *програмування математичного* та в теорії *ігор диференціальних*. *М. М. Воробйов*

«СІМЕНС» (Siemens Aktiengesellschaft) — західнонімецький електротехнічний концерн. Заснований 1847, з середини 50-х років 20 ст. розробляє ЕОМ. Випускає обчислювальні машини 3-го покоління «Siemens 4004» і для керування виробничими процесами — сімейства «Siemens 300».

«СІРІУС» — система розмовного програмування для розв'язування широкого класу задач з аналітичними перетвореннями в комплексі зі звичайними обчисленнями. Складовими частинами системи є однойменні вхідна мова і *транслятор* напівінтерпретуючого типу для машин «М-220», проте ця мова й принципи побудови системи незалежні від конкретної машини. Систему розроблено в СРСР 1970.

Предметна сфера вхідної мови охоплює більшість об'єктів матем. аналізу: дійсні й комплексні числа, вектори й матриці з аналітичними компонентами, функції, оператори Σ, Π, S, ∂, lim, max, min тощо. У вхідній мові є символ «∞», і це дає змогу природно використовувати суми, інтеграли з нескінченними границями, оператори граничного переходу і т. ін. Виникнення ситуацій типу ділення на нуль і переповнення розрядної сітки, які звичайно спричинюють переривання при виконанні програми, в системі «С.» приводять до появи символу «∞». Система дає змогу виконувати такі перетворення: розкривання дужок, зведення подібних членів, спрощування аналітичних виразів, розвинення в ряди, заміна змінних і підстановка одних виразів в інші, розв'язування рівнянь у буквеному вигляді, розкладання на множники, аналітичні операції над матрицями й векторами і т. д.

Програма вхідною мовою складається з послідовності формул, виразів, рівнянь і приписів, що являють собою російські речення у формі наказового способу. Приклад програми:

«Програма призначена для розвинення заданої функції $f(x)$ у ряд Тейлора за степенями $x - a$ до члена, в якому є $x - a$ в заданому степені n» (1) $\psi(x) = \Sigma(\kappa = 0, n)(\downarrow(x = a)\,\partial(\kappa, x)\,f(x)/\kappa! \times \times x(x - a) \uparrow \kappa)$;
1) ВВЕСТИ $f(x)$, a, n,
2) ОБЧИСЛИТИ $\psi(x)$. РЕЗУЛЬТАТ ВИВЕСТИ. КІНЕЦЬ.

Тут символ $\uparrow$ позначає операцію піднесення до степеня, символ $\downarrow$ — оператор підстановки. Решта позначень відповідають прийнятим у математиці.

При розв'язуванні задачі можливий багаторазовий обмін інформацією між людиною й машиною, тобто «розмова» людини з машиною (тому система й називається розмовною).

Літ.: Аксельрод И. Р., Белоус Л. Ф. Входной язык системы автоматического программирования СИРИУС. К., 1969. *І. Р. Аксельрод, Л. Ф. Білоус.*

СІТКА З НЕЙРОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ — див. *Нейронні сітки, Логіка порогова.*

СІТКА ЛОГІЧНА — математична схема, що адекватно описує будову й роботу реальних (технічних і біологічних) пристроїв, призначених для синхронної переробки дискретної інформації. С. л. являє собою певну сукупність елементів, з'єднаних один з одним за певними правилами. Елементом С. л. є *авто-*

мат із скінченним числом входів і виходів. Кожний окремий елемент є С. л., входами й виходами якої будуть відповідно входи й виходи елемента. Ототожнювання (з'єднування) будь-якого числа входів С. л. приводить знову до С. л., її входами є всі не ототожнені входи і вхід, що відповідає ототожненим, а виходами — всі виходи первісної С. л. Об'єднування двох С. л. або приєднування виходу однієї С. л. до входу іншої дає знову С. л. В разі об'єднання двох С. л., входами і виходами одержаної С. л. будуть усі входи й, відповідно, виходи первісних С. л. Якщо приєднати вихід однієї С. л. до входу іншої, входами будуть усі входи першої С. л. і не ототожнені входи другої С. л., а виходами будуть усі виходи первісних С. л. Побудовані так С. л. іноді наз. суперпозиціями первісних С. л., а описані правила — операціями суперпозиції або операціями композиції (див. *Автоматів композиції*). Якщо в первісному наборі є такі елементи, деякі виходи яких із змістової точки зору з часовим зсувом залежать від входів, то застосовується ще одне правило (операція) побудови С. л.— зворотний зв'язок. Будь-який такий вихід елемента С. л. дозволяється ототожнювати з будь-яким входом цієї С. л. В результаті одержують С. л., входами якої є всі входи первісної С. л., крім ототожнених, а виходами — всі виходи первісної С. л. Прикладом елемента, вихід якого з часовим зсувом залежить від входу, може бути т. з. елемент одиничної затримки — значення його виходу в такт $t + 1$ дорівнює значенню його входу в такт t. Припускаючи дискретність часу, вважають, що кожні вхід і вихід кожного елемента С. л. в будь-який момент $t = 0, 1, 2$ можуть бути в одному із скінченного числа станів, причому, якщо деякі входи елементів ототожнені, то в кожний момент вони перебувають в однакових станах, і ототожнені входи і виходи елементів поводять себе аналогічно. Кожному елементові відповідає своє автоматне відображення (див. *Оператор автоматний*) і тим самим значення входів С. л. в кожний момент однозначно визначають стани всіх входів і виходів усіх елементів С. л., а також внутрішні стани елементів у наступний момент. Отже, кожна С. л. задає певне відображення послідовностей станів входів С. л. в послідовності станів її виходів. Це відображення є автоматним. Кажуть, що С. л. реалізує це автоматне відображення.

Окремим випадком С. л. є сітки з функціональних елементів і нервові сітки (див. *Нейронні сітки*). Сітки з функціональних елементів будуються з автоматів без пам'яті за допомогою операцій суперпозиції. Іноді поняття сітки з функціональних елементів розглядають ширше, допускаючи елементи з пам'яттю (звичайно, не надто складні, напр. елемент одиничної затримки або деякого роду *тригери*). У цьому разі застосовують також правило зворотного зв'язку. Оскільки поняття простоти елемента чітко не визначено, то поняття сітки з функціональних елементів іноді вживається як синонім поняття С. л. Спочатку поняття С. л. було запроваджено для сіток, побудованих з елементів, що реалізують функції *алгебри логіки*, та з елементів одиничної затримки. Нервові сітки будуються з т. з. формальних *нейронів* — пристроїв із скінченним числом вхідних каналів і одним вихідним каналом. На кожен з каналів у дискретні моменти часу надходить одне із значень, а саме: «1» («збуджено») або «0» («не збуджено»). Кожному вхідному каналові i ($i = 1, \ldots, n$) приписано певне дійсне число r_i — вагу канала. Канал наз. збуджувальним, якщо ця вага додатна, і гальмівним, якщо вага від'ємна. Для нейрона вказано певне число λ — поріг збудження. Нейрон збуджується в такт $t + 1$, якщо $\sum_{i=1}^{n} x_i(t) \cdot r_i \geqslant \lambda$, де $x_1(t)$ — значення, яке надійшло на вхідний канал номера i в такт t, і не збуджується в противному разі. Збуджений нейрон видає на виході «1», не збуджений — «0». Правила побудови нервових сіток ті ж самі, що й для С. л. Існують різні узагальнення С. л., одержані внаслідок розширення понять функціонування елемента і С. л. та зміни операцій над С. л.

Літ.: Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 399—402]; Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Беркс А., Райт Дж. Теория логических сетей. В кн.: Кибернетический сборник, № 4. М., 1962. *М. І. Кратко, В. Б. Кудрявцев.*

СІТКІВКА в розпізнаванні образів — набір світлочутливих елементів, на який проектується оптичне зображення для перетворення його на електричні сигнали. Ці сигнали використовують як координати точки в *просторі зображень*. У *читаючих автоматах* С. реалізується у вигляді матриці фотодіодів, фотоелементів або ін. світлочутливих приладів, що заповнюють ділянку якоїсь (найчастіше плоскої) поверхні. Через скінченність розмірів та обмеженість роздільної здатності цих приладів С. характеризується параметрами *дискретизації зображень* і *квантування зображень*. Функції С. може виконувати й растр, створюваний за допомогою електроннопроменевої трубки. С. у розпізнавальних пристроях названо так за аналогією до С. ока. *Л. О. Святогор.*

СІТКОВА́ ЗАДА́ЧА, задача на мережі — *модель математична* оптимального планування перевезень однорідних вантажів транспортною мережею. Нехай в якихось пунктах (пунктах відправлення) перебуває однорідний вантаж, який необхідно перевезти в інші пункти (пункти призначення). Пункти відправлення зв'язані з пунктами призначення *транспортною мережею*. Треба спланувати перевезення вантажу цією мережею так, щоб сумарні транспортні витрати були мінімальними.

Нехай i-му пункту ($i = 1, \ldots, n$) віднесено число d_i, де $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$. Якщо $d_i > 0$, то

пункт i є пунктом відправлення (постачальником) вантажу, і в ньому є d_i одиниць вантажу. Якщо $d_i < 0$, то пункт i є пунктом призначення (споживачем), і йому треба одержати $|d_i|$ одиниць вантажу. Якщо $d_i = 0$, то пункт i є проміжним для перевезення вантажу. Кількість одиниць вантажу, яка може бути перевезена з пункту i в сусідній пункт j дільницею мережі, що безпосередньо їх зв'язує, дорівнює r_{ij}. Нехай $C_{ij}(x)$ — транспортні витрати на перевезення x одиниць вантажу цією дільницею. Числа d_i, r_{ij} визначають *потік у мережі*, заданий *графом* (I, U), де $I = \{1, \ldots, i, \ldots, n\}$ — множина вершин графа, а U — множина його дуг, відповідних дільницям транспортної мережі. Тоді С. з. полягає в тому, щоб відшукати потік у мережі x_{ij}, який мінімізує функціонал

$$F(x) = \sum_{(i,j)\in U} C_{ij}(x_{ij}). \qquad (1)$$

Потік у мережі, що мінімізує функціонал (1), наз. оптимальним. Отже, С. з. полягає у відшукуванні оптим. потоку в мережі. Якщо ф-ції $C_{ij}(x)$ опуклі вниз і неперервні для $x \geqslant 0$, то справджуються такі умови оптимальності: потік у мережі x_{ij} оптим. тоді й тільки тоді, коли для кожної вершини $i \in I$ є число V_i, яке наз. потенціалом, і для кожної насиченої дуги (i, j) (для якої $x_{ij} = r_{ij}$) невід'ємне дугове число γ_{ij} такі, що

$$V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}), \qquad \text{якщо } x_{ij} = 0;$$
$$C_{ij}^{-}(x_{ij}) \leqslant V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}), \qquad \text{якщо } 0 < x_{ij} < r_{ij}; \qquad (2)$$
$$C_{ij}^{-}(x_{ij}) + \gamma_{ij} \leqslant V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}) + \gamma_{ij}, \qquad \text{якщо } x_{ij} = r_{ij},$$

де $C_{ij}^{-}(x)$ та $C_{ij}^{+}(x)$ — відповідно ліва і права похідна ф-ції $C_{ij}(x)$. Частинний граф $(I, \overline{U}(x))$, де $\overline{U}(x) = \{(i, j) \mid 0 < x_{ij} < r_{ij}, C_{ij}^{-}(x_{ij}) = C_{ij}^{+}(x_{ij}) = C'_{ij}(x_{ij})\}$, наз. опорою потоку x_{ij}. Якщо опора є зв'язним графом (див. *Графів зв'язність*), то потік наз. невиродженим. У противному разі потік є виродженим.

На наведених умовах оптимальності (2) базується спец. *ітераційний метод* розв'язування С. з. — метод потенціалів. Окрема ітерація цього методу полягає в перетворюванні одержаного на попередній ітерації потоку в мережі так, що в результаті утворюється новий потік у мережі, пов'язаний з меншими транспортними витратами. На початку ітерації за опорою потоку в мережі будують систему потенціалів і дугових чисел. Якщо ці потенціали й дугові числа задовольняють умови (2), то потік є оптим. У противному разі будують *цикл*, що містить дугу, для якої не виконується одна з умов (2). Решту дуг циклу беруть з множини дуг, за якою визначали потенціали. Вздовж цього циклу потік у мережі перерозподіляють. В результаті одержують новий потік з меншими транспортними витратами. Початковий потік обирають довільним. Треба, щоб на кожній ітерації була невиродженість потоку в мережі. Якщо на якійсь ітерації трапиться вироджений потік у мережі, то необхідно відправну С. з. змінити так, щоб у результаті утворилася нова С. з. з невиродженими потоками в мережі.

Якщо всі ф-ції $C_{ij}(x)$ лінійні, тобто $C_{ij}(x) = C_{ij} \cdot x$, то С. з. наз. лінійною, або сітковою транспортною задачею (с. т. з.). В цьому разі умови оптимальності формулюють так: для оптимальності потоку в мережі x_{ij} необхідне й достатнє існування потенціалів V_i, $i \in I$ таких, що

$$V_j - V_i \leqslant C_{ij}, \qquad \text{якщо } x_{ij} = 0;$$
$$V_j - V_i = C_{ij}, \qquad \text{якщо } 0 < x_{ij} < r_{ij}; \qquad (3)$$
$$V_j - V_i \geqslant C_{ij}, \qquad \text{якщо } x_{ij} = r_{ij}.$$

С. т. з. є спец. задачею *програмування лінійного*. Потенціали вершин, які задовольняють умови оптимальності (3), разом з дуговими числами $\gamma_{ij} = \max(0, -C_{ij} + V_j - V_i)$ є розв'язком задачі, двоїстої до С. т. з. За допомогою методу потенціалів, частково спрощеного порівняно з заг. випадком, розв'язують С. т. з. за скінченну кількість ітерацій.

Другим методом розв'язування С. т. з. є метод Форда — Фалкерсона. Цей метод грунтується на одночасному розв'язуванні С. т. з. і двоїстої до неї. На кожній ітерації визначають макс. потік з джерел (вершин графа, для яких $d_i > 0$) в стоки (вершини графа, для яких $d_i < 0$) в частковій сітці $(I, \tilde{U})$, де $\tilde{U} = \{(i, j) \mid \tilde{C}_{ij} = -C_{ij} + V_j - V_i \leqslant 0\}$, а V_i — потенціали вершин, визначені на попередній ітерації. Макс. потік шукають з умови, що на дугах, для яких $\tilde{C}_{ij} < 0$, він повинен дорівнювати її пропускній здатності r_{ij}. Якщо при цьому потреби стоків буде задоволено, то побудований потік у мережі буде оптим., бо він задовольняє умови оптимальності (3). В противному разі потенціали якоїсь частини вершин змінюються. Зміна ця здійснюється так, щоб розширити множину дуг $\tilde{U}$ (а отже, й частинний граф $(I, \tilde{U})$) і щоб значення *цільової функції* двоїстої задачі збільшилось. У розширеній частині мережі, відповідній графу $(I, \tilde{U})$, знову визначають макс. потік і т. д. З кожною ітерацією відхили часткового потоку, що дорівнюють незадоволеності потреб стоків, зменшуються. Через скінченну кількість ітерацій буде одержано потенціали V_i, $i \in I$, для яких макс. потік у відповідній частковій мережі задовольняти-

ме потреби стоків у сітці, тобто буде розв'язком С. т. з.

Літ.: Ермольев Ю. М., Мельник И. М. Экстремальные задачи на графах. К., 1968 [бібліогр. с. 172—174]. *І. М. Мельник.*

СІТКОВА ЗАДАЧА НЕОДНОРІДНА, задача на мережі неоднорідна — *модель математична* оптимального планування перевезень неоднорідних вантажів по транспортній мережі. Нехай з одних пунктів в інші необхідно перевезти неоднорідні вантажі по *транспортній мережі*, яка зв'язує ці пункти. Сумарні обсяги перевезень на окремих дільницях мережі обмежено пропускними здатностями дільниць. Необхідно спланувати перевезення вантажів так, щоб мінімізувати сумарні транспортні витрати. Задачу планування перевезень неоднорідних вантажів математично формулюють як спец. задачу *програмування нелінійного*, яку називають С. з. н.

Нехай до i-го ($i = 1, ..., n$) пункту віднесено число d_i^k ($k = 1, ..., p$), причому $\sum_{i=1}^{n} d_i^k = 0$ для $k = 1, ..., p$. Якщо $d_i^k > 0$, то пункт i є постачальником вантажу k-го виду і в ньому є d_i^k одиниць цього вантажу. Якщо $d_i^k < 0$, то пункт i є споживачем вантажу k-го виду і йому треба $|d_i^k|$ одиниць цього вантажу. Якщо $d_i^k = 0$, то пункт i є проміжним для перевезень вантажів k-го виду. Один і той самий пункт може бути постачальником одного вантажу, споживачем другого і проміжним пунктом для третього вантажу. Пропускна здатність дільниці, яка зв'язує безпосередньо пункт i з пунктом j, дорівнює r_{ij}. Нехай $C_{ij}(x^1, x^2, ..., x^p)$ — сумарні транспортні витрати на перевезення x^1 одиниць вантажу 1-го виду, x^2 одиниць вантажу 2-го виду, ... x^p одиниць вантажу p-го виду. Числа d_i^k, r_{ij} визначають *потік у мережі неоднорідний*. Тут мережа визначається *графом* (I, U), де $I = \{1, ..., n\}$ — множина вершин, а U — множина дуг, відповідних дільницям транспортної мережі. Тоді С. з. н. полягає у відшукуванні неоднорідного потоку $\bar{x}_{ij}$, який мінімізує функціонал

$$F(C_{ij}) = \sum_{(i,j)\in U} C_{ij}(\bar{x}_{ij}). \qquad (1)$$

Цей потік наз. оптимальним. Отже, С. з. н. полягає в тому, щоб відшукати оптим. неоднорідний потік. Якщо ф-ції $C_{ij}(x^1, ..., x^p)$ неперервно диференційовні й опуклі вниз, то справджуються такі умови оптимальності: неоднорідний потік $\bar{x}_{ij}$ оптимальний тоді й тільки тоді, коли для кожної вершини $i \in I$ існують числа V_i^k, $k = 1, 2, ..., p$, називані потенціалами, а для кожної насиченої дуги (i, j) (для якої $\sum_{k=1}^{p} x_{ij}^k = r_{ij}$) — невід'ємне, називане дуговим, число γ_{ij}, тобто існують числа, що для них справджуються співвідношення:

$$\left.\begin{aligned} V_j^k - V_i^k &\leqslant C_{ij}'^{(k)}(\bar{x}_{ij}) \text{ при } x_{ij}^k = 0 \\ V_j^k - V_i^k &= C_{ij}'^{(k)}(\bar{x}_{ij}) \text{ при } x_{ij}^k > 0 \end{aligned}\right\},$$

$$\text{якщо } \sum_{r=1}^{p} x_{ij}^r < r_{ij}; \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} V_j^k - V_i^k &\leqslant C_{ij}'^{(k)}(\bar{x}_{ij}) + \gamma_{ij} \text{ при } x_{ij} = 0 \\ V_j^k - V_i^k &= C_{ij}'^{(k)}(\bar{x}_{ij}) + \gamma_{ij} \text{ при } x_{ij}^k > 0 \end{aligned}\right\},$$

$$\text{якщо } \sum_{r=1}^{p} x_{ij}^r = r_{ij}, \qquad (3)$$

де через $C_{ij}'^{(k)}(x)$ означено частинну похідну ф-ції $C_{ij}(x', x^2, ..., x^p)$ за x^k.

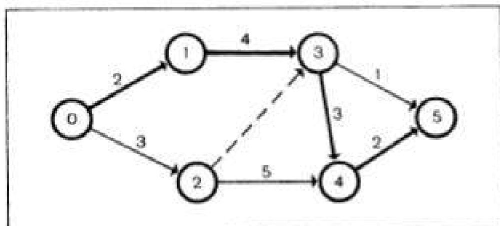
На наведених умовах оптимальності основано спец. *ітераційний метод* розв'язування С. з. н. — метод потенціалів. Сутність цього методу полягає в побудові системи потенціалів і дугових чисел для неоднорідного потоку, одержаного з попередньої ітерації, та в наступному перетворенні його так, що в результаті виходить новий неоднорідний потік, пов'язаний з меншими сумарними транспортними витратами. Перетворення неоднорідного потоку здійснюють перерозподілом його вздовж одного циклу (при виконанні умов типу (2)), або вздовж двох циклів (при невиконанні умов типу (3)). Початковий неоднорідний потік вибирають довільно. Якщо всі ф-ції $C_{ij}(x^1, ..., x^p)$ — лінійні, то С. з. н. наз. лінійною багатопродуктовою транспортною задачею на мережі. В цьому разі С. з. н. є спец. задачею *програмування лінійного* з блоковою структурою, і для розв'язування її можна застосовувати *декомпозиції методи*.

Літ. див. до ст *Сіткова задача* *І. М. Мельник.*

СІТКОВА МОДЕЛЬ — інформаційна модель комплексу взаємозв'язаних робіт, задана в специфічній формі сітки, яка відображає часткову впорядкованість робіт у часі; вона може містити й інші характеристики (час, вартість, ресурси тощо), що стосуються окремих робіт і (або) комплексу в цілому. Сітку комплексу розглядають як орієнтований скінченний *граф* без контурів; вона відображує відношення чередування між роботами, у відповідність яким можна поставити дуги чи вершини графа. Найпоширенішим є графічне зображення С. м. на площині, що його наз. сітковим графіком (див. мал.); можуть бути й інші форми зображення С. м. — цифрова, таблична, за допомогою різних тех. засобів (світлові табло, мех. моделі, електр. кола тощо). Всі форми зображення С. м. є еквівалентними щодо *інформації*, яку вони містять; перевагою сіткового графіка порівняно з іншими С. м. є його наочність,

цифрове зображення є найзручнішим для аналізу сіток за допомогою ЕОМ.

С. м. визначає з будь-якою потрібною мірою деталізації склад робіт комплексу і порядок виконування їх у часі. Від багатьох інших типів моделей ця модель відрізняється тим, що в ній найчіткіше визначено всі часові взаємозв'язки робіт. У найпоширеніших прямих С. м. (див. мал.) роботи, які характеризують процеси, що перебігають у часі, або технологічні чи логічні залежності, відповідають дугам графа (на мал. їх позначено відповідно суцільними й пунктирними стрілками, цифри на стрілках означають оцінки часу виконання робіт). У цьому разі вершини графа являють собою події (на мал.— кружечки, цифри в кружечках означають номери подій), кожна з яких, не будучи процесом і не маючи протяжності, відбувається внаслідок закінчення однієї чи кількох робіт, які безпосередньо передують цій події (вхідних), а це створює необхідні умови для початку однієї чи кількох робіт, які йдуть безпосередньо за ними (вихідних робіт). Ту подію, в якій немає вхідних робіт, наз. початковою (0 на мал.), а ту, в якій немає вихідних робіт,— завершальною (5 на мал.). Завершальна подія завжди разом з тим є цільовою, такою, що визначає досягнення мети комплексу; крім того, цільовими можуть бути й деякі проміжні події. Шляхом у графі наз. таку послідовність дуг, коли кінцева вершина попередньої дуги збігається з початковою вершиною наступної дуги (на мал., напр., шлях 0—1—3—5). Шлях, який починається з початкової події й закінчується завершальною, вважають за повний. Рідше трапляються спряжені С. м., в яких вершини відображують роботи, а дуги — порядок виконування їх.



Сітковий графік.

За структурою С. м. поділяють на канонічні й альтернативні. В широко вживаних канонічних моделях сітки характеризуються фіксованою структурою, тобто в них в усіх вершинах (див. мал.) над роботами здійснюється єдина логічна операція «І», яка означає, що будь-яку роботу, яка виходить з події, можна починати, тільки закінчивши всі без винятку роботи, які входять у неї. На відміну від цього структура альтернативної сітки є змінною, тобто в будь-якій вершині допускається логічна операція «І» чи «АБО». В останньому випадку для того, щоб можна було почати роботу, яка виходить з події, досить, щоб закінчилася будь-яка з робіт, які входять у цю подію. При цьому може бути заданою *імовірність* реалізації тієї чи іншої роботи, і це дає змогу оцінити ймовірність реалізації різних варіантів комплексу (відповідні альтернативні С. м. водночас є ймовірнісними, стохастичними). Імовірнісними вважають і ті С. м., в яких параметри (характеристики) робіт задано *випадковими величинами*, детермінованими —однозначно обумовленими, детермінованими величинами.

Залежно від кількості технологічно незалежних комплексів робіт С. м. поділяють на одно- та багатосіткові; односіткові моделі можуть бути одно- та багатоцільовими (за кількістю цільових подій), багатосіткові моделі завжди є й багатоцільовими.

За складом врахованих у С. м. параметрів розрізняють моделі з урахуванням часу, вартості й ресурсів. С. м. піддають матем. аналізові, на основі якого визначають достатньо реалістичний календарний план виконання комплексу робіт. Зокрема, в дуже поширених найпростіших прямих канонічних С. м. з урахуванням часу під час аналізу обчислюють ранній і пізній строки звершення кожної події, тобто найраніший з усіх можливих і найпізніший строки, за яких не зсувається заг. запланований строк завершення комплексу. Після цього можна легко обчислити значення необхідних похідних характеристик — ранніх і пізніх строків початку й закінчення робіт, резервів часу робіт і подій, а також встановити перелік критичних та підкритичних робіт, резерв часу в яких менший за задану величину (найбільший з повних шляхів, який складається з таких робіт, є критичним шляхом, а решта — підкритичними; на мал. жирними стрілками виділено роботи *критичного шляху*). Якщо одержані результати незадовільні (напр., є критичні й підкритичні шляхи, і, отже, перебувають під загрозою директивні чи бажані строки реалізації комплексу), то, користуючись С. м. і даними аналізу, можна найкраще змінювати план у потрібному напрямі (див. *Сіткові методи планування й управління*). За допомогою моделей, які враховують ресурси, вдається розв'язати й ряд задач раціонального (іноді оптим.) розподілу ресурсів.

У процесі управління С. м. систематично використовують, щоб оцінювати фактичний та майбутній стан комплексу й виробляти керуючі діяння, а також оцінювати ефективність цих діянь і вибирати найкращі з них. Для переробки інформації, пов'язаної з використанням С. м., широко застосовують сучасні засоби обчислювальної техніки (див., напр., *«АСОР»*).

Літ.: Зуховицкий С. И., Радчик И. А. Математические методы сетевого планирования. М., 1965, Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления. М., 1967; Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. М., 1971. *В. І. Рибальський.*

СІТКОВИЙ ГРА́ФІК — графічне представлення *сіткової моделі* на площині.

СІТКОВІ МЕ́ТОДИ ПЛАНУВА́ННЯ Й УПРАВЛІ́ННЯ — методи, які використовують сіткову модель як основну форму представлення *інформації* про керований комплекс робіт. Застосовують їх для того, щоб істотно підвищити якість планування різних комплексів робіт, що передбачає скорочення строків, раціональне використання ресурсів тощо, а також забезпечення ефективного управління реалізацією сформованих планів. Використання *сіткових моделей* сприяє побудові раціонального чи оптим. щодо певного критерію плану реалізації комплексу і забезпечує управління процесом виконування цього плану за чітким *алгоритмом*, який включає елементи прогнозування, адаптації та пошуку найкращого рішення. Вперше С. м. п. й у. було застосовано 1957—58 під назвою «метод критичного шляху» і «ПЕРТ» (метод оцінювання й переглядання планів). В СРСР сіткові методи застосовують з 1963 (одними з перших у країні об'єктами сіткового планування й управління були будови Бурштинської ГРЕС, Лисичанського хім. комбінату та мосту метрополітену через р. Дніпро в Києві). Потім сіткові методи почали широко застосовувати не лише в будівництві і при створенні зразків нової техніки, а й на багатьох пром. підприємствах, на ремонтних роботах, у проектно-конструкторських та інших організаціях.

Тепер сіткові методи, які являють собою апарат побудови, розрахунку, аналізу та оптимізації сіткових моделей, використовують не тільки при розв'язуванні окремих досить складних задач планування й управління, на них основано й побудову спец. класу систем організаційного управління, за яким закріпилася назва — «системи сіткового планування й управління» (СПУ). Система СПУ являє собою ефективний механізм прийняття рішень у замкненому контурі управління протягом усього життєвого циклу комплексу робіт, починаючи від розробки плану його реалізації й до повного здійснення цього плану. При використанні сучас. тех. засобів збирання, передавання, нагромадження, зберігання, переробки й видавання інформації система СПУ перетворюється на один з різновидів *автоматизованих систем управління* (АСУ); в цьому разі осн. принципи побудови й створення АСУ повністю поширюються й на системи СПУ.

Найраціональнішими галузями застосування систем СПУ є: цільові розробки складних систем — науково-дослідні та дослідно-конструкторські роботи, проектування, дослідне виробн., випробування тощо, в яких беруть участь орг-ції та підприємства різних відомств; державні міжвідомчі й регіональні програми (напр., розвитку економ. району); будівництво, реконструкція й ремонт промислових та цивільних об'єктів; діяльність н.-д., дослідно-конструкторських та проектних організацій, а також підприємств індивідуального та дрібносерійного виробн., підготовка й освоєння виробн. нових видів продукції; здійснення великих організаційних заходів (з'їздів, кампаній по ліквідації наслідків стихійного лиха та ін.); розвідування й освоєння нових родовищ корисних копалин; ремонт пром. устаткування і транспортних засобів тощо.

Існуючі різновиди систем СПУ класифікують за рядом ознак. За організаційною структурою їх поділяють на міжвідомчі та внутрішньовідомчі, а також залежно від вищого рівня керівництва, яке використовує їх, та від числа рівнів ієрархії. За характером функціонування можна виділити системи СПУ одиничної дії, які використовують для унікальних комплексів робіт, та циклічної дії, призначені для комплексів, які періодично повторюються. Крім того, системи СПУ можна розрізняти за характером використовуваних сіткових моделей і розв'язуваних задач, а також за застосовуваними засобами обробки інформації (автоматизовані й неавтоматизовані).

В ряді галузей системи СПУ виступають як перша черга АСУ і є базою для розвитку їх до повних автоматизованих систем управління.

У життєвому циклі системи СПУ виділяють ряд стадій — передпроектну стадію, стадію проектування системи, функціонування в режимі планування і функціонування в режимі оперативного управління (в системах циклічної дії дві останні стадії повторюються необмежену кількість разів).

На передпроектній стадії оцінюють доцільність застосування системи до конкретного комплексу робіт, враховуючи реальні можливості її створення та експлуатації, визначають стратегічні цілі використання системи і встановлюють найважливіші обмеження, пов'язані зі строками, фінансуванням та використанням ресурсів при розробці її та експлуатації. Потім на цій стадії розробляють і документально оформляють тех. завдання на проектування системи.

На стадії проектування здійснюють вибір принципового варіанта плану реалізації комплексу робіт, на основі якого розробляють тех. та робочий проект системи, який включає в себе розділи з сіткових моделей та матем. забезпечення системи, інформаційного забезпечення і функціональних процедур, з організаційно-економ. забезпечення, тех. забезпечення, а також розрахунок техніко-економ. ефективності.

Одночасно з проектуванням системи провадиться організаційна й матеріально-технічна підготовка її впровадження, яка включає такі заходи, як призначення керівників і відповідальних виконавців по відповідних рівнях управління комплексом, визначення порядку переробки інформації *обчислювальним центром*, розробку й затвердження норм відповідальності і принципів стимулювання, визначення правил взаємодії системи СПУ з системами інших класів тощо.

На стадії функціонування системи в режимі планування

здійснюють побудову й затвердження планів реалізації комплексу робіт по всіх рівнях ієрархії, прийнятих у проекті системи. Ця стадія охоплює представлення початкової інформації за елементами комплексу робіт, закріпленими за відповідними відповідальними виконавцями (фрагментів сіток), «зшивання», аналіз та оптимізацію сіток різних рівнів і формування календарних планів.

Аналізуючи моделі з контролем у часі, обчислюють ранні й пізні строки звершення подій, а також початку й кінця робіт; крім того, виявляють критичні й підкритичні шляхи. Ці дані є основою оптимізації сіткових моделей, у процесі якої коректують структуру сітки і значення деяких характеристик робіт (прискорюють чи запаралелюють деякі роботи критичного і підкритичних шляхів тощо), і, отже, виробляють раціональні календарні плани виконання комплексів робіт. При цьому використовують ту властивість *критичного шляху*, що зменшення його довжини (якщо немає інших критичних шляхів) забезпечує відповідне скорочення строків реалізації всього комплексу робіт. Досить часто для прискорення робіт критичного шляху вдається перекинути ресурси з деяких некритичних робіт, які мають досить великі резерви часу.

На стадії ф у н к ц і о н у в а н н я в р е ж и м і о п е р а т и в н о г о у п р а в л і н н я систематично здійснюють порівнювання фактичного стану комплексу з прийнятим планом, оцінювання виявлених відхилень, вироблення, аналіз і прийняття рішень, спрямованих на ліквідацію негативних відхилень. Ця стадія включає в себе регулярне подання інформації про фактичний стан комплексу робіт, коректування й наступний аналіз сіткових моделей відповідних рівнів, прийняття рішень про зміни календарних планів і доведення цих рішень до виконавців. Такі рішення вибирають з числа запропонованих альтернативних керуючих впливів з «програванням» їх на сітковій моделі й аналізом. Зокрема, для моделей, які враховують лише часові параметри, в процесі оперативного управління особливу увагу звертають на роботи критичних шляхів, бо саме від своєчасного виконання їх залежить строк завершення всього комплексу.

Протягом усього життєвого циклу системи відбувається нагромадження інформації, яка характеризує як процес створення і функціонування системи, так і показники виконання комплексу робіт. Цю інформацію надалі піддають докладному аналізові, щоб оцінити фактичну ефективність цієї системи, а також щоб удосконалювати інші системи і створювати для них статистично надійну нормативну базу.

В системах СПУ розрізняють організаційну й інформаційну структури. Організаційна структура визначає функціональні елементи системи та їхні взаємозв'язки за принципом підпорядкованості. Інформаційна система характеризує потоки інформації між блоками, в яких вона генерується, переробляється, запам'ятовується і споживається.

В о р г а н і з а ц і й н і й структурі системи СПУ осн. елементами є: центр управління комплексом, керівники всіх рівнів, відповідальні виконавці, служби системи й машинної обробки інформації. В обов'язки відповідальних виконавців на стадії планування входить розробка за завданням керівників фрагментів сіткової моделі доручених їм робіт (із зазначенням оцінок відповідних параметрів). На стадії оперативного управління відповідальні виконавці забезпечують регулярне подання в служби СПУ оцінок фактичного стану виконання плану і прогнозу майбутнього стану, а також беруть участь у виробленні керуючих впливів, щоб ліквідувати відхилення від прийнятих планів чи запобігти їм або здійснити коректування цих планів.

Служби системи СПУ провадять на стадії планування «зшивання» фрагментів у сіткові моделі, кодування, підготовку вхідної інформації для розрахунку сіткових моделей на ЕОМ (або виконання цього розрахунку вручну), а також підготовку рекомендацій і заходів щодо оптимізації в разі незадовільних результатів розрахунку. В процесі оперативного управління на служби СПУ додатково покладають (замість «зшивання» сіток) приймання оперативної інформації від відповідальних виконавців, забезпечення необхідною інформацією різних рівнів керівництва у встановлені строки або за запитами, а також збирання статистичних даних про роботу системи й оцінювання її фактичної та прогнозованої ефективності.

В і н ф о р м а ц і й н і й структурі системи виділяють такі осн. блоки: збирання й подавання початкової інформації; формування сіткових моделей і планів; оновлення сіткових моделей; контролю; вироблення керуючих впливів; аналізу прогнозованого стану робіт; вибору рішень з числа розроблених і проаналізованих керуючих впливів; виконання.

Система СПУ з раціональним розподілом ресурсів, як правило, призначена для управління не окремим комплексом робіт, а виробничою діяльністю цілої орг-ції, в розпорядженні якої є єдиний для всіх комплексів запас ресурсів. У цьому разі (на відміну від систем, які використовують моделі з урахуванням тільки часу) система СПУ додатково виробляє рекомендації щодо доцільного, з точки зору прийнятого критерію, розподілу ресурсів між комплексами й роботами, строків і розмірів недовантаження чи перевантаження окремих виконавців, а також прогнозування змін строків завершення окремих робіт і комплексів через обмеження щодо ресурсів. Центр. місце у формуванні цієї інформації управління займає розв'язування досить складних задач багатосіткового *календарного планування*, в процесі якого роботи, що їх виконують різні підрозділи, узгоджуються по всіх комплексах між собою і з можливостями забезпечення їх ресурсами.

При такому узгодженні забезпечується і дотримання заданих обмежень (строки завершення комплексів і окремих робіт, ліміти ресурсів тощо), і раціональний розподіл ресурсів. Різні постановки задач складання календарних планів, які відрізняються одна від одної напрямом оптимізації (оптимізація строків при обмежених ресурсах, оптимізація використання ресурсів при заданих строках, деякі мішані постановки), типом розподілюваних і враховуваних ресурсів, кількістю видів їх і правилами використання тощо, реалізують, як правило, за допомогою евристичних алгоритмів. Найдоцільніше застосовувати достатньо складну систему багатосіткового календарного планування з раціональним розподілом ресурсів у тих організаціях, які вже набули певного досвіду використання простіших систем СПУ з урахуванням часу.

Досвід застосування сіткових методів свідчить про високу ефективність їх: на багатьох комплексах робіт було досягнуто істотного скорочення строків реалізації їх, а також зменшення затрат. Про сіткові методи написано багато наук. праць, видано й велику кількість методичних документів, у т. ч. міжгалузеві інструктивно-методичні матеріали. В ряді організацій створено комплекси алгоритмів і *програм* для аналізу сіткових моделей і розв'язування задач раціонального розподілу ресурсів; для аналізу сіткових графіків використовують і спеціалізовані пристрої (див. «*АСОР*»).

Літ.: Абрамов С. А., Маринечев М. И., Поляков П. Д. Сетевые методы планирования и управления. М., 1965 [бібліогр. с. 162—165]; Рыбальский В. И. Кибернетика в строительном производстве. К., 1965 [бібліогр. с. 392—402]. Сетевое планирование и управление. М., 1967; Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления. М., 1967. Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. М., 1971; Миллер Р. В. ПЕРТ — система управления. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с. 173—201]; Кофман А., Дебазей Г. Сетевые методы планирования. Пер. с франц. М., 1968 [бібліогр. с. 177—179].

В. І. Рибальський.

СКІНЧЕННОРІЗНИЦЕВІ МЕТОДИ, методи сіток — *чисельні методи* розв'язування алгебричних, диференціальних, інтегральних та інтегро-диференціальних рівнянь, які грунтуються на заміні диференціальних *операторів* різницевими операторами, інтегралів — сумами, а функцій безперервного аргументу (б. а.) — функціями дискретного аргументу (д. а.). Така заміна приводить до системи, загалом кажучи, нелінійних алгебр. рівнянь, які кінець кінцем зводяться до лінійної системи якимсь *ітераційним методом*.

Якщо початкова задача має вигляд

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Au + f, \quad (x, \ t) \in \Omega, \quad lu = g, \quad (x, \ t) \in$$

$$\in \partial D \times T: \quad u(x, 0) = u_0(x), \qquad (1)$$

де $\Omega = D \times T$ — циліндрична область інтегрування, $t \in T = [0, t_0]$, $\partial D \times T$ — границя області Ω, D — її основа, u — шукана вектор-ф-ція, f та g — задані вектор-ф-ції, x — просторовий векторний аргумент, A та l — оператори (не обов'язково обмежені), то найпростіша схема інтегрування початкового рівняння має вигляд

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\tau} = \Lambda_1 u^{n+1} + \Lambda_0 u^n + F,$$

$$(x, t) \in \Omega_h, \quad \lambda u^n = G, \quad (x, t) \in \partial D_h \times T;$$

$$u^0 = u_0. \qquad (2)$$

Тут u^n — сіткова ф-ція, яка є розв'язком різницевого рівняння, Λ_1, Λ_0, λ — різницеві оператори, залежні від параметрів τ, h сітки, $t = n\tau$, Ω_h — сіткова область, що апроксимує деяким чином область Ω, $\partial D_h \times T$ — її границя, F та G — сіткові ф-ції, що апроксимують ф-ції f та g відповідно. Окремим випадком схеми (2) є схема з вагами, коли $\Lambda_1 = \alpha\Lambda$, $\Lambda_0 = (1 - \alpha)\Lambda$, α — ваговий коефіцієнт. Схему (2) наз. двошаровою, бо вона зв'язує між собою значення u^n, u^{n+1} різницевого розв'язку на двох часових шарах $n\tau$, $(n + 1)\tau$; можливі й багатошарові схеми. Якщо оператор $E - \tau\Lambda_1$, де E — одиничний оператор,— оборотний, то схему (2) можна зобразити в розв'язаному вигляді:

$$u^{n+1} = \sigma u^n + \Phi, \qquad (3)$$

де оператор σ наз. оператором кроку різницевої схеми, він враховує крайові умови, а Φ — ф-ція, залежна від F та G. Кажуть, що оператор $\Lambda(\tau)$, залежний від параметра τ, апроксимує (наближено) оператор A, якщо $\| [\Lambda(\tau) - A] u \| = \varepsilon_n(\tau) \to 0$ при $\tau \to 0$. Тут $u \in U$ — якесь еталонне сімейство ф-цій, на якому перевіряється апроксимація (напр., сімейство достатньо гла́дких ф-цій). Схему (2) наз. коректною, або стійкою, якщо $\| \sigma \|_B = 1 + O(\tau)$, де $\| \sigma \|_B$ означає норму оператора σ в якомусь банаховому просторі B (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі), яка може залежати від h. Схема (2) апроксимує рівняння (1), якщо $\Lambda_1 + \Lambda_0 \backsim A$, $\lambda \backsim l$. Для лінійних систем рівнянь встановлено теореми збіжності, які твердять, що збіжність різницевого розв'язку до розв'язку початкового рівняння випливає з апроксимацій і коректності (стійкості) різницевої схеми.

Якщо властивості апроксимації, стійкості та збіжності мають місце лише при певному співвідношенні між параметрами сітки τ, h, де $h = h(\tau)$, то їх наз. умовними. Якщо ж ці властивості справджуються при будь-якому співвідношенні між τ й h, то їх наз. абсолютними. Схему (2) наз. явною, якщо $\Lambda_1 \equiv 0$, та неявною, якщо $\Lambda_1 \neq 0$. Абсолютно збіжні схеми існують лише в класі неявних схем. Як правило, при відповідному виборі параметрів схеми (напр., вагових коеф.) неявні схеми є абсолютно стійкими й допускають як завгодно великий крок τ. Але обернення оператора $E - \tau\Lambda_1$ усклад-

ною алгоритм. У випадку одновимірних задач неявні схеми реалізують *факторизації методом;* вони достатньо економічні. Для багатовимірних задач неявні економічні схеми одержують за допомогою *дробових кроків методу,* який зводить багатовимірні задачі до послідовності одновимірних або простіших задач. Для розв'язування стаціонарних задач застосовують метод стаціонування (встановлення), в якому стаціонарний розв'язок розглядають як границю нестаціонарного розв'язку із стаціонарними (або установлюваними) крайовими умовами. Відповідно до цього стаціонарну задачу розв'язують ітераційним методом, аналогічним різницевому методу інтегрування (2). На відміну від нестаціонарного випадку оператор σ для ітераційного процесу має бути дуже стійким, тобто має задовольняти умову $\| \sigma \|_B = 1 - \varepsilon(h)$, $\varepsilon(h) > 0$. При розв'язуванні нелінійних задач, особливо в механіці суцільного середовища, застосовують комбінації схем інтегрування з ітераційними методами (т. з. ітерації за нелінійністю).

Літ.: Годунов С. К., Рябенький В. С. Введение в теорию разностных схем. М., 1962 [бібліогр. с. 272—274]; Яненко Н. Н. Методы дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967 [бібліогр. с. 189—193]; Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [бібліогр. с. 538—550]; Рихтмайер Р. Д., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. Пер. с англ. М., 1972 [бібліогр. с. 381—413].

М. М. Яненко.

СКЛАДНІ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ — збірне найменування систем, які складаються з великої кількості взаємозв'язаних елементів. Часто складними системами наз. системи, які не можна коректно описати математично або тому, що в системі є дуже багато різних елементів, невідомим способом пов'язаних один з одним (напр., мозок), або тому, що ми не знаємо природи явищ, які в ній перебігають, і тому не можемо кількісно описати їх. В інших випадках складними наз. системи, для вивчення яких було б необхідно розв'язувати задачі з надмірно великим обсягом обчислень або взагалі переробити такий великий обсяг інформації, що для цього, навіть якщо використати найдужче швидкодіючі ЕЦОМ, потрібно було б багато мільйонів років.

Англ. кібернетик С. Бір ділить усі кібернетичні системи на три групи: прості, складні й дуже складні (при цьому, на його думку, дуже істотно, яким способом описано систему — детермінованим чи теоретико-ймовірнісним). Приклади систем, належних до цих груп, С. Бір наводить у вигляді таблиці (див.). Предметом кібернетики С. Бір вважає лише дуже складні ймовірнісні системи — економіку, мозок, фірму. Рад. математик Г. М. Поваров залежно від числа елементів, які входять до систем, ділить їх на чотири групи: малі системи (10—10^3 елементів), складні (10^4—10^7 елементів), ультраскладні (10^7—10^{30} елементів) і суперсистеми (10^{30}—10^{200} елементів). Як приклад систем 2-ї групи він наводить телефонну автомат. станцію, транспортну систему великого міста тощо, 3-ї групи — організми вищих тварин і людини, соціальні організації, 4-ї групи — зоряний всесвіт. Рад. учені А. І. Берг (н. 1893) і Ю. І. Черняк визначають складну систему як систему, яку можна описати не менш як двома різними матем. мовами, напр., мовою теорії дифер. рівнянь і мовою алгебри Буля.

Наявність таких різноманітних способів визначення С. с. к. свідчить про те, що характерних рис складності багато, й досі (початок 70-х рр.) ще немає загальноприйнятого визначення поняття «складна система». З філософського погляду будь-яке складне явище природи (або техніки) має невичерпну кількість аспектів, з яких можна його пізнавати. Тому будь-яку складну систему можна охарактеризувати одночасно існуючими багатьма специфічними для неї рисами. Найчастіше трапляються такі характеристики складності: багатовимірність системи (великі обсяги потоків інформації, які циркулюють у ній, велика кількість елементів тощо); різноманітність можливих форм зв'язку елементів системи між собою (різнорідність використовуваних у ній структур — деревоподібні, ієрархічні та ін.); багатокритеріальність

Системи	Прості	Складні	Дуже складні
Детерміновані	Віконна засувка	Цифрова електронна обчислювальна машина	—
	Проект механічних майстерень	Автоматизація	—
Імовірнісні	Підкидання монети	Зберігання запасів	Економіка
	Рух медузи	Умовні рефлекси	Мозок
	Статистичний контроль якості продукції	Прибуток промислового підприємства	Фірма

тобто наявність ряду часто суперечливих критеріїв, що їх має задовольняти система, різноманітність природи складових елементів системи (машини, люди) і різнорідність циркулюючої інформації, яка випливає звідси; багаторазова зміна стану структури і складу системи; багатоплановість у науковому відношенні тощо. Т. ч. характеристики складності справді різноманітні, і з цього погляду різниця між керованими й некерованими системами не є істотною.

Терміни «складна система» й «велика система» не тотожні, бо термін «велика система» характеризує тільки одну рису складності — розмірність системи. Будь-яка система завжди має цілі, заради досягнення яких її створено (природою чи людиною). До багатьох автоматично діючих складних систем ставляться вимоги точності функціонування, динамічної стійкості, інваріантності щодо зовн. збурень і завад, нечутливості до зміни параметрів, адаптивності, надійності, живучості, економічності, зручності в експлуатації та ін. Все це свідчить про те, що швидше можна навести приклади складної системи й характеристику складності, ніж дати строге матем. визначення цього терміна. Є, проте, й цілком строгі матем. визначення терміна «складність» для такого роду об'єктів, як *Тьюрінга машина, нормальні алгорифми,* а також об'єктів, які мають теоретико-ймовірнісний опис. Для дискретних об'єктів рад. математик А. М. Колмогоров (н. 1903) визначає складність як мінім. число двійкових знаків, які містять усю необхідну для ідентифікації цього об'єкта інформацію (див. *Алгоритмів складність*). Слова «складна система» викликають у різних дослідників, залежно від їхньої професії, найрізноманітніші уявлення. Інженер думає про єдину енерг. систему країни, про систему керування повітряним рухом на великій території або, нарешті, про систему автоматизації керування комбінатом, що складається з шахт, заводів, збагачувальних фабрик та ін. Економіст думає про проблему керування економікою галузі або навіть усієї країни. Воєнний спеціаліст уявляє собі тактичні або стратегічні операції досить великого масштабу. В уяві біолога постають проблеми, пов'язані з процесами функціонування клітини, з усіма існуючими в ній «фабриками ферментів та білків» і «шлюзовими комунікаціями»; він може думати й про нервову систему або мозок тварин та людини. А соціолог уявляє собі складну систему як проблему ладу суспільства тієї чи іншої суспільної формації.

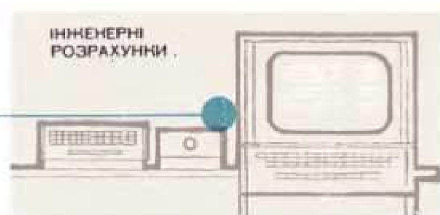
Усі наукові дисципліни, які вивчають складні системи, можна поділити на дві групи. До першої належать ті дисципліни, в яких переважає описовий характер викладу — *наукова організація праці,* праксеологія, тектологія, *експертних оцінок методи, психологія інженерна, наукознавство* тощо. До другої групи відносять усі ті дисципліни, в яких широко використовуються фіз.-матем. методи для кількісного описування складних систем — *автоматичного керування теорія, операцій дослідження,* теорія надійності, масового обслуговування теорія, економіко-матем. методи, *алгоритмів теорія, мови формальні,* системний аналіз тощо. Дуже характерною для теорії складних систем є та обставина, що незалежно від природи досліджуваної системи при розв'язуванні відповідних задач використовують одні й ті самі абстрактні моделі: лінгвістичні, теоретико-множинні, абстрактно-алгебричні, логіко-математичні, топологічні, теоретико-інформаційні або евристичні. Осн. проблемами теорії складних систем є проблема багатовимірності, багатокритеріальності проблема, а також проблема побудови двомовних і багатомовних (напр., логіко-динамічної) теорій систем. Щодо цього теорія С. с. к. розв'язує ті самі задачі, що й *систем загальна теорія,* — знайти шляхи, які дають змогу вивчати складні системи будь-якої природи і будь-якого призначення.

Незважаючи на те, що на початок 70-х рр. загальної теорії С. с. к. ще не створено, такого роду системи фактично вже давно створила природа, а в останні роки виникає дедалі більше технічних та економічних С. с. к. Поки що єдиним практично реальним і доступним шляхом для проектування й дослідження С. с. к. (крім натурного вивчення їх) є моделювання. На відміну від аналогового, цифрового або цифро-аналогового моделювання, вивчаючи С. с. к., широко застосовують напівнатурне моделювання, коли, крім звичайних моделюючих засобів (обчисл. пристроїв того чи іншого класу), використовують ще й інші різноманітні пристрої — окремі натурні вузли об'єктів керування, пульти для збирання та відображування інформації, засоби зв'язку між людиною та ЕЦОМ тощо.

Крім того, сучас. ЕЦОМ разом з доданими ввідними і вивідними пристроями й відповідним матем. забезпеченням є досить універсальним засобом, за допомогою якого, моделюючи, можна вивчати багато які С. с. к., що включають як окремі елементи й людей-операторів. «Спілка» людей і ЕЦОМ є, з одного боку, об'єктом для дослідження в теорії С. с. к., а з другого — універсальним засобом моделювання справді складних систем керування. Розробляють спец. мови моделювання (*СИМСКРИПТ*, SIMPAC, GPSS та ін.), які дають змогу спрощувати процес моделювання, економити час і зусилля, пов'язані з самим процесом моделювання.

Проектуючи дуже складні системи керування, створюють навіть спец. н.-д. центри, призначені виключно для цілей моделювання відповідної розроблюваної С. с. к. Як приклад можна навести н.-д. моделюючий центр, створений спеціально для розробки системи автомат. керування повітряним рухом над певною частиною території Європи (див. іл. між с. 440—441). Незважаючи на те, що організація такого роду н.-д. моделюючих центрів коштує дорого, економ. доцільність створення їх при розробці дійс-





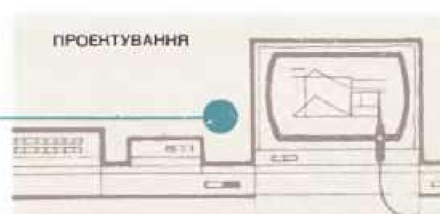
ОСНОВНІ ГАЛУЗІ ЗАСТОСУВАННЯ ЦИФРОВИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МАШИН

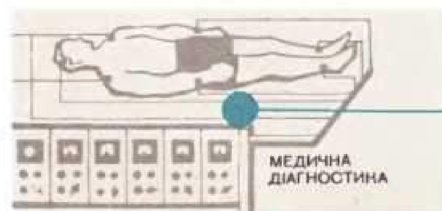


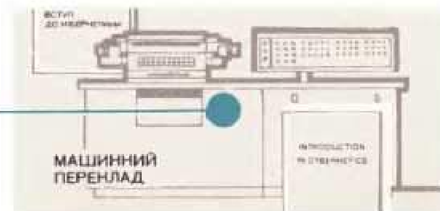




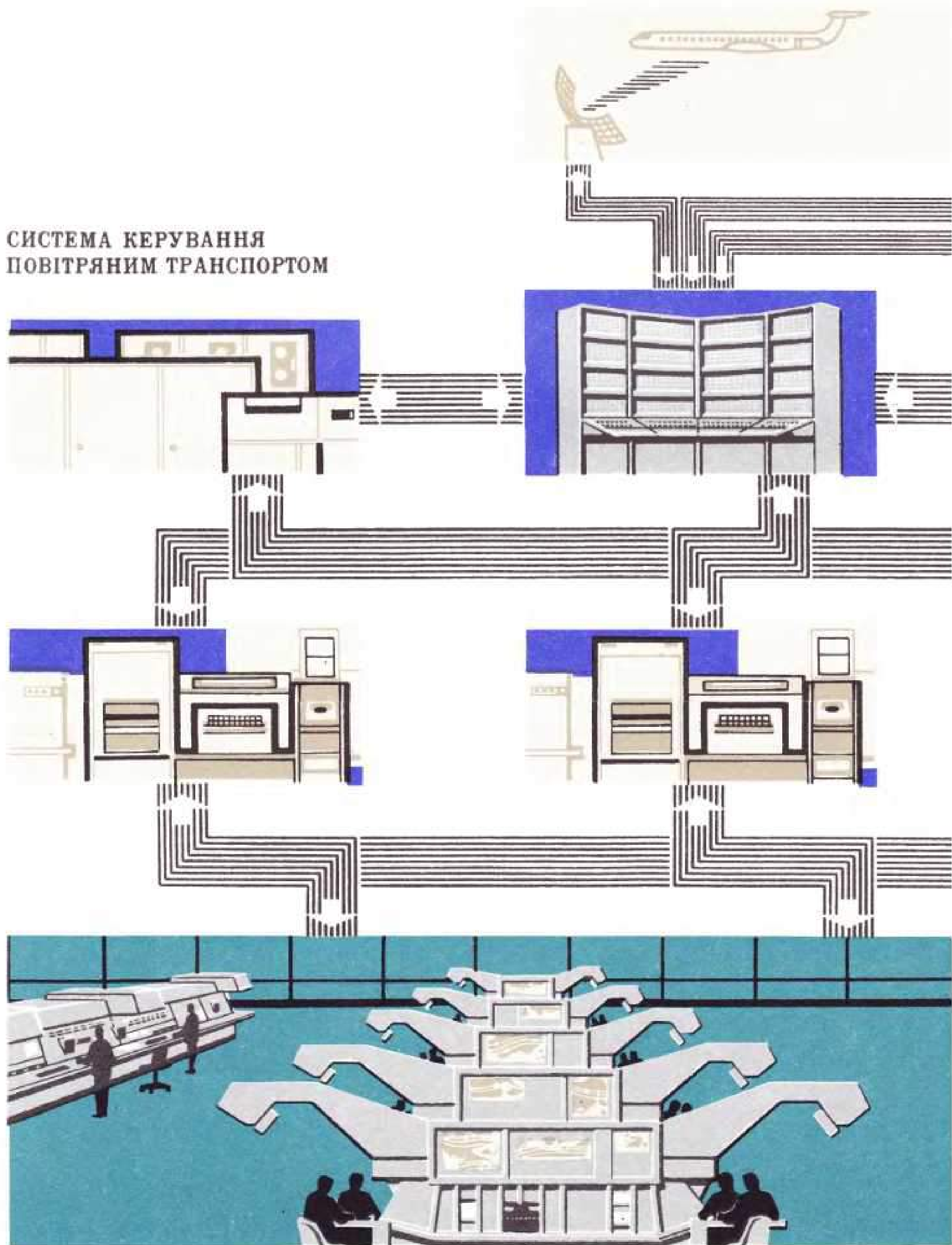


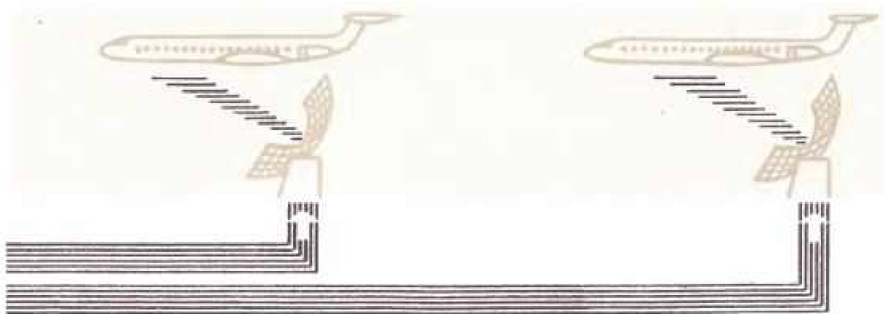




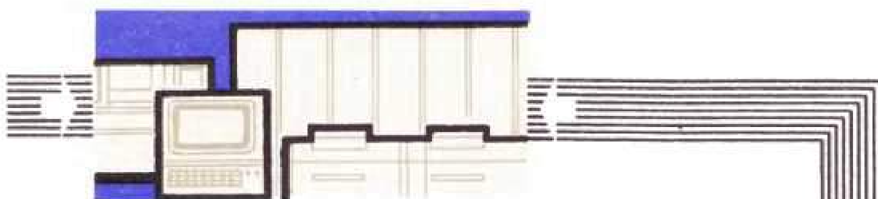


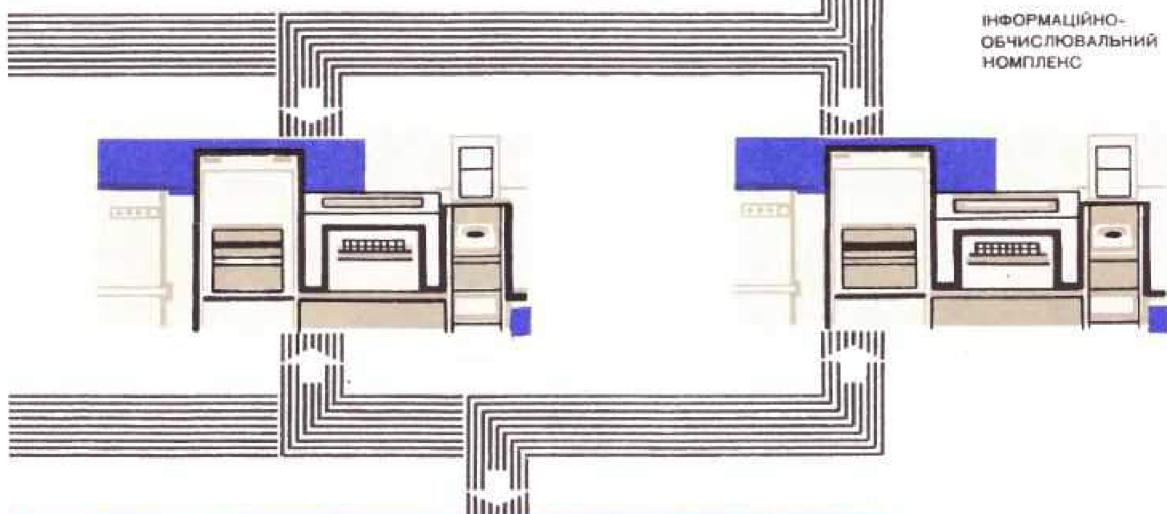
До ст. Цифрова обчислювальна машина.

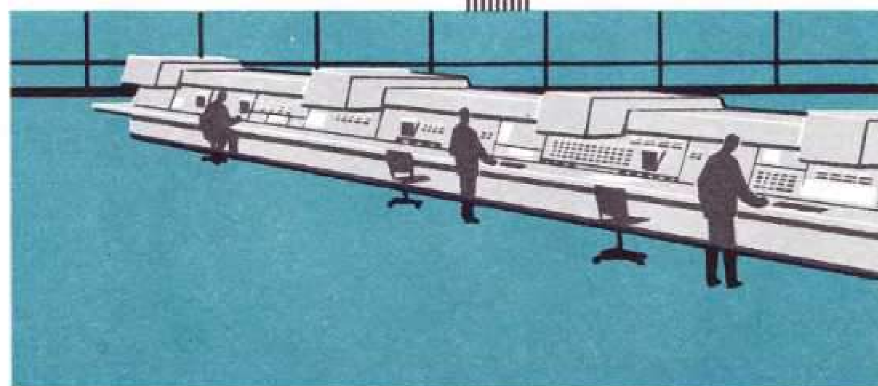

СИСТЕМА КЕРУВАННЯ
ПОВІТРЯНИМ ТРАНСПОРТОМ



ПРИСТРОЇ
СТЕЖЕННЯ
І ПЕРЕДАВАННЯ
КОМАНД







ГОЛОВНИЙ
ДИСПЕТЧЕРСЬКИЙ
ПУНКТ

До ст. Складні системи керування.

ВИРОБНИЦТВО ЦОМ
НА КИЇВСЬКОМУ ЗАВОДІ
ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ
КЕРУЮЧИХ МАШИН



До статей Обчислювальна техніка, Цифрова обчислювальна машина.

но С. с. к. безперечна, і цим шляхом ідуть у багатьох випадках: коли розв'язують тех., економ. та оборонні задачі, провадять великі соціологічні дослідження тощо.

В останні роки велику увагу приділяють розробці аналітичних методів дослідження С. с. к. (див. *Декомпозиції метод, Багатокритеріальності проблема, Монте-Карло метод, Масового обслуговування теорія*).

Літ.: Звонкин А. К., Левин Л. А. Сложность конечных объектов и обоснование понятий информации и случайности с помощью теории алгоритмов. «Успехи математических наук», 1970, т. 25, в. 6; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965; Квейд Э. Анализ сложных систем. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 509—510]; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970. *О. І. Кухтенко.*

СКЛА́ДНІСТЬ ОБЧИ́СЛЮВАНЬ — *міра складності* в теорії автоматів, яка характеризує процес обчислювання, що відбувається в автоматі (на відміну від *алгоритмів складності*, яка характеризує громіздкість опису алгоритмів). Термін «складність обчислювань» охоплює сукупність математичних понять, які уточнюють інтуїтивні уявлення про важкість, тривалість, громіздкість тощо обчислювального процесу. Ідеї й методи теорії С. о. спрямовано, з одного боку, на з'ясування самої природи обчисленності як одного з фундаментальних понять математики; при цьому розглядають абстрактні моделі (наприклад, *Тьюрінга машини*, в яких структура обчислювань є найелементарнішою), абстрактні міри С. о. тощо. З другого боку, вивчають моделі обчислювань, найефективніші й найзручніші з практичного погляду, пов'язані з реальними обчисл. машинами. В *автоматів теорії* встановлено еквівалентність багатьох класів автоматів у розумінні збігу класів ф-цій, що їх вони обчислюють. Але одну й ту саму функцію різні автомати обчислюють по-різному. Напр., швидкість обчислювання в одного типу автоматів може бути більшою, ніж в іншого. Тому ті самі функції на автоматах одного типу можна обчислити простіше і швидше, ніж на автоматах іншого типу. В цьому розумінні класи автоматів, які обчислюють ті самі ф-ції, можуть виявитися не еквівалентними. В *алгоритмів теорії* важливе місце займає питання про розв'язність або нерозв'язність тієї чи іншої масової проблеми, тобто про існування алгоритму, який розв'язує цю проблему (див. *Нерозв'язні алгоритмічні проблеми*), і питання про ступінь важкості нерозв'язних проблем, тобто про існування алгоритму, що зводить одну проблему до іншої (див. *Звідність* у теорії алгоритмів).

У теорії С. о. розглядають здебільшого розв'язні проблеми, але класифікують їх за складністю розв'язування або виведення. Вкажемо на головні напрями (або розділи) теорії С. о. і наведемо деякі типові результати.

I. Загальні властивості сигналізуючих операторів, аксіоматична теорія С. о. Для найуживаніших класів автоматів, які обчислюють усі частково рекурсивні ф-ції (напр., для машин Тьюрінга), і для широкого класу сигналізуючих операторів $\sigma(\mathfrak{A}, \alpha)$, які включають, напр., час обчислення й обсяг зовн. пам'яті машин Тьюрінга, встановлено такі фундаментальні факти (надалі, коли немає застереження, всі функції вважатимемо за загальнорекурсивні). По-перше, існують як завгодно складно обчисленні ф-ції (предикати), точніше, для кожної ф-ції f існує предикат g такий, що, коли автомат $\mathfrak{A}$ обчислює g, то $\sigma(\mathfrak{A}, \alpha) > f(\alpha)$ буде майже для всіх α. По-друге, існують предикати, що будь-яке обчислення їх можна як завгодно сильно поліпшити для всіх досить великих значень аргумента, точніше, для кожної ф-ції f існує предикат g такий, що, коли $\mathfrak{A}$ обчислює g, то знайдеться $\mathfrak{B}$, який обчислює g і такий, що майже завжди $\sigma(\mathfrak{B}, \alpha) > f(\sigma(\mathfrak{B}, \alpha))$ (напр., для $f(n) = 2^n$ буде $\log \sigma(\mathfrak{A}, \alpha) > \sigma(\mathfrak{B}, \alpha)$.

II. Властивості мір С. о. і зв'язок між різними мірами С. о. для фіксованих класів автоматів. Розглянемо, напр., клас звичайних однострічкових машин Тьюрінга. За міру С. о. візьмемо часову сигналізуючу ф-цію $t(\mathfrak{A}, \alpha)$ — час роботи $\mathfrak{A}$ на аргументі α. Сформулюємо деякі результати в термінах розпізнавання (представлення) мов (див. *Поведінка автоматів*). Висловлювання «мову розпізнають за час $F(n)$» розуміють так: існує машина, яка розпізнає цю мову, і для неї часова сигналізуюча ф-ція на словах довжини n не більша за $F(n)$. Коли мову розпізнають за час $F(n) \geqslant n^2$, то її розпізнають за час $\frac{F(n)}{C}$ для будь-якого $C > 1$. Тому оцінки дають з точністю до C певного порядку. Може виявитися, що певна мова розпізнається за час, який за порядком дорівнює $F(n)$, і не розпізнається за час, порядком менший за $F(n)$. Тоді $F(n)$ — найкращий можливий для цієї мови час обчислювання (його наз. точною часовою сигналізуючою ф-цією). Як відмічено в розділі I, таке буває не завжди. Для мови, яка складається з симетричних слів, показано, що найкращий час обчислювання має порядок n^2. Побудовано серію мов, що їхні точні часові сигналізуючі ф-ції лежать між n^2 та $n \log n$. Доведено, що між $n \log n$ та n немає точних часових сигналізуючих ф-цій. Зв'язок між часовою та ємнісною сигналізуючими ф-ціями встановлює така теорема: нехай мову розпізнають за час $F(n)$. Якщо $F(n) \geqslant n^2$, то цю мову розпізнають з ємнісною сигналізуючою ф-цією, не більшою за $\sqrt{F(n)}$. Аналогічні та інші питання вивчали для різних типів машин Тьюрінга, машин Мінського (машин з лічильниками), автоматів з магазинною пам'яттю (див. *Автомат магазинний*) тощо.

III. Порівнювання С. о. на різних типах автоматів і для різних типів обчислювань. Оцінки складності моделювання одних типів автоматів іншими. Вивчали, як змінюється С. о. при переході від класу автоматів K_1 до класу автоматів K_2 з дужче обмеженими обчисл. засобами. Якщо K_1 складається з ба-

гатострічкових машин Тьюрінга, а K_2 — з однострічкових, і автомат $\mathfrak{A}$ з класу K_1 розпізнає мову за час $F(n)$, то можна побудувати автомат $\mathfrak{B}$ з класу K_2, який розпізнає її за час $F^2(n)$. Точніше, для моделювання $F(n)$ кроків роботи автомата $\mathfrak{A}$ на автоматі $\mathfrak{B}$ потрібно буде не більше як $F^2(n)$ кроків.

Якщо комірки (елементи) *автоматів зростаючих* класу K_1 з'єднані одна з одною так, що для кожного елемента кількість елементів, віддалених від нього на відстані r, істотно більша за ту саму величину для автоматів класу K_2 (напр., n^2 і n), то існує автомат $\mathfrak{A}$ з K_1, який ніяким автоматом з K_2 не можна моделювати так, щоб на моделювання одного кроку роботи $\mathfrak{A}$ було затрачено не більше за фіксовану кількість кроків. За K_1 і K_2 можна взяти, напр., класи двовимірних і одновимірних автоматів Неймана — Черча.

Крім звичайних детермінованих обчислень, розглядають ще й інші концепції обчислювання: недетерміновані, ймовірнісні, частотні. При недетермінованому обчислюванні переходи конфігурацій є неоднозначними, на кожному кроці обчислювання вибирають одну з кількох можливих конфігурацій. Складність недетермінованого обчислювання визначають за найкращою з допустимих «траєкторій». Виникає питання: наскільки складним є детерміноване обчислювання, яке дає той самий результат, що й це недетерміноване обчислювання? Встановлено, що, коли мову розпізнають на недетермінованій машині Тьюрінга з вхідною стрічкою так, що ємність робочої стрічки $F(n) \geqslant \log n$, то її розпізнають і на детермінованій машині Тьюрінга з ємністю $F^2(n)$. При обчислюваннях на *автоматах імовірнісних* і при частотних концепціях обчислювання, коли правильний результат можна одержати лише з деякою імовірністю або частотою, інколи можна прискорити або спростити обчислювання (див. *Імовірнісна машина*).

IV. Зв'язок між складнісними характеристиками класів ф-цій і мов та їхніми структурними, логічними, алгебричними та ін. властивостями. Для деяких відомих класів *рекурсивних функцій* і мов вдається одержати точну характеристику в складнісних термінах. Напр., клас примітивно-рекурсивних ф-цій складається точно з тих ф-цій, С. о. яких обмежено певною рекурсивною ф-цією; клас мов безпосередніх складових збігається з класом мов, що їх розпізнають недетерміновані машини Тьюрінга з ємнісною сигналізуючою ф-цією $F(n) = n$.

Для класів мов, визначених у складнісних термінах, вивчають питання про замкненість щодо операцій об'єднання, перетину й доповнення, а також операцій обернення слів, ітерації (за С. Кліні) тощо. Для класів ф-цій розглядають операції суперпозиції, додавання, множення і т. ін. Велику кількість результатів такого роду встановлено для ф-цій, обчисленних за реальний час (див. *Обчислювання за реальний час* на автоматах). Будують складнісні ієрархії класів ф-цій і мов, вивчають їхній зв'язок з відомими ієрархіями. Напр., якщо за вихідний клас взяти F_0 — клас ф-цій, обчисленних на скінченних автоматах, і визначити F_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) як клас ф-цій, обчисленних на машинах Тьюрінга з ємнісними сигналізуючими ф-ціями, обмеженими ф-ціями з F_{i-1}, то $F_{i-1} \subset F_i$ і $\bigcup_{i=0}^{\infty} F_i$ є точно класом елементарних (за Л. Кальмаром) ф-цій.

V. С. о. конкретних класів ф-цій і мов. Досліджують обчислювання осн. арифм. і теоретико-числових ф-цій на автоматах різного типу. Особливу увагу приділяють операціям додавання і множення чисел. Запропоновано ефективні способи обчислювання цих операцій на різних типах машин Тьюрінга, на ітеративних системах (див. *Автомати ітеративні*), на схемах з функціональних елементів з затримками та ін., для яких час обчислювання за порядком співпадає з нижніми оцінками.
Досліджують складність задач *обчислювальної математики* (знаходження коренів многочленів, добуток матриць, розв'язування систем лінійних рівнянь тощо), оцінювану кількість арифм. операцій. Її можна розглядати як С. о. на машині, серед елементарних команд якої є такі операції. Ця проблематика тісно пов'язується з тією, яку вивчають в обчисл. математиці під назвою «методи обчислювань».

Великий інтерес становить питання про складність мов, що їх вивчають у *лінгвістиці математичній* та в *програмуванні ЦОМ*. Багато праць присвячено побудові й оцінці складності *алгоритмів розпізнавання* (аналізу) для класу безконтекстних мов та деяких інших, цікавих як з погляду внутр. проблем лінгвістики, так і для розв'язування задач, пов'язаних з *мовами програмування*. Для характеризації таких мов використовують різні типи автоматів, особливо з магазинною пам'яттю.

Досліджують складність розв'язних алгоритм. проблем, які виникають у різних галузях математики: алгебрі, теорії керуючих систем, програмуванні, *графів теорії* тощо. Напр., досліджують проблеми тотожності й спряженості для скінченно-визначених груп, проблеми розпізнавання повноти систем *булевих функцій*, проблеми розпізнавання еквівалентності для деяких класів *операторних схем*.

VI. Використання понять і методів теорії С. о. для уточнювання інтуїтивних уявлень про внутрішню й відносну важкість різних проблем. У багатьох задачах дискретної математики у зв'язку зі знаходженням оптим. розв'язку виникає проблема т. з. «повного перебору». Були спроби уточнити і з'ясувати це явище в складнісних термінах.

У термінах складності алгоритмів вдається визначити клас складних послідовностей, які задовольняють усі «закони випадковості», є, так би мовити, «абсолютно випадковими».

Вони в певному відношенні дуже нерегулярні, їх важко передбачити. В термінах С. о. можна ставити й розв'язувати питання і про те, наскільки складні «відносно випадкові» (псевдовипадкові) послідовності.

Поняття відносної важкості розв'язних множин (і відповідних ступенів важкості) можна уточнити, накладаючи на алгоритми зведення складнісні обмеження. При цьому можна одержати багаті структури степенів.

VII. Міри складності й підходи, які враховують С. о. і складність опису алгоритму. Як одну з таких мір розглядають, напр., добуток числа внутр. станів машин Тьюрінга на сигналізуючу ф-цію; вивчають залежність складності запису алгоритмів, які обчислюють скінченні послідовності, від часу їхньої роботи. Від накладання ефективного обмеження на час роботи складність алгоритмів, які задовольняють це обмеження, може різко зрости.

Літ.: Трахтенброт Б. А. Сложность алгоритмов и вычислений. Новосибирск, 1967 [бібліогр. с. 255—258]; Фишер П. Многоленточные и бесконечные автоматы. В кн.: Кибернетический сборник. Новая серия, в. 5. М., 1968; Проблемы математической логики. Сложность алгоритмов и классы вычислимых функций. М., 1970. *В. М. Агафонов.*

СКЛАДНІСТЬ ТЬЮРІНГОВИХ ОБЧИСЛЮВАНЬ — міри складності обчислювань на *Тьюрінга машинах.* Такими *мірами складності* в теорії автоматів є *сигналізуючі функції* (часова і ємнісна). Часова сигналізуюча ф-ція вказує для кожного початкового стану кількість тактів роботи машини, а ємнісна — кількість використовуваних комірок стрічки. Відомо, що існують *рекурсивні функції,* які не мають оптим. тьюрінгового обчислювання, що розпізнавання повноти набору функцій *алгебри логіки* має часову сигналізуючу ф-цію порядку n^2 і не має кращої часової сигналізуючої функції та ін. Див. також *Складність обчислювань.*

М. І. Кратко.

СКЛЕ́ЮВАННЯ ЗАКО́Н — правило, згідно з яким в *алгебрі логіки* формула вигляду $(\mathfrak{A} \& \mathfrak{B}) \vee (\mathfrak{A} \& \overline{\mathfrak{B}})$ еквівалентна формулі $\mathfrak{A}$. У цьому випадку кажуть, що ф-ли $\mathfrak{A} \& \mathfrak{B}$ та $\mathfrak{A} \& \overline{\mathfrak{B}}$, склеюючись, дають ф-лу $\mathfrak{A}$.

СЛЕНГ — *мова програмування,* орієнтована на імітаційне моделювання систем з дискретними подіями. Розроблено й реалізовано її в Ін-ті кібернетики АН УРСР 1966—68. Імітаційну модель системи зображують як *алгоритм,* кожна реалізація якого на ЕЦОМ є імітацією сукупності подій, що становлять процес функціонування моделюючої системи. Зміст подій у моделі та послідовність проходження їх у часі відповідають змістові й послідовності подій у реальній (моделюючій) системі, при цьому припускають, що кожна подія відбувається миттю в певний момент часу. Сучасні системи (напр., інформаційні системи, автоматизовані системи управління, системи з розподілом часу) характеризуються значною кількістю компонентів, складністю структури, різноманітністю процесів і способів їхньої взаємодії, складністю алгоритмів керування. Добирати параметри систем у процесі проектування — важка задача, бо ще не розроблено матем. апарату для аналізу їх.

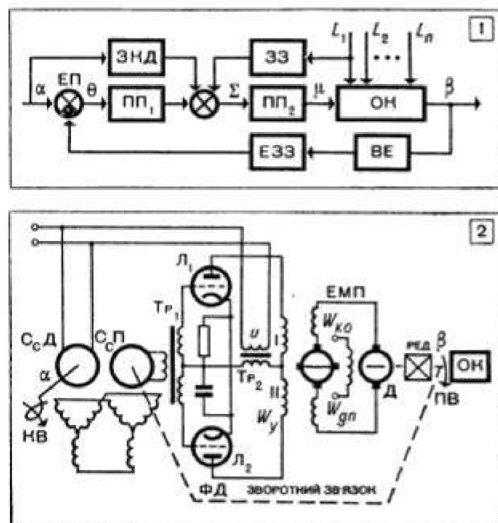
Модель мовою СЛЕНГ зображається як сукупність описів процесів, кожен з яких являє собою *програму,* що складається з операторів та описової частини. Процеси моделі еквівалентні процесам реальної системи. Опис процесу визначає певний клас процесів, які можуть функціонувати одночасно. Кожній реалізації процесу в моделі відповідає особливий інформаційний об'єкт — повідомлення, яке містить сукупність значень параметрів, що характеризують цей конкретний процес, і спец. змінну, яка задає поточну координату даного повідомлення в програмі цього процесу. Ця змінна характеризує розвиток процесу. Процес може перебувати в активному стані (повідомлення, що відповідає йому, переміщується в програмі процесу) і в стані очікування. Поведінку реальної системи можна представити в моделі мовою СЛЕНГ як сукупну поведінку процесів, суміщених у дискретно змінному умовному часі. У мові СЛЕНГ є засоби для утворення в довільно задані моменти умовного часу нових процесів, засоби для завершення процесів та для описування їхньої взаємодії. Для лаконічного описування функціонування апаратурних компонентів систем у мову СЛЕНГ введено спец. об'єкти (їх наз. пристроєм і пам'яттю), які є еквівалентами відповідних компонентів реальних систем (напр., ЕЦОМ). Процедурна частина мови СЛЕНГ являє собою скорочену мову *АЛГОЛ-60.*

Літ.: Калиниченко Л. А. Формальное описание языка СЛЭНГ. В кн.: Теория автоматов, в. 1. К., 1967; Глушков В. М. [та ін.]. СЛЭНГ — система программирования для моделирования дискретных систем. К., 1969 [бібліогр. с. 412—413]. *Л. А. Калиниченко.*

СЛІДКУ́ЮЧА СИСТЕ́МА — система автоматичного регулювання, що відтворює на виході з певною точністю вхідне керуюче (задавальне) діяння, що змінюється за наперед невідомим законом. На елемент порівняння ЕП (вхід) С. с. (мал. 1) від зовн. джерела надходить *керуюче діяння* $\alpha(t)$, а через вимірювальний елемент ВЕ зі зворотним зв'язком подається регульована величина $\beta(t)$. В ЕП визначається відхилення (сигнал похибки) регульованої величини від керуючого діяння $\theta(t) = \alpha(t) - \beta(t)$, що з нього потім внаслідок підсилення та функціонального перетворення в підсилювачах-перетворювачах $ПП_1$ і $ПП_2$ формується регулююче діяння $\mu(t)$. У найпростішому випадку $\mu(t)$ може бути величиною, пропорційною відхиленню. У заг. випадку в *регулювання закон* входять як похідні, так і інтеграли цього відхилення (див. *Коректуючі пристрої*). Регулююче діяння, надходячи на вхід об'єкта керування ОК, змінює регульовану величину так, що її відхилення від керуючого діяння весь час дорівнює нулеві або близьке до нуля. ВЕ, за допомогою якого змінюється й подається регульована величина на ЕП системи, становить гол. *зворотний зв'язок* системи, який реалізує принцип регулювання

за відхиленням. Іноді до кола гол. зворотного зв'язку включають і інші елементи — елементи зворотного зв'язку ЕЗЗ, що здійснюють потрібне перетворювання виміряної регульованої величини. В комбінованих С. с. (див. *Комбінована система автоматичного керування*) застосовують компаундуючі зв'язки за керуючим діянням ЗКД і зв'язки за основними (L_1) збуреннями ЗЗ.

Осн. складова похибки відтворення С. с. залежить здебільшого від зміни керуючого діяння. Щоб зменшити похибку С. с., застосовують різні коректуючі пристрої. Параметри коректуючих пристроїв С. с. розраховують відповідно до якогось критерію якості (беручи до уваги умови збільшення порядку астатизму, мінімуму квадратичного інтегр. критерію якості та ін. *критеріїв якості систем автоматичного керування*). Якщо разом з керуючим діянням на вхід системи надходять і випадкові завади, то точність С. с. оцінюють за допомогою середньоквадратичної похибки СКП. На величину СКП (похибки, усередненої за нескінченно великий проміжок часу) мало впливають похибки, пов'язані з порівняно короткочасними *перехідними процесами*. Мінімізація СКП відповідає в основному зменшенню вимушеної складової похибки. В замкнених С. с. через суперечність між умовами підвищення точності в усталеному й перехідних режимах зменшення вимушеної складової похибки (а, отже, й зменшення СКП) призводить до погіршання перехідного процесу. Тому, як правило, якщо параметри системи вибрано з умови мінімуму СКП, система має слабозагасаючий перехідний процес. У зв'язку з цим на практиці задачу про раціональний вибір параметрів *системи керування замкненої*



1. Функціональна схема слідкуючої системи.
2. Принципова схема слідкуючої системи кута повороту.

розв'язують, враховуючи похибки в перехідних режимах. У комбінованих С. с. вибір параметрів розімкненого зв'язку за керуючим діянням (за збуренням), який забезпечує мінімум СКП, не змінює запасу стійкості замкненої частини системи, а тому не призводить до такого погіршання перехідного процесу, яке буває в С. с. з принципом регулювання за відхиленням.

Керуюче діяння та регульована величина С. с. за фіз. природою можуть мати різний характер. Із С. с. найпоширенішими є системи, вихідною величиною яких є мех. рух — слідкуючі приводи (сервомеханізми). Прикладом такої системи є С. с. відпрацювання кута повороту. До складу системи (мал. 2) входять сельсини $С_сД$ і $С_сП$, що працюють у трансформаторному режимі, фазовий дискримінатор ФД, електромашинний підсилювач ЕМП, виконавчий двигун Д, редуктор Ред і об'єкт керування ОК. Кут повороту β вала ПВ об'єкта керування має слідкувати за кутом повороту α командного вала КВ. Ротор сельсина-давача $С_сД$ механічно зв'язаний з командним (ведучим) валом КВ, а ротор сельсина-приймача $С_сП$ — з приймальним (веденим) валом ПВ. Сельсини виконують ф-цію елемента порівнювання і перетворюють кут розузгодження між командним і приймальним валами на амплітудно-модульовану напругу несучої частоти. Цю напругу демодулюють і підсилюють за допомогою ФД і ЕМП відповідно, а потім подають на двигун Д, який через редуктор повертає вал ПВ (і ротор $С_сП$) у бік зменшення кута розузгодження.

Перетворювальні системи, що відтворюють сигнал на виході, зв'язаний з керуючим діянням ф-цією перетворювання H (напр., інтегрування, диференціювання, екстраполювання та ін.), також можна виконувати на основі С. с. Як і інші системи автомат. регулювання, С. с. можуть бути лінійні, нелінійні, неперервні й дискретні (релейні, імпульсні або цифрові).

Літ.: Васильев Б. В. [та ін.]. Проектирование и расчет следящих систем. Л., 1964 [бібліогр. с. 602—605]; Попков С. Л., Попков Ю. С. Непрерывные и дискретные следящие системы. М.—Л., 1964 [бібліогр с. 302—304]; Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 743—762].

Г. Ф. Зайцев.

СЛОВНИ́К АВТОМАТИ́ЧНИЙ — 1) словник, у якому словниковий пошук здійснюється не вручну, а машиною (автоматично); 2) той самий словник з системою *програм обслуговувальних*. С. а. можна використовувати для автоматичного перекладу (див. *Машинний переклад*) з однієї мови (вхідної) на іншу мову (вихідну) й ним може користуватися безпосередньо людина-перекладач.

С. а.— це сукупність словникових статей, що містять інформацію про лексичні одиниці, тобто слова чи фразеологічні словосполучення (такі, що значення всього словосполучення не можна вивести із значення окремих елементів цього словосполучення якимсь регулярним способом). Заголовок словникової статті — це прийнятий у даному С. а. запис

лексичної одиниці. Одній такій одиниці може відповідати кілька словникових статей. Заголовком словникової статті може бути основа слова (тоді йдеться про словник основ), словоформа (тоді йдеться про словник словоформ) та фразеологічне словосполучення, яке може бути записане як послідовність самих лише словоформ або як послідовність основ і словоформ. До словника основ записують ту основу (або кілька основ) лексичної одиниці, від якої можна утворити всі форми даної лексичної одиниці за допомогою певних правил і таблиць, що містять списки афіксів (частини слів, які змінюють значення коренів слів). Завдяки цьому способові досягають значної економії *пам'яті ЦОМ* порівняно з словником словоформ. Вадою словників основ є те, що при такому способі записування заголовків може бути неправильно поділено словоформу тексту на основу й афікси під час пошуку (див. *Словниковий пошук*). Словник словоформ містить усі форми кожної лексичної одиниці. Під час роботи з словниками цього типу відпадає потреба в морфологічному аналізі, але дуже збільшується обсяг пам'яті, зайнятої словником. У системі автомат. перекладу С. а. має, як правило, такі характеристики лексичної одиниці: перекладні еквіваленти; вказівка про те, що в цієї лексичної одиниці є й інші значення (тоді повинно бути задано й спосіб вибирання потрібного значення); морфологічні дані: а) частина мови, б) вказівка про словозміну, в) вказівка про словотворення, г) тип чергування; синтаксичні дані; семантичні дані; лексичні дані (слова, які вживаються з цим словом); стилістичні позначки; вказівка про те, що це слово складне і пишеться через пропуск; наголос; різні тех. характеристики (напр., кількість букв в основі). Іноді цю сукупність характеристик наз. словниковою інформацією слова.

У С. а. порівняно зі звичайним двомовним словником є такі особливості: словникова стаття С. а. має більше характеристик даної лексичної одиниці, ніж звичайний словник; С. а. поділено на два незалежні словники — вхідної й вихідної мови, між якими встановлюють відповідність, задаючи для кожного слова вхідної мови його перекладний еквівалент. С. а. здебільшого записується в ЦОМ на носії інформації певних видів (*стрічках магнітних*, *дисках магнітних* тощо). Осн. методи записування заголовків словникових статей такі: заголовок кодують побуквено; записують не сам заголовок, а його певний «стислий» *код*; у машині взагалі не зберігаються заголовки, а зберігається т. з. «дерево» букв. Суть методів «стислого» кодування полягає в тому, що з коду заголовка, що його добуто побуквеним кодуванням, одержують коротші коди однакової довжини. Використовують і різні способи скороченого записування заголовків, напр., однакові початки не повторюються під час записування основ. Такий запис зроблено в групі СЕТА (Гренобль, Франція) для автомат. перекладу з рос. мови на французьку. Дерево букв — це таблиця таблиць. У першій таблиці зазначено всі букви, які можуть стояти на першому місці в слові; біля кожної букви цієї таблиці зазначено адресу таблиці букв, які можуть бути на другому місці після цієї букви і т. д. Біля останньої букви зберігається адреса словникової статті. Дерево букв не набуло широкого застосування, бо при такій побудові словника його важко поповнювати. При побуквеному кодуванні заголовки в С. а. розміщуються здебільшого за алфавітом. Але є й інші способи впорядковування, напр., за зменшенням довжини заголовків або за зменшенням частоти вживання відповідних лексичних одиниць.

З тих, що є тепер, словників великого обсягу, призначених для автомат. перекладу, заслуговує на увагу словник, складений у Гарвардському ун-ті (США). Цей рос.-англ. автомат. словник, який містить 12 000 рос. лексичних одиниць (прибл. 30 000 основ), успішно функціонує з 1959. Словник обслуговує система програм, яка дає змогу поповнювати його, підраховувати частоту слів у тексті, перевіряти інформацію до словникових одиниць тощо. Національна фіз. лабораторія (Англія) використала цей словник для проведення експериментів щодо перекладу текстів з радіотехніки й електроніки. Рос. частину цього словника група СЕТА використала в системі рос.-франц. перекладу. Велику роботу щодо складання п'ятимовного словника, призначеного для людини-перекладача, здійснили вчені Брюссельського ун-ту разом з Термінологічним бюро Європейського об'єднання вугілля і сталі (Люксембург). Цей словник (DICAUTOM) дає змогу перекладати тех. терміни з нім., франц. та голландської мов будь-якою з п'яти мов — англійською, голландською, німецькою, італійською, французькою. У словнику 6000 термінів, кожен з яких записано п'ятьма мовами, причому тут же п'ятьма мовами наведено контексти, в яких трапляється даний термін. Перекладач одержує переклади слів, які він відзначив заданою мовою разом із списком контекстів, у яких він зустрічається. Великий англо-нім. словник (700 000 англ. слів) є в Мангеймі (ФРН): машина видає всі переклади слів, що їх відзначив перекладач.

Літ.: Жолковский А. К., Мельчук И. А. О системе семантического синтеза. I. Строение словаря. «Научно-техническая информация», 1966, № 11; Oettinger A. G. Automatic language translation. Cambridge, 1960 [бібліогр. с. 367—375]; Bachrach J. A., Hirschberg L. «Une troisieme version du Dicautom». В кн. 2 eme Conférence internationale... sur le traitement automatique des langues. Grenoble, 1967.

Н. Г. Арсентьєва.

СЛОВНИ́К ІНФОРМАЦІ́ЙНОЇ МО́ВИ — нормативний словник, який містить усі лексичні одиниці *мови інформаційної* з зазначенням парадигматичних відношень між ними. С. і. м. використовують для описування змісту документів і запитів у термінах інформаційної мови, тобто для формування *пошукових образів документа* та *пошукових приписів*. С. і. м. в загальному випадку склада-

ється з трьох осн. частин — лексики інформаційної мови, її системи парадигматичних відношень і системи відповідностей між лексичними одиницями природної та інформаційної мов. С. і. м., що включає в себе одночасно всі ці частини, звичайно наз. інформаційно-пошуковим *тезаурусом*. У ньому, як правило, є заг. алфавітний список слів і словосполучень природної мови і лексичних одиниць *(дескрипторів)* інформаційної мови. У цьому списку одиниці природної мови на відміну від дескрипторів виділено тим чи іншим способом (розміщенням, шрифтом, позначками), а на множині дескрипторів задано парадигматичні відношення (про способи задавання див. *Відношення парадигматичне* в інформатиці).

У багатьох інформаційно-пошукових тезаурусах дескриптори, на доповнення до алфавітного списку, згруповано в тематичні групи й (або) класи. Така організація інформаційно-пошукового тезауруса значно полегшує процес *індексування*. У деяких *інформаційно-пошукових системах* (напр., «БИТ») С. і. м. поділено на два словники. Один з них містить лише переклади слів і словосполучень природної мови інформаційною мовою, а другий — усю лексику інформаційної мови, у т. ч. й систему парадигматичних відношень. Складаючи С. і. м., використовують здебільшого інтуїтивні, статистичні методи і метод, що грунтується на аналізі словникових дефініцій. Процес створення С. і. м., від якості яких великою мірою залежить ефективність інформаційного пошуку, дуже складний і трудомісткий. Робляться спроби автоматизувати складання С. і. м.

Літ.. Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [бібліогр. с. 728—735]; Арапов М. В. Некоторые принципы построения словаря типа «Тезаурус». «Научно-техническая информация», 1964, № 4; Варга Д. Методика подготовки информационных тезаурусов. В кн.: Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [бібліогр. с. 101—104].

Е. Ф. Скороходько.

СЛОВНИ́К ЧАСТО́ТНИЙ — список слів (словоформ або словосполучень), біля яких зазначають частоту вживання їх у вибірці з мовних творів (текстів) певного обсягу й змісту та в окремому тексті чи сукупності текстів, напр., одного автора. Залежно від характеру використаних текстів С. ч. являє собою статистичний опис лексики мови, стилю, підмови, автора, тексту. Вхідні одиниці С. ч. можна розмістити або за алфавітом, або за спаданням частот. При розміщенні за спаданням частот кожній вхідній одиниці присвоюють ранг, тобто порядковий номер слова з даною частотою в списку, впорядкованому за спадною частотою. В алфавітному списку рангів здебільшого немає. Абсолютну частоту слова в обстеженій вибірці вважають мірою його вживаності в мові чи в даній сфері функціонування мови. Крім частоти слова, здебільшого наводять і показник або відповідний коефіцієнт поширеності — кількість джерел, у яких траплялося слово, інколи абсолютна частота замінюється чи супроводиться комбінованою оцінкою частоти й поширеності. У спеціальних (не розрахованих на масового читача) публікаціях, крім частоти, може бути зазначено й інші величини: міри розсіювання, межі *довірчого інтервалу*, відносну частоту, нагромаджені частоти, інформаційні оцінки.

Найважливішими застосуваннями С. ч. є методика навчання мови, побудова маш. словників для автомат. обробки мовної інформації, вивчення авторських та функціональних стилів, типологічні дослідження, створення командирських і диспетчерських мов, розв'язування проблем кодування і дешифрування документів (див. *Дешифрування текстів, Кодування теорія*). С. ч., як правило, не пояснюють лексичних значень вхідних одиниць: ті, де є це пояснення, можна вважати за семантичні. Серед семантичних виділяються одномовні й двомовні (перекладні) С. ч. Двомовні С. ч. укладають переважно на базі текстів обмеженого змісту. Для укладання С. ч. дедалі частіше застосовують електронні *цифрові обчислювальні машини*.

Літ.: Штейнфельдт Э. А. Частотный словарь современного русского литературного языка. Таллин, 1963; Фрумкина Р. М. Статистические методы изучения лексики. М., 1964 [бібліогр. с.111—114]; Статистика речи. Л., 1968; Статистика текста, т. 1—2. Минск, 1969—70; Josselson H. H. The Russian word count and frequency analysis of grammatical categories of standard literary Russian. Detroit, 1953; Kučera H., Francis W. N. Computational analysis of present-day American English. Providence, 1967; Mistrik J. Frekvencia slov v slovenčine. Bratislava, 1969 [бібліогр. с. 725—726]; Ермоленко Г. В. Лингвистическая статистика. Краткий очерк и библиографический указатель. Алма-Ата, 1970.

П. М. Алексеєв.

СЛОВНИКО́ВИЙ ПО́ШУК — знаходження для слова (лексичної одиниці) вхідного тексту відповідної словникової статті в *словнику автоматичному*, причому пошук провадиться відповідно до деякого алгоритму. С. п. можна поділити на два етапи: попередню обробку тексту для скорочення сумарного часу пошуку, якщо це вигідно (коли пошук ведеться в словнику великого обсягу для текстів великої довжини), і власне пошук словникових статей. Відомі такі види попередньої обробки тексту: 1) розміщення словоформ тексту в алфавітному чи іншому порядку; 2) складання списку слів тексту без повторень; 3) виділення основи у слів тексту (при пошуку в словнику основ). При пошуку словникової статті відшукуються заголовки словникових статей, що відповідають словоформам з тексту чи попередньо складеного списку. Критерієм відповідності може бути: 1) збіг словоформи тексту і словоформи словника (при пошуку в словнику словоформ) або виділеної основи й словникової основи (при пошуку в словнику основ); 2) додержання певного співвідношення між заголовком словникової статті та словоформою тексту (напр., заголовок вкладається в дану словоформу або заголовок можна вкласти в словоформу, застосувавши до нього правила чергування); 3) збіг числового коду, обчислюваного за словоформою тексту, з кодом заголовка чи адресою статті. У випадку 2) і 3) мо-

же бути кілька заголовків, що відповідають шуканому слову.

Вибір *алгоритму* пошуку залежить від того, як побудовано словник, у якому здійснюється пошук. Проте для всіх алгоритмів пошуку в словниках, де застосовують побуквене кодування заголовків, характерним є те, що спочатку намагаються якомога простіше й економніше виділити зону пошуку, а всередині виділеної зони пошук провадиться простим перебиранням або за допомогою дихотомії — послідовного поділу зони пошуку навпіл. Хоча метод дихотомічних проб досить економічний щодо часу (для пошуку в словнику з N словникових статей треба виконати не більше як $[\log_2 N] + 1$ перевірок), у чистому вигляді, тобто без попереднього визначення вужчої зони пошуку, його не застосовують, бо він передбачає одночасне зберігання в ОЗП усього словника. Напр., при складанні словника словоформ рос. мови (230 000 словникових статей), розрахованого на матем. тексти, в Уейнському ун-ті (США) застосовували такий метод. Під час записування словника на *диски магнітні* автоматично складалася таблиця, в якій відзначалися перші п'ять букв тієї рос. словоформи, що записувалася останньою на кожну доріжку (на диску — 250 доріжок). Під час пошуку спочатку за першими п'ятьма буквами слова визначається номер потрібної доріжки, потім застосовується метод дихотомічних проб.

При пошуку в словнику основ, якщо основа слова виділена заздалегідь, використовують ті самі методи пошуку, що й при пошуку в словнику словоформ. А якщо ніякої попередньої обробки словоформи тексту не провадять, С. п. тісно переплітається з морфологічним аналізом. Напр., відшукують таку основу (заголовок словникової статті), яка вкладається в дану словоформу. Те, що при цьому залишається від словоформи, вважають афіксом. Може бути кілька варіантів розчленування словоформи на основу й афікси. З них вибирають ті, в яких одержані афікси «допустимі» при даній основі (інформація про допустимі афікси записується в словнику біля основи). Такий метод пошуку використовують, напр., у системі рос.-франц. перекладу в групі СЕТА (Гренобль, Франція), де пошук у словнику основ здійснюють дві програми. Перша розбиває словоформу на основу та афікси, друга — вибирає серед них допустимі й видає про них відповідну словникову інформацію.

Якщо С. п. здійснюється в словнику, де для записування заголовків застосовують методи стислого кодування (вони з'явилися через недостатній обсяг пам'яті машин), то код кожної словоформи тексту спец. алгоритмами перетворюється на деяке число, за яким визначається адреса словникової статті. Для випадку, коли адреси, одержані при стискуванні різних слів, збігаються, передбачено способи розрізнювання цих штучних омонімів.

Літ.: Братчиков И. Л., Фитиалов С. Я., Цейтин Г. С. О структуре словаря и кодировке информации для машинного перевода. В кн.: Материалы по машинному переводу, сб. 1. Л., 1958; Бут Э., Бут К. Автоматические цифровые машины. Пер. с англ. М., 1959 [бібліогр. с. 288—315].

Н. Г. Арсентьева.

СЛОВО — 1) У лінгвістиці — один з видів структурних елементів мови, що виразно виділяється в свідомості того, хто говорить. С. є частинами, з яких утворюються речення. Всі С. за їхніми значеннями і функціями поділяються на повнозначні й неповнозначні. Повнозначні С. відповідають певним поняттям; неповнозначні С. вказують на синтаксичні відношення між повнозначними С. 2) У теорії алгоритмів — скінченний рядок букв. Під буквами тут розуміють символи, які в сфері їхнього застосування, що розглядається, є цілими й незмінними і мають ту властивість, що про будь-які двоє з них завжди відомо, однакові вони чи різні. Число букв, що входять до складу С., наз. довжиною слова. За домовленістю, поряд з С., що мають довжину, подану цілими додатними числами, існують С., довжина яких дорівнює нулеві. У такому С., за визначенням, немає жодної букви, і його наз. пустим С. Решта С. наз. непустими. У всякому непустому С. за кожною буквою (крім однієї, що наз. кінцем С.) безпосередньо стоїть одна і лише одна буква, яка належить даному С., а кожна буква (крім однієї, що наз. початком С.) стоїть за однією і лише однією буквою, яка належить даному С. В окремому випадку С. може складатися з однієї букви, яка є одночасно його початком і кінцем. Щоб обмежити розглядувані С., застосовують такий спосіб. Розглядають С., яке складається з попарно різних букв, які наз. алфавітом. Кожну букву, однакову з одною з букв алфавіту A, наз. буквою в A. Слово, що складається з букв в A., наз. словом в A. До букв, об'єднаних в алфавіт, ставиться вимога, щоб утворені з них С. не допускали різночитань, тобто, щоб ці С. не допускали кількох розкладів на букви. Це не завжди можливо. Напр., якщо буквами є a, a', $'b$, b, то — С. $a'\,b$ можна розкласти на букви двома способами $a'|b$ і $a|'b$.

В теорії ЦОМ, що становить сферу практичного застосування *алгоритмів теорії*, широко використовується термін *машинне слово*, який означає С. мовою машини (див. *Мови машинні*), що сприймається *оперативним запам'ятовувальним пристроєм*, *арифметичним пристроєм* або пристроєм керування як єдине ціле. Прикладом машинних С. є команди, з яких утворено програми, а також коди операндів (числових або цифро-буквених), над якими виконуються *операції машинні*. В машинах можуть використовуватись С. однакової і змінної довжини.

М. А. Криницький.

СМУГ МЕТОД — один з наближених методів розв'язування лінійних інтегральних рівнянь. Див. *Інтегральних лінійних рівнянь способи розв'язування*.

СНОБОЛ — *мова програмування,* призначена для обробки рядків. Під рядком розуміють довільну послідовність букв, цифр та ін. знаків. Первісну інформацію в мові С. представляють у вигляді рядків. Кожному рядкові надають назву. Напр., рядок з назвою РЯДОК 1 може бути з букв «РЕВЕ ТА СТОГНЕ ДНІПР ШИРОКИЙ».

Осн. видами дій над рядками, що їх допускають у мові С., є: формування рядків, пошук у рядку входження рядка даного зразка — порівнювання зразків і замінювання частини рядка ін. рядком — підстановка. Рядки можна формувати або задаванням вмісту рядка в лапках, або використовуючи назви раніше сформованих рядків. Допускається комбінування цих способів. Напр.:
РЯДОК 1 — «РЕВЕ ТА СТОГНЕ ДНІПР ШИРОКИЙ»,
РЯДОК 2 — «СЕРДИТИЙ ВІТЕР ЗАВИВА»;
ТЕКСТ — РЯДОК 1 «,» РЯДОК 2.

Порівнюванням зразків наз. процес установлення входження заданого рядка в якийсь ін. рядок. Так, правило: РЯДОК 1 «ДНІПР» перевіряє, чи є в рядку РЯДОК 1 підрядок «ДНІПР» (зразок «ДНІПР»). У зразках можна використати рядкові змінні для позначення рядків. Наприклад правило:
РЯДОК 1 «РЕВЕ ТА СТОГНЕ» *ЗМ* «ШИРОКИЙ» досліджує, чи є в рядку РЯДОК 1 підрядок «РЕВЕ ТА СТОГНЕ», за яким іде підрядок «ШИРОКИЙ». Проте між ними може бути й довільний підрядок, який присвоюють як вміст рядковій змінній ЗМ (у цьому випадку підрядок «ДНІПР»), і під цією назвою надалі можна використовувати його як самостійний рядок. Існують і ін. види рядкових змінних. Так, напр., *S/ «5»* означає довільний підрядок, що складається з 5 символів, а * (S)* — збалансований рядок, тобто рядок, у якому кількість відкривних дужок дорівнює кількості закривних. Осн. видом перетворення рядків є підстановка. Напр., правило:
РЯДОК 1 «ДНІПРО»—«БУГ», замінює в рядку РЯДОК 1 «ДНІПРО» на «БУГ».

Програма мовою С. являє собою послідовність операторів. Кожний оператор складається з трьох частин: мітки, що є назвою оператора, правила, яке може бути одним з перелічених вище видів, і вказівки переходу чи переходів. Мову С. широко застосовують для машинного аналізу текстів, написаних природною мовою, зокрема при програмуванні завдань *машинного перекладу.* Засоби мови С. часто використовують, створюючи мови програмування, що включають апарат обробки символьної інформації.

Літ.: Farber D. J., Griswold R. E., Polonsky I. P. SNOBOL, a string manipulation language. «Journal of the Association for Computing Machinery», 1964, v. 11, № 1. *Т. О. Грінченко.*

«СОЛЯРТРО́Н ЕЛЕКТРО́НІК ГРУП» (The Solartron Electronic Group, Ltd) — асоціація, що об'єднує бл. двох десятків англійських і дочірніх зарубіжних компаній по випуску електронних пристроїв. Заснована 1954 на базі фірми Solartron Laboratory Instruments, Ltd, створеної 1948. Осн. продукція фірми — електронні та вимірювальні прилади, радіолокаційні тренажери, навчальні машини, аналогові й гібридні обчисл. машини. З 1966 випускає серію гібридних обчисл. машин Hybrid-7 Series. Найбільші моделі цієї серії мають до 160 розв'язувальних підсилювачів. Завод обчисл. машин і тренажерів — у м. Фарнборо (Великобританія).

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовський.*

СОРТУВА́ЛЬНА МАШИ́НА — машина, призначена для автоматичного розкладання перфокарт на окремі групи за заданими ознаками. Осн. функція С. м. — підготовляти перфокарти для наступного процесу обробки, тобто для табуляції у процесі статистичної обробки даних. У комплекті лічильно-перфораційних машин (див. *Комплект перфораційний обчислювальний*) С. м. є найпродуктивнішою (тех. продуктивність — 400 перфокарт за хвилину). Для підраховування кількості перфокарт у машині є спец. лічильний пристрій. Машина виконує такі операції: сортування за однією фіксованою колонкою, сортування за певною ознакою, сортування з об'єднанням груп тощо.

Гол. вузлами й механізмами С. м. є електропривод, механізм подавання перфокарт, сортувальний механізм, електр. комутатор, механізм переміщування перфокарт, 13 сортувальних карманів, з яких 12 відповідає числу позицій у перфокарті, а тринадцятий — запасний, призначений для перфокарт, на яких нема вічок по колонці, яку сортують.

Сприймання вічок в електромех. С. м. здійснюється електр. способом за допомогою контакту сортувальної щітки або блоку щіток з контактним валиком, усі механізми приводить у дію електродвигун. С. м. забезпечена механізмом автомат. зупинки в ті моменти, коли перфокарти зминаються, переповнюється один з сортувальних карманів, з приймального магазину виходить остання карта.

В СРСР випускали електромех. С. м. С45 та С80-5 для роботи відповідно з 45- і з 80-колонковими перфокартами. Наприкінці 60-х рр. освоєно серійне виробництво електронних С. м.

Літ.: Евдокимов И. С., Евстигнеев Г. П., Криушкин В. Н. Цифровые вычислительные машины. М., 1961; Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [бібліогр. с. 480]. *О. О. Єрмоленко.*

СОРТУВА́ННЯ ДА́НИХ — обробка інформації, в результаті якої елементи її розміщуються в певній послідовності залежно від значення деяких ознак елементів, що наз. ключовими. Найпоширенішим видом С. д. є впорядковування масиву — розміщування записів сортованого масиву в порядку монотонної зміни значення ключової ознаки.

С. д., розміщених усередині *оперативного запам'ятовувального пристрою* (ОЗП), з до-

вільним вибиранням, наз. внутрішнім сортуванням. С. д., обсяг яких значно перевищує ємність ОЗП, провадять з використанням зовнішніх запам'ятовувальних пристроїв обчисл. системи (*стрічки магнітні, диски магнітні* тощо) і наз. зовнішнім С. д. Найважливішою характеристикою процесу С. д. є його продуктивність, яка визначається часом, що витрачається на виконання сортування. Другою важливою характеристикою процесу С. д. є обсяг пам'яті, необхідної для виконання сортування (див. *Пам'ять ЦОМ*). Продуктивність і потреба в пам'яті залежать від застосовуваного методу сортування.

Існуючі методи внутрішнього впорядковування інформації можна поділити на два класи: 1) методи, за якими для виконання впорядкування досить і мінімального обсягу пам'яті, рівного обсягові сортованого масиву записів (метод Шелла, Р-операторний, вставки та ін.); 2) методи, які потребують виконання мінім. (або близького до мінімального) часу сортування (методи зливання, сортування за шкалою ознак, деревоподібного сортування, вибору й заміни, обміну за основою *системи числення* та ін.).

В існуючих методах зовн. сортування час звертання до зовнішньої пам'яті системи займає значну частину (до 90%) загального часу сортування. Тому важливою метою методів зовнішнього С. д. є мінімізація кількості переглядів сортованого масиву, записаного в зовнішній пам'яті, яку використовують, як правило, в режимі послідовного вибирання. Більшість відомих методів зовнішнього сортування (балансний, каскадний, багатофазний та інші) складаються з кількох етапів. На 1-му етапі записи сортованого масиву зчитуються групами з вхідної магнітної стрічки в ОЗП і впорядковуються там за допомогою методів внутрішнього впорядковування, а потім записуються на вихідну магнітну стрічку. Внаслідок 1-го етапу сортований масив записів поділяється на початкові групи, кожна з яких є впорядкованою. На 2-му етапі провадиться зливання (об'єднування) по n_1 впорядкованих груп записів у загальну впорядковану групу. В результаті кількість записів, що входять до однієї впорядкованої групи, збільшується в n_1 разів. На 3-му етапі провадиться зливання по n_2 збільшених груп записів у нові впорядковані групи і т. д. доти, поки не сформується одна впорядкована група, до якої входять усі записи первісного масиву. При $n_1 = n_2 = \ldots = n_k = n$ для впорядковування треба здійснити не більше як $[\log_n N] + 1$ переглядів первісного масиву, де N — кількість початкових груп, одержаних на 1-му етапі зовнішнього впорядковування. Процес зливання впорядкованих груп записів відбувається так. Ці групи записів вводяться до ОЗП (цілком або частинами). Розглядаються ознаки перших записів кожної групи. З них вибирається найменша (при впорядковуванні за зростанням), і запис, якому ця ознака належить, включається до формованої групи. Натомість у розгляд вводиться ознака наступного запису з тієї групи, якій належав запис, включений до формованої групи, знову вибирається найменша з розглядуваних ознак і т. д. доти, поки до формованої групи не буде включено всі записи об'єднуваних груп. Кількість переглядів сортованого масиву зменшується зі зростанням n, а час сортування записів при кожному перегляді збільшується. Тому існує таке оптимальне n_0, яке мінімізує машинний час, затрачуваний на впорядковування цього масиву. Величина n_0 тим більша, чим більша швидкодія обчисл. машини й чим менша швидкість обміну з її зовнішньою пам'яттю.

Крім зливання впорядкованих груп записів, для С. д. застосовують і метод поділу масиву, при виконанні якого записи масиву діляться на групи залежно від значення певного розряду коду ключової ознаки. Впорядкування масиву закінчується після поділу його за всіма розрядами коду, починаючи з молодшого. Поділ масиву застосовується переважно при впорядковуванні масивів перфокарт на електромех. пристроях. Щоб зменшити затрати на багаторазове пересилання елемента в процесі С. д., коли розмір сортованих записів значно перевищує розмір їхніх ключових ознак, С. д. провадять за допомогою допоміжного масиву т. з. слів-ознак. Кожне слово-ознака містить певну ключову ознаку й адресу розміщення в пам'яті елемента масиву, що має цю ознаку. Після сортування масиву слів-ознак провадиться одноразове перезаписування елементів сортованого масиву на потрібні місця відповідно до адрес слів-ознак. Застосовувати такий метод доцільно в запам'ятовувальних пристроях з довільним та квазідовільним вибиранням (магнітні диски тощо).

Окремим видом С. д. є групування елементів масиву інформації. Внаслідок виконання його всі елементи з однаковими значеннями ключової ознаки в масиві розміщуються поруч.

Літ.: Алферова З. В., Волович М.-А. Сортировка информации с помощью электронных вычислительных машин. М., 1965; Gotlieb C. C. Sorting on computers. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1963, v. 6, № 5.

Л. І. Шолмов.

СОЦІОЛОГІЧНІ ПИТАННЯ КІБЕРНЕТИКИ — область філософських питань кібернетики, пов'язаних з осмислюванням вкладу кібернетики в соціальний розвиток і в науки про суспільство й людину. С. п. к. охоплюють *проблему «людина — машина»* й філософсько-методологічні питання, які виникли внаслідок застосування *кібернетики* та її тех. засобів в управлінні суспільством, в економіці й економ. науці, лінгвістиці, психології, педагогіці, праві, історичній науці, в області культури й мистецтва.

Кібернетика виникла в епоху прискорення темпів розвитку суспільства й суспільних зв'язків, що надзвичайно ускладнюються.

Вона зачепила багатоманітні аспекти суспільного життя, розкрила нові джерела для розв'язування конкретних проблем. Автоматизація та її вища форма — кібернетизація — важливий фактор розвитку сучас. суспільства, потужний засіб інтенсифікації й оптимізації суспільного виробн. Прискорений розвиток продуктивних сил соціалістич. суспільства в епоху сучас. науково-технічної революції породжує зміни в структурі й характері суспільних відносин. Завдання соціального аналізу, прогнозування, планування й управління полягають у тому, щоб виділити конкретні й найістотніші фактори автоматизації й кібернетизації й виявляти породжувані ними лінії соціальних змін, чітко формулювати пов'язані з цими змінами соціальні проблеми й накреслити шляхи розв'язування їх.

Осн. проблемою С. п. к. є проблема співвідношення між можливостями суспільної людини й кібернетичних пристроїв, які представляють конкретизацію ідей, що групуються навколо осн. гносеологічного результату кібернетики. Цей результат полягає в тому, що будь-яку сферу діяльності людей (у т. ч. діяльності інтелектуальної), описану мовою з чіткою *семантикою*, принципово можна передати машині (див. *Філософські питання кібернетики*). Хоча методологічна функція цього результату досить серйозна, з нього не випливає неприпустимість якихось апріорних обмежень можливостей кібернетичних пристроїв (у т. ч. пристроїв, які можуть з'явитися в майбутньому, за будь-якого розвитку цивілізації), реальну застосовність його сковано тим, що він передбачає *абстракцію потенціальної здійсненності*. Відмова від цієї абстракції переводить проблему можливостей кібернетичних пристроїв у питання про фактичну здійсненність (на даному ступені розвитку науки) математико-логіч. формалізації (в тому чи іншому, може й «ослабленому», значенні, напр., у дусі програмування евристичного) задач якогось класу й автоматизації розв'язування їх за допомогою кібернетичних машин і автоматів, які є в розпорядженні цивілізації. Фактичну здійсненність такої формалізації визначають досягнуті (на даному етапі) рівень науки й конструктивних (інженерних) можливостей людства, можливості суспільства в оперуванні певною кількістю речовини й енергії, його здатність реалізувати процеси заданих просторово-часових масштабів і складності.

Межа між потенціальним і реальним завжди існує, але вона зсувається в процесі розвитку науки й практики. В цих зсувах — втіленні діалектики абстрактно й реально можливого — й полягає прогрес кібернетики. Однак у самій цій діалектиці ще немає напряму прогресу: він детермінований соціальними факторами, у т. ч. характером і провідними лініями науково-тех. розвитку, як невід'ємного елемента суспільного розвитку взагалі. Поняття конструктивних можливостей людства (на даному ступені суспільного розвитку) необхідно включає в себе — як провідний — соціальний фактор: діяльність людей відбувається в певних суспільствах, у соціально обумовлених формах, за певних соціальних структур. Істотна риса людської діяльності — її цілеспрямований характер, і відповідь на питання про реальні можливості кібернетичних пристроїв на даному етапі соціально-історичного й науково-тех. розвитку залежить не лише від досягнутих конструктивних можливостей людства, а й від характеру мети, яку воно ставить. Тому можна припустити ситуацію, коли якийсь напрям техніко-кібернетичного розвитку, реально здійсненний за даного історичного ступеня, виявиться осторонь від головної мети, яку ставить суспільство, і через це не набуде (повністю або в істотній своїй частині) реалізації; такою метою може стати, напр., створення антропоморфних (людиноподібних) кібернетичних пристроїв.

У період становлення кібернетики обговорювалося питання про можливості «мислячих машин». Тепер усвідомлено, що наука (зокрема, психологія) ще не виробила потрібних точних понять щодо цього. При будь-якому розумному визначенні мислення сучас. кібернетичні машини не мислять; часто вживаний вираз «мислячі машини» служить звичайно для того, щоб підкреслити схожість функціонування сучасних *автоматів* і роботи мозку, людського мислення. Переконливою в філософському плані є гіпотеза про те, що машини й не будуть мислити, як людина, як розумна істота, що живе в суспільстві, має інтелектуальні (й інші) потреби, має свідомість і самосвідомість і користується природною мовою, щоб обмінюватися думками з іншими розумними істотами.

Математично осмисленим еквівалентом (уточненням, експлікатом) питання про можливість «мислячих машин» є задачі кібернетичного моделювання інтелектуальних процесів. Кібернетика й створювані в руслі її концепцій перетворювачі інформації й програма для ЕОМ забезпечують дедалі ширші можливості виходу в глибокі області формалізованого представлення й модельного відтворення мислительних процедур. Особливу роль покликані тут відігравати евристичні методи (див. *Евристика*, *Програмування евристичне*).

Матем. і тех. моделювання розумової праці людини лежить в основі кібернетичної автоматизації інтелектуальних процедур (див. *Штучний розум*). Така автоматизація є настійною необхідністю для сучас. науки й техніки, для суспільства загалом. У ході її створюють машини й машинні програми, які дають змогу заповнювати прогалини щодо недоліків людського пізнавального апарата (пов'язані, напр., з недостатньою швидкодією психіки людини, з її обмеженою надійністю, вадами щодо точності розв'язування багатьох задач тощо), розширювати можливості інтелекту за допомогою кібернетичних *мис-*

лительної здатності підсилювачів. Псевдопроблему «людина або кібернетична машина» слід замінити проблемою «людина з кібернетичною машиною чи без неї», розв'язання якої в принципі є очевидним (див. *Взаємодія людини з обчислювальною машиною*). Кібернетичні засоби переробки інформації в перспективі дадуть змогу людині-дослідникові зосередити увагу не на пошукові інформації (як це часто буває), а на науковій та інженерній творчості.

Кібернетика дає нові аргументи на користь діалектично-матеріалістичної тези про величезне значення машин як продовження природних сил людини, про машину — помічника людини, що служить для помноження її сил у різних сферах діяльності. Розв'язуючи питання про реальні можливості й значення машинного моделювання процесів мислення, слід ураховувати соціальну обумовленість мислення, свідомості, психічного життя людини і її діяльності, органічним результатом якої і є кібернетичні пристрої.

Підвищення рівня автоматизації веде за собою зміну змісту й умов праці: дедалі більше місця в праці займає управління й контроль; нові, дедалі складніші зв'язки людини й машини ставлять питання про оптим. організацію узагальнення їх (див. *Психологія інженерна*); виникають необхідність у перекваліфікації різних категорій працівників, нові завдання в підготовці кадрів; підвищується ступінь задоволення роботою, збільшується виробнича активність членів суспільства; створюються передумови для естетизації виробничого середовища.

В міру розвитку виробн. удосконалюються його організаційні форми й підвищується культура праці. Вже тепер велике місце займають *сіткові методи планування й управління* та *автоматизовані системи управління* на основі ЕОМ; підвищується злагодженість, економічність, точність і естетичність праці. Змінюється місце виробника в системі виробн.— працівник виходить за рамки суто виробничих завдань у сферу проблем економ. й соціального управління, а це є одним із важелів перетворення соціалістич. державності в суспільне самоуправління.

Підвищення ефективності праці істотно впливає на її розподіл і на зайнятість населення, на зміну структури бюджету й особистого часу трудящих. Створюються об'єктивні умови для збільшення міграції населення; повсякденної уваги потребують проблеми трудовлаштування. Однак розв'язування завдань автоматизації й кібернетизації в різних сферах суспільного життя не є автоматичним процесом, воно залежить від цілеспрямованої діяльності соціалістич. суспільства, його планових і господарчих органів. Лише наукове управління суспільством дає змогу оволодіти соціальними процесами й використати тенденцію до скорочення робочого часу на благо людини.

Автоматизація й кібернетизація ведуть, насамперед, до зміни в характері й структурі управлінської праці, в структурі підпорядкованості підрозділів і розподілі функцій між ними; передавши машині алгоритмізовні процедури в управлінських роботах, організатор-керівник піднімається на рівень розв'язання завдань стратегічного плану. В цих умовах спостерігається тенденція до збільшення частки розумової праці в праці фізичній, тобто тенденція інтелектуалізації фіз. праці. У зв'язку з цим відповідальні завдання в розвитку суспільного виробн. (пов'язані з випереджальними темпами розвитку науки і техніки в порівнянні з темпами зростання виробн., з перетворенням науки на продуктивну силу суспільства) покладаються на працівників інтелектуальної праці. Автоматизація й кібернетизація істотно сприяють стиранню різниці між містом і селом, стиранню національних і соціальних відмінностей в організації побуту. Істотною є тенденція до типізації й стандартизації продукції, яку в кінцевому підсумку націлено на забезпечення оптим. функціонування людини в побутовому середовищі, яке відзначається високим рівнем раціональності, зручності й комфорту. Інтелектуалізація й естетизація праці й збільшення в ній частки творчості суттєво підвищують суспільну цінність особи й тим самим створюють сприятливі умови для гуманізації звичаїв і людських взаємовідносин.

Великого значення набула розробка основ економ. будівництва, госп. розрахунку й планування. Економіко-математичні методи знаходять тут широке поле застосування. Ймовірнісно-статистичне вираження соціальних закономірностей, наявність інформаційного аспекту в зв'язках, роль управління в суспільних взаємовідносинах стали очевидними. Це є об'єктивною основою проникнення ідей, методів і засобів кібернетики в сферу економ. і конкретних соціологічних досліджень. При цьому суспільство розглядають як кібернетичну систему з багатовимірною сіткою прямих і *зворотних зв'язків*. Економіку суспільства теж розглядають як кібернетичну систему, яка перебуває в складній взаємодії з природою (природні й трудові ресурси) й соціальним (включаючи демографічні, психологічні, біо-психологічні й інші фактори) середовищем. Описування поведінки екон. системи за різних змін природного й соціального середовищ і вибір оптимальних варіантів управління нею здійснює *кібернетика економічна*, яка застосовує теорію й методологію кібернетики для досліджень і вдосконалення економ. систем.

Велика ділянка різноманітних соціальних зв'язків, соціальне середовище — самостійний предмет дослідження. Кібернетика стає джерелом матем. апарату й засобів техніки для моделювання функціонування й розвитку соціальних об'єктів (систем) і вибору оптим. варіантів управління ними. Важливим каналом впровадження кібернетики в сферу вивчання соціальних явищ і управління ними є соціологічні дослідження. Головне місце в

них посідає проблема праці, досліджувана під кутом зору розвитку соціалістич. суспільних відносин за умов автоматизації й кібернетизації. Розглядають такі питання, як класифікація груп робітників за змістом праці, вивчення впливу змісту праці на суб'єктивне ставлення робітника до праці, аналіз і розробка шляхів, методів і засобів професіонального добору й навчання. Досить складне суспільне явище — міграційні процеси; досвід моделювання їх показує, що за умов планового господарства є принципово можливим ефективне управління цими процесами. Вивчення суспільної поведінки людини й суспільних груп — велика група соціологічних питань, де також застосовують методи й засоби кібернетики. Провадити конкретні соціологічні дослідження й обробляти масову інформацію практично неможливо, коли не використовувати *імовірностей теорію* й *математичну статистику*, кореляційний аналіз, *ігор теорію*, *операцій дослідження*, *масового обслуговування теорію* тощо й не застосовувати тех. засоби кібернетики, насамперед ЕЦОМ та інформаційні машини.

В гуманітарних науках кібернетичний підхід вносить великий вклад у реалізацію вимог точності досліджень. Такий підхід насамперед сприяє чіткішій визначеності понять, застосовуваних у науках про людину. Він призводить до запровадження відповідних кількісних критеріїв, до побудови раціональних мов описування, створює умови для систематизації й осмислювання фактичного матеріалу, для переходу до етапу формалізації. Істотним є те, що цей підхід до об'єктів гуманітарних наук потребує аналізу досліджуваних у них явищ як функціонування систем, які мають певну історію, що її можна відображати строгими математико-кібернетичними термінами. Мови описування цих об'єктів можуть бути й загальнішої природи, напр., їх можна побудувати на основі ідей і символіки логіки (прикладом можуть бути роботи щодо формалізації теорії етики, де використовують особливу деонтичну, або нормативну, логіку). Звідси тенденція застосовувати в гуманітарних науках методи *семіотики*, ідеї й засоби якої є одним з ефективних шляхів проникнення в науки про людину стилю мислення, який відповідає ідеалові строгості. З філософсько-методологічних позицій застосовність ідей, методів і засобів кібернетики в гуманітарних науках грунтується на діалектико-матеріалістичних принципах єдності кількості і якості, формального й змістового підходів.

Ефективність застосування кібернетики продемонстровано вже в багатьох галузях — у юриспруденції, психології, лінгвістиці, історіографії, в галузі досліджень культури й мистецтва. Широкого застосування набули роботи, пов'язані з застосуванням ідей і засобів кібернетики до завдань навчання людини. Ідеї кібернетики перебувають тут у безпосередньому зв'язку з *програмованим навчанням*. З позицій кібернетики процес навчання розглядається як процес управління розвитком знань, умінь і навичок людини, і найважливішим завданням кібернетики тут є оптимізація навчального процесу.

Отже, кібернетика, її логічні й матем. основи й тех. засоби є важливим засобом розвитку наук про суспільство й людину. Кібернетичні застосування відкривають нові можливості в підвищенні темпів і результативності досліджень у цих галузях знань, дають у руки вчених і спеціалістів-практиків потужні тех. засоби для переробки інформації, для підвищення ефективності практичних застосувань цих наук у різних сферах життя суспільства.

Літ.: Ауэрхан Я. Автоматизация и общество. М., 1960; Кибернетику — на службу коммунизму, т. 1, 5. М.—Л., 1961—67; Берг А. И., Черняк Ю. И. Информация и управление. М., 1966; Афанасьев В. Г. Научное управление обществом. М., 1968; Берг А. И., Бирюков В. В. Кибернетика и прогресс науки и техники. В кн.: Ленин и современное естествознание. М., 1969; Кобринский Н. Е. Основы экономической кибернетики. М., 1969 [бібліогр. с. 253—254]; Майминас Е. З. Процессы планирования в экономике: информационный аспект. М., 1971 [бібліогр. с. 378—384]; Винер Н. Кибернетика и общество. Пер. с англ. М., 1958; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965; Винер Н. Творец и робот. Пер. с англ. М., 1966.

Б. В. Бирюков, Ю. С. Геллер.

СПЕКТРА́ЛЬНА ТЕО́РІЯ ВИПАДКО́ВИХ ПРОЦЕ́СІВ — див. *Стаціонарний випадковий процес.*

СПЕКТРА́ЛЬНА ФУ́НКЦІЯ стаціонарного в широкому розумінні випадкового процесу $\xi(t)$ — неспадна функція $F(\lambda)$, що однозначно визначається рівностями

$$\frac{F(\lambda_2+0)+F(\lambda_2-0)}{2}+$$
$$+\frac{F(\lambda_1+0)+F(\lambda_1-0)}{2}=$$
$$=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}\frac{e^{-i\lambda_2\tau}-e^{-i\lambda_1\tau}}{2\pi i\tau}R(\tau)\,d\tau;$$
$$F(-\infty)=0,\quad F(\lambda+0)=F(\lambda),$$

де $R(\tau)$ — *кореляційна функція* процесу. Невід'ємна, обмежена, монотонно неспадна С. ф. характеризує енерг. властивості процесу. Див. також *Стаціонарний випадковий процес.*

СПЕКТРА́ЛЬНА ЩІ́ЛЬНІСТЬ — функція $f(\lambda)$, яку визначають для стаціонарного в широкому розумінні *випадкового процесу* $\xi(t)$, $-\infty<t<\infty$, як похідну *спектральної функції* $F(\lambda)$

$$f(\lambda)=\frac{dF(\lambda)}{d\lambda}$$

за умови, що спектральна ф-ція є абсолютно неперервною. Нехай *кореляційна функція* $R(\tau)$ процесу $\xi(t)$ абсолютно інтегровна в інтервалі $(-\infty,\infty)$. Тоді С. щ.

$$f(\lambda)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\lambda\tau}R(\tau)\,d\tau.$$

С. щ. є невід'ємною ф-цією λ, характеризує енерг. спектр процесу. Див. також *Стаціонарний випадковий процес.*

СПЕЦИФІКА́ЦІЯ — 1) Основний конструкторський документ, який визначає склад збірної одиниці, комплексу чи комплекту. До С. включають складові частини специфікованого виробу і конструкторські документи щодо цього виробу та тих його складових частин, що їх не специфікують. С. у заг. випадку складається з таких розділів: документація, комплекси, збірні одиниці, деталі, стандартні вироби, ін. вироби, матеріали, комплекти. В С. фіксують експлуатаційні та ремонтні документи. 2) В амер. тех. документації С.— перелік тех. характеристик, які визначають споживчі властивості обчисл. машин і пристроїв. Часто ці тех. характеристики задають відповідно до регіональних стандартів (встановлених фірмами, асоціаціями виконавців і користувачів) або федеральних і воєнних стандартів. Як правило, в С. задають такі тех. характеристики: вимоги до мережі й потужності живлення, габарити, вагу й спец. пристосування, що визначають транспортабельність пристроїв, умови зовн. середовища, вимоги безпечного обслуговування. В рад. тех. документації ці характеристики наз. загальними тех. вимогами, що регламентуються відповідними стандартами чи конструкторськими документами.

В. М. Квасницький, Ю. П. Селіванов.

СПЕЦІАЛІЗО́ВАНА ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА — різновид *обчислювальних машин* (ОМ), призначених для розв'язування однієї задачі або порівняно вузького класу задач. Спеціалізація ОМ визначає її структуру. С. о. м. має змогу враховувати специфіку розв'язуваної задачі. Це різко підвищує ефективність засобів *обчислювальної техніки*, точність і швидкодію машини, зменшує апаратурні витрати, час розв'язування задачі, поліпшує сервісні характеристики, такі, як простота спілкування людини з машиною, наочність одержуваних результатів тощо. Відносно жорстка структура, характерна для С. о. м., повністю визначається в процесі виготовлення машини. Жорсткість структури в С. о. м. аналогового й гібридного типів дає змогу спростити комутаційні пристрої, полегшити, а інколи й усунути набирання задачі. Завдяки спеціалізації ЦОМ можна спростити матем. забезпечення за рахунок структурної інтерпретації *програм*, обмежити зовнішні пристрої тільки тими блоками, які необхідні для виконування ф-цій, зумовлених розв'язуваною задачею.

За способами представлення й обробки інформації розрізняють аналогові, цифрові й гібридні С. о. м. За призначенням С. о. м. поділяють на керуючі й моделюючі. Керуючі С. о. м. призначено для роботи в прискореному або реальному масштабі часу в замкненому контурі з об'єктом керування, напр., бортові С. о. м. розв'язують навігаційні задачі при керуванні літальними апаратами. Моделюючі С. о. м. використовують для проведення досліджень при розв'язуванні важливих інж. задач у найрізноманітніших галузях науки і техніки; до них відносяться, напр., фіз. модель електроенергетичної системи, інтегратори для розв'язування задач матем. фізики типу «ЭГДА», УСМ-1 та ін.

С. о. м. можна використати в автономному режимі і в складі багатомашинних комплексів для обробки інформації (див. *Комплексування машин*). При роботі в комплексі вони забезпечують розв'язання окремих задач, відіграючи роль аналогових або цифрових підпрограм.

Ступінь спеціалізації ОМ різний. Машини, спеціалізовані на розв'язуванні досить широкого класу задач, універсальні всередині цього класу. Напр., електронні аналогові машини загального призначення й *цифрові інтегрувальні машини* є спеціалізованими структурно й елементно для розв'язування задач автомат. регулювання й керування. Проте їх можна використати й для розв'язування інших задач, таких, як задачі *програмування математичного*, ігрові задачі тощо. Див. також *«АСОР»*, *«Ітератор»*, *«Оптимум»*, *«ЭМСС»*, *«Экран»*.

В. В. Васильєв.

СПЕЦІА́ЛЬНИХ ФУ́НКЦІЙ СПО́СОБИ ОБЧИ́СЛЮВАННЯ. Спеціальні функції (с. ф.) — функції, що часто трапляються під час розв'язування задач матем. фізики, *імовірностей теорії*, *математичної статистики* й техніки. Основні с. ф. здебільшого визначаються як розв'язки лінійних дифер. рівнянь 2-го порядку зі змінними коеф. Найважливішими з таких ф-цій є: гіпергеометричні, циліндричні, сферичні, кульові, ф-ції Матьє та ін. До с. ф. здебільшого відносять і інші трансцендентні ф-ції, які не виражаються через елементарні. Серед таких ф-цій найважливішими є еліптичні, гамма-функція, дзета-функція, інтегр. логарифм, інтеграл імовірності тощо.

До широкого впровадження ЕЦОМ таблиці С. ф. були осн. засобом обчислення їх. Щоб одержати табличні значення с. ф., використовують інтегр. ф-ли, розклад у нескінченні ряди, розклад у ланцюгові дроби, а також асимптотичні вирази. Такі вирази є для більшості с. ф. Так, значення ф-ції Бесселя (циліндрична ф-ція 1-го роду), які є одним з розв'язків дифер. рівняння

$$W''(x) + \frac{1}{x} W'(x) + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) W(x) = 0 \quad (1)$$

при дійсному аргументі x та цілому індексі можна обчислити за інтегр. ф-лою

$$J_n(x) = \frac{1}{x} \int_0^{\pi} \cos(x \sin\theta - n\theta)\, d\theta. \qquad (2)$$

Але ф-ла (2) вимагає, щоб було виконано дуже багато обчислень, особливо при великих $|x|$ чи n. При малих $|x|$ для обчислювання зручніше використовувати розвинення ф-цій

$J_n(x)$ в ряд Тейлора

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!\,(n+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}. \quad (3)$$

Якщо $|x|$ велике, то щоб одержати задовільний щодо точності результат при обчисленнях за ф-лою (3), треба брати надто велику кількість членів ряду. Тому краще скористатися з асимптотичного розвинення

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sum_{k=0}^{m} (-1)^{\left[\frac{k}{2}\right]} \alpha_k B_k(x) + \varepsilon_m, \quad (4)$$

де

$$\alpha_k = \begin{cases} \cos\delta \text{ при парному } k, \\ -\sin\delta \text{ при непарному } k, \end{cases}$$

$\left[\frac{k}{2}\right]$ — ціла частина числа $k/2$, $\delta = x - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)$, $B_0(x) = 1$.

$$B_k(x) = \prod_{s=1}^{k} \frac{4n^2 - (2s-1)^2}{8sx},$$

$$|\varepsilon_m| \leqslant \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,|B_{m+1}(x)|. \quad (5)$$

З нерівності (5) можна зробити висновок, скільки членів асимптотичного виразу (4) треба використати для обчислення ф-ції $I_n(x)$ із заданою точністю.

При обчислюванні на більшості сучасних ЕЦОМ для одержання значень с. ф. використовувати таблиці нераціонально, бо для розміщення їх потрібно мати надто великий обсяг пам'яті ОЗП. При обчислюванні с. ф. на потужних ЕЦОМ з великим обсягом пам'яті ОЗП іноді використовують табл., щоб збільшити швидкість знаходження цих ф-цій. Щоб одержати значення с. ф. на ЕЦОМ, широко використовують перелічені вище вирази. При цьому виникають додаткові труднощі, пов'язані з обмеженою розрядністю ЕЦОМ. Нехай, напр., на ЕЦОМ треба обчислити функціональний ряд

$$S(z) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(z), \quad (6)$$

а фактично обчислюють його часткову суму

$$S_n(z) = \sum_{k=1}^{n} u_k(z), \quad (7)$$

при цьому *похибка*, яка виникає в результаті відкидання залишку,— це похибка методу:

$$|\Delta S_n(z)| = |S(z) - S_n(z)| < \varepsilon_1. \quad (8)$$

Абс. похибка заокруглення обчислення на ЕЦОМ суми (7) залежить від розрядності машини й способу представлення в ній інформації (основа числення, з фіксованою чи плаваючою комою провадять обчислювання), від способу обчислювання доданка $u_k(z)$, способу заокруглювання, прийнятого в машині, та й від порядку, в якому відбувається додавання доданків $u_k(z)$ для одержання суми (7). При фіксації всіх цих параметрів для величини похибки заокруглення $\delta S_n(z)$ при обчисленні $S_n(z)$ на ЕЦОМ можна одержати оцінку

$$|\delta S_n(z)| < D(z). \quad (9)$$

Якщо макс. значення повної похибки має не перевищувати $\varepsilon > \varepsilon_1$, то необхідно, щоб

$$D(z) < \varepsilon_2 = \varepsilon - \varepsilon_1. \quad (10)$$

Нерівність (10) обмежує область застосовності ряду (7) для обчислення на ЕЦОМ функції $S(z)$.

У деяких випадках області застосовності для ЕЦОМ R розвинень у нескінченний ряд і асимптотичних виразів не перетинаються. В цих випадках, щоб обчислити на ЕЦОМ R, треба використати інші вирази. Так, обчислити ф-цію $J_n(x)$ для будь-якого $x > 0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-6}$, якщо відносна похибка подання числа в машині є 2^{-32}, за ф-лами (1) і (3) можна лише до n порядку 20. Для більших значень n використовують ф-лу (2).

У практичних задачах часто доводиться обчислювати значення конкретних с. ф. $Z(x)$ в обмеженій області зміни аргументу. В таких випадках застосовують різного роду наближення. Апроксимуючі вирази забезпечують, як правило, велику швидкість обчислювання. Є велика кількість апроксимуючих виразів для обчислювання еліптичних інтегралів, інтегр. показникової функції, інтегрального синуса й косинуса, інтегрального логарифма, інтеграла ймовірності, інтегралів Френеля, ф-цій Ейлера, циліндричних функцій нульового та 1-го порядку, ф-ції, оберненої інтегралові ймовірності тощо. Джерелом одержання апроксимуючих виразів найчастіше є розвинення ф-ції $Z(x)$ в ряд за поліномами Чебишова або побудова найкращого рівномірного поліноміального наближення. А коли виконання операції ділення на ЕЦОМ забирає приблизно стільки ж часу, скільки й виконання операції множення, то добрі результати дає й використання найкращого рівномірного раціонального наближення

$$Z(x) \approx \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \Big/ \sum_{k=0}^{m} b_k x^k. \quad (11)$$

У деяких випадках використовують наближення й загальнішого вигляду. Інтервал L зміни аргументу x ф-ції $Z(x)$ ділиться здебільшого на дві частини, в кожній з яких використовується своя апроксимація. Іноді ділень може бути й більше. Дедалі більшого

поширення набувають кусково-поліноміальні наближення («сплайн»-наближення). При використанні цих наближень інтервал L поділяють на багато частин, на кожній з яких ф-ція $Z(x)$ наближається многочленом низького степеня (здебільшого не вищого за третій).

На ЕЦОМ різних класів с. ф. обчислюють, як правило, за допомогою різних апроксимуючих виразів. Коли апроксимуючий вираз, призначений для ЕЦОМ одного класу, використовують для обчислювання на машинах іншого класу, це може привести до втрати точності обчислень і до збільшення часу обчислювання с. ф. В міру появи нових типів ЕЦОМ пропонують усе нові апроксимуючі вирази для обчислювання с. ф. Але такі вирази є далеко не для всіх с. ф., що їх треба обчислювати на ЕЦОМ. У таких випадках економії машинного часу можна іноді домогтися, використовуючи рекурентні співвідношення. Такі співвідношення є для циліндричних, сферичних та інших ф-цій. Зокрема, для будь-якої циліндричної функції $V_p(z)$ з індексом $p > -1/2$ справджується співвідношення

$$V_{p+1}(z) = \frac{2p}{z} V_p(z) - V_{p-1}(z), \qquad (12)$$

з допомогою якого можна швидко знайти значення цієї ф-ції з індексом $p + 1$. У рекурентних співвідношень є істотна вада: при використанні їх на ЕЦОМ відбувається, як правило, швидке нагромадження похибки заокруглення. Так, ф-лу (12) на ЕЦОМ серед. класу можна безпосередньо використати для обчислення ф-цій Бесселя лише при $p < z$. Для деяких випадків розроблено алгоритми обчислювання за рекурентними ф-лами, що дають змогу уникнути швидкого нагромаджування похибки заокруглення. Дуже зручними для багатьох випадків обчислювання елементарних ф-цій (особливо при обчислюваннях на ЕЦОМ з довільною розрядністю) є ітераційні методи (див. *Елементарних функцій способи обчислювання*). Такі методи існують лише для небагатьох с. ф. Так, обчислювання повного еліптичного інтеграла 1-го роду

$$K(k^2) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 t)^{-1/2}\, dt \qquad (13)$$

за методом Кінга полягає в послідовному обчислюванні величин a_i та b_i, де

$$a_0 = 1,\ b_0 = \sqrt{1 - k^2},\ a_{i+1} = \frac{1}{2}(a_i + b_i),\quad b_{i+1} = \sqrt{a_i b_i}. \qquad (14)$$

Обчислювання триває доти, доки не буде виконано (з урахуванням похибки заокруглення) рівність $a_i = b_i$. В цьому разі

$$K(k^2) = \frac{\pi}{2b}. \qquad (15)$$

Ітераційні методи можна використовувати й для обчислювання на ЕЦОМ обернених с. ф. через прямі. Так, зокрема, можна обчислювати функцію, обернену інтегралові ймовірності.

Літ.: Дымарский Я. С. [та ін.]. Справочник программиста, т. 1. Л., 1963; Ланс Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1962 [бібліогр. с. 197—204]; Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции [кн. 1—3]. М., 1965—67 [бібліогр. кн. 1, с. 281—288; кн. 2, с. 277—288; кн. 3, с. 278—290]; Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. Пер. с англ. М., 1969.

Б. О. Попов.

СПИСКОВА СТРУКТУРА — ієрархічна система організації *даних* у *пам'яті ЦОМ*, яка полягає в побудові основного *списку* об'єктів та підсписків різних рівнів, що відгалужуються. Члени списків і підсписків розміщуються в пам'яті ЦОМ довільно і зв'язуються один з одним *адресами*, які вказують на положення подальших членів. С. с. зручно користуватися при обробці інформації, склад і кількість якої змінюються в ході процесу обробки. При цьому не потрібно заздалегідь здійснювати строгий *пам'яті розподіл* ЦОМ і точно задавати кількість об'єктів різних типів. С. с. будуються в процесі обробки й відображують фактичний склад даних про об'єкти. Апарат обробки С. с. є в більшості *мов спискових*.

А. І. Китов.

СПИСОК у програмуванні — впорядкована послідовність даних, що характеризують однорідні об'єкти, які відрізняються значеннями своїх ознак. Дані, що стосуються одного об'єкта, наз. *записами*. Вони є членами С. Залежно від способів розміщення членів С. у *пам'яті ЦОМ* і способів зв'язку між ними розрізняють 4 види С.: послідовні, ланцюгові, гніздові й вузлові. В послідовних С. члени цих С. розміщуються в пам'яті ЦОМ послідовно один за одним. У ланцюгових — члени С. розміщуються довільно й зв'язані між собою адресами зв'язку (кожен член містить вказівку про розташування наступного члена С.). Гніздові списки — це С., в яких члени С. розміщуються групами в послідовних ділянках пам'яті, а зв'язки між групами (гніздами) вказують за допомогою *адрес*. У *вузлових списках* С.— це члени різних ланцюгових С., до яких входить той самий об'єкт. Вони розташовуються в групі послідовних ділянок пам'яті ЦОМ. Вузлові С. являють собою об'єднання кількох ланцюгових С. Використовують С., розв'язуючи різні інформаційно-логічні задачі, пов'язані з сортуванням і пошуком об'єктів за їхніми ознаками. При програмуванні задач цього типу широко використовують *мови спискові*. *А. І. Китов.*

СПОСТЕРЕЖУВАНОСТІ Й КЕРОВАНОСТІ УМОВИ — умови, які накладаються на параметри динамічної системи і при виконанні яких система має властивості керованості та спостережуваності. Ці властивості полягають ось у чому. Нехай рівняння руху системи задано в просторі станів так:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i[x_1, \ldots, x_n, u_k(t)],$$

$$i = 1,2, \ldots, n, \; k = 1,2, \ldots, p, \; p \leqslant n, \quad (1)$$

де $f_i(\cdot)$ — якісь, у заг. випадку нелінійні, функції координат простору станів x_i і вхідних (керуючих) діянь u_k. У просторі станів $\mathbf{X} = (x_1, \ldots, x_n)$ виділено дві множини M_1 і M_2. Систему (1) наз. керованою відносно множини M_1 і M_2, якщо існує таке *допустиме керування* $\mathbf{U}(t) = (u_1(t), \ldots, u_k(t))$, яке може перевести систему з будь-якої точки множини M_1 в одну з точок множини M_2. Систему (1) наз. повністю спостережуваною, якщо існує перетворення (алгоритм, закон), за яким спостережуваній на інтервалі $[t_0, t_1]$ траєкторії $\mathbf{X}(t)$ при відомому $u(t)$ ставиться у взаємно однозначну відповідність точка $\mathbf{X}(t_0) \in M_1$. Наведене означення С. й к. у. правильне і для лінійних, і для нелінійних систем.

Поняття керованості і спостережуваності можна поширити на будь-які керовані системи (нескінченновимірні й скінченновимірні, динамічні, стохастичні системи, *автомати скінченні* та ін.). У разі скінченного автомата еквівалентами керованості й спостережуваності є властивості зв'язності й розпізнанності автомата. Автомат з множиною станів $\{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n\}$ наз. сильнозв'язним, якщо є вхідна послідовність, яка переводить автомат з будь-якого заданого стану σ_i в будь-який заданий стан σ_j (i може дорівнювати j). Характерні властивості сильнозв'язного автомата полягають у тому, що його завжди можна встановити в будь-який заданий скінченний стан і завжди можна розпізнати.

Задача розпізнавання автомата являє собою задачу визначення його стану (в тому числі й початкового) за допомогою вимірювань (спостережень) його виходів. Важливим різновидом задачі розпізнавання автомата є визначення (з точністю до ізоморфізму) його мінім. форми вимірюванням на його зовн. виводах.

Для лінійних динамічних систем рівняння (1) перепишеться у вигляді

$$\dot{\mathbf{X}} = A\mathbf{X} + B\mathbf{U}; \quad \mathbf{Y} = C\mathbf{X}, \quad (2)$$

де $\mathbf{X}$ — n-вимірний вектор станів системи, $\mathbf{U}$ — p-вимірний вектор вхідних сигналів (керування), $\mathbf{Y}$ — r-вимірний вектор вихідних координат (реакцій) системи; A, B, C — матриці розмірностей $n \times n$, $n \times p$ і $r \times n$ — відповідно, визначувані параметрами системи. Визначення керованості в цьому разі звужується: систему (2) наз. повністю керованою, якщо множина M_1 являє собою всі просторові стани, а множина M_2 стягується в точку (початок координат). Уперше необхідні й достатні С. й к. у. лінійних систем сформулював амер. кібернетик Р. Калман так: ранг $n \times np$ матриці $H_1 = [B, AB, \ldots, A^{n-1}B]$ (для повної керованості) і ранг $n \times nr$ матриці $H_2 = [C', A'C', \ldots, (A')^{n-1}C']$ (для повної спостережуваності) мають дорівнювати n (штрих означає транспонування).

Керованість систем виду (2) можна встановити за допомогою різних еквівалентних критеріїв. Напр., система (2) цілком керована, якщо: а) не існує інваріантного підпростору матриці A розмірності, меншої за n, який водночас містив би всі вектори-стовпці матриці B; або б) не існує власних векторів $\mathbf{V}$ матриці A', ортогональних до простору векторів матриці B, тобто $\mathbf{V}'B \neq 0$ для жодного $\mathbf{V}$. Необхідні й достатні умови спостережуваності можна сформулювати різними еквівалентними способами і для системи (2); напр., система (2) є цілком спостережуваною, якщо: не існує жодного власного вектора матриці A, для якого $C'\mathbf{V} = 0$. Відомі й інші означення та критерії керованості й спостережуваності, сформульовані в алгебр. і геом. формі, в термінах функціонального аналізу, у формі проблеми відокремленості множин тощо. Розрізняють поняття керованості за станом і за виходом системи. Істотно, що керованість і спостережуваність є внутр. властивостями системи, які зберігаються при будь-яких еквівалентних перетвореннях їхньої *моделі математичної*. Зокрема, керованість системи (2) не залежить від вибору системи координат.

Важливу властивість скінченновимірних керованих систем становить незалежність їхніх властивостей керованості від класу допустимих керувань. У разі нескінченновимірних керованих систем аналогічної властивості не встановлено, так само як і сама проблема керованості й спостережуваності таких систем ще далека від завершення.

Повна керованість або спостережуваність системи порушується при динамічній корекції, якщо при введенні коригуючих ланок відбувається компенсація полюсів *передавальних функцій* ланок системи нулями коригуючих пристроїв. Тоді може виявитися, що координати $\mathbf{X}$ станів системи розбиваються на дві групи, причому координати 1-ї групи залежать від керування $\mathbf{U}$, а координати 2-ї групи не залежать ні від $\mathbf{U}$, ні від координат 1-ї групи й утворюють т. з. некеровану частину. В другому випадку, якщо координати 1-ї групи зв'язані з реакцією $\mathbf{Y}$, а координати 2-ї групи не зв'язані ні з $\mathbf{Y}$, ні з координатами 1-ї групи, вони утворюють неспостережувану частину. Це явище не можна проаналізувати, коли система описується передавальними функціями, де внаслідок компенсації полюси та нулі виключаються з розгляду. Аналіз С. й к. у. необхідний при розгляді задач інваріантності, автономності, синтезі оптим. фільтрів і оптим. регуляторів та аналізі стійкості таких систем. Так, Р. Калман довів теорему: розв'язання задачі синтезу оптим. регулятора (щодо мінімуму квадратичного функціоналу якості) можливе тоді й тільки тоді, коли об'єкт повністю керований.

Зв'язок С. й к. у. визначається принципом дуальності, сформульованим Р. Калманом. Назвемо дуальною щодо (1) таку систему,

яку описує спряжена щодо (1) система рівнянь, у якій $A^* = -A'$, $B^* = C'$, $C^* = B'$. Тоді, якщо система (1) повністю керована, то дуальна система повністю спостережувана, й навпаки. Оскільки рівняння дискретної системи в просторі станів можна записати у вигляді

$$\mathbf{X}_{n+1} = A_д\mathbf{X}_n + B_д\mathbf{U}_n,\ \mathbf{Y}_n = C_д\mathbf{X}_n,$$

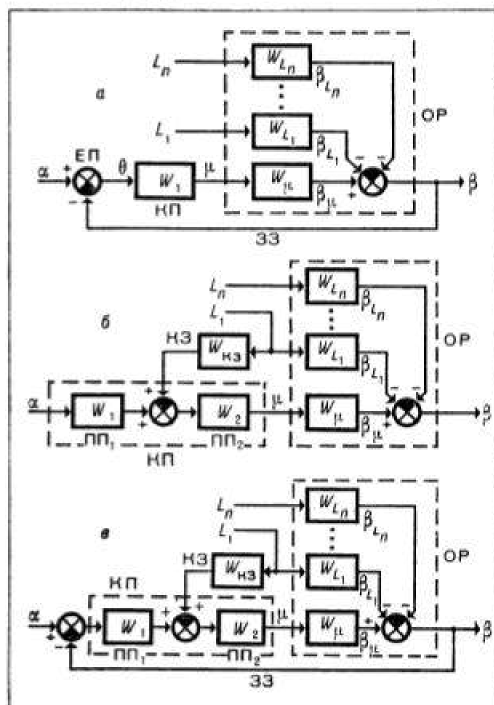
то все, сказане вище, справджується і для дискретних систем із заміною A, B, C на $A_д$, $B_д$, $C_д$ відповідно.

Літ.: Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. М., 1966 [бібліогр. с. 410—413]; Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 265—268]; Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 386—393].
А. А. Тунік.

СПРЯ́ЖЕНИХ НА́ПРЯМІВ МЕ́ТОД — один з *оптимізації методів.*

СТАБІЛІЗА́ЦІЇ СИСТЕ́МА — система автоматичного регулювання, завдання якої — підтримувати сталість однієї чи кількох регульованих величин з певною точністю при *збурювальних діяннях,* що змінюються довільно. С. с. може грунтуватися на принципі регулювання за збуренням, за відхиленням або на принципі комбінованого регулювання (див. *Система керування розімкнена, Система керування замкнена, Комбінована система автоматичного керування*). Одноконтурна С. с., побудована на принципі регулювання за відхиленням (мал., *а*), складається з елемента порівнювання (ЕП), прямого кола діянь, до якого входять керуючий пристрій (регулятор) КП та об'єкт регулювання (ОР), і головного *зворотного зв'язку* (ЗЗ). Задане значення регульованої величини в С. с. є сталою величиною. В такій С. с. *керуюче діяння* μ формується в результаті перетворення відхилення $\theta = \alpha - \beta$, тому система зменшує це відхилення незалежно від того, яким із збурювальних діянь L воно спричинене. Через цю особливість такі С. с. менш чутливі до змін параметрів елементів прямого кола, проте не дають змоги повністю усунути похибку, тобто досягти інваріантності (див. *Інваріантність систем автоматичного керування*).

С. с., що грунтуються на принципі регулювання за збуренням (мал., *б*), складаються з ОР, КП (підсилювально-перетворювальні ланки $ПП_1$ і $ПП_2$) і компаундуючого зв'язку КЗ (див. *Компаундуючі зв'язки в автоматичних системах*). У таких системах є принаймні два канали впливу збурювального діяння на регульовану величину β: природний канал ОР, що характеризується оператором W_{L_1} (який зв'язує β_{L_1} і L_1), і штучно створюваний компенсаційний канал, який включає КЗ з оператором $W_{кз}$, $ПП_2$ з оператором W_2 і ОР з оператором W_μ, що характеризує зв'язок керуючого діяння μ із складовою β_μ регульованої величини β. У таких С. с. керуюче діяння виробляється внаслідок перетворення збурювального діяння L_1. При певному виборі характеристик $W_{кз}$ і W_2 реакція β_μ на L_1 в кожний момент часу може (в принципі) дорівнювати за величиною і бути протилежною за знаком реакції β_{L_1} природного каналу. В цьому разі матиме місце інваріантність β відносно L_1. Але на практиці цього не завжди вдається домогтися. У таких С. с. зменшуються помилки, спричинені тільки збурювальними діяннями, за якими здійснено компаундуючі зв'язки. Осн. вада — вони чутливі до відхилення параметрів елементів системи і ОР.



Схеми систем стабілізації: *а* — системи, що грунтується на принципі регулювання за відхиленням; *б* — системи, що грунтується на принципі регулювання за збуренням; *в* — системи, побудованої за комбінованою схемою.

Найдосконалішою є С. с. (мал., *в*), яка побудована за комбінованою схемою. У ній зв'язок КЗ усуває (зменшує) складову похибки θ, зумовленої осн. збурюючим діянням L_1, а внаслідок діяння зворотного зв'язку ЗЗ зменшуються похибки, спричинені другорядними збурювальними діяннями $L_2, ..., L_n$, по яких відсутні компенсаційні зв'язки.

Літ.: Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [бібліогр. с. 412—416]; Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [бібліогр. с. 743—763]. *Г. Ф. Зайцев, Ю. В. Крементуло.*

СТАНДА́РТИ З ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОЇ ТЕ́ХНІКИ — єдині норми, правила і вимоги на вироби *обчислювальної техніки,* створювані для забезпечення сумісності *електронних обчислювальних машин* (програмної, інформа-

ційної і технічної) та для одержування високих і стабільних якісних показників технічних засобів і забезпечення взаємозамінності. Стандартизацію обчисл. техніки проводять на всіх рівнях — від міжнародної до галузевої. На 1 липня 1971 р. затверджено ГОСТів: на електронні стаціонарні цифрові обчисл. машини загального призначення — 34, на агрегатну систему засобів обчисл. техніки (АСОТ) — 8, на клавішні й перфораційні обчисл. машини — 35. Державна стандартизація охоплює, як правило, об'єкти обчисл. техніки, стабільні для всіх поколінь ЕОМ. ГОСТи створено за такими напрямами: вироби обчисл. техніки (загальні стандарти); тех. носії інформації; пристрої введення — виведення ЕОМ; пристрої пам'яті; коди алфавітно-цифрові й розміщування інформації на тех. носіях; конструктивні елементи ЕОМ.

Загальні стандарти встановлюють: тех. вимоги на цифрові обчисл. машини загального призначення (ГОСТ 16325—70); терміни (ГОСТ 15971—70); одиниці інформації на перфострічках і перфокартах (ГОСТ 15101—69); стилізовані шрифти для оптичного (ГОСТ 16330—70) й магнітного розпізнавання (ГОСТ 16364—70) та ін. До стандартизованих носіїв запису інформації належать *перфораційні карти, перфораційні стрічки, стрічки магнітні* й *диски магнітні.* За ГОСТом 10860—68 установлено випуск перфораційних стрічок з 5, 7 і 8 доріжками, допускається виготовлення стрічок і з 10 доріжками, 8 з яких використовують для інформації, 9-у призначено для синхронізації, 10-у — для керування рухом стрічки. Встановлено форму, розміри й розміщення отворів на перфораційній стрічці. ГОСТ 1391—70 встановлює осн. вимоги до матеріалів для виготовлення перфораційних стрічок (паперу й пластмас) за непрозорістю при просвічуванні в пристроях зчитування й за міцністю при встановлених швидкостях протягування. Типи й розміри перфораційних карток встановлює ГОСТ 6198—64, визначаючи тех. вимоги до якості цих карток, накреслення й розмірів знаків на них, ГОСТ 8912—68 регламентує форму й розміри отворів, якими кодують інформацію, й розміщення їхніх центрів на 45- і 80-колонкових перфораційних картках.

Стандарт (ГОСТ 12065—66) встановлює єдину ширину магнітної стрічки для застосовування в обчисл. техніці — 12,7 *мм* і форму, розміри й розміщення доріжок для запису інформації. Стандартизація тех. носіїв інформації дає можливість обміну інформацією між обчисл. машинами й визначає осн. вимоги до пристроїв записування й відтворювання інформації.

Стандарти на пристрої введення — виведення (табл.) встановлюють їхню класифікацію, осн. параметри й загальні тех. вимоги.

Стандарти регламентують методи приймально-здавальних, типових і періодичних випробувань, які забезпечують стабільність якісних показників.

Тип пристрою	Стандарти на типи й основні параметри	Стандарти на загальні технічні вимоги	
		введення	виведення
Перфострічковий	ГОСТ 13614—68	ГОСТ 14134—68	ГОСТ —14133—68
Перфокартковий	ГОСТ 13613—68	ГОСТ 13051—67	ГОСТ —14135—68
Друкувальний електромеханічний	ГОСТ 13615—68	—	ГОСТ —11855—66
Графічний	ГОСТ 15100—69	—	—

З периферійних запам'ятовувальних пристроїв стандартизовано нагромаджувачі на магн. стрічці (ГОСТ 14127—69 і ГОСТ 14287—69) і нагромаджувачі на магн. барабані (ГОСТ 14128—69). **С. з о. т.** встановлюються ще й загальні тех. вимоги й методи випробувань. ГОСТ 14971—69 встановлює типи *оперативних запам'ятовувальних пристроїв,* їхні осн. параметри й загальні технічні вимоги.

Державним стандартом 13052—67 встановлено алфавітно-цифровий *код,* призначений представляти інформацію на входах і виходах апаратури передавання *даних,* електронних обчисл. машин і пристроїв введення — виведення. Цей код забезпечує обмін інформацією між пристроями передавання даних. Стандарт створено за рекомендацією Міжнародного консультативного комітету по телефонії й телеграфії (МККТТ). Цей стандарт установлює 7-елементний код з двома регістрами — латинським і російським. З нього можна легко одержати безрегістровий 8-елементний код, замінивши один регістр нулем, другий — одиницею. Дано коди малих і великих букв рос. й лат. алфавітів, цифр і знаків, набору яких досить, щоб обробляти комерційну інформацію. Стандартний набір знаків забезпечує високу якість друку. Розміщення букв рос. і лат. алфавітів є аналогічним розміщенню букв на клавіатурі друкарських машинок, телеграфних апаратів тощо. На основі коду передавання даних встановлено стандарти на кодування інформації на перфораційних стрічках і перфораційних картках (ГОСТ 10859—64).

Щоб забезпечити взаємозамінність, стандартизовано деякі конструктивні елементи, такі, як котушки для намотування перфострічок, котушки (касети) для магн. стрічок, матриці, уніфіковані для оперативного запам'ятовувального пристрою, тощо. Розроблено й затверджено групу стандартів і на

АСОТ. До них належать: ГОСТ 16499—70, ГОСТ 16090—70, ГОСТ 16102—70, ГОСТ 16500—70 та ін. Щоб запобігти застарюванню, Державні стандарти підлягають обов'язковому періодичному переглядові (не рідше одного разу на 5 років) для своєчасної заміни застарілих показників.

На об'єкти стандартизації, стабільні в межах одного покоління ЕОМ, встановлюють, як правило, галузеві стандарти (ОСТ) для забезпечення єдності розробок, взаємозамінності, скорочування типорозмірів конструктивних елементів і скорочування термінів проектування й виготовляння. Так, розроблено систему галузевих стандартів на ЕОМ 3-го покоління — єдину систему електронних обчислювальних машин (ЄС ЕОМ).

В. М. Квасницький.

СТАНДАРТИЗО́ВАНА ІСТО́РІЯ ХВОРО́БИ — форма інформаційного документа, призначеного для збирання й підготовки до введення первинної інформації в *медичну інформаційну систему* (МІС). У процесі заповнення С. і. х. набуває характеру інформаційної моделі конкретного хворого, яка відображає динамічні зміни в стані хворого в процесі лікування. С. і. х. містить у собі: паспортно-статистичну частину; аркуш записів лікаря приймального покою й чергових лікарів; можливі скарги хворого (по органах і системах); історію розвитку захворювання; історію життя і трудової діяльності; дані об'єктивного дослідження (органів і систем); карту динаміки діагнозів лікаря й ЕОМ для основного й побічних захворювань і ускладнень; план обстеження хворого й рекомендації з лікування — лікарські та ЕОМ; записи консультантів (хірурга, окуліста, невропатолога, отоларинголога та ін.); карту призначених лікарем засобів і спец. методів лікування; короткий список скорочених слів, застосовуваних при заповнюванні щоденника; щоденник, розрахований на 150 днів перебування хворого в стаціонарі; аркуш для записування результатів вимірювання т-ри та інших досліджень і процедур; розділ для записування даних лабораторних досліджень (клінічних, біохімічних, імунологічних та ін.); розділ для записування даних приладових методів дослідження (електрокардіографії, балістокардіографії, електрорентгенокімографії тощо); записи рентгенолога; епікризи етапні й при виписуванні; патолого-анатомічні висновки; карта вибулого з стаціонару. Розрізняють С. і. х. терапевтичного й хірургічного профілів. У структурі хірургічної С. і. х., крім описаних, є такі розділи: хід операції (особливості її виконання й ускладнення під час операції); карта анестезіолога; щоденник післяопераційного перебігу хвороби. С. і. х. відповідних клінічних напрямів повинні відображати особливості збирання характерної інформації. Кожний розділ С. і. х. охоплює графи, розміщені так, щоб будь-який запис, внесений до них, взаємно однозначно відповідав присвоєному кодові.

С. і. х. складається з двох частин — пояснювальної (ліва половина аркуша) і змістової (права половина аркуша). Змістову частину заповнює лікар та ін. спеціалісти в процесі обстеження хворого протягом перебування в стаціонарі. Стандартизована форма запису первинних мед. даних дає змогу суміщати формалізовану мед. мову, мову ЕЦОМ і фіксований обсяг даних обстежень. Первісні дані про хворого, занесені в С. і. х., можна представити моделлю, в якій виділено осн. параметри, які впливають на перебіг лікувального процесу:

$$\bar{f}_k = \bar{f}_k \{s^a_{i_1};\ s^{\tilde{a}}_{i_2};\ s^p_{i_3};\ s^{\tilde{p}}_{i_4};\ g\omega_k;\ t_k;\ d_j;\ l_s;\ z_g;\ r_k\},\ .$$

де k — номер конкретного хворого ($k = 1, \ldots, K$); i — номер ознаки ($i = 1, \ldots, m$); $s^a_{i_1}$, $s^{\tilde{a}}_{i_2}$ — анамнестичні дані ($i_1 = 1, \ldots, m_1$, $i_2 = m_1 + 1, \ldots, m_2$); $s^p_{i_3}$; $s^{\tilde{p}}_{i_4}$ — дані об'єктивного обстеження хворого ($i_3 = m_2 + 1, \ldots, m_3$; $i_4 = m_3 + 1, \ldots, m_4 = m$); $\sim$ — знак, що вказує на ознаки, які зазнають впливу даної сукупності зовн. умов; g_{ω_k} — сукупність зовн. умов (навколишнє середовище) ($\omega_k = 1, \ldots, \Omega_k$); t_k — умовна координата часу, яка показує повноту інформації про k-го хворого; d_j — клас захворювань (діагноз або структурний діагноз) ($j = 1, \ldots, n$); l_s — методи лікування (лікувальні діяння) ($s = 1, \ldots, S$); z_g — наступні стани k-го хворого ($g = 0, \ldots, G$); r_k — завада, яка викривляє справжній стан k-го хворого. До С. і. х. додається інструкція з експлуатації та номенклатури клінічних діагнозів, які можна вільно переводити в міжнародну статистичну класифікацію хвороб, травм і причин смерті. Для користування С. і. х. треба, щоб МІС мала стандартизовані довідники лікарських засобів і методів лікування, а також словник уніфікованих клінічних термінів.

Центральний *процесор* МІС має в *оперативному запам'ятовувальному пристрої* опис історії хвороби, який дає змогу формувати С. і. х. у вигляді послідовності записів, а також формувати масиви медико-біол. даних, які в ній містяться. Ці дані використовують у МІС для підсистем діагнозу (див. *Автоматизація медичної діагностики*) і для *керування лікувальним процесом*. Їх можна застосовувати й для аналізу діяльності стаціонарів, для укладання звітів про роботу даної системи. В існуючих МІС С. і. х.— це спец. паперові блоки з записами, але вже є С. і. х., висвічувані на *екранних пультах*, а інформацію вводять у систему за допомогою *світлового олівця* або кнопкової системи керування.

Літ.: Медицинская информационная система. К., 1971 [бібліогр. с. 283—288]; Руководство по международной статистической классификации болезней, травм и причин смерти, т. 1. Женева, 1968.

А. О. Попов, В. М. Яненко.

СТАТИСТИ́ЧНА ПЕРЕВІ́РКА ГІПО́ТЕЗ — перевірка припущень про закон розподілу генеральної сукупності за скінченною вибір-

кою з цієї сукупності. Найпростіша ситуація, що потребує використання С. п. г., полягає, напр., ось у чому. Часто можна вважати, що час справної роботи виробу (приладу, пристрою) є випадковим. Нехай T — серед. час справної роботи, визначений за дослідними даними. Після зміни технології виготовлення виробу (або заміни матеріалу тощо) дані дослідів приводять до серед. значення T_1. Постає питання: чи різниця значень T і T_1 є наслідком випадкових відхилень часу справної роботи, чи наслідком впливу заміни технології на час справної роботи? Такі й подібні питання постійно виникають у техніці, с. г., біології під час аналізу екон. даних і т. п.

Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — вибірка обсягу n з генеральної сукупності з невідомою ф-цією розподілу. Статистичною гіпотезою (або гіпотезою) наз. всяке припущення про ф-цію розподілу. Напр., гіпотезою є припущення, що невідома ф-ція розподілу є конкретна дана ф-ція, що невідома ф-ція розподілу належить до якогось сімейства ф-цій, що серед. значення дорівнює 0 тощо. Правило або процедура, за допомогою яких на основі вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ роблять висновок, що гіпотеза або узгоджується з дослідними даними (тобто приймають гіпотезу), або не узгоджується з ними (тобто відхиляють гіпотезу), наз. критерієм (тестом) гіпотези. У багатьох випадках критерій перевірки даної гіпотези H можна описати так: множину всіх можливих виборок $x_1, x_2, \ldots, x_n$ поділяють на дві взаємно доповняльні множини S_0 та S_1; якщо вибірка $x_1, x_2, \ldots, x_n$ попадає в множину S_0, то гіпотезу H приймають, а якщо в S_1, то гіпотезу H відхиляють. Множину S_0 наз. областю прийняття гіпотези H, S_1 — областю відхилення, або критичною областю гіпотези H. За такої процедури перевірки гіпотези можуть статися помилки двох видів: помилка 1-го роду — відхилити гіпотезу H, коли вона правильна, і помилка 2-го роду — прийняти гіпотезу H, коли вона неправильна. При перевірці гіпотез бажано мати справу з критеріями, що мають малі ймовірності помилок 1-го та 2-го роду. Але при заданому обсязі вибірки ймовірності помилок 1-го та 2-го роду пов'язані, тому здебільшого задають межу (рівень значущості) для ймовірності помилки 1-го роду і розглядають критерії з імовірністю помилки 1-го роду, не більшою за рівень значущості, які мінімізують імовірність помилки 2-го роду. Побудова таких критеріїв є важливою задачею *математичної статистики*, яку розв'язано в практично зручній формі тільки при певних обмеженнях.

У багатьох випадках можна припускати, що розподіл генеральної сукупності, з якої вилучено вибірку, належить до сімейства ф-цій розподілу F_θ, $\theta \in \Theta$, що залежить від параметра θ (параметр θ може бути одновимірним або багатовимірним), а гіпотеза H правильна, якщо θ належить до певної множини Θ_H, і неправильна, якщо θ належить до доповняльної до Θ_H множини Θ_K. Імовірність помилки 1-го роду для критерію з критичною областю S_1 при умові, що вибірку вилучено з генеральної сукупності з розподілом F_θ, є ф-ція θ на множині Θ. Цю ф-цію наз. функцією потужності критерію, а її значення при θ з Θ_K наз. потужністю критерію при значенні θ. Якщо множина Θ_H містить одну точку θ, то гіпотезу H наз. простою, в протилежному випадку гіпотезу H наз. складною. Повний розв'язок задачі про побудову найкращого критерію для гіпотези H одержано у випадку, коли множини Θ_H та Θ_K містять по одній точці $\Theta_H = \{\theta_0\}$, $\Theta_K = \{\theta_1\}$. Цей розв'язок міститься в лемі Неймана — Пірсона, що справджується при певних достатньо загальних припущеннях. Нехай $f_0(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — щільність імовірності вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при $\theta = \theta_0$, $f_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — щільність імовірності вибірки при $\theta = \theta_1$ та ε ($0 < \varepsilon < 1$) — рівень значущості. З критеріїв із імовірністю помилки 1-го роду, не більшою як ε, критерій з критичною множиною $S_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n): f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) > C_\varepsilon f_0(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$ та помилкою 1-го роду ε (цим визначається число C_ε) має найбільшу потужність (або, що те ж саме, найменшу помилку 2-го роду). Цей критерій наз. найпотужнішим критерієм рівня ε для перевірки гіпотези H.

У заг. випадку простої гіпотези критерії з помилкою 1-го роду ε, що максимізують потужність при різних значеннях θ із Θ_K, виявляються різними. Якщо критерій має помилку 1-го роду ε і максимізує потужність при кожному θ з множини Θ_K в класі всіх критеріїв з помилкою 1-го роду ε, то цей критерій наз. рівномірно найпотужнішим критерієм рівня ε для гіпотези H. Рівномірно найпотужніші критерії існують рідко.

Для перевірки складних гіпотез використовують здебільшого критерій відношення правдоподібності, що полягає ось у чому. Нехай $f_\theta(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — щільність імовірності вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при умові, що θ — значення невідомого параметра. Критичну множину S_1 критерію відношення правдоподібності задають як

$$S_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n): \sup_{\theta \in \Theta_H} f_\theta(x_1, x_2, \ldots, x_n) < C_\varepsilon \sup_{\theta \in \Theta} f_\theta(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}.$$

C_ε вибирають так, щоб критерій S_1 мав помилку 1-го роду, не більшу як ε. І хоч при скінченному n одержати докладну інформацію про цей критерій вдається дуже рідко, при великих n властивості цього критерію описані докладно. Теорію перевірки пара-

метричних статистичних гіпотез побудували амер. математик Ю. Нейман та англ. математик Е. Пірсон.

Якщо гіпотеза H полягає в тому, що розподіл генеральної сукупності належить до якоїсь підмножини всіх ф-цій розподілу імовірностей (ф. р. і.) або класу всіх неперервних ф-цій розподілу, то гіпотезу H наз. непараметричною, а критерій гіпотези H — непараметричним. Напр., якщо $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — вибірка з сукупності з якоїсь ф. р. і., то гіпотеза про те, що цю вибірку добуто з сукупності з даною ф. р. і. F є простою непараметричною гіпотезою, а гіпотеза про те, що ця вибірка — з сукупності з ф. р. і. з якоїсь підмножини неперервних ф. р. і., є складною непараметричною гіпотезою. Заг. теорію перевірки непараметричних гіпотез розвинено недостатньо, проте побудовано багато важливих для застосувань спец. непараметричних критеріїв. Практично важливим класом задач непараметричної статистики є задачі такого типу. Припустимо, що $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ та $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — незалежні вибірки з сукупностей з ф. р. і. $F(x)$ та $G(y)$ відповідно. Необхідно побудувати критерій для перевірки гіпотези про те, що $F(x) = G(x)$. Є чимало спец. критеріїв для перевірки гіпотез такого роду. Новий підхід до перевірки статистичних гіпотез пов'язаний з теорією *послідовного аналізу*.

Наведемо деякі критерії, які часто використовують у застосуваннях (припускають, що спостереження незалежні).

1. Критерій Стьюдента для перевірки гіпотези про серед. значення нормального розподілу. Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — вибірка з нормальної сукупності з невідомим *математичним сподіванням* m та *дисперсією* σ^2. Гіпотеза H полягає в тому, що серед. значення дорівнює якомусь даному числові m_0. Критерій грунтується на тому, що статистика — стьюдентове відношення

$$t = \sqrt{n-1}\,\frac{\bar{x} - m_0}{s},$$

де $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2,$

у випадку, коли справджується гіпотеза H, має розподіл, що повністю залежить від числа n, — розподіл Стьюдента з $n-1$ ступенями вільності. Критерій Стьюдента відхиляє гіпотезу H при даному рівні значущості ε, якщо величина t, обчислена за вибіркою, є такою, що $|t| > t_\varepsilon$. А якщо $|t| \leqslant t_\varepsilon$, то гіпотезу приймають. Величина t_ε є значення u, для якого $\int_{-u}^{u} s_{n-1}(x)\,dx = 1 - \varepsilon$, $s_{n-1}(x)$ — щільність розподілу Стьюдента з $n-1$ ступенями вільності. Значення t_ε визначають за ε за допомогою таблиць.

2. Критерій χ^2 для перевірки гіпотези про розподіл сукупності. Припустимо, що за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ потрібно перевірити гіпотезу H, яка полягає в тому, що розподіл вибірки задається повністю певною ф. р. і. $F(x)$. Нехай простір значень розглядуваної випадкової величини поділено на r частин $S_1, S_2, \ldots, S_r$, $p_1, p_2, \ldots, p_r$ — ймовірності цих множин, обчислені відповідно до гіпотетичної ф. р. і. F, $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_r$ — числа вибіркових значень, що попали до множин $S_1, S_2, \ldots, S_r$ відповідно; $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_r = n$. Критерій χ^2 грунтується на тому факті, що величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i}$ при гіпотезі H має при великих n розподіл, близький до розподілу χ^2 з $r-1$ ступенями вільності зі щільністю ймовірності (щ. і.) $k_{r-1}(x)$, що цілком визначається числом r (теорема Пірсона). Критерій χ^2 для гіпотези H з рівнем значущості ε відкидає H, якщо обчислене за вибіркою значення $\chi^2 > \chi^2_\varepsilon$, і приймає H в протилежному випадку. Величина χ^2_ε є значення u, для якого $\int_{u}^{\infty} k_{r-1}(x)\,dx = \varepsilon$. Для визначення χ^2 за ε є таблиці.

Критерій χ^2 використовують і при перевірці гіпотези H про те, що розподіл вибірки належить до якогось сімейства ф-цій розподілу ймовірностей, що залежать від скінченного числа параметрів $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$. У цьому випадку значення $p_1, p_2, \ldots, p_r$ є функціями невідомих параметрів. Ю. Нейман та Е. Пірсон запропонували використовувати як оцінки параметрів $\theta_1, \ldots, \theta_s$ значення $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_s$, які мінімізують величину χ^2 для даної вибірки. Цей метод одержання оцінок невідомих параметрів наз. методом оцінки за мінімумом χ^2. Якщо замість невідомих значень $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ в χ^2 підставити їхні оцінки $\hat{\theta}_1, \ldots, \hat{\theta}_s$, одержані за методом мінімуму χ^2 або ін. методами, то при великих n розподіл χ^2 за гіпотези H близький до розподілу χ^2 з $r - s - 1$ ступенями вільності. Критерій χ^2 для гіпотези H з рівнем значущості ε відкидає гіпотезу H, якщо величина χ^2 з оцінками $\hat{\theta}_1, \ldots, \hat{\theta}_s$ замість $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ така, що $\chi^2 > \chi^2_\varepsilon$. Величина χ^2_ε є значення u, для якого $\int_{u}^{\infty} k_{r-s-1}(x)dx = \varepsilon$.

3. Критерій для перевірки гіпотези про рівність серед. значень двох нормальних сукупностей, дисперсії яких дорівнюють одна одній. Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ та $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — дві незалежні вибірки з нормальних сукупностей з невідомими середніми m_1 та m_2 і з однією й тією ж самою невідомою дисперсією. Гіпотеза H полягає в тому, що припускають, що серед. значення дорівнюють одне одному, тобто, що $m_1 = m_2$. Критерій перевірки гі-

потези H використовує статистику

$$t = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \times \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}},$$

де

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i, \quad y = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i,$$

$$s_1^2 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2, \quad s_2^2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2.$$

Статистика t має розподіл Стьюдента з $n_1 - n_2 - 2$ ступенями вільності. Критерій відкидає H при рівневі значущості ε, якщо для обчисленого за вибірками значення t $|t| > t_\varepsilon$, і приймає H, якщо $|t| \leqslant t_\varepsilon$. Величину t_ε визначають як значення u, для якого

$$\int_{-u}^{u} s_{n_1+n_2-2}(x)\, dx = 1 - \varepsilon.$$

4. Критерій для перевірки рівності дисперсій двох нормальних сукупностей. Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ та $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — дві незалежні вибірки з нормальних сукупностей з невідомими середніми і з невідомими дисперсіями σ_1^2 та σ_2^2. Гіпотеза H є припущення про рівність дисперсій, тобто припущення, що $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Статистика

$$F = \frac{\frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2}{\frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2},$$

де $$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

має розподіл (F-розподіл), що цілком визначається числами n_1 та n_2, $f_{n_1-1,\, n_2-1}(x)$ — щ. і. F-розподілу. Критерій гіпотези H з рівнем значущості ε відкидає H, якщо обчислене за вибіркою значення F таке, що $F > F_\varepsilon$. Значення F_ε є величина u, для якої $\int_u^\infty f_{n_1-1,\, n_2-1}(x)\, dx = \frac{\varepsilon}{2}$.

5. Критерій перевірки гіпотези про те, що коеф. кореляції двовимірної нормальної сукупності дорівнює нулеві. Нехай (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) — вибірка з двовимірного нормального розподілу з невідомими характеристиками. Розглянемо гіпотезу H, яка полягає в тому, що коеф. кореляції дорівнює 0. Статистика

$$t = \sqrt{n-2} \cdot \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}},$$

де r — вибірковий коеф. кореляції

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}},$$

і $$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i,$$

при гіпотезі H має розподіл Стьюдента з $n - 2$ ступенями вільності. Критерій, що грунтується на цьому, відкидає гіпотезу H з рівнем значущості ε, якщо обчислене за вибіркою значення r таке, що $|r| > \frac{t_\varepsilon}{\sqrt{t_\varepsilon^2 + n - 2}}$. Значення t_ε є те значення u, для якого $\int_{-u}^{u} s_{n-2}(x)\, dx = 1 - \varepsilon$.

6. Критерій Колмогорова — Смирнова гіпотези про збіг ф-цій розподілу імовірностей двох вибірок. Нехай $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ та $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — незалежні вибірки з двох сукупностей з невідомими неперервними ф-ціями розподілу імовірностей $F_1(x)$ та $F_2(x)$. Гіпотеза H полягає в тому, що $F_1(x) \equiv F_2(x)$. Статистика

$$D_{n_1 n_2} = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \sup_{-\infty < x < \infty} |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|,$$

де $F_{n_1}(x)$ та $F_{n_2}(x)$ — *емпіричні функції розподілу* вибірок, при великих n_1 та n_2 є розподіл, близький до розподілу Колмогорова із щ. і. $k(x)$. Використання цього твердження дає такий критерій гіпотези H при рівневі значущості ε: гіпотезу H відкидають, якщо обчислене за дослідними даними значення $D_{n_1 \cdot n_2} > \lambda_\varepsilon$, де λ_ε таке, що $\int_{\lambda_\varepsilon}^{\infty} k(x)\, dx = \varepsilon$. Для визначення λ_ε за ε є таблиці.

Літ.: Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., 1968 [бібліогр. с. 165—172]; Крамер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. М., 1948 [бібліогр. с. 612—620]; Леман Э. Проверка статистических гипотез. Пер. с англ. М., 1964; Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 541—554].

А. Я. Дороговцев

СТАТИСТИ́ЧНИХ ВИПРО́БУВАНЬ МЕ́ТОД — те саме, що й *Монте-Карло метод*.

СТАТИСТИ́ЧНІ МЕ́ТОДИ РОЗПІЗНАВА́ННЯ — один з напрямів у теорії розпізнавання образів, який грунтується на уявленні про клас розпізнаваних об'єктів як про ансамбль реалізацій якоїсь випадкової величини. Цю *випадкову величину* з більш чи менш визначеними статистичними характеристиками здебільшого наз. статистичною моделлю класу розпізнаваних об'єктів. Якщо задано статистичні моделі об'єктів, то методами матем. статистики (зокрема, теорії статистичних рішень) можна побудувати *алгоритм розпізнавання*, оптимальний за тим

чи іншим статистичним критерієм якості. У найсприятливішому випадку задана модель дає змогу зазначити умовні розподіли ймовірностей об'єктів кожного класу, а завдяки цьому для розпізнавання можна використати байєсівське вирішувальне правило чи *мінімаксне вирішувальне правило.* Ці правила оптимальні з точки зору певних критеріїв *риску розпізнавання,* тобто матем. сподівання втрат від застосування цього алгоритму (напр., кількісних збитків, до яких призводять помилки розпізнавання). В загальнішому випадку модель задається у вигляді випадкового поля, що залежить від багатьох сталих і (або) змінних невідомих параметрів. З них становить інтерес тільки значення параметра, що вказує на клас кожного розпізнаваного об'єкта. Решту невідомих параметрів іноді наз. заважаючими параметрами. Задача визначення сталих заважаючих параметрів наз. задачею навчання розпізнавання (про байєсівське навчання див. *Байєсівське вирішувальне правило*). При навчанні задається навчальна вибірка, що складається з об'єктів, класи яких зазначено. На цій основі, залежно від того, наскільки докладно відомі статистичні характеристики розглядуваної моделі, будують ті чи інші статистичні оцінки (напр., оцінки макс. правдоподібності) самих заважаючих параметрів чи певних ф-цій цих параметрів. Одержані оцінки потім використовують у процесі розв'язування власне задачі розпізнавання, підставляючи їх замість невідомих значень заважаючих параметрів.

Літ.: Пугачев В. С. Статистические проблемы теории распознавания образов. В кн.: Самонастраивающиеся системы. Распознавание образов. Релейные устройства и конечные автоматы. М., 1967; Ковалевский В. А. Задача распознавания образов с точки зрения математической статистики. В кн.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Нильсон Н. Обучающиеся машины. Пер. с англ. М., 1967. *Г. Л. Гімельфарб.*

СТАТИСТИЧНІ ОЦІНКИ — наближення невідомих характеристик (параметрів) розподілу генеральної сукупності, одержані за допомогою вибіркових значень. Задача побудови оцінок параметрів розподілу є осн. проблемою математичної статистики. Нехай ξ — випадкова величина з ф-цією розподілу $F_\theta(x)$ певного матем. вигляду, яка залежить від одного (або кількох) невідомих параметрів θ. Виникає задача одержати оцінки параметра θ за вибіркою, що складається з n спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ випадкової величини ξ. Оцінка $\widehat{\theta}$ параметра θ має бути деякою функцією від вибіркових значень $x_1, x_2, \ldots, x_n$, але не параметра θ. Будь-яка така ф-ція $t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. статистикою. Статистика є випадковою величиною, ф-ція розподілу ймовірностей якої визначається сумісною ф-цією розподілу вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Здебільшого ф-ція розподілу статистики залежить від параметра θ. Ідеальною оцінкою параметра θ була б статистика $t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, яка для будь-яких спостережених значень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ давала б значення $t(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \theta$. Таких статистик, проте, майже ніколи не буває. Тому з-поміж статистик звичайно відшукують ті, значення яких найтісніше концентруються навколо невідомого значення θ, або ті, що мають таку властивість хоча б при великих обсягах вибірок.

Найважливішими властивостями оцінок є незміщеність, ефективність, обгрунтованість і деякі узагальнення цих властивостей. Оцінка $\widehat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. незміщеною оцінкою параметра θ за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$, якщо середнє значення $\widehat{\theta}$ дорівнює значенню невідомого параметра θ, тобто $M\widehat{\theta} = \theta$. В разі, коли $M\widehat{\theta} \neq \theta$, оцінка θ наз. зміщеною, а величина $M\widehat{\theta} - \theta$ — зміщенням оцінки $\widehat{\theta}$. Незміщеність оцінки є бажаною властивістю, проте, якщо існує незміщена оцінка параметра, то, як правило, є багато незміщених оцінок за вибіркою фіксованого обсягу n. Тому природно виділити з множини всіх незміщених оцінок параметра ті, значення яких тісніше групуються навколо параметра θ. Найпростішою мірою розсіяння значень випадкової величини навколо середнього значення є *дисперсія.* Замість дисперсії $D^2\widehat{\theta} = M(\widehat{\theta} - \theta)^2$ незміщеної оцінки $\widehat{\theta}$ часто використовують середнє квадратичне відхилення, яке дорівнює значенню квадратного кореня з дисперсії. Нижню межу для дисперсії $D^2\widehat{\theta}$ незміщеної оцінки $\widehat{\theta}$ параметра θ за вибіркою з n незалежних спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ випадкової величини зі щільністю *розподілу імовірностей* $p(x, \theta)$ дає нерівність Фреше — Крамера — Рао:

$$D^2\widehat{\theta} \geqslant - \frac{1}{n \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \ln p(x, \theta)}{\partial \theta^2} p(x, \theta)\, dx} = \frac{1}{n \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\partial \ln p(x, \theta)}{\partial \theta} \right|^2 p(x, \theta)\, dx} \quad (1)$$

(за умов регулярності, що накладаються на ф-цію $p(x, \theta)$). Незміщена оцінка $\widehat{\theta}_e$ наз. ефективною оцінкою параметра θ за вибіркою обсягу n, якщо для θ_e в нерівності (1) досягається рівність. Ефективні оцінки існують за дуже обмежених умов. Частіше розглядають асимптотично незміщені й асимптотично ефективні оцінки. Оцінка $\widehat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. асимптотично незміщеною, якщо $M\widehat{\theta} \to \theta$ при $n \to \infty$. Оцінка $\widehat{\theta}$ наз. асимптотично ефективною, якщо відношення дисперсії оцінки й правої частини нерівності (1)

наближається до 1 при $n \to \infty$. За деяких загальних умов регулярності існують обгрунтовані оцінки параметрів. Оцінка $\widehat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. **обгрунтованою**, якщо $\widehat{\theta}$ збігається за ймовірністю до невідомого значення θ, тобто якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ $P\{|\widehat{\theta} - \theta| > \varepsilon\} \to 0$ при $n \to \infty$. Щоб точніше судити про ймовірність відхилення оцінки $\widehat{\theta}$ від θ, бажано знати розподіл $\widehat{\theta}$. Проте розподіл статистик у зручній для практичного застосування формі при фіксованій кількості спостережень одержують лише в рідкісних випадках. Частіше користуються тим наявним у загальних умовах фактом, що розподіл $\widehat{\theta}$ наближається до *нормального розподілу* при $n \to \infty$; оцінки, яким притаманна ця властивість, наз. **асимптотично нормальними**.

Важливими властивостями оцінок є симетричність і достатність. Оцінка $\widehat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. **симетричною**, якщо вона не змінюється при будь-якому переставлянні значень $x_1, x_2, \ldots, x_n$. За даною статистикою зі скінченною дисперсією можна побудувати симетричну оцінку, дисперсія якої не перебільшує дисперсію вихідної статистики. Крім того, симетричність оцінки часто є природною фіз. вимогою задачі (напр., оцінка не повинна залежати від порядку одержування спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$). Статистики наз. **достатніми** для розподілу ймовірностей F_θ, якщо умовний розподіл вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при фіксованих значеннях статистик не залежить від параметра θ. Достатня статистика містить у собі всю інформацію про параметр θ, яка є в цих спостереженнях.

Якщо для параметра θ існує оцінка $\widehat{\theta}$ зі скінченною дисперсією й достатня статистика $T(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, то можна побудувати оцінку $\widehat{\theta}_T = \varphi(T)$, яка є ф-цією достатньої статистики, має те саме *математичне сподівання*, що й оцінка $\widehat{\theta}$, і дисперсію, меншу чи не більшу за дисперсію вихідної оцінки $\widehat{\theta}$. Тому, якщо достатні статистики існують, то як оцінки звичайно використовують ф-ції від достатніх статистик.

Поняття обгрунтованості, ефективності й достатності оцінки запровадив у 1922 англ. статистик Р.-А. Фішер. Їх аналогічно визначають у разі, коли розподіл випадкової величини залежить від кількох невідомих параметрів. Невідомими параметрами розподілу ймовірностей звичайно є моменти розподілу, ймовірності потрапляння випадкової величини в заданий інтервал тощо.

Для випадкової величини ξ, яка має біноміальний розподіл з невідомим параметром p (тобто $P\{\xi = k\} = C_m^k p^k (1-p)^{m-k}$, де m — фіксоване ціле число), статистика $\frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{n} x_i$, побудована за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ незалежних спостережень, є незміщеною, достатньою й ефективною оцінкою параметра p. Статистика $\sum_{i=1}^{n} x_i$ має біноміальний розподіл з параметром p. Для випадкової величини ξ, яка має *Пуассона розподіл* з параметром λ ($P\{\xi = k\} = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, $k = 0, 1, \ldots$), статистика $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ для вибірки незалежних спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ величини ξ є незміщеною, достатньою й ефективною оцінкою параметра λ. Статистика $\sum_{i=1}^{n} x_i$ має розподіл Пуассона з параметром $n \cdot \lambda$. Якщо випадкова величина ξ має показниковий розподіл зі щільністю розподілу

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{якщо } x > 0, \\ 0, & \text{якщо } x \leqslant 0, \end{cases}$$

де θ — невідоме середнє розподілу ($\theta > 0$), то статистика $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (за вибіркою незалежних спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$) є незміщеною, достатньою й ефективною оцінкою параметра θ. Для випадкової величини, яка має нормальний розподіл з невідомим середнім значенням m і дисперсією σ^2, статистики $\widehat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ і $\widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \widehat{m})^2$ (за вибіркою $x_1, x_2, \ldots, x_n$ незалежних спостережень) є незміщеними, сумісно-достатніми й сумісно-ефективними оцінками параметрів m та σ^2 відповідно. Статистики $\widehat{m}$ та $\widehat{\sigma^2}$ незалежні, причому $\widehat{m}$ розподілена нормально з середнім m та дисперсією $\frac{\sigma^2}{n}$, а $\frac{n-1}{\sigma^2}\widehat{\sigma^2}$ має розподіл χ^2 з $n-1$ ступенями вільності.

Найважливішими методами знаходження оцінок для параметрів розподілу є метод моментів, що його розробив 1894—1902 англ. статистик К. Пірсон, і метод максимуму правдоподібності, що його запропонував у 1912 англ. статистик Р.-А. Фішер.

Метод моментів полягає в прирівнюванні певного числа вибіркових моментів (див. *Емпірична функція розподілу*) до відповідних моментів розподілу, які є ф-ціями від невідомих параметрів. Оцінки одержують, розглядаючи число моментів, яке дорівнює кількості невідомих параметрів, і розв'язуючи одержані рівняння відносно пара-

метрів. Метод моментів широко використовують завдяки простоті обчислювань. Він основується на тому, що вибірковий момент порядку s $\widehat{m}_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^s$, побудований за незалежними спостереженнями $x_1, x_2, \ldots, x_n$, є слушною й асимптотично нормальною оцінкою моменту порядку s $m_s = \int_{-\infty}^{\infty} x^s dF(x)$ розподілу $F(x)$. Якщо розподіл залежить від k невідомих параметрів $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, то оцінки методу моментів $\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k$ можна одержати з рівнянь $m_1(\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k) = \widehat{m}_1$, $m_2(\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k) = \widehat{m}_2, \ldots, m_k(\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k) = \widehat{m}_k$. При дуже загальних умовах оцінки, одержані за методом моментів, є асимптотично незміщеними й асимптотично нормальними. Проте за винятком деяких випадків (напр., нормального розподілу) оцінки, знайдені за допомогою методу моментів, не є асимптотично ефективними, тобто навіть при вибірках великого обсягу вони не мають найменшої можливої дисперсії.

Щоб одержати оцінки $\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k$ для невідомих параметрів $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$ за допомогою незалежних спостережень $x_1, x_2, \ldots, x_n$ випадкової величини зі щільністю розподілу ймовірностей $p(x; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ за методом максимуму правдоподібності, складають ф-цію правдоподібності $l(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta_2, \ldots, \theta_k)$. Як оцінки $\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2, \ldots, \widehat{\theta}_k$ незалежних параметрів розглядають ті значення величин $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, які максимізують ф-цію правдоподібності для вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$. При практичному знаходженні оцінок за методом максимуму правдоподібності зручніше розглядати замість ф-ції $l(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ її логарифм $L(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \ln l(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$, який має максимум при тих самих значеннях $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, що й ф-ція $l(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$. При деяких простих умовах оцінки, одержані за методом максимуму правдоподібності, є розв'язками системи рівнянь (рівнянь правдоподібності): $\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0, \ldots, \frac{\partial L}{\partial \theta_k} = 0$. Якщо існує ефективна оцінка $\widehat{\theta}_e$ параметра θ, то рівняння правдоподібності має єдиний розв'язок $\widehat{\theta}_e$. Оцінки, одержані за методом максимуму правдоподібності, при широких умовах є обгрунтованими (й тому асимптотично незміщеними), асимптотично нормальними й асимптотично ефективними оцінками. Якщо існують достатні статистики, то оцінки, одержані за методом макс. правдоподібності, є ф-ціями достатніх статистик.

Коли ж немає певних припущень щодо розподілу вибірки, застосовують і метод мінімуму χ^2 (див. *Статистична перевірка гіпотез*), а для деяких задач — метод найменших квадратів (див. *Регресія*).

Літ. див. до ст. *Математична статистика*.

А. Я. Дороговцев.

СТАТИСТИЧНОЇ ЛІНЕАРИЗАЦІЇ МЕТОД — метод, що полягає в заміні нелінійних характеристик елементів систем автоматичного керування (САК) лінійними залежностями, які є еквівалентними в розумінні наближення перших двох моментів закону розподілу вхідних координат. Суть методу полягає в тому, що нелінійна залежність

$$Z(t) = F[X(t)], \quad (1)$$

яка зв'язує вхідну $X(t)$ і вихідну $Z(t)$ випадкові змінні якогось елемента САК, заміняється лінійною ф-цією виду

$$Z_1(t) = a(t)[X(t) - \bar{x}(t)] + b(t), \quad (2)$$

де $\bar{x}(t)$ — матем. сподівання випадкової величини $X(t)$, $a(t)$ і $b(t)$ — якісь невідомі числові (не випадкові) функції, які визначають так, щоб $Z_1(t)$ якнайкраще апроксимувала $Z(t)$ у згаданому вище розумінні. Для збігу перших моментів (матем. сподівань) необхідно, щоб справджувалася рівність

$$b(t) = M\{F[X(t)]\}. \quad (3)$$

Функцію $a(t)$ визначають з умов наближення других моментів різними способами. 1) З умови рівності *дисперсій* $Z(t)$ і $Z_1(t)$ (функцію $a(t)$ тут позначають $a_1(t)$) : $\sigma_x^2(t) \times a_1^2(t) = \sigma_z^2(t)$, тобто

$$a_1(t) = \pm \frac{\sigma_z(t)}{\sigma_x(t)}, \quad (4)$$

де знак у правій частині рівності треба вибрати так, щоб характер зміни ф-цій $Z(t)$ і $Z_1(t)$ був однаковий (напр., якщо $Z(t) = X^3(t)$, то треба взяти «+», а якщо $Z(t) = -\operatorname{sign} X(t)$, то треба взяти «—»). 2) З умови мінімуму дисперсії різниці $[Z(t) - Z_1(t)]$ (тут функцію $a(t)$ позначено $a_2(t)$):

$$\min D\{F[X(t)] - a_2(t)[X(t) - \bar{x}(t)] - b(t)\}. \quad (5)$$

Обчисливши значення дисперсії у (5) і мінімізувавши знайдений вираз за $a_2(t)$ відомими методами, одержимо

$$a_2(t) = \frac{k_{xz}(t)}{\sigma_x^2(t)}, \quad (6)$$

де k_{xz} — кореляційний момент $X(t)$ і $Z(t)$. Функції $a_1(t)$ і $a_2(t)$, природно, не співпадають одна з одною і не можна вказати заг. міркування на користь того чи іншого способу визначення $a(t)$. Виходячи з досвіду практич-

них розрахунків, рекомендується за $a(t)$ брати півсуму $a_1(t)$ і $a_2(t)$

$$a(t) = \frac{1}{2}[a_1(t) + a_2(t)]. \qquad (7)$$

Для обчислювання виразів (3), (4), (6) необхідно мати закон розподілу (щільність імовірності) $f(x)$ ординати випадкової функції $X(t)$ в момент t. Тоді за загальними ф-лами для матем. сподівання можна визначити

$$b(t) = \bar{z}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) f(x)\, dx, \qquad (8)$$

$$\sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F^2(x) f(x)\, dx - \bar{z}^2(t), \qquad (9)$$

$$k_{xz}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} xF(x) f(x)\, dx - \bar{x}(t)\,\bar{z}(t). \qquad (10)$$

Тут $f(x)$ для нестаціонарних процесів $X(t)$ залежить від t як від параметра.

Цей метод можна застосовувати й для нелінійних систем зі *зворотним зв'язком*. У цьому разі аргументом характеристики нелінійної ланки буде не вхідна ф-ція $X(t)$, а сума $X(t) + Y(t)$ вхідної й вихідної ф-цій, і лінеаризувати треба $F[X(t) + Y(t)]$. Формально й тут можна покласти

$$F[X(t)+Y(t)] = a(t)[X(t) + Y(t)] + b(t). \quad (11)$$

Для визначення $a(t)$ і $b(t)$ тут, крім закону розподілу $f(x)$, треба мати й закон розподілу суми $X(t) + Y(t)$. Оскільки параметри $Y(t)$ невідомі, то звичайно при розрахунках припускають, що сума $X(t) + Y(t)$ задовольняє нормальний закон розподілу. Це припущення справджується лише в тому й тільки в тому разі, коли в замкненому контурі є лінійна інерційна ланка з великою сталою часу. Тоді, як відомо, розподіл вихідної координати $Y(t)$ наближається до нормального навіть тоді, коли закон розподілу на вході інерційного елемента значно відрізняється від нормального.

Літ.: Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [бібліогр. с. 873—878]; Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., 1962 [бібліогр. с. 325—328].

В. Г. Гришутін, О. М. Плащенко.

СТАЦІОНА́РНИЙ ВИПАДКО́ВИЙ ПРОЦЕ́С — у вузькому розумінні — *випадковий процес* $\xi(t)$, який має таку властивість: розподіли випадкових векторів вигляду $\{\xi(t_1 + h), \ldots, \xi(t_n + h)\}$ в ньому не залежать від h; у широкому розумінні — випадковий процес $\xi(t)$ на дійсній прямій $-\infty < t < \infty$, $M|\xi(t)|^2 < \infty$, який має таку властивість: *математичне сподівання* $a(t)$ в ньому не залежить від часу t, а *кореляційна функція* $R(t, s)$ залежить лише від різниці $t - s$. Будь-який С. в. п. $\xi(t)$ у вузькому розумінні, для якого $M|\xi(t)|^2 < \infty$, стаціонарний і в широкому розумінні. Для дійсних *гауссівських випадкових процесів* наслідком стаціонарності в широкому розумінні є стаціонарність у вузькому розумінні. Нижче розглянуто С. в. п. лише в широкому розумінні. С. в. п. $\xi(t)$ з неперервною кореляційною ф-цією допускає спектральне представлення вигляду

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\lambda}\, dy(\lambda),$$

де $y(\lambda)$ — якийсь комплекснозначний випадковий процес з ортогональними приростами. Для кореляційної ф-ції $R(\tau)$ правильним є таке представлення:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau\lambda}\, dF(\lambda),$$

де $F(\lambda)$ — якась невід'ємна, обмежена й монотонно неспадна ф-ція, яка наз. *спектральною функцією* С. в. п. Якщо $F(\lambda)$ абсолютно неперервна, то

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau\lambda} f(\lambda)\, d\lambda,$$

де $f(\lambda)$ — спектральна щільність процесу $\xi(t)$.

Спектральні представлення С. в. п. та їхніх кореляційних ф-цій є ефективним засобом вивчення багатьох процесів (теплові шуми в електр. колах, випадкові флуктуації в лінійних системах, шуми атмосферної турбулентності, акустичні й атмосферні завади тощо).

Важливий клас становлять С. в. п. з дробово-раціональними спектральними щільностями. Такі процеси застосовують, досліджуючи задачі, пов'язані з аналізом та синтезом динамічних систем. Як приклад можна навести лінійну динамічну систему з певними параметрами, робота якої описується лінійним дифер. рівнянням з постійними коефіцієнтами. Якщо під час роботи системи на її вході діє стаціонарна завада типу «білого шуму», на її виході утворюється С. в. п., що має дробово-раціональну спектральну щільність. У багатьох галузях техніки широко застосовують С. в. п., спектральні ф-ції яких зосереджено на скінченному інтервалі $[-w, w]$. Для таких процесів справджується представлення:

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{w} \frac{\sin w\left(t - \frac{\pi k}{w}\right)}{t - \frac{\pi k}{w}}\, \xi\left(\frac{\pi k}{w}\right).$$

Інакше кажучи, значення випадкового процесу $\xi(t)$ в будь-який момент часу t однозначно відновлюється за значеннями процесу в рівновіддалені моменти часу $\frac{\pi k}{w}$,

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Таке представлення відоме в літературі як теорема Котельникова — Шеннона. Його застосовують у статистичній радіотехніці, радіолокації, теорії *інформації передавання* та в інших галузях техніки.

Широкого застосування набувають лінійні перетворення С. в. п. Лінійним перетворенням С. в. п. $\xi(t)$ наз. перетворення вигляду

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda\tau} \varphi(\lambda)\, y(d\lambda),$$

де ф-ція $\varphi(\lambda)$ наз. спектральною характеристикою цього лінійного перетворення, або середньоквадратичною границею виразів зазначеного виду. Лінійні перетворення С. в. п. можна реалізувати за допомогою таких тех. засобів, як лінійні фільтри, підсилювачі, узгоджувальні ланки тощо.

Для С. в. п. можна поставити задачі лінійного прогнозування, лінійної екстраполяції та інтерполяції. Задача лінійного прогнозування зводиться до оцінки значень якоїсь випадкової величини η, що є лінійним функціоналом від С. в. п. $\xi(t)$. Задача лінійної екстраполяції полягає в прогнозуванні процесу $\xi(t)$ на майбутнє, тобто за значеннями процесу $\xi(s)$, $s \leqslant t$ визначають найкращий прогноз невідомих значень $\xi(t+\tau)$, $\tau > 0$. Процеси, для яких можливим є безпомилковий лінійний прогноз при будь-якому $\tau > 0$, наз. лінійно-сингулярними процесами. Такими процесами є, напр., процеси з обмеженими спектрами. Задача лінійної інтерполяції зводиться до найкращого лінійного прогнозу невідомих значень $\xi(t)$ С. в. п. на відрізку $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$ за рештою всіх його значень, що відповідають $t < t_1$ або $t > t_2$.

Певним узагальненням С. в. п. є стаціонарні стаціонарнопов'язані процеси $\xi(t)$ та $\eta(t)$, для яких взаємна кореляційна ф-ція $R_{\xi\eta}(t, s) = R_{\xi\eta}(t - s)$. Для цих процесів можна поставити задачу лінійної фільтрації, тобто за спостережуваними значеннями процесу $\xi(s)$, $s \leqslant t$ визначити найкращий прогноз невідомих значень процесу $\eta(t+\tau)$. З усіма цими задачами тісно пов'язана теорія оптим. лінійної фільтрації, коли за заданим вхідним випадковим процесом треба синтезувати оптим. лінійну систему, яка формує процес із заданими властивостями на виході цієї системи. Ця теорія набула застосування при розв'язуванні багатьох задач *автоматичного керування теорії*, радіолокації, теорії виявлення сигналів тощо. Застосування теорії оптим. фільтрації стаціонарних процесів у теорії виявлення сигналів привело до синтезу узгодженого фільтра, за допомогою якого найлегше виявити заданий невипадковий сигнал на фоні стаціонарної завади.

Розв'язування багатьох задач теорії С. в. п. тісно пов'язане з розв'язуванням інтегр. рівняння, яке споріднене з *Вінера — Хопфа рівнянням*. Для стаціонарних (у широкому розумінні) випадкових процесів з дробово-раціональними спектральними щільностями розроблено методи розв'язування рівняння

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda t}\varphi(\lambda)\, F(d\lambda) = a(t)$$

у тому разі, коли функцію $a(t)$ визначено на скінченному інтервалі $0 \leqslant t \leqslant T$. Стаціонарні (у вузькому розумінні) випадкові процеси мають ергодичну властивість (див. *Ергодична теорія*), яка полягає в тому, що з імовірністю 1 існує границя

$$M\xi(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t)\, dt.$$

Ергодична властивість встановлює рівність з імовірністю 1 середнього за простором реалізації і часового середнього за однією реалізацією. На цій властивості грунтується робота приладів (корелометрів), призначених для вимірювання кореляційних функцій реально існуючих фізичних процесів (див. *Корелятор*).

Літ.: Розанов Ю. А. Стационарные случайные процессы. М., 1963 [бібліогр. с. 280—284]; Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., 1965 [бібліогр. с. 648—654]; Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М., 1967 [бібліогр. с. 481—487]; Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 379—388].

О. М. Деменін.

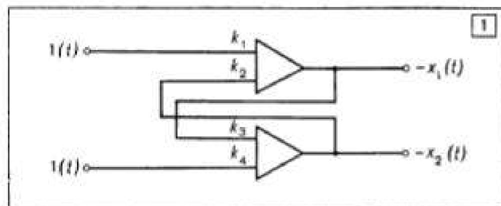
СТІЙКІСТЬ ЗА ЛЯПУНОВИМ — див. *Ляпунова методи*, *Стійкості неперервних систем теорія*.

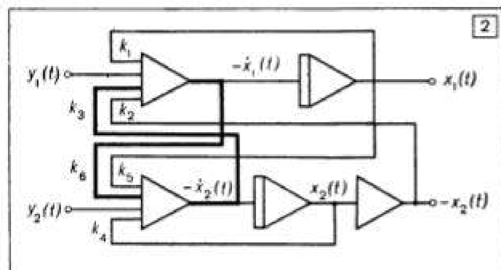
СТІЙКІСТЬ МОДЕЛІ — властивість моделі, яка полягає в тому, що відхилення її реальних вихідних сигналів від ідеальних сигналів не перевищують допустимо малих величин, якщо сигнали збурювальних діянь перебувають у заданих межах, а незалежні змінні аналогової моделі змінюються на кінцевому інтервалі. За ідеальні вважають вихідні сигнали моделі, яка абсолютно точно реалізує потрібні матем. залежності, в яких сигналів діянь немає. Поняття С. м. відповідає відомому у матем. теорії стійкості поняттю стійкості руху при постійно діючих збуреннях рівнянь. Сигнали завад моделі в матем. теорії стійкості наз. збуреннями рівнянь. Ідеальні й реальні вихідні сигнали моделі та різницю цих сигналів визначають відповідно як незбурений і збурений рух і відхил збуреного руху від незбуреного. В багатьох випадках аналіз С. м. можна звести до набагато простішого аналізу стійкості руху за Ляпуновим (див. *Ляпунова методи*).

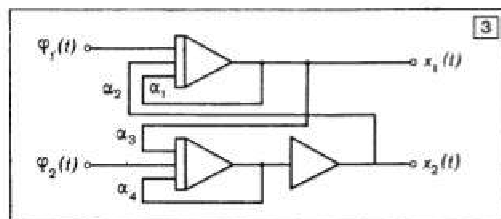
С. м. інерційних об'єктів, рух яких описується інтегро-дифер. рівняннями, залежить переважно від стійкості модельованих об'єктів, бо коли за допомогою моделі досліджують нестійкі об'єкти звичайними методами, різниця між ідеальними і реальними вихідними сигналами моделі в більшості випадків досягає недопустимо великих значень. Однак нестійкість зазначених моделей, а та-

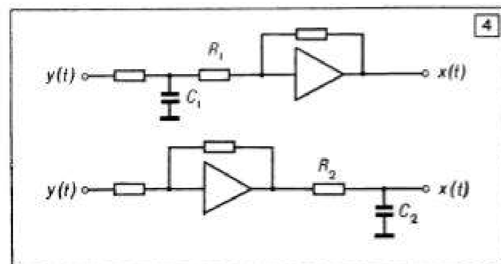
кож моделей безінерційних об'єктів, які описують алгебр. рівняннями, може бути зумовлена й неідеальністю самих моделей: паразитними джерелами інерційності (напр., зосередженими й розподіленими паразитними ємностями та індуктивностями), відхиленнями від номіналу параметрів моделі, похибкою апроксимацій функціональних залежностей або методів пошуку екстремумів тощо.

Паразитні джерела інерційності дуже впливають на С. м. у тому випадку, коли схема набору моделі має замкнені безінерційні контури, до складу яких не входять інерційні блоки (інтегрувальні, аперіодичні й т. ін.),









1. Схема набору моделі, яка при k_2, $k_3 > 1$ нестійка через інерційність суматорів-інверторів.
2. Схема набору моделі інерційного об'єкта з нестійким замкненим безінерційним контуром.
3. Схема набору моделі, яка демонструє можливість виключення безінерційних контурів.
4. Схема розв'язувальних аперіодичних блоків, стійкість яких залежить від величин опорів R_1 і R_2 та ємностей C_1 і C_2.

замкнені контури з парним числом блоків, які виконують операції інвертування знака їхніх вхідних сигналів разом з іншими матем. операціями. Так, модель звичайно буває нестійкою, якщо до складу її схеми набору, реалізованої на базі *підсилювачів операційних*, входять замкнені безінерційні контури з парним числом підсилювачів і з коефіцієнтом передавання в розімкненому стані $K_{р.к.} > 1$.

Можливість існування ефекту нестійкості таких моделей можна проілюструвати таким прикладом. Нехай у моделі (мал. 1) безінерційного об'єкта, описуваного системою рівнянь

$$-x_1 + k_2x_2 = k_1,$$
$$k_3x_1 - x_2 = k_4,$$

де $k_2 > 1$, $k_3 > 1$, передавальні функції суматора по кожному входу, оскільки на них впливають паразитні параметри, інерційність *підсилювачів*, мають вигляд $k_i(p) = -\frac{k_i}{1+T_ip}$ (p — комплексна змінна, $T_i > 0$). При цьому полюси зображення за Лапласом для вихідних сигналів моделі $x_1(t)$ і $x_2(t)$ мають додатні дійсні частини, що свідчить про нестійкість моделі. Замкнені безінерційні контури можуть з'явитись у схемі набору моделі не тільки під час моделювання безінерційних об'єктів, а й під час моделювання об'єктів, рух яких описують системою звичайних дифер. рівнянь, що містять похідні одного порядку кількох залежних змінних. Так, у схемі набору моделі об'єкта, рух якого описують системою рівнянь

$$\dot{x}_1 = k_1x_1 - k_2\dot{x}_2 - k_3x_2 + y_1(t),$$
$$\dot{x}_2 = k_4x_2 + k_5x_1 - k_6\dot{x}_1 + y_2(t), \quad (1)$$

де $k_i > 0$ ($i = 1, \ldots, 6$), $k_3k_6 > 1$, $x_i(0) = x_{i0}$, є замкнений контур (на мал. 2 його виділено жирною лінією) з коефіцієнтом $K_{р.к.} = k_3k_6 > 1$.

Нестійкі окремі контури, що входять до моделі, звичайно є причиною нестійкості всієї моделі, це має місце і в розглянутому випадку.

Дослідження об'єкта за допомогою моделі треба починати з перевірки С. м. Для цього можна піддати невеликим варіаціям її вхідні сигнали, початкові умови й параметри. Якщо внаслідок цих варіацій трохи змінюється розв'язок, то має місце С. м. А якщо модель нестійка, то, визначивши причину нестійкості, домагаються стійкості, здійснюючи відповідні перетворення. В багатьох випадках можна використати прямі методи Ляпунова. Але оскільки ці методи складні, на практиці вдаються здебільшого до простіших критеріїв стійкості, але застосувати їх можна лише в окремих випадках: алгебр. критерій Раусса — Гурвіца, частотні критерії Михайлова, Найквіста і ін. (див. *Стійкості критерії*). Для забезпечення С. м. нестійко-

го об'єкта, рух якого описують системою рівнянь

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)\, x_j(t) + f_i(t), \qquad (2)$$

($i = 1, \ldots, n$, $x_i(0) = x_{i0}$), доцільно використовувати змінний масштаб кожної залежної змінної $x_i(t)$ об'єкта:

$$x_i(t) = y_i(t)\, e^{\alpha t}, \qquad (3)$$

де α — досить велике додатне число. Після підстановки виразу (3) в систему (2) ця система має вигляд:

$$\dot{y}_i(t) = \sum_{j=1\,(j\neq i)}^{n} a_{ij}(t)\, y_j(t) + [a_{ii}(t) - \alpha]\, y_i(t) + e^{-\alpha t} f_i(t). \qquad (4)$$

Величину α можна обирати експериментальним шляхом або за допомогою відомих оцінок найбільших власних чисел матриць, якщо в (2) коефіцієнти є постійними. При експериментальному визначенні α варіюють діагональні коефіцієнти матриці рівнянь (2) доти, поки модель стане стійкою. Під час моделювання деяких нестійких нелінійних об'єктів можна застосовувати змінний масштаб виду (3).

Перетворенням, яке часто приводить до стійких моделей нестійких об'єктів, рух яких описується дифер. рівняннями з крайовими умовами, є зміна масштабу незалежної змінної $t = -t_1$. Отже, задачу розв'язують у «зворотному часі». При цьому треба, щоб усі функціональні залежності в вихідних рівняннях були однозначними. Для моделей лінійних об'єктів перетворення $t = -t_1$ дає позитивний результат тоді, коли всі корені характеристичного рівняння руху об'єкта мають додатні дійсні частини. Методику моделювання нестійких об'єктів у загальному випадку розроблено ще недостатньо. При визначенні умов стійкості об'єкта особливу увагу приділяють тому, щоб зменшити вплив неідеальності моделі на її стійкість. Для цього з схеми набору моделі виключають безінерційні нестійкі контури (якщо вони є), зводячи вихідну систему дифер. рівнянь до нормального виду. Напр., після виключення похідних у правих частинах рівнянь системи (1) при $k_1 - k_3k_4 > 0$, $k_4 - k_1k_6 > 0$, $k_5 - k_2k_6 > 0$ ця система набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \varphi_1(t), \\ \dot{x}_2 &= -\alpha_3 x_1 - \alpha_4 x_2 + \varphi_2(t), \end{aligned} \qquad (5)$$

де $\alpha_i > 0$ ($i = 1, \ldots, 4$). Схема набору моделі (мал. 3) для розв'язування рівнянь (5) не містить, на відміну від схеми (мал. 2), замкнених безінерційних контурів. Якщо складена згідно з незведеним до нормального виду вихідним дифер. рівнянням *структурна схема моделі*, що містить при цьому безінерційні замкнені контури, не відображує структури об'єкта, то досліджувати його можна за допомогою моделі, структурну схему якої складено згідно з зведеним до нормального вигляду вихідним дифер. рівнянням. Інакше це свідчить про те, що при матем. описуванні об'єкта не було враховано істотно малих параметрів. Для продовження досліджень на моделі доцільно уточнити матем. опис об'єкта. Треба, щоб у моделі були стійкими й усі розв'язувальні блоки (підсумовувальні, інтегрувальні, нелінійні тощо) в режимі автономного функціонування за всіх можливих вхідних сигналів. До стійкості розв'язувальних блоків можуть приводити додаткові коригуючі зв'язки в різних ділянках схеми блоків, напр., вмикання ємності в коло *зворотного зв'язку* операційного підсилювача. Але такі додаткові зв'язки звичайно приводять до збільшення динамічних похибок блоку при швидкозмінних вхідних сигналах. Якщо застосовувати коригуючі зв'язки небажано або це не дає потрібного ефекту, то треба змінити параметри схеми розв'язувального блока або всю схему. Напр., розв'язувальні блоки (мал. 4) при малих величинах опорів R_1, R_2 і досить великих значеннях ємностей C_1, C_2 будуть нестійкі через вплив інерційності підсилювача. Щоб домогтися стійкості, можна зменшити величини C_1, C_2 і збільшити R_1, R_2.

Якщо в схемі набору моделі немає нестійких блоків і контурів, а розв'язувальні блоки виконують потрібні матем. операції з меншими похибками, ніж похибки при матем. описуванні модельованого інерційного об'єкта, то можна вважати, що неідеальність моделі практично не позначається на її стійкості. Для зменшення впливу різних паразитних джерел інерційності на С. м. безінерційного об'єкта, схема набору якого складається з підсумовувальних підсилювачів і потенціометрів установки масштабних коефіцієнтів, до складу схеми вводять додаткові інтегрувальні або (замість підсумовувальних) аперіодичні блоки. Постійні часу цих блоків набагато перевищують постійні часу, зумовлені паразитними параметрами. При цьому вихідна система алгебр. рівнянь

$$Ax = b \qquad (6)$$

перетворюється на систему дифер. рівнянь

$$T\dot{x} + Ax = b \qquad (7)$$

(A, T — матриці, b — вектор — стовпчик коефіцієнтів). Розв'язавши систему (7), одержують значення вектора невідомих x, якщо власні числа матриці A мають від'ємні дійсні частини, бо лише за цієї умови система (7) описує стійкий рух. Модель, реалізована на базі операційних підсилювачів сучасних АОМ за методом безпосереднього моделювання, працює здебільшого стійко, якщо всі діагональні елементи матриці A — одного знака і перевищують абсолютні значення недіагональних елементів, які стоять у тому самому рядку і тому самому стовпчику. Якщо матриця A не задовольняє цієї умови, то, помінявши місцями стовпчики чи рядки, іноді буває неважко звести її до потрібного виду. Другий спосіб забезпечення стійкості

у випадку неособливої матриці A полягає в тому, що обидві частини рівнянь (7) спочатку множать на транспоновану матрицю A':

$$\tau_1 \dot{x} + A'Ax = A'b. \qquad (8)$$

Власні числа матриці AA' завжди мають від'ємні дійсні частини, тому модель, описувана рівнянням (8), є стійкою. Схеми набору для розв'язування рівняння (8) характеризуються тим, що кожен з коефіцієнтів матриці A двічі вводиться в схему.

Якщо моделі інерційних або безінерційних об'єктів реалізовано за допомогою гібридних розв'язувальних блоків, у яких використано аналогові й цифрові форми представлення інформації, то на С. м. діють додаткові фактори: квантування за часом, за рівнем, запізнювання, стійкість обчисл. алгоритмів цифрових блоків тощо. Аналізуючи стійкість гібридних моделей, застосовують класичні критерії стійкості імпульсних систем, а також емпіричні спрощені критерії.

Літ.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [бібліогр. с. 494—505]; Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М., 1967 [бібліогр. с. 466—469]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [бібліогр. с. 560—564]; Верлань А. Ф., Годлевский В. С. Моделирование трансцендентных уравнений при исследовании устойчивости. «Автоматика и телемеханика», 1968, № 9; Рыбашов М. В., Дудников Е. Е. Градиентные методы решения линейных равенств, неравенств и задач линейного программирования на аналоговых вычислительных машинах. М., 1970 [бібліогр. с. 141—142]; Лебедев А. Н. Применение аналоговых вычислительных устройств в судовых системах автоматического управления. Л., 1970 [бібліогр. с. 304—309]; Пароди М. Локализация характеристических чисел матриц и ее применение. Пер. с франц. М., 1960 [бібліогр. с. 162—166].

В. С. Годлевський, П. А. Матевосян.

СТІЙКІСТЬ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ — див. *Стійкість різницевих схем.*

СТІЙКІСТЬ РІЗНИЦЕВИХ СХЕМ — неперервна залежність розв'язку різницевої задачі від вхідних даних. Під різницевою схемою (р. с.) розуміють систему різницевих рівнянь, що апроксимують ту або іншу задачу матем. фізики. Припустимо, що вихідну дифер. задачу поставлено коректно, тобто, що її розв'язок існує, що він єдиний і неперервно залежить від вхідних даних. Запишемо вихідну дифер. задачу у вигляді

$$Lu(x) = f(x), \ x \in G, \qquad (1)$$

де G — область зміни незалежних змінних x, L — лінійний дифер. оператор, $f(x)$ — вхідні дані (праві частини осн. рівняння та граничних умов і початкові дані). При чисельному розв'язуванні задачі (1) методом скінченних різниць область G замінюють дискретною множиною точок G_h — сіткою. Параметр h (крок) характеризує щільність сітки, так що $G_h \to G$ при $h \to 0$. Після апроксимації дифер. операторів, що входять у рівняння (1), різницевими, а правої частини $f(x)$ — сітковою ф-цією $\varphi_h(x)$ одержимо р. с.

$$L_h y_h(x) = \varphi_h(x), \quad x \in G_h, \qquad (2)$$

де L_h — лінійний різницевий оператор. Вважають, що різницеву задачу (2) поставлено коректно, якщо при всіх досить малих h і при будь-яких правих частинах $\varphi_h(x)$ її розв'язок $y_h(x)$ існує, якщо він єдиний і неперервно залежить від вхідних даних $\varphi_h(x)$, при цьому ця залежність є рівномірною за h. Властивість рівномірної відносно h неперервної залежності розв'язку різницевої задачі від вхідних даних і наз. С. р. с.

Для обчислювання на ЕОМ практично придатні лише стійкі р. с. Припустимо, що множина ф-цій, заданих на сітці G_h, утворює лінійний нормований простір H_h (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі). Тоді С. р. с. вигляду (2) означає, що для розв'язку задачі (2) при всіх досить малих h і при будь-яких $\varphi_h(x) \in H_h$ справджується оцінка

$$\|y_h\|_{(1_h)} \leqslant M \|\varphi_h\|_{(2_h)}, \qquad (3)$$

де $M > 0$ — стала, яка не залежить від h та φ_h, а $\|\cdot\|_{(1_h)}$ та $\|\cdot\|_{(2_h)}$ — якісь норми в H_h. Розв'язок задачі (2) збігається до розв'язку задачі (1), якщо $\|y_h - u\|_{(1_h)} \to 0$ при $h \to 0$. Для різниці $z_h(x) = y_h(x) - u(x)$ одержуємо задачу

$$L_h z_h(x) = \Psi_h(x), \ \Psi_h(x) = \\ = \varphi_h(x) - L_h u(x); \quad x \in G_h, \qquad (4)$$

де права частина $\Psi_h(x)$ — похибка апроксимації схеми (2). З наведених вище визначень випливає, що коли різницеву задачу (2) поставлено коректно й вона апроксимує коректно поставлену задачу (1), то розв'язок $y_h(x)$ задачі (2) збігається до розв'язку $u(x)$ задачі (1).

Розглянемо деякі Р. с. для рівняння теплопровідності

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leqslant T, \\ u(x, 0) = u_0(x), \ u(0, t) = u(1, t) = 0. \end{array}\right\}. \qquad (5)$$

В області G $(0 < x < 1, \ 0 < t \leqslant T)$ побудуємо сітку $G_{h\tau} = G_h \times G_\tau$, $G_h = \{x_i = ih, \ i = 1, 2, \ldots, N-1\}$, $G_\tau = \{t_n = n\tau, \ n = 0, 1, \ldots, k\}$, де $h = 1/N$ — крок за простором, $\tau = T/k$ — крок за часом. Апроксимуємо задачу (5) системою різницевих рівнянь

$$\left.\begin{array}{l} y_{t,i}^n = \Lambda(\sigma y_i^{n+1} + (1-\sigma) y_i^n), \\ i = 1, 2, \ldots, N-1, \\ y_0^n = y_N^n = 0, \qquad n = 0, 1, \ldots, k-1, \\ y_i^0 = u_0(x_i), \end{array}\right\}, \qquad (6)$$

де

$$y_{t,i}^n = (y_i^{n+1} - y_i^n)/\tau;$$

$$\Lambda y_i = (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1})/h^2, \qquad (7)$$

$$i = 1, 2, \ldots, N-1, \ y_0 = y_n = 0.$$

Похибка апроксимації Ψ схеми (6) — величина порядку $\tau + h^2$, тобто $\Psi = O(\tau + h^2)$; якщо $\sigma = 0,5$, то $\Psi = O(\tau^2 + h^2)$ і якщо $\sigma = 0,5 - h^2/12\tau$, то $\Psi = O(\tau^2 + h^4)$. Р. с. (6) містить параметри σ, h та τ, якими можна керувати в певних межах. При практичному використанні схеми (6) важливо з'ясувати область зміни параметрів σ, h, τ, в якій схема (6) є стійкою або, інакше кажучи, визначити умови стійкості р. с. Досліджувати стійкість р. с. (6) можна, напр., методом розподілу змінних або методом енерг. нерівностей.

В методі розподілу змінних розв'язок задачі (6) шукають у вигляді суми

$$y_i^{n+1} = \sum_{k=1}^{N-1} c_k^n \mu_k(x_i), \qquad (8)$$

де $\mu_k(x_i) = \sqrt{2}\sin \pi k x_i$, $k = 1, 2, \ldots, N - 1$ — власні ф-ції оператора (7), c_k^n — коеф., які треба визначити. Відомо, що ф-ції $\mu_k(x)$ створюють ортонормовану в розумінні скалярного добутку

$$(y, v) = \sum_{i=1}^{N-1} y_i v_i h \qquad (9)$$

систему на множині H_N сіткових функцій, що перетворюються на нуль при $i = 0$ та $i = N$. Підставивши рівняння (8) в рівняння (6) і врахувавши лінійну незалежність ф-цій $\mu_k(x)$, знаходимо рекурентне співвідношення для визначення c_k^{n+1}:

$$c_k^{n+1} = q_k c_k^n,$$

$$q_k = (1 - (1 - \sigma)\tau\lambda_k)/(1 + \sigma\tau\lambda_k),$$

де λ_k — власне значення номера k оператора (7),

$$\lambda_k = \frac{4}{h^2}\sin^2\frac{\pi k h}{2}.$$

Якщо виконано умову

$$\sigma \geqslant \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau}, \qquad (10)$$

то $|q_k| \leqslant 1$, $k = 1, 2, \ldots, N - 1$ і, отже,

$$\|y^{n+1}\|^2 = (y^{n+1}, y^{n+1}) = \sum_{k=1}^{N-1}(c_k^{n+1})^2 \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{k=1}^{N-1}(c_k^n)^2 = \|y^n\|^2,$$

тобто схема (6) стійка в нормі

$$\|v\| = \sqrt{(v, v)} = \left(\sum_{i=1}^{N-1} v_i^2 h\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Нерівність (10) є умовою С. р. с. (6).

Метод енергетичних нерівностей полягає у заміні задачі (6) на енерг. тотожність

$$\|y_t\|^2 + (\sigma - 0,5)\tau\|y_{t\bar{x}}\|^2 + (\|y_{\bar{x}}\|^2)_t = 0 \qquad (12)$$

де $\|\cdot\|$ визначають відповідно до (11), $y_{\bar{x}} = y_{\bar{x},i} = (y_i - y_{i-1})/h$ та $\|y_{\bar{x}}\|^2 = \sum_{i=1}^{N} y_{\bar{x},i}^2 h$. Враховуючи оцінку $\|y_{\bar{x}}\|^2 \leqslant 4\|y\|^2/h^2$, що справджується для всіх сіткових ф-цій, які дорівнюють нулеві при $i = 0$ та $i = N$, одержимо з (12) енерг. нерівність

$$\left|(\sigma - 0,5)\tau + \frac{h^2}{4}\right|\|y_{t\bar{x}}\|^2 + (\|y_{\bar{x}}\|^2)_t \leqslant 0.$$

З цих нерівностей випливає, що коли виконано умову (10), для розв'язку задачі (6) справджується оцінка $\|y_{\bar{x}}^n\| \leqslant \|y_{\bar{x}}^0\|$, $n = 0, 1, \ldots$, а це означає С. р. с. (6) в нормі $\|y\|_* = \|y_{\bar{x}}\|$.

Будь-яку Р. с. можна розглядати незалежно від тих чи інших вихідних рівнянь як операторне рівняння в якомусь лінійному просторі. Напр., будь-яку двошарову р. с. можна записати як рівняння

$$B\frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} + Ay^n = \varphi^n, \ n = 0, 1, \ldots, \qquad (13)$$

де A та B — лінійні оператори, що діють у якомусь просторі H_h (просторі сіткових ф-цій), $y^n = y(t_n)$ —ф-ція дискретного аргументу $t_n = n\tau$ зі значеннями в H_h. Запис двошарової р. с. у вигляді (13) наз. канонічною формою двошарової р. с. Умови С. р. с. (13) формулюють як ряд вимог, які накладають на оператори A та B. Нехай H_h — дійсний гільбертів простір із скалярним добутком (y, v) і нормою $\|y\| = \sqrt{(y, y)}$. Якщо в схемі (13) оператор A не залежить від t, якщо він є самоспряженим і додатним, то для стійкості схеми (13) досить, щоб було виконано умови:

$$(Bx, x) \geqslant 0,5\tau(Ax, x), \quad \forall x \in H_h. \qquad (14)$$

За цих умов для розв'язку задачі (1) справджується оцінка $(Ay^n, y^n) \leqslant (Ay^0, y^0)$, $n = 0, 1\ldots$ Звідси видно, що С. р. с. характеризується такими досить заг. властивостями різницевих операторів, як самоспряженістю та додатністю їх. При такому заг. підході до дослідження стійкості структуру операторів A та B можна не конкретизувати. Будь-яку тришарову р. с. можна записати в канонічному вигляді (в ній y_0, y_1 задано)

$$By_{\overset{\circ}{t}} + \tau^2 R y_{\bar{t}t} + Ay = \varphi^n, \quad n = 1, 2, \ldots \qquad (15)$$

де $y = y^n$, $y_{\overset{\circ}{t}} = (y^{n+1} - y^{n-1})/(2\tau)$,

$$y_{\bar{t}t} = (y^{n+1} - 2y^n + y^{n-1})/\tau^2, \quad \tau > 0.$$

Якщо A та R — самоспряжені додатні оператори, які не залежать від $t_n = n\tau$, то для стійкості схеми (15) достатньо, щоб було виконано умови: $(Bx, x) \geqslant 0$, $(Rx, x) > \frac{1}{4} \times (Ax, x)$. $\forall x \in H_h$.

Літ.: Рябенький В. С., Филиппов А. Ф. Об устойчивости разностных уравнений. М., 1956

[бібліогр. с. 169—171]; Годунов С. К., Рябенький В. С. Введение в теорию разностных схем. М., 1962 [бібліогр. с. 272—274]; Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [бібліогр. с. 538—550]; Рихтмайер Р. Д., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. Пер. с англ. М., 1972 [бібліогр. с. 381—413].

О. В. Гулін, О. О. Самарський.

СТІЙКІСТЬ ЧИСЕ́ЛЬНОГО МЕ́ТОДУ — неперервна залежність розв'язку, одержаного *чисельним методом*, від вхідних даних. Див. *Стійкість різницевих схем.*

СТІЙКОСТІ ДИСКРЕ́ТНИХ СИСТЕ́М ТЕО́РІЯ — розділи прикладної математики й *автоматичного керування теорії*, що вивчають умови, за яких дискретна система (ДС) є стійкою. Коли ці умови набувають вигляду конкретних нерівностей, залежних лише від параметрів системи, їх наз. *стійкості критеріями.* Стійкість (у широкому розумінні) — це здатність системи прямувати з різних початкових станів до якогось рівноважного (стаціонарного) стану. Дуже великий і найбільш вивчений клас ДС можна описати різницевими рівняннями виду

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{y}_n); \qquad n = 0, 1, 2, \ldots, \qquad (1)$$

де $\mathbf{y}_n = (y_n^{(1)}, \ldots, y_n^{(m)})$ — вектор фазових координат $y_n^{(i)}$, який однозначно визначає динамічний стан ДС; n — дискретна незалежна змінна; $\mathbf{g}(\mathbf{y}) = (g^{(1)}(\mathbf{y}), \ldots, g^{(m)}(\mathbf{y}))$ — однозначна вектор-функція, обмежена на будь-якій обмеженій множині значень $\mathbf{y}$. Система рівнянь (1) являє собою дискретний аналог *системи автономної* звичайних диференціальних рівнянь. Розгляньмо її розв'язки в евклідовому фазовому просторі $G^m = \{\mathbf{y}_n\}$. Станові спокою ДС у G^m відповідає *точка рівноваги* (інваріантна точка) $\mathbf{y}^0$, для якої виконується тотожність $\mathbf{y}^0 \equiv \mathbf{g}(\mathbf{y}^0)$. Узагальненням поняття «інваріантна точка» є інваріантна множина M, для якої з $\mathbf{y}_n \in M$ випливає $\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{y}_n) \in M$. Підстановка $\mathbf{y}_n = \mathbf{x}_n + \mathbf{y}^0$ приводить (1) до виду:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_n + \mathbf{y}^0) - \mathbf{y}^0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n), \quad \mathbf{f}(0) = 0. \; (2)$$

Розв'язок $\mathbf{y}^0$ наз. незбуреним рухом, рівняння (2) — рівняннями збуреного руху, а їхні розв'язки $\mathbf{x}_n$ — збуреними рухами системи (1). Незбуреним рухом системи (2) є тривіальний розв'язок $\mathbf{x}^0 = 0$.

Незбурений рух системи (1) наз. стійким за Ляпуновим (або просто стійким), якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ існує $\lambda(\varepsilon) > 0$, що при всіх $n \geqslant 0$ з $\|\mathbf{x}_0\| < \lambda(\varepsilon)$ внаслідок системи (2) випливає $\|\mathbf{x}_n\| < \varepsilon$ (тут $\|\mathbf{x}_n\|$ — евклідова норма $\mathbf{x}_n$). Якщо, крім того, при будь-якому $\mathbf{x}_0$ $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{x}_n = 0$, то незбурений рух системи (1) наз. асимптотично стійким. Якщо для якогось $\varepsilon > 0$ неможливо підібрати число $\lambda(\varepsilon) > 0$, яке задовольняє наведене визначення, то незбурений рух системи (1) є нестійким. Як випливає з визначень, питання про стійкість незбуреного руху системи (1) повністю розв'язують, досліджуючи стійкість тривіального розв'язку системи (2), тому надалі будемо розглядати лише рівняння збуреного руху. В тих випадках, коли тривіальний розв'язок системи (2) стійкий (асимптотично стійкий) за будь-яких початкових станів $\mathbf{x}_0 \in E^m = \{\mathbf{x}_n\}$, то маємо стійкість (асимптотичну стійкість) у цілому; якщо розв'язок стійкий (асимптотично стійкий) лише при $\mathbf{x}_0 \in R$, де R — якась однозв'язна область в E^m, то маємо стійкість (асимптотичну стійкість) в області R.

Найзагальнішим методом аналізу стійкості ДС є дискретний аналог 2-го (прямого) Ляпунова методу. Він зводить задачу дослідження стійкості системи (2) до вивчення властивостей якоїсь неперервної функції $v(\mathbf{x}_n)$ (функції Ляпунова) та її першої різниці $\Delta v_n = v_{n+1} - v_n = v[\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)] - v(\mathbf{x}_n) = \Delta v(\mathbf{x}_n)$ вздовж траєкторій системи (2). Функцію $v(\mathbf{x})$ наз. додатно (від'ємно) визначеною, якщо

$$v(0) = 0; \; v(x) > 0 \, (< 0) \text{ при } \mathbf{x} \neq 0. \qquad (3)$$

Якщо умови (3) виконуються не при всіх $\mathbf{x}$, а лише в якійсь області R, яка є околом початку координат, то маємо додатну (від'ємну) визначеність функції $v(\mathbf{x})$ в області R. Основою 2-го методу Ляпунова є такі три теореми.

Теорема 1. Нехай в області $R(\rho)$, всередині якої $\|\mathbf{x}_n\| < \rho$, функція v_n є додатно визначеною, а її перша різниця Δv_n вздовж траєкторій системи (2) — недодатна. Тоді тривіальний розв'язок системи (2) — стійкий за Ляпуновим.

Теорема 2. Якщо при тих самих припущеннях щодо функції v_n її першу різницю Δv_n вздовж траєкторій системи (2) від'ємно визначено, то тривіальний розв'язок системи (2) асимптотично стійкий.

Наслідки: 1) Якщо умови теореми 1 (2) виконано в області $R(\rho)$, заданій нерівністю $v_n < \rho$, то тривіальний розв'язок системи (2) стійкий (асимптотично стійкий) у R. 2) Якщо $R = E^m$, $v_n \to \infty$ при $\|\mathbf{x}_n\| \to \infty$ і виконано умови теореми 1 (2), то тривіальний розв'язок системи (2) стійкий (асимптотично стійкий) в цілому.

Теорема 3. Нехай у як завгодно малому околі початку координат функція v_n може набувати від'ємних значень, а її перша різниця Δv_n вздовж траєкторій системи (2) від'ємно визначена в області $R(\rho)$, всередині якої $\|\mathbf{x}_n\| < \rho$. Тоді тривіальний розв'язок системи (2) нестійкий.

Наступна теорема є однією з модифікацій 1-ї і 2-ї теорем.

Теорема 4 (дискретний аналог теорем Барбашина — Красовського й Ла Саля). Нехай виконано всі умови 1-ї теореми й наслідка 2-го і, крім того, L є обмеженим і являє

собою множину всіх точок з E^m, в яких $\Delta v_n = 0$. Тоді: а) тривіальний розв'язок системи (2) асимптотично стійкий у цілому, якщо в L немає інших цілих траєкторій; б) якщо M є максимальною інваріантною множиною з L, то всі розв'язки системи (2) при $n \to \infty$ необмежено наближаються до M.

Усі ці теореми допускають наочну геометричну інтерпретацію. Припустимо для простоти, що додатно визначена функція $v(\mathbf{x}_n)$ є опуклою. Тоді рівняння

$$v_n = v(\mathbf{x}_n) = c = \text{const} \qquad (4)$$

визначає в E^m сімейство замкнених, неперетинних, вкладених одна в одну поверхонь, залежних від параметра c (мал. 1); при цьому поверхня $v_n = c_1$ міститься всередині поверхні $v_n = c_0$, якщо $c_1 < c_0$. Поки вздовж траєкторій системи ф-ція v_n спадає ($\Delta v_n < 0$), зображальна точка системи стрибкоподібно переходить із зовнішніх поверхонь на внутрішні. Якщо Δv_n є від'ємно визначеною, тобто ф-ція v_n спадає всюди, крім початку координат, то зображальна точка у своєму русі асимптотично прямує до поверхні $v_n = 0$, тобто до точки $\mathbf{x}_n = 0$.

Умови 1—4-ї теорем не є критеріями стійкості, оскільки поки що немає конструктивних методів вибору ф-ції Ляпунова для системи (2). Проте для деяких окремих випадків такі критерії одержано; нижче наведено найважливіші з них.

Важливий клас ДС становлять л і н і й н і ДС, для яких рівняння (2) набуває вигляду

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathrm{A}\mathbf{x}_n, \qquad (5)$$

де А — числова квадратна матриця. Якщо покласти

$$v_n = \mathbf{x}_n^{\mathrm{T}} \mathrm{P} \mathbf{x}_n; \quad \mathrm{P}^{\mathrm{T}} = \mathrm{P}, \qquad (6)$$

де P — додатно визначена матриця, а символ «T» означає транспонування, то вздовж траєкторій системи (5) $\Delta v_n = -\mathbf{x}_n^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \mathbf{x}_n$, де

$$\mathrm{Q} = \mathrm{P} - \mathrm{A}^{\mathrm{T}} \mathrm{P} \mathrm{A}. \qquad (7)$$

Є така теорема (дискретний аналог теореми Ляпунова).

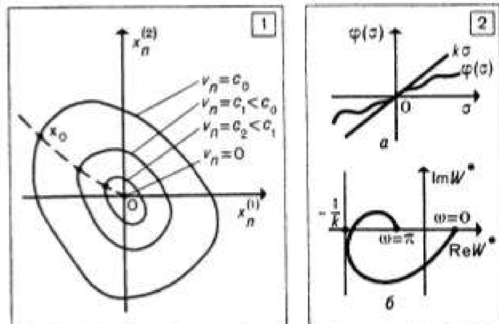
Т е о р е м а 5 (теорема Бромберга). Нехай $\mathrm{Q} > 0$; тоді матриця $\mathrm{P} > 0$, яка задовольняє матричне рівняння (7), існує в тому і тільки в тому разі, коли всі корені λ_i (А) рівняння

$$D(\lambda) = \det(\mathrm{A} - \lambda \mathrm{I}) = 0 \qquad (8)$$

лежать усередині кола одиничного радіуса, тобто якщо

$$|\lambda_i(\mathrm{A})| < 1, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (9)$$

З 5-ї і 2-ї теорем випливає, що умова (9) є умовою асимптотичної стійкості системи (5); ця умова є необхідною й достатньою, в чому можна переконатися й безпосередньо, записавши розв'язок рівняння (5). Відомо кілька ефективних критеріїв, які гарантують виконання умови (9), тому відшукувати корені рівняння (8) нема потреби. Так, напр., підстановка в рівняння (8) $\lambda = \frac{\nu+1}{\nu-1}$ зводить розглядувану задачу до проблеми Гурвіца й дає змогу скористатися однойменним критерієм (див. *Гурвіца теорема*). Застосування принципу аргументу до многочлена $D(\lambda)$ дає змогу одержати дискретний аналог критерію Михайлова: система (5) є асимптотично стій-



1. Геометрична інтерпретація 2-го методу Ляпунова.
2. Геометрична інтерпретація частотного критерію стійкості.

кою в тому і тільки тому разі, якщо при зміні ω від 0 до π вектор $\mathbf{D}(e^{j\omega})$ повертається проти годинникової стрілки на кут $m\pi$. Як показує розгляд розімкнених і замкнених ДС, з критерію Михайлова безпосередньо випливає дискретний аналог частотного критерію Найквіста, який для ДС формулюється так само, як і для неперервних систем.

Якщо вектор-функція $\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ з рівняння (2) неперервна за сукупністю своїх аргументів, то в околі початку координат її можна зобразити у вигляді абсолютно збіжного степеневого ряду. Обмежившись лінійними членами розкладу, одержимо перше наближення системи (2):

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathrm{B}\mathbf{x}_n; \quad \mathrm{B} = \| b_{ij} \| = \left\| \frac{\partial f_i(\mathbf{x}_n)}{\partial x_n^{(j)}} \right\|_{\mathbf{x}_n=0;\ i,j=1,\ldots,m.} \qquad (10)$$

Подальші теореми є дискретними аналогами теорем Ляпунова про стійкість у малому (див. *Ляпунова методи*).

Т е о р е м а 6. Якщо всі корені рівняння

$$\det(\mathrm{B} - \lambda \mathrm{I}) = 0 \qquad (11)$$

лежать усередині кола одиничного радіуса, то тривіальний розв'язок системи (2) є асимптотично стійким у достатньо малому своєму околі (інколи кажуть: асимптотично стійкий у малому).

Т е о р е м а 7. Якщо хоч один корінь рівняння (11) міститься поза колом одиничного радіуса, то тривіальний розв'язок системи (2) є нестійким.

Для широкого класу нелінійних ДС систему рівнянь (2) можна звести до квазілінійного виду:

$$x_{n+1} = A_n x_n \qquad (12)$$

де $A_n = A(x_n) = \| a_{ij}(x_n) \|_1^m$, ф-ції $a_{ij}(x_n)$ визначено всюди в E^m або в якомусь околі початку координат. Відповідно до принципу стиснених відображень Банаха для стійкої системи (12) дійсною є нерівність

$$\| A_n x_n \| < \| x_n \|. \qquad (13)$$

На основі (13) і різних визначень норми матриці для системи (12) встановлено такий результат.

Теорема 8. Тривіальний розв'язок системи (12) асимптотично стійкий у цілому, якщо при всіх x_n виконано одну з нерівностей:

$$\max_{(i)} \sum_{j=1}^{m} | a_{ij}(x_n) | < 1; \qquad (14)$$

$$\max_{(j)} \sum_{i=1}^{m} | a_{ij}(x_n) | < 1; \qquad (15)$$

$$\max_{(i)} \lambda_i (A_n^T A_n) < 1, \qquad (16)$$

де $\lambda_i (A_n^T A_n)$ $(i = 1, \ldots, m)$ — власні значення матриці $A_n^T A_n$.

Ефективні критерії стійкості одержано для нелінійних ДС, рівняння яких містить явно виражену лінійну частину:

$$x_{n+1} = Ax_n + a\varphi(\sigma_n); \quad \sigma_n = b^T x_n, \qquad (17)$$

де A — квадратна числова матриця; **a** та **b** — числові вектори-стовпці; $\varphi(\sigma)$ — скалярна нелінійна функція. Для лінійної частини системи (17) запровадимо поняття частотної характеристики

$$W^*(j\omega) = b^T (Ie^{j\omega} - A)^{-1} a. \qquad (18)$$

Тоді для системи (17) подальша теорема встановлює частотний критерій стійкості Попова — Ципкіна.

Теорема 9. Тривіальний розв'язок системи (17) асимптотично стійкий в цілому, якщо: *а*) $0 < \sigma\varphi(\sigma) < k\sigma^2$; $\varphi(0) = 0$; *б*) усі корені рівняння (8) лежать усередині кола одиничного радіуса і *в*) при всіх дійсних $\omega \in [0, \pi]$ виконано нерівність

$$\mathrm{Re}\, W^*(j\omega) + \frac{1}{k} > 0. \qquad (19)$$

В разі, коли умови (*б*) 9-ї теореми не виконано (тобто лінійна частина системи нестійка), систему (17) слід попередньо перетворити підстановкою $\varphi(\sigma) = \tilde{\varphi}(\sigma) - \varepsilon\sigma$:

$$x_{n+1} = \tilde{A}x_n + a\tilde{\varphi}(\sigma_n); \quad \tilde{A} = A - \varepsilon a b^T. \qquad (20)$$

Якщо при цьому вдається підібрати таке ε, щоб матриця $\tilde{A}$ задовольняла умову (*б*), то 9-у теорему слід застосовувати до перетвореної системи (20).

Умова (*а*) 9-ї теореми не залежить від конкретного виду функції $\varphi(\sigma)$ й вимагає лише, щоб її графік був у секторі, який міститься між віссю σ та прямою $k\sigma$ (мал. 2, *а*). Таким чином, 9-а теорема гарантує стійкість цілого класу систем. Здатність системи зберігати стійкість при будь-яких нелінійних характеристиках $\varphi(\sigma)$, які належать зазначеному секторові, наз. абсолютною стійкістю в секторі (0, *k*). Умова (*в*) 9-ї теореми теж допускає наочну геом. інтерпретацію. Нерівність (19) означає, що годограф частотної характеристики лінійної частини системи має лежати праворуч від вертикальної прямої, яка проходить через точку з координатами $(-\frac{1}{k}, 0)$ (мал. 2, *б*).

9-а теорема виділяє в просторі параметрів {A, a, **b**} системи область абсолютної стійкості Ω, причому всі аналогічні області, які можна одержати за допомогою ф-цій Ляпунова виду (6), містяться в Ω. Згодом 9-у теорему було узагальнено на випадок складніших систем, описуваних рівняннями такого вигляду:

$$x_{n+1} = Ax_n + Bf(z_n); \quad z_n = C^T x_n, \qquad (21)$$

де A, B і C — квадратні числові матриці порядку *m*; $z_n = (\sigma_{1,n}, \ldots, \sigma_{m,n})$ — вектор-стовпець; $f(z_n) = (f_1(\sigma_{1,n}), \ldots, f_m(\sigma_{m,n}))$ — нелінійна вектор-функція.

Теорема 10. Тривіальний розв'язок системи (21) асимптотично стійкий в цілому, якщо: *а*) $0 < \sigma_i f_i(\sigma_i) < k_i \sigma_i^2$; $i = 1, \ldots, m$; $f(0) = 0$; *б*) всі корені рівняння (8) лежать усередині кола одиничного радіуса і *в*) при всіх дійсних $\omega \in [0, \pi]$ виконано нерівність

$$K^{-1} + \frac{1}{2} [C^T (Ie^{j\omega} - A)^{-1} B + B^T (Ie^{-j\omega} - A^T)^{-1} C] > 0, \qquad (22)$$

де $K = \mathrm{diag}\{k_1, \ldots, k_m\}$.

Теорема 10 гарантує системі (21) абсолютну стійкість, яка, як і в попередньому випадку, означає стійкість класу нелінійних систем, які задовольняють умову (*а*).

9-а й 10-а теореми використовують досить слабку інформацію про нелінійні функції, які входять до рівнянь (17) і (21); враховують лише належність цих функцій якимсь секторам. У тих випадках, коли про функції $\varphi(\sigma)$, $f_i(\sigma_i)$ є додаткова інформація, частотні критерії (19) і (22) можна істотно посилити. Так, напр., вдається ефективно використати відомості про обмеженість, монотонність і непарність функцій $\varphi(\sigma)$, $f_i(\sigma_i)$; про обмеженість їхніх похідних $d\varphi/d\sigma$, $df_i(\sigma_i)/d\sigma_i$ тощо. Достатньо загальний метод одержування таких посилених частотних критеріїв стійкості запропонував рад. вчений В. А. Якубович.

Наприкінці 60-х років 20 ст. почали активно вивчати нелінійні ДС з к в а з і л і н і й н о ю ч а с т и н о ю, рівняння яких мають вигляд:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathrm{A}_n [\mathbf{x}_n + \mathbf{a}_n \varphi(\sigma^n)]; \quad \sigma_n = \mathbf{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_n, \qquad (23)$$

де $\mathrm{A}_n = \mathrm{A}(\sigma_n) = \| a_{ij}(\sigma_n) \|_1^m$; $\mathbf{a}_n = \mathbf{a}(\sigma_n) = (\alpha_1(\sigma_n), \ldots, \alpha_m(\sigma_n))$; $\mathbf{b}$ — числовий вектор-стовпець; $a_{ij}(\sigma)$, $\alpha_i(\sigma)$ — парні неперервні ф-ції; $\varphi(\sigma)$ — розривна (в загальному випадку) непарна ф-ція; $\varphi(0) = 0$. Справджується таке твердження.

Т е о р е м а 11. Тривіальний розв'язок системи (23) асимптотично стійкий у цілому, якщо при всіх $\sigma \in (0, \infty)$: *а*) всі корені рівняння $\det[\mathrm{A}(\sigma) - \lambda \mathrm{I}] = 0$ лежать усередині кола одиничного радіуса і *б*) існує така симетрична додатно визначена матриця P, що $\mathrm{P} - \mathrm{M} > 0$ та

$$\rho(\sigma) = \sqrt{\mathbf{a}^{\mathrm{T}} [\mathrm{M} + \mathrm{M}(\mathrm{P} - \mathrm{M})^{-1} \mathrm{M}] \mathbf{a} \mathbf{b}^{\mathrm{T}} (\mathrm{P} - \mathrm{M})^{-1} \mathbf{b} \varphi^2} + \mathbf{b}^{\mathrm{T}} (\mathrm{P} - \mathrm{M})^{-1} \mathrm{M} \mathbf{a} \varphi < \sigma.$$

де $\mathrm{M} = \mathrm{M}(\sigma) = \mathrm{A}^{\mathrm{T}}(\sigma) \mathrm{P} \mathrm{A}(\sigma)$; $\mathbf{a} = \mathbf{a}(\sigma)$; $\varphi = \varphi(\sigma)$.

Наведені критерії застосовують при дослідженні стійкості динамічних ДС і, зокрема, дискретних (імпульсних) систем автоматичного регулювання. Напр., рівняннями (5) описують лінійні системи з амплітудно-імпульсною модуляцією, рівняннями (17) та (21) — нелінійні амплітудно-імпульсні системи відповідно з одним і кількома нелінійними елементами, рівняннями (21) — широтно-імпульсні системи, рівняннями (23) — частотно-імпульсні системи тощо (див. *Модуляція імпульсна*).

Літ.: Ц ы п к и н Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Проблемы теории импульсных систем управления. Итоги науки. М., 1966 [бібліогр. с. 173—174]; Я к у б о в и ч В. А. Абсолютная устойчивость импульсных систем с несколькими нелинейными или линейными нестационарными блоками. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 9; 1968, № 2; Б р о м б е р г П. В. Матричные методы в теории релейного и импульсного регулирования. М., 1967 [бібліогр. с. 320—321]; К у н ц е в и ч В. М., Ч е х о в о й Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [бібліогр. с. 330—336].

В. М. Кунцевич, Ю. М. Чеховий.

СТІЙКОСТІ КРИТЕРІЇ — математично сформульовані правила, які дають змогу за видом диференціального рівняння динамічної системи, напр., системи автоматичного регулювання, зробити висновок про її стійкість. Найдокладніше С. к. розроблено для лінійних стаціонарних систем виду

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n, \qquad (1)$$
$$i = 1, 2, \ldots n,$$

де $a_{ij} = \mathrm{const}$. Для асимптотичної стійкості систем (1) необхідно й достатньо, щоб корені її характеристичного рівняння

$$\det \| a_{ij} - \delta_{ij}\lambda \| = 0, \qquad (2)$$

де $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$; $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, мали від'ємні дійсні частини. Тому правила, за якими можна судити про знаки дійсних частин коренів рівняння (2), не розв'язуючи його, є С. к. для систем виду (1). Рівняння (2) можна записати у вигляді

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0, \quad (3)$$

де a_i $(i = 0, 1, \ldots, n)$ — дійсні числа, $a_0 > 0$. Нерівності відносно коефіцієнтів a_i, які гарантують стійкість системи (1), наз. алгебричними С. к. До них належать, напр., критерій Рауса й Гурвіца (див. *Гурвіца теорема*).

К р и т е р і й Р а у с а. Для того, щоб усі корені характеристичного рівняння (3) мали від'ємні дійсні частини, необхідно й достатньо, щоб усі елементи стовпця 1 таблиці Рауса

Номер рядка	1	2	3	. .
1	$c_{1,1} = a_0$	$c_{2,1} = a_2$	$c_{3,1} = a_4$	. .
2	$c_{1,2} = a_1$	$c_{2,2} = a_3$	$c_{3,2} = a_5$	. . .
3	$c_{1,3}$	$c_{2,3}$	$c_{3,3}$	. .
. . .	. .	. . .	. .	. . .
$i + 3$	$c_{1,i+3}$	$c_{2,i+3}$	$c_{3,i+3}$	. . .
. .	.		.	. . .

були додатні. В рядку 1 таблиці виписують коефіцієнти рівняння (3) з парними індексами, а в рядку 2 — з непарними. В дальших рядках виписують коефіцієнти $c_{k,i}$, визначувані формулами

$$c_{k,i} = \begin{vmatrix} c_{k+1,i-2} & r_{i-3} \\ c_{k+1,i-2} & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{де } r_{i-3} = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-2}}.$$

З критерію Рауса виводять необхідні умови стійкості: усі коефіцієнти характеристичного рівняння системи повинні бути одного знака. Для рівнянь 1-го і 2-го порядків цей висновок визначає необхідні й достатні умови стійкості. Критерій Рауса дуже економічний щодо обсягу обчисл. роботи, і його алгоритмічну форму зручно використовувати в ЦОМ.

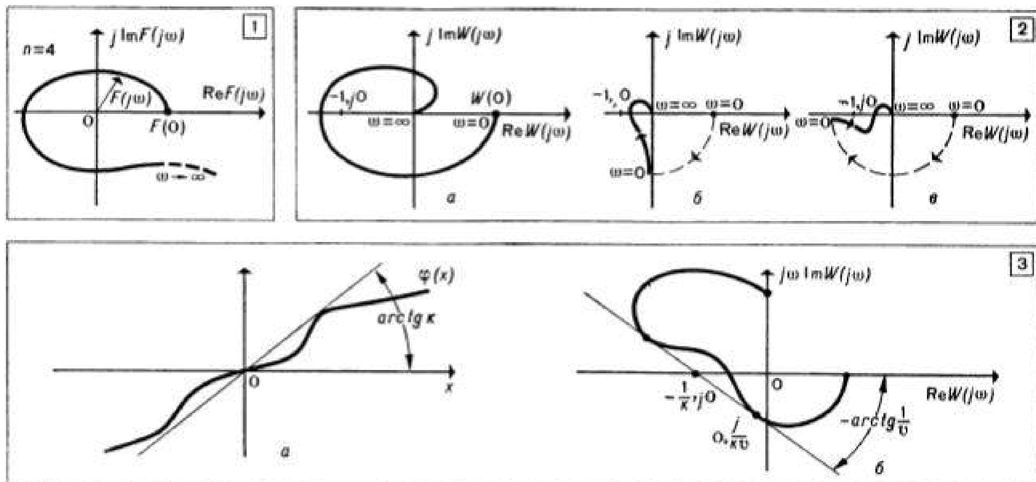
К р и т е р і й Г у р в і ц а. Для того, щоб усі корені характеристичного рівняння (3) мали від'ємні дійсні частини, необхідно й достатньо, щоб усі визначники Гурвіца

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \ldots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_k \end{vmatrix} \quad k = 1, 2, \ldots, n,$$

були додатні. Визначники Гурвіца Δ_k будують так: по головній діагоналі відкладають коефіцієнти $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Праворуч по

рядку від цих елементів розташовані коефіцієнти з індексами, які щоразу меншають на одиницю, ліворуч — які щоразу зростають.

Істотною вадою алгебричних С. к. є те, що вони не дають змоги з'ясувати, яким чином треба змінити параметри нестійкої системи високого порядку, щоб зробити її стійкою. Застосування критеріїв Михайлова та Найквіста дає можливість уникнути цієї вади, а також дослідити стійкість лінійних систем із запізнюванням та з розподіленими параметрами.



1. Крива Михайлова.
2. Амплітудно-фазова частотна характеристика розімкненої системи: *а*) $\nu = 0$ (система стійка при $k = 2$); *б*) $\nu = 1$ (система стійка при $k = 0$); *в*) $\nu = 2$ (система стійка при $k = 0$).
3. Геометрична інтерпретація критерію Попова: *а*) умова (6); *б*) умова (7).

Критерій Михайлова. Розглядаючи ліву частину характеристичного рівняння (3) як функцію комплексного змінного s, дістанемо характеристичну ф-цію системи (1)

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n.$$

Характеристична ф-ція для лінійної системи з запізнюванням є трансцендентною ф-цією від s

$$F(s) = D_0(s) + D_1(s)\,e^{-s\tau},$$

де $D_0(s)$ — поліном степеня n, $D_1(s)$ — поліном степеня не більшого за n, τ — час запізнювання. До виду (4) приводять також характеристичні ф-ції систем регулювання деяких об'єктів з розподіленими параметрами, напр., гідротурбіни з трубопроводом. Підставивши у вираз (4) $s = j\omega$, де ω — дійсна змінна, j — уявна одиниця, одержимо ф-цію $F(j\omega)$, графік якої в комплексній площині наз. кривою Михайлова. Критерій Михайлова формулюється так: для того, щоб лінійна система була стійка, необхідно й достатньо, щоб вектор характеристичної ф-ції $F(j\omega)$ при зміні ω від 0 до ∞ повернувся, ніде не перетворюючись на нуль, навколо початку координат проти годинникової стрілки на кут $\frac{\pi n}{2}$, тобто послідовно пройшов через n квадрантів комплексної площини (мал. 1). Для звичайної лінійної системи, в якої $\tau = 0$, ф-ція $F(j, \omega)$ вироджується у ф-цію

$$D(j\omega) = D_0(j\omega) + D_1(j\omega).$$

Критерій Найквіста. Нехай передавальна ф-ція розімкненої системи автоматичного регулювання $W(s)$ задовольняє такі умови:

1) ф-ція $s^\nu\ W(s)$ є аналітичною в правій півплощині і на уявній осі;

2) $(j\omega)^\nu\ W(j\omega) \neq -1,\ 0 < \omega < \infty$;

3) $\lim\limits_{s\to\infty} s^\nu\ W(s) = \mathrm{const} \neq -1$ ($\nu \geqslant 0$ — ціле число).

Криву, описувану кінцем вектора $W(j\omega)$ при зміні ω від $+\infty$ до $-\infty$, наз. амплітудно-фазовою частотною характеристикою розімкненої системи (мал. 2). Найквіст встановив залежність між числом обертів цієї кривої навколо точки $(-1, j0)$ в площині W і числом коренів характеристичного рівняння замкненої системи, що мають додатну дійсну частину. Для статичних систем ($\nu = 0$) критерій Найквіста формулюють так: для того, щоб замкнена система була стійка, необхідно й достатньо, щоб вектор амплітудно-фазової частотної характеристики розімкненої системи $W(j\omega)$ при зміні ω від 0 до $+\infty$ повертався навколо точки $(-1, j0)$ на кут $k\pi$ (проти годинникової стрілки), де k — число коренів характеристичного рівняння розімкненої системи з додатною дійсною частиною (мал. 2, *а*). Щоб перевірити стійкість астатичної системи ($\nu \geqslant 1$), необхідно побудувати амплітудно-фазову характеристику розімкненої системи й доповнити цю характеристику дугою нескінченно великого радіуса з центральним кутом, який дорівнює

$-\nu\frac{\pi}{2}$ (мал. 2, *б*, *в*). Критерій Найквіста (як і критерій Михайлова) застосовний до систем із запізнюванням і з розподіленими параметрами, якщо їхні передавальні функції задовольняють умови (1—3). Критерій Найквіста набув широкого практичного застосування, оскільки він застосовний у тих випадках, коли дифер. рівняння системи (або деяких її ланок) невідомі, а відомі лише їхні частотні характеристики, які можна визначити експериментально.

С. к. для імпульсних систем. Для стійкості імпульсної системи необхідно й достатньо, щоб корені її характеристичного рівняння виду (3) лежали всередині кола одиничного радіуса в площині комплексного змінного λ. Якщо виконати конформне відображення площини комплексного змінного λ на площину комплексного змінного w за допомогою дробово-лінійного перетворення $\lambda = \frac{1+w}{1-w}$, то внутрішність одиничного круга $|\lambda| < 1$ відобразиться на ліву півплощину $\mathrm{Re}\, w < 0$. Після такої заміни комплексного змінного для дослідження стійкості імпульсних систем автоматичного регулювання можна застосовувати всі наведені вище С. к.

Критерій Попова. Рум. математик В. М. Попов запропонував частотний С. к. для певного класу нелінійних систем. Нехай нелінійна система автомат. регулювання складається із стійкої лінійної частини (ЛЧ) з передавальною ф-цією $W(s)$, охопленою нелінійним *зворотним зв'язком* з характеристикою

$$y = \varphi(x), \tag{5}$$

де y — вхідний, а x — вихідний сигнали ЛЧ. Тоді замкнена система стійка, якщо

$$0 \leqslant x\varphi(x) \leqslant kx^2 \tag{6}$$

і при якомусь значенні параметра v та всіх значеннях ω від 0 до ∞ виконується нерівність

$$\frac{1}{k} + \mathrm{Re}\,[(1 + j\omega v)\, w\,(j\omega)] > 0. \tag{7}$$

Умова (6) означає, що графік ф-ції $\varphi(x)$ повинен лежати в секторі, утвореному віссю абсцис і прямою, яка проходить через початок координат з коефіцієнтом нахилу k (мал. 3, *а*). Умову (7) буде виконано, якщо числа k, v вибрати так, щоб годограф ф-ції $W^*(\omega) = \mathrm{Re}\, W(j\omega) + j\omega\, \mathrm{Im}\, W(j\omega)$ (так звана видозмінена частотна характеристика) лежав праворуч від прямої, яка проходить через точки $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ і $\left(0, \frac{1}{kv}\right)$ (мал. 3, *б*).

На відміну від С. к. для лінійних систем критерій Попова встановлює в загальному випадку лише достатні умови стійкості. Є багато модифікацій критерію Попова — для імпульсних систем, для систем з багатьма нелінійностями виду (5), для диференційованих, монотонних, непарних та ін. функцій (5) тощо (див. *Стійкості дискретних систем теорія*, *Стійкості неперервних систем теорія*).

Літ.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. 1—2. М.— Л., 1965—66 [бібліогр. ч. 1, с. 382—392; ч. 2, с. 357—366]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [бібліогр. с. 756—760]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—2. М., 1967 [бібліогр. кн. 1, с. 743—763; кн. 2, с. 653—674].

О. С. Яковлев.

СТІЙКОСТІ НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ ТЕОРІЯ — розділ прикладної математики й *автоматичного керування теорії (кібернетики технічної)*, що вивчає умови, за яких неперервна система (НС) стійка. Стійкість (у широкому розумінні) — це властивість системи повертатися до початкового або близького до нього усталеного режиму з різних початкових станів. Достатньо широкий і найбільш вивчений клас НС, т. з. системи із зосередженими параметрами, можна описати у вигляді нормальної системи звичайних дифер. рівнянь

$$\frac{dy_i}{dt} = Y_i(t, y_1, \ldots, y_n), \tag{1}$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

де y_i — змінні, які описують стан НС, t — час, або у векторно-матричній формі:

$$\frac{dy}{dt} = Y(t, y), \tag{2}$$

де $y = (y_1, \ldots, y_n)$, $Y(Y_1, \ldots, Y_n)$ — n-вимірні вектори-стовпці. Нехай $\eta = \eta(t)$ — якийсь наперед заданий окремий розв'язок рівняння (2) (незбурений рух), стійкість якого треба дослідити. Різниця $x = y - \eta(t)$ є відхилення розв'язку $y(t)$ від $\eta(t)$. Змінні $x_i = y_i - \eta_i$ задовольняють рівняння збуреного руху

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(t, x_1, \ldots, x_n), \tag{3}$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

де $X_i(t, x_1, \ldots, x_n) = Y_i(t, x_1 + \eta_1, \ldots, x_n + \eta_n) - Y_i(t, \eta_1, \ldots, \eta_n)$ або у векторно-матричній формі

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x), \tag{4}$$

де $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — n-вимірні вектори-стовпці, причому $X(t, 0) \equiv 0$. Припустимо, що ф-ції X_i задовольняють умови існування та єдиності розв'язку системи (3).

Визначення 1. Незбурений рух системи $\eta = \eta(t)$ $(0 < t < \infty)$ наз. **стійким за Ляпуновим** при $t \to \infty$ (або просто стійким), якщо для будь яких $\varepsilon > 0$ та $t_0 \in (0, \infty)$ існує $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ таке, що для всіх збурених рухів, які задовольняють умову $\|x(t_0)\| < \delta$ справджується нерівність $\|x(t)\| < \varepsilon$ при всіх $t_0 \leqslant t < \infty$. У про-

тивному разі його наз. нестійким. Під *нормою вектора* x тут і далі розуміємо евклідову норму $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$.

Визначення 2. Незбурений рух $\eta = \eta(t)$ $(0 < t < \infty)$ наз. **асимптотично стійким** при $t \to \infty$, якщо він стійкий за Ляпуновим і для будь-якого $t_0 \in (0, \infty)$ існує $\Delta = \Delta(t_0)$ таке, що для всіх збурених рухів, які задовольняють умову $\|x(t_0)\| < \Delta(t_0)$, існує границя $\lim_{t\to\infty} |x(t)| = 0$. Сфера $\|x(t_0)\| < \Delta(t_0)$ при фіксованому t_0 є областю притягання незбуреного руху. Якщо областю притягання є весь простір $-\infty < x_i < \infty$, тобто $\Delta = \infty$, то незбурений рух наз. **асимптотично стійким** у цілому. Крім цих осн. визначень стійкості, є багато інших (стійкість за Лагранжем, орбітальна стійкість, L_2-стійкість, стійкість інваріантної множини тощо). Поняття стійкості відноситься до руху, а не до системи, але для зручності кажуть про стійкі та нестійкі системи, розуміючи під стійкістю НС стійкість їхнього незбуреного руху.

Важливий клас НС становлять **лінійні** НС (ЛНС), для яких рівняння (4) має вигляд

$$\frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x. \qquad (5)$$

де $A(t)$ — $n \times n$-матриця, елементи якої в загальному випадку є ф-ціями часу. Для випадку, коли $A(t) = A$ — постійна матриця, справджується така теорема.

Теорема 1. ЛНС (5) з постійною матрицею A стійка тоді і тільки тоді, коли всі характеристичні числа (власні значення) $\lambda_j = \lambda_j(A)$ матриці A мають недодатні дійсні частини

$$\operatorname{Re} \lambda_j(A) \leqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n, \qquad (6)$$

причому характеристичні числа з нульовою дійсною частиною допускають лише прості елементарні дільники. Якщо $\operatorname{Re} \lambda_j(A) < 0$ $(j = 1, \ldots, n)$, то лінійна система асимптотично стійка.

Характеристичні числа матриці A є коренями її характеристичного (вікового) рівняння

$$\Delta(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0. \qquad (7)$$

де I — одинична матриця. Оскільки рівняння високих степенів не мають загальних виразів для коренів, то важливого значення набувають правила, за якими можна судити про знаки дійсних частин коренів рівняння (7), не розв'язуючи його. Ці правила є *стійкості критеріями* для системи (5) з постійною матрицею. Критеріями такого типу є, напр., критерії Рауса, Гурвіца, Михайлова, Найквіста.

З-поміж ЛНС зі змінними параметрами найбільше вивчено системи з періодичною матрицею

$$A(t + \omega) = A(t), \quad (\omega > 0). \qquad (8)$$

До цього класу належать, напр., *системи керування на змінному струмі*.

Теорема 2 (Флоке). Для ЛНС (5) з ω-періодичною матрицею, нормована при $t = 0$ фундаментальна матриця розв'язків (матриціант) має вигляд

$$X(t) = \Phi(t) \cdot e^{\Lambda t}, \qquad (9)$$

де $\Phi(t)$ — кусково-гладка ω-періодична неособлива матриця, причому $\Phi(0) = I$ і Λ — постійна матриця.

Матрицю $X(\omega)$ наз. матрицею монодромії. Власні значення ρ_j $(j = 1, \ldots, n)$ матриці монодромії, тобто корені характеристичного рівняння

$$\det[X(\omega) - \rho I] = 0. \qquad (10)$$

наз. мультиплікаторами.

Теорема 3. ЛНС (5) з ω-періодичною неперервною матрицею стійка тоді і тільки тоді, коли всі характеристичні числа матриці монодромії (мультиплікатори) ρ_j розміщені всередині замкненого одиничного кола $|\rho| \leqslant 1$, причому мультиплікатори, які лежать на колі $|\rho| = 1$, допускають тільки прості елементарні дільники.

Для асимптотичної стійкості системи необхідно й достатньо, щоб усі мультиплікатори перебували строго всередині одиничного кола ($|\rho| < 1$). Оскільки в загальному випадку немає методу визначання мультиплікаторів, подамо один з наближених способів обчислювання їх. За допомогою точок $t = t_k$ $(k = 0, 1, \ldots, m - 1)$ розіб'ємо інтервал $[0, \omega]$ на m однакових частин, і нехай

$$\Delta t_k = t_{k+1} - t_k = \frac{\omega}{m} = h.$$

У дифер. рівнянні $\frac{dx}{dt} = A(t) X$, $X(0) = I$ замінимо ω-періодичну матрицю $A(t)$ кусково-постійною матрицею

$$A_h(t) = \bar{A}_k \text{ при } t_k \leqslant t < t_{k+1} \qquad (11)$$
$$(k = 0, 1, \ldots, m - 1).$$

де $\bar{A}_k = \frac{1}{h} \int_{t_k}^{t_{k+1}} A(t)\,dt$. Позначимо символом $x_h(t)$ неперервну матрицю, яка задовольняє в точках неперервності матриці (11) дифер. рівняння

$$\frac{dx_h}{dt} = A_h(t) X_h, \qquad (12)$$

тоді

$$X_h(\omega) = e^{h\bar{A}_{m-1}} \cdot e^{h\bar{A}_{m-2}} \cdot \ldots \cdot e^{h\bar{A}_0} \qquad (13)$$

і

$$\lim_{h\to 0} X_h(\omega) = X(\omega). \qquad (14)$$

Оскільки корені $\hat{\rho}_j(h)$ характеристичного рівняння

$$\det [X_h(\omega) - \hat{\rho} I] = 0 \qquad (15)$$

є неперервними ф-ціями параметра h, то внаслідок співвідношення (14) маємо

$$\lim_{h \to 0} \hat{\rho}_j(h) = \rho_j \qquad (j = 1, \ldots, n). \qquad (16)$$

Т. ч., узявши h достатньо малим, з рівняння (15) можна визначити мультиплікатори ρ_j з будь-якою мірою точності.

Нелінійні НС (ННС) виду (4) досліджено менше, ніж ЛНС. Щоб дослідити стійкість системи (4), рос. математик О. М. Ляпунов (1857—1918) з'ясував умови, за яких задача про стійкість розв'язується за першим наближенням. Для цього праві частини рівнянь (3) розвивають у ряд за степенями x_i і рівняння (4) записують у вигляді

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \varphi(t, x), \qquad (17)$$

де $\varphi(t, x)$ — неперервна вектор-функція від вищих степенів x. Нехай для випадку $A(t) = A$ (де A — постійна матриця) справджується умова

$$\frac{\|\varphi(t, x)\|}{\|x\|} \to 0 \text{ при } x \to 0 \qquad (18)$$

рівномірно за t.

Теорема 3. Якщо система першого наближення $\frac{dx}{dt} = Ax$ асимптотично стійка, то тривіальний розв'язок $x \equiv 0$ системи (17) асимптотично стійкий за Ляпуновим при $t \to \infty$. Коли ж хоча б одне власне значення матриці A має додатну дійсну частину, то він нестійкий за Ляпуновим при $t \to \infty$. Аналогічні теореми доведено і для загального випадку $A = A(t)$.

У критичних випадках (коли дійсна частина хоча б одного власного значення матриці A дорівнює нулеві) рівняння першого наближення не завжди дають відповіді на запитання про стійкість повної системи. Одним з істотних результатів у дослідженні критичних випадків є теорема Андронова — Вітта. Нехай автономна система

$$\frac{dy}{dt} = f(y) \qquad (19)$$

допускає ω-періодичні розв'язки $\eta(t) \equiv \eta(t + \omega)$. Тоді система першого наближення має вигляд

$$\frac{dx}{dt} = f'_y[\eta(t)]x, \qquad (20)$$

де $f'_y(\eta) = \left\| \frac{\partial f_i(y)}{\partial y_j} \right|_{y=\eta} \right\|_1^n$ — ω-періодична $(n \times n)$-матриця.

Теорема 4 (Андронова — Вітта). Нехай система першого наближення (20) має один простий мультиплікатор, який дорівнює 1, а решта її мультиплікаторів міститься строго всередині одиничного кола ($|\rho_j| < 1$). Тоді ω-періодичний розв'язок $\eta(t)$ системи (19) стійкий за Ляпуновим при $t \to \infty$.

Метод досліджування стійкості ННС за першим наближенням гарантує лише асимптотичну стійкість у малому (тобто для достатньо малих початкових відхилень) і не охоплює повністю критичних випадків; він незастосовний і до систем, для яких не справджується умова (18).

Осн. універсальним методом розв'язування задач теорії стійкості ННС, який дає змогу одержувати умови асимптотичної стійкості в деякій області й навіть у цілому, є прямий метод Ляпунова, що зводиться до побудови спец. допоміжних ф-цій (див. *Ляпунова методи*). Основу цього методу становлять теореми, які найпростіше формулюються для автономних систем.

Теорема 5 (1-а теорема Ляпунова). Якщо для дифер. рівнянь (4) є така ф-ція $v(x) \geqslant 0$, яка перетворюється на нуль лише на початку координат і повна похідна якої за часом $\dot{v}(x)$, одержана в силу рівнянь (4), недодатна або тотожно рівна нулеві, то незбурений рух $y(t)$ системи (2) стійкий.

Теорема 6 (2-а теорема Ляпунова). Якщо виконано умови теореми 5 і ф-ції $v(x)$ і $\dot{v}(x)$ перетворюються на нуль лише на початку координат, то незбурений рух $y(t)$ системи (2) стійкий асимптотично.

Теорема 7 (3-я теорема Ляпунова). Якщо для дифер. рівнянь (4) існує така функція $v(x)$, що її повна похідна за часом $\dot{v}(x)$, одержана в силу рівнянь (4), задовольняє умови теореми 6-ї і в як завгодно малому околі початку координат ф-ція $v(x)$ може набувати від'ємних значень, то незбурений рух $y(t)$ системи (2) нестійкий.

Практичне застосування цих теорем утруднене внаслідок того, що загального методу побудови ф-цій $v(x)$ (ф-цій Ляпунова) немає.

Найбільш дослідженим є клас ННС, який описують векторно-матричним рівнянням виду

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^*x, \qquad (21)$$

де A — постійна $(n \times n)$-матриця, b та c — n-вимірні постійні вектори (знак * позначає ермітове спряження), $\varphi(\sigma)$ — нелінійна ф-ція σ.

Осн. результати для абсолютної стійкості таких систем одержано за допомогою так званих частотних методів.

Визначення 3. Абсолютна стійкість системи (21) — це асимптотична стійкість у цілому для якогось класу нелінійностей $\varphi(\sigma)$. Класи ф-цій $\varphi(\sigma)$ задають квадратичними нерівностями виду

$$W(\varphi, \sigma) = \alpha\varphi\sigma + \beta\varphi^2 + \gamma\sigma^2 \geqslant 0, \qquad (22)$$

де α, β і γ — якісь числа. Напр., найпоширеніший (і найбільш вивчений) клас $\varphi(\sigma)$ задається так:

$$0 \leqslant \varphi(\sigma) \cdot \sigma \leqslant k\sigma^2, \quad k < \infty$$

або

$$\varphi\sigma - k^{-1}\varphi^2 \geqslant 0. \quad k < \infty. \qquad (23)$$

Досліджуючи абсолютну стійкість, застосовують два методи: прямий метод Ляпунова в поєднанні з методом матричних нерівностей Якубовича — Калмана і метод інтегр. оцінок Попова. При першому методі використовують ф-цію Ляпунова виду

$$V(x) = x^* H x + \vartheta \int_0^\sigma \varphi(\sigma)\, d\sigma,$$

де $H = H^*$ — постійна ($n \times n$)-матриця і ϑ — якась стала, які обирають з умови $V > 0$, $\dot{V} < 0$ для заданого класу нелінійностей $\varphi(\sigma)$. Розв'язуючи задачу вибору матриці H та параметра ϑ, застосовують спец. прийом (S-процедура), який полягає в тому, що умову $\dot{V} < 0$ замінюють умовою $\dot{V} + W(\varphi, \sigma) < 0$ (показано, що в цьому випадку S-процедура не призводить до «погіршення» результату). Проблема вибору H та ϑ зводиться до знаходження умов існування розв'язку деяких матричних нерівностей. Ці умови випливають із спец. алгебр. леми Якубовича — Калмана і мають вигляд частотних нерівностей, які накладають обмеження на параметри системи.

При другому методі рівняння системи записують в інтегр. формі

$$\sigma(t) = \sigma_0(t) + u(t), \quad u(t) =$$

$$= -\int_0^t k(t-\tau)\,\varphi(\tau)\, d\tau, \quad \varphi(t) = \varphi[\sigma(t)], \qquad (24)$$

де $\sigma_0(t)$ — реакція лінійної частини системи на ненульові початкові умови, $u(t)$ — складова розв'язку $\sigma(t)$, зумовлена наявністю *зворотного зв'язку* (нелінійного регулятора), $k(t)$ — імпульсна перехідна характеристика лінійної частини системи; припускають, що вона задовольняє умови

$$\int_0^\infty |k(t)|\, dt < \infty, \quad \int_0^\infty |\dot{k}(t)|\, dt < \infty. \qquad (25)$$

При $\sigma_0(t) = c^* e^{At} \times x(0)$ і $K(t) = c^* e^{At} b$ вирази (21) та (24) збігаються. Проте рівняння (24) є загальнішим, бо воно охоплює випадок лінійної частини системи з розподіленими параметрами. Метод інтегр. оцінок Попова (названий за ім'ям рум. математика В. М. Попова, який уперше застосував його для розв'язання задачі про абсолютну стійкість) грунтується на сумісному вивченні рівняння (24) й додатних функціоналів такого виду:

$$I = \int_0^t F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})\, dt, \qquad (26)$$

де $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ — квадратична форма, при складанні якої виходять з квадратичних зв'язків, що їх задовольняють входи та виходи нелінійностей. Так, для класу нелінійностей, заданого умовою (23), розглядають форму $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma}) = \varphi(\sigma - k^{-1}\varphi) + \vartheta\varphi\dot{\sigma}$, де ϑ — якась додатна стала.

Аргументами форми $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ є дійсні величини φ, σ та $\dot{\sigma}$. Вважаючи φ, σ та $\dot{\sigma}$ незалежними змінними, поширимо (із збереженням ермітовості) форму $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ на комплексні значення φ, σ та $\dot{\sigma}$. Покладемо

$$\tilde{F}(p, \tilde{\varphi}) = F(\tilde{\varphi}, \tilde{\sigma}, p\tilde{\sigma}), \qquad (27)$$

де $\tilde{\sigma} = -\chi(p)\tilde{\varphi}$, $p = i\omega$. Тут $\tilde{\varphi}$ — комплексна величина, p — чисто уявний параметр і $\chi(p) = L\{k(t)\}$ — *передавальна функція* лінійної частини системи (символ $L\{\cdot\}$ означає операцію перетворення за Лапласом).

Теорема 8. Припустимо, що виконано умову (25). Тоді, якщо а) $I = \int_0^t F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})\, dt \geqslant -\varepsilon_0$, де ε_0 — якась стала, залежна від початкових умов $\sigma(0)$ і така, що $\varepsilon_0 \to 0$ при $\sigma(0) \to 0$; б) форма $F(0, \sigma, \dot{\sigma})$ є невід'ємною формою σ та $\dot{\sigma}$; в) форма $\tilde{F}(p, \tilde{\varphi})$ є від'ємно визначеною формою $\tilde{\varphi}$ для всіх $p = i\omega$, $-\infty \leqslant \omega \leqslant \infty$, то система (24) абсолютно стійка. Умова в) накладає обмеження на частотну характеристику лінійної частини системи $\chi(i\omega)$ у вигляді частотної нерівності, при справдженні якої гарантується абсолютна стійкість системи для заданого класу нелінійностей.

Характерно, що для одних і тих самих класів нелінійностей обидва методи здебільшого дають одні й ті самі умови абсолютної стійкості. Хоч другий метод охоплює ширший клас систем виду (24), перший метод не втратив свого значення. Його апарат пізніше було застосовано для дослідження асимптотичної стійкості в області (визначення області притягання), для одержання умов дисипативності й вивчення інших властивостей системи (21).

Центр. результатом, одержаним при використанні частотних методів, є така теорема.

Теорема 9 (частотний критерій Попова). Система (21), або (24), абсолютно стійка, якщо а) $\varphi(\sigma)$ — однозначна неперервна ф-ція, яка належить класу нелінійностей, що виділяє умова (23); б) лінійна частина системи асимптотично стійка; в) при всіх $0 \leqslant \omega \leqslant \infty$ справджується нерівність

$$k^{-1} + \operatorname{Re}(1 + \vartheta i\omega)\,\chi(i\omega) > 0. \qquad (28)$$

де $\chi(p) = c^*(A - pI)^{-1} b$ — передавальна ф-ція лінійної частини системи (21) або $\chi(p) = L\{k(t)\}$ для системи (24), а ϑ — довільна стала, обрана з умови справджування (28).

Ці методи узагальнено на випадок систем з багатьма нелінійностями:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B\varphi(\sigma), \quad \sigma = C^*x, \qquad (29)$$

де A, B, C — постійні відповідно $(n \times n)$, $(n \times m)$ і $(m \times n)$-матриці, $\varphi(\sigma) = \|\varphi_j(\sigma_j)\|$ — m-вимірний вектор нелінійностей.

Теорема 10. Система (23) абсолютно стійка, якщо а) $\varphi_j(\sigma_j)$ — однозначні неперервні ф-ції, які задовольняють умови

$$0 \leqslant \varphi_j(\sigma_j)\sigma_j \leqslant k_j\sigma_j^2, \quad k_j < \infty \ (j = 1, \ldots, m); \quad (30)$$

б) лінійна частина системи асимптотично стійка; в) при всіх $-\infty \leqslant \omega \leqslant \infty$ справджується нерівність

$$\tau K_0^{-1} + \mathrm{Re}\,[\tau + \vartheta i\omega]\,\chi(i\omega) > 0, \qquad (31)$$

де $K_0 = \mathrm{diag}\,(k_j)$ — діагональна матриця, $\tau \geqslant 0$, ϑ — діагональні матриці, що обираються з умови справдження нерівності (31), $\chi(p) = C^* \ (pI - A)^{-1} \times B$ — передавальна матриця лінійної частини системи $\Big($під $\mathrm{Re}\ U$ розуміють $\mathrm{Re}\,U = \frac{1}{2}\,(U + U^*)\Big)$. Як і в попередній теоремі, твердження теореми 7 справджуються і для випадку лінійної частини системи з розподіленими параметрами. В подальшому одержано умови абсолютної стійкості для системи (в тому числі — в деяких критичних випадках) з нестаціонарними, неоднозначними (гістерезисними) та розривними нелінійностями, а також для систем з множиною рівноважних станів. Одержано критерії стійкості, які враховують тонші властивості нелінійностей, як, напр., обмеженість похідної, монотонність, непарність тощо. Для цього розглянуто ф-ції Ляпунова виду $V = z^*Hz + \vartheta \int_0^\sigma \varphi(\sigma)\,d\sigma$, де $z = (x, \varphi)$, або функціонали $I = \int_0^T F(\varphi, \sigma, \dot\varphi, \dot\sigma)\,dt$, де $F(\varphi, \sigma, \dot\varphi, \dot\sigma)$—квадратична форма φ, σ, $\dot\varphi$ і $\dot\sigma$.

Достатньо загальну формалізовану методику одержання частотних критеріїв абсолютної стійкості запропонував рад. математик В. А. Якубович.

Літ.: Гантмахер Ф. Р., Якубович В. А. Абсолютная устойчивость нелинейных регулируемых систем. В кн.: Труды II Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике, в. 1. М., 1965; Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М., 1966; Якубович В. А. Частотные условия абсолютной устойчивости систем управления с несколькими нелинейными или линейными нестационарными блоками. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 6; Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М., 1967 [бібліогр. с. 466—469]; Чезари Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 324—465]; Попов В. М. Гиперустойчивость автоматических систем. Пер. с рум. М., 1970 [бібліогр. с. 435—453].

М. М. Личак, О. С. Яковлєв.

СТІЙКОСТІ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ТЕОРІЯ — розділ прикладної математики й *автоматичного керування теорії* (технічної кібернетики), що вивчає умови, за яких системи є стійкими. Залежно від виду систем розрізняють *стійкості дискретних систем теорію* та *стійкості неперервних систем теорію*.

СТІЛТЬЄСА КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ — функції, які характеризують ступінь статистичного зв'язку між двома стаціонарними й ергодичними випадковими процесами, один з яких зазнає досить грубого квантування за рівнем (звичайно на три або чотири рівні) й часового зсуву. Термін ввів 1961 англ. учений Д. Уоттс, оскільки, описуючи С. к. ф. математично, використовують інтеграл Стілтьєса. Розрізняють автокореляційні та взаємні кореляційні ф-ції Стілтьєса.

Автокореляційна функція Стілтьєса $A'_{xx'}(t_1, t_2)$ характеризує ступінь імовірнісного зв'язку між значеннями стаціонарного *випадкового процесу* $x(t_1)$ в момент t_1 і значеннями цього самого процесу після того, як його було піддано грубому *квантуванню* за рівнем, $x'(t_2)$ в момент t_2. Записують цю ф-цію так: $A'_{xx'}(t_1, t_2) = M[\mathring{x}(t_1)\,\mathring{x}'(t_2)]$, де M — символ матем. сподівання; $\mathring{x}(t) = x(t) - m_x$ й $\mathring{x}'(t) = x'(t) - m_{x'}$ — центровані значення процесів $x(t)$ й $x'(t)$; $m_{x'}$ й m_x — матем. сподівання цих процесів.

Взаємна кореляційна функція Стілтьєса $R'_{xy'}(t_1, t_2)$ визначає ступінь імовірнісного зв'язку між значеннями одного стаціонарного випадкового процесу $x(t)$ в момент t_1 й іншого стаціонарного випадкового процесу $y'(t)$, який зазнає грубого квантування за рівнем у момент t_2. Записують її так: $R'_{xy'}(t_1, t_2) = M[\mathring{x}(t_1)\,\mathring{y}'(t_2)]$, де $\mathring{y}'(t) = y'(t) - m_y(t)$ — центроване значення квантованого процесу $y'(t)$, m_y — матем. сподівання процесу $y(t)$.

Як і в випадку звичайних *кореляційних функцій* ергодичних стаціонарних випадкових процесів, щоб обчислювати С. к. ф., замість усереднювання за множиною використовують усереднювання за часом. При скінченному часі усереднення обчислюють т. з. оцінки С. к. ф.

$$A'_{xx'}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T (\mathring{x}(t)\,\mathring{x}'(t+\tau))\,dt$$

і

$$R'_{xy'}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathring{x}(t)\,\mathring{y}'(t+\tau)\,dt,$$

де $\tau = t_2 - t_1$.

При обчислюванні на спеціалізованих обчисл. пристроях — *кореляторах* успішно використовують важливі практичні переваги

С. к. ф.: зменшені вимоги до якості вхідних даних; простоту пристрою для обчислювання С. к. ф., у якому використано елементи цифрової обчисл. техніки для затримки і перемножування сигналів; можливість створювати прилади з великою швидкодією, які дають змогу обчислювати С. к. ф. в *реальному масштабі часу;* велику точність обчислювань при досить грубому квантуванні вхідних сигналів. Так, методична *похибка*, яка виникає при обчислюванні С. к. ф. замість звичайних кореляційних ф-цій, при квантуванні одного з сигналів на три рівні становить близько 1,5%, а при квантуванні на чотири рівні — всього 0,016%.

С. к. ф. використовують при *кореляційному апаратурному аналізі* різних випадкових процесів (в автомат. керуванні, при автоматизації різних фіз. експериментів, в акустиці тощо).

Літ.: Козубовський С. Ф. Загальна теорія квантування за рівнем та її застосування до визначення кореляції. «Автоматика», 1963, № 1; Грибанов Ю. И., Веселова Г. П., Андреев В. Н. Автоматические цифровые корреляторы. М., 1971 [бібліогр. с. 234—238]; Watts D. G. A general theory of amplitude quantization with applications to correlation determination. «Proceedings of the Institution of electrical engineers», 1962, p. C., № 15.

С. Ф. Козубовський.

СТОХАСТИЧНИЙ ПРОЦЕС — те саме, що й *випадковий процес.*

СТОХАСТИЧНИХ КВАЗІГРАДІЄНТІВ МЕТОД — метод розв'язування екстремальних задач за відсутності точної інформації про *цільову функцію* й функції обмежень. Осн. ідея пошуку *екстремуму* в цьому методі полягає у використанні статистичних оцінок невідомих значень ф-цій або їхніх похідних, тому метод широко застосовують у *програмуванні стохастичному.*

Нехай треба мінімізувати ф-цію $F(x_1, \ldots, x_n)$ за умови, що $x = (x_1, \ldots, x_n) \in X$, де X — опукла і замкнена множина n-вимірного простору R^n (див. *Простір абстрактний*), $F(x)$ — опукла донизу, але не обов'язково неперервно диференційовна ф-ція, така, що $\min F(x) > -\infty$. Позначимо через $\pi_X(x)$ результат проектування точки $x \in R^n$ на множину X, або нехай $\pi_X(x)$ — така точка з X, що віддаль $\|x - \pi_X(x)\|^2 \leqslant \|x - y\|^2$ для будь-якого $y \in X$. Процедура пошуку визначається рекурентним співвідношенням

$$x^{s+1} = \pi_X(x^s - \rho_s \gamma_s \xi^s), \qquad s = 0, 1, \ldots \quad (1)$$

Тут x^0 — довільна точка (початкове наближення), x^s — точка, одержана після s-го кроку, ρ_s — величина кроку спуску, γ_s — нормуючий множник (ρ_s і γ_s — скалярні величини), ξ^s — випадковий вектор, умовне *математичне сподівання* якого пов'язане з узагальненим градієнтом (див. *Узагальнених градієнтів метод*) співвідношенням

$$M(\xi^s \mid x^0, \ldots, x^s) = a_s F_x(x^s) + b^s, \quad (2)$$
$$s = 0, 1, \ldots,$$

де a_s — невід'ємна *випадкова величина*, b^s — випадковий вектор, $\hat{F}_x(x^s)$ — узагальнений *градієнт* функції $F(x)$ в точці x^s, тобто будь-який вектор, що задовольняє нерівність $F(y) - F(x) \geqslant (F_x(x), y - x)$ при $y \in X$, $x = x^s$. Якщо $a_s \equiv 1$, $b^s \equiv 0$, то ξ^s наз. стохастичним узагальненим градієнтом або стохастичним квазіградієнтом. Остання назва за ξ^s зберігається і в заг. випадках. Процедуру (1) названо методом проектування стохастичних квазіградієнтів. Напр., при $a_s \equiv 1$, $b^s \equiv 0$ і $\|\xi^s\| \leqslant \text{const}$ метод проектування стохастичних квазіградієнтів (1) визначає послідовність x^s, $s = 0, 1, \ldots$, яка з імовірністю 1 збігається до точки екстремуму $F(x)$ в області X, якщо

$$\rho_s > 0, \quad \sum_{s=0}^{\infty} \rho_s = \infty, \quad \sum_{s=0}^{\infty} \rho_s^2 < \infty.$$

Літ.: Ермольев Ю. М. О методе обобщенных стохастических градиентов и стохастических квазифейеровских последовательностях. «Кибернетика», 1969, № 2.

Ю. М. Єрмольєв.

СТОХАСТИЧНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ — диференціальні рівняння, що містять стохастичні диференціали від вінерівського процесу або диференціальні рівняння, що містять гауссівський *білий шум.* С. д. р. 1-го порядку в заг. вигляді записують так: $dx_t = a(t, x_t)\,dt + b(t, x_t)\,dw(t)$, де x_t — шуканий *випадковий процес*, $a(t, x)$ та $b(t, x)$ — задані ф-ції, а $w(t)$ — вінерівський процес. Процес x_t може бути й векторним, тоді $a(t, x)$ — ф-ція з векторними значеннями, а $b(t, x)$ — ф-ція з матричними значеннями. С. д. р. розв'язують при заданій початковій умові $t = t_0$. Процес $w(t)$ не диференційовний, $dw(t) = \alpha(t)\,dt$, де $\alpha(t)$ — узагальнений процес — білий шум. Тому передусім у теорії С. д. р. досліджують, який зміст потрібно надати диференціалам, що входять у рівняння. З цією метою вводять стохастичний інтеграл Іто (за прізвищем япон. математика) за вінерівським процесом вигляду $\int_0^t f(s) \times dw(s)$ як границю в серед. квадратичному інтегральних сум $\sum_{k=0}^{n-1} f(s_k)\,\Delta w(s_k)$, де $t_0 = s_0 < s_1 < \ldots < s_n = t$, $\Delta w(s_k) = w(s_{k+1}) - w(s_k)$. Для досить широкого класу ф-цій такий інтеграл існує. Після цього С. д. р. записують в інтегр. формі:

$$x_t = x_{t_0} + a(s, x_s)\,ds + \int_{t_0}^{t} b(s, x_s)\,dw(s). \quad (1)$$

Доводять, що коли $a(s, x)$ та $b(s, x)$ задовольняють умову Ліпшиця за x

$$|a(s, x) - a(s, y)| + |b(s, x) - b(s, y)| \leqslant \leqslant K|x - y|$$

при якомусь K і є вимірними за s, а $a(s, 0)$ та $b(s, 0)$ — обмежені, то рівняння (1) має єдиний розв'язок. Цей розв'язок буде *марковським процесом* дифузійного типу, з коефіцієнтом перенесення $a(t, x)$ та коефіцієнтом дифузії $b^2(t, x)$. У багатовимірному випадку $a(t, x)$ буде вектором перенесення, $b(t, x) \times b^*(t, x) = B(t, x)$ — матрицею дифузії, де b^* — *матриця*, спряжена b. Отже, щоб визначити розподіл процесу $x(t)$ або його перехідну ймовірність, можна використати рівняння Колмогорова для *дифузійних процесів*. Такий зв'язок між параболічними рівняннями та С. д. р. дає змогу використовувати С. д. р. для дослідження рівнянь з частинними похідними, а також будувати *обчислювальні схеми* розв'язування дифер. рівнянь за допомогою моделювання С. д. р.

Важливим питанням теорії С. д. р. є дослідження поведінки розв'язків при $t \to \infty$, зокрема, знаходження умови стійкості. Рівняння $dx_t = a(t, x_t)\,dt$, для якого даний розв'язок $x(t)$ не стійкий, може виявитися стійким після випадкової добавки. Так, напр., нестійкий розв'язок $\overline{x}_t = 0$ рівняння $dx_t = ax_t$ при $a > 0$ після додавання члена $b\,dw(t)$ буде стійким, якщо $b > 2a$. С. д. р. широко застосовують для вивчення марковських процесів, дослідження дифер. рівнянь з частинними похідними та для описування реальних систем із швидкозмінними випадковими збуреннями (напр., при описуванні руху дифундуючої частинки від діяння зіткнень з молекулами рідини або шумових струмів у радіопристроях, спричинених тепловим рухом електронів та наявністю флуктуацій).
А. В. Скороход.

СТОХАСТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ МЕТОД — метод пошуку кореня або мінімуму функції регресії $F(x)$ *випадкової величини* $f(x, \omega)$ з функцією розподілу $G(x, z)$. Тут $F(x) = Mf(x, \omega) = \int z dG(x, z)$, а $G(x, z) = P\{f(x, \omega) < z\}$, де $x = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор n-вимірного простору (див. *Простір абстрактний*). Задача мінімізації ф-ції регресії $F(x)$ є окремим випадком задач *програмування стохастичного* на безумовний *екстремум*. Осн. ідея методу полягає в тому, щоб при пошуку мінімуму або кореня $F(x)$ за напрям пошуку вибирати напрям, який визначається не поведінкою самої ф-ції $F(x)$, значення якої звичайно невідомі, а поведінкою випадкової величини $f(x, \omega)$. Напр., замість звичайного градієнтного методу, визначуваного співвідношенням $x^{s+1} = x^s - \rho_s \operatorname{grad} F(x^s)$, $s = 0, 1, \ldots$, де x^0 — довільна точка (початкове наближення), x^s — наближення після s-го кроку, ρ_s — величина s-го кроку, в С. а. м. пошук мінімуму $F(x)$ здійснюється за допомогою співвідношень $x^{s+1} = x^s - \rho_s \operatorname{grad} f(x^s, \omega^s)$, $s = 0, 1, \ldots$ або $x^{s+1} =$

$$= x^s - \rho_s \sum_{j=1}^{n} \frac{f(x^s + \Delta_s e^j, \omega^{sj}) - f(x^s, \omega^{s0})}{\Delta_s} \times$$

$\times e^j$, $s = 0, 1, \ldots$, де e^j — орт j-ої осі, $\omega^s, \omega^{s\nu}$, $\nu = 0, 1, \ldots, n$ — незалежні за $s = 0, 1, \ldots$ спостереження над станом природи ω.

Літ.: Вазан М. Стохастическая аппроксимация. Пер. с англ. М., 1972 [бібліогр. с. 276—291].
Ю. М. Єрмольєв.

СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕТОДИ — методи пошуку *екстремуму* в задачах з *випадковими функціями*. Див. *Стохастичної апроксимації метод*, *Стохастичних квазіградієнтів метод*.

СТРАТЕГІЯ МІШАНА — стратегія, яка полягає в тому, що гравець застосовує одну з своїх *стратегій чистих*, вибрану в кожній грі за випадковим законом. С. м. можна ототожнювати з імовірнісною мірою на множині можливих для гравця дій, тобто його чистих стратегій. Впровадження С. м. розширює клас допустимих дій гравця для того, щоб досягти існування такого розв'язку гри, якого потребує *здійсненності мети принцип*. Див. також *Ігор теорія*. *І. М. Врублевська.*

СТРАТЕГІЯ ОПТИМАЛЬНА — стратегія гравця в *грі антагоністичній*, за якої досягають відповідного екстремуму у рівності $\max_{a \in A} \inf_{b \in B} H(a, b) = \min_{b \in B} \sup_{a \in A} H(a, b)$ (див. *Максиміну принцип*). Якщо 1-й гравець застосовує в грі С. о., то він гарантує собі виграш, не менший за *гри значення*, незалежно від того, яку стратегію вибере противник, а 2-й гравець, застосовуючи свою С. о., гарантує, що його програш не перевищить значення гри.
О. Б. Яновська.

СТРАТЕГІЯ ПОВЕДІНКИ — *стратегія мішана* гравця у *грі позиційній*, у якій випадкові вибори гравцем своїх часткових дій у кожному інформаційному стані, що описуються інформаційною множиною, є стохастично незалежними. Поняття С. п. вперше ввів амер. математик Г.-У. Кун і довів, що гравцеві в скінченних позиційних іграх, у яких він пам'ятає все, що знав і робив раніше, для реалізації оптим. виграшу достатньо користуватися С. п., тобто достатньо здійснювати «локальне» змішування (теорема про ігри з повною пам'яттю). Цей результат згодом поширили на загальніші класи ігор. Див. також *Ігор теорія*. *І. М. Врублевська.*

СТРАТЕГІЯ ЧИСТА — будь-яка з доступних гравцеві дій, передбачених правилами гри. Кожну С. ч. можна розглядати як вироджений випадок *стратегії мішаної*. Див. також *Ігор теорія*.

«СТРЕЛА» — цифрова обчислювальна машина загального призначення. Розроблено її в 1953. У ній здійснювалося паралельне представлення 10-розрядних чисел з плаваючою комою в діапазоні $10^{\pm 19}$. Структура команд трьохадресна. Арифм. пристрої — з повним складом арифм. та логіч. операцій 15 видів. Розрядність — 43 двійкових розряди.

Внутр. оперативний запам'ятовувальний пристрій ємністю 2048 слів побудовано на 43 спец. запам'ятовувальних електронно-променевих трубках. Зовнішній ЗП складається з двох блоків з магн. стрічкою ємністю 200 тис. слів. Постійний ЗП зі змінними комутовуваними комірками зберігає 16 стандартних програм і 256 констант. Введення інформації в машину — з масивів перфокарт і з магн. стрічки, виведення — на магн. стрічку, перфоратор карт і широкоформатний друкувальний пристрій.


Цифрова обчислювальна машина «Стрела».

«С.» (мал.) побудована на 6000 електронних ламп, мала середню продуктивність обчислень 2 тис. трьохадресних операцій з плаваючою комою за 1 *сек*; корисний маш. час — до 18 годин на добу. «С.» характеризувалася гнучкою системою програмування. Різні види групових арифм. і логіч. операцій, умовні переходи й змінювані стандартні програми та системи контрольних тестів і організовуючих програм давали змогу створювати бібліотеки ефективних програм різного тематичного напряму, здійснювати автоматизацію програмування і розв'язування широкого кола матем. задач (обсягом до 10^8 і більше операцій).

Літ.: Базилевский Ю. Я. Универсальная электронная вычислительная машина «Стрела». «Приборостроение», 1957, № 3.

Ю. Я. Базилевський.

СТРІЧКА МАГНІТНА — стрічка з міцної гнучкої плівки, вкрита феромагнітним шаром, призначена для записування, зберігання й відтворення інформації. Плівка буває, напр., на триацетатній або лавсановій основі тощо. На базі С. м. будують зовнішні запам'ятовувальні пристрої великої ємності — нагромаджувачі на С. м. (НМС). Під час роботи (мал.) стрічка (1), перемотуючись з котушки на котушку (2), за допомогою ведучих роликів (3) стрічкопротяжного механізму переміщується відносно блока магнітних головок (4) — БМГ, доторкаючись до нього в площині робочих проміжків магнітних головок (МГ). Інерційність котушок з стрічкою компенсується спец. демпферним вузлом (5). Записування та зчитування провадиться БМГ, головки якого розміщені по лінії, перпендикулярній руховi носія. Кожній МГ відповідає своя магнітна доріжка на стрічці, т. ч. записування здійснюється паралельно-послідовно, рядок за рядком. Швидкість робочого руху стрічки — порядку 1—4 *м/сек*. На котушці вміщується 750—1000 *м* стрічки. Ємність котушки може бути порядку $200 \cdot 10^6 - 400 \cdot 10^6$ двійкових знаків. Осн. вадою С. м. є великий час вибирання (відшукування) інформації (досягає кількох хвилин).

Р. Я. Черняк.

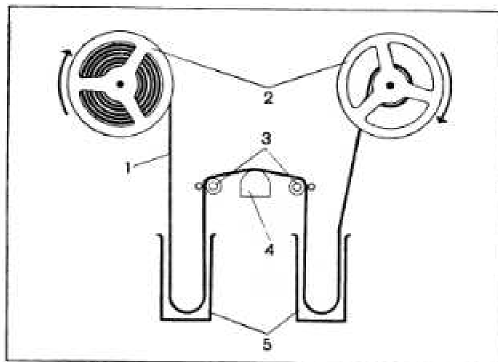


Схема стрічкопротяжного механізму.

СТРУКТУ́РА, гратки. Нехай M — *частково впорядкована множина*, а U — її підмножина. Елемент $a \in M$ наз. точною верхньою гранню множини U (позначення: $a = \sup U$), якщо $a \geqslant x$ для усіх $x \in U$ і якщо припустити, що з $a' \geqslant x$ для усіх $x \in U$ випливає нерівність $a' \geqslant a$. Двоїстим чином визначається точна нижня грань множини U ($\inf U$). Якщо точна верхня і нижня грані існують для будь-якої двоелементної підмножини частково впорядкованої множини M, то M наз. структурою.

Приклади. 1. Довільний ланцюг (якщо $a \leqslant b$, то $\sup\{a, b\} = b$, $\inf\{a, b\} = a$). 2. Підпростори лінійного простору, впорядковані за включенням ($\sup\{A, B\} = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$, $\inf\{A, B\} =$

$= A \cap B$). 3. Підмножини даної множини, впорядковані за включенням ($\sup \{A, B\} = A \cup B$, $\inf \{A, B\} = A \cap B$). 4. Цілі невід'ємні числа, впорядковані за подільністю: $a \leqslant b$, якщо a ділить b ($\sup \{a, b\} =$ НСК (a, b), $\inf \{a, b\} =$ НСД (a, b) (НСК — найменше спільне кратне, НСД — найбільший спільний дільник). Нехай M — С. Покладемо $a + b = \sup \{a, b\}$ і $ab = \inf \{a, b\}$ (замість $+$ та $\cdot$ часто застосовують символи $\cup$ та $\cap$ або $\vee$ та $\wedge$ відповідно). Тоді M стає *алгеброю універсальною*, і при цьому операції $+$ та $\cdot$ задовольняють такі співвідношення: (1) $a + a = a$; (1') $aa = a$; (2) $a + b = b + a$; (2') $ab = ba$; (3) $(a + b) + c = a + (b + c)$; (3') $(ab)c = a(bc)$; (4) $a(a + b) = a$; (4') $a + ab = a$. Навпаки, якщо є множина з двома операціями, що мають ці властивості, то, вважаючи, що $a \leqslant b$ в тому й тільки в тому випадку, коли $a + b = b$, одержимо С. До того самого результату прийдемо, вважаючи, що $a \leqslant b$ тоді й тільки тоді, коли $ab = a$. Обидва ці способи приводять до одного й того самого порядку.

Якщо в частково впорядкованій множині M точні верхня й нижня грані існують для будь-якої непустої підмножини M, то M наз. повною С. Повна С. завжди містить нуль та одиницю. Будь-яку С. (навіть і будь-яку частково впорядковану множину) можна вкласти в повну С. зі збереженням точних граней. Це означає, що, напр., точна нижня грань, знайдена в початковій С., збігається з точною нижньою гранню, яку визначають у повній С. Підкреслимо, що в заг. випадку точна грань, знайдена в підмножині частково впорядкованої множини, може не збігатися з точною гранню, яку визначають на всій множині. С., розглянуті в 2 й 3-му прикладах, є повними. Неповною С. є, напр., ланцюг цілих чисел. Якщо M — С. з нулем та одиницею і $a \in M$, то елемент $a' \in M$ наз. доповненням елемента a, якщо $a + a' = 1$ та $aa' = 0$. Якщо кожен елемент С. M має доповнення, то M наз. С. з доповненнями. С. з доповненнями є С., розглянуті в 2 й 3-му прикладах. Ланцюг, що містить більше як два елементи, не є С. з доповненнями. У заг. випадку цей елемент може мати кілька доповнень.

Найважливішими класами С. є дедекіндові (або модулярні) С., що їх визначають з умови: якщо $a \leqslant b$, то $(a + b)c = a + bc$, та дистрибутивні С., якщо виконано дистрибутивний закон: $(a + b)c = ac + bc$. В дистрибутивній С. справджуються також співвідношення: $ab + c = (a + c)(b + c)$ та $(a + b)(a + c)(b + c) = ab + ac + bc$. Кожне з них можна використати для визначення дистрибутивної С. Елемент дистрибутивної С. з нулем та одиницею може мати більше як одне доповнення. Будь-який ланцюг, а також С. підмножин (3-й приклад) — дистрибутивні. С. підпросторів у 2-му прикладі — дедекіндова, але не дистрибутивна. Будь-яка дистрибутивна С. ізоморфна С. підмножин (не обов'язково всіх) якоїсь множини. Важливу роль у різних застосуваннях відіграють дистрибутивні С. з доповненнями, що їх наз. *булевими алгебрами*.

Історично виникнення теорії С. пов'язане зі спостереженням, що багато фактів, які стосуються системи нормальних дільників *групи* та ідеалів кільця, виглядають аналогічно, і їх можна довести в рамках теорії дедекіндових С. Як приклад можна навести теорему Жордана-Гельдера: всі композиційні ряди дедекіндової структури (якщо вони існують) мають однакову довжину.

Літ.: Скорняков Л. А. Дедекиндовы структуры с дополнениями и регулярные кольца. М., 1961 [бібліогр. с. 186—195]; Салий В. Н. Лекции по теории решеток. Саратов, 1970 [бібліогр. с. 92—99]; Скорняков Л. А. Элементы теории структур. М., 1970 [бібліогр. с. 145]; Биркгоф Г. Теория структур. Пер. с англ. М., 1952 [бібліогр. с. 370—398].

Л. А. Скорняков.

СТРУКТУ́РНА ІНТЕРПРЕТА́ЦІЯ МО́ВИ — див. *Інтерпретація мови структурна.*

СТРУКТУ́РНА ПОЕ́ТИКА — напрям у літературознавстві, що прагне до чіткого й точного описування, і, врешті-решт, — до моделювання літературної творчості. С. п. пов'язана з розвитком лінгвістики структурної, *семіотики* й *кібернетики*, для якої С. п. має важливе значення як спроба моделювати один з найскладніших видів розумової діяльності. С. п. розглядає художню літературу як повідомлення, що його кодує автор і декодує читач, причому *кодом* є якась вторинна, поетична мова, що використовує як субстанцію плану вираження природну (напр., російську чи українську) мову загалом з її планом вираження (фонологічною системою, граматикою) та з її планом змісту (семантикою).

Заг. задача описування (моделювання) поетичної мови та її підмов, які відповідають окремим авторам, школам тощо, розпадається на ряд часткових задач, до чіткої постановки й розв'язування яких С. п. лише приступає. Описувати план змісту означає встановлювати набір ідей, відображених у певному жанрі, творі, даним автором тощо (напр., у жанрі прислів'я можна виразити всі думки певного типу; запропоновано спосіб формально задавати це коло думок). У принципі можна описувати план змісту безвідносно до плану вираження (напр., коли літ. критик вдало формулює коло ідей, або «світ» окремого автора) й план вираження безвідносно до плану змісту (див. *Структурне віршознавство*). Практично описування плану змісту передбачає усвідомлення й установлення відповідності між виявленими смислами й реальними текстами. Виявлення істотних ознак «світу» може мислитись як інтуїтивне або як таке, що спирається на об'єктивні процедури (напр., коли складають *словники частотні*, щоб пов'язати розподіл частот з ієрархією цінностей у «світі» автора). Взагалі моделювання відповідностей між змістом і вираженням є центр. задачею С. п. На шляху від теми до художнього тексту є ряд проміжних рівнів (конкретному описові структури художніх текстів, починаючи з нижчих рівнів з

послідовним переходом до вищих, присвячено багато праць з С. п.). В розновідних творах є рівень **сюжетних** ф-цій (порівняти рівень синтаксису в мові), які в реальних творах набувають значення конкретних «подій»; безпосередньо «ідейний» зміст творів у термінах цього рівня схопити не можна (порівняти частини мови «байдужі» до значень, які вони передають). Проста («словникова») відповідність між одиницями плану вираження чи проміжних рівнів і одиницями плану змісту трапляється рідко. Складність художніх відповідностей між змістом і вираженням створюють **прийоми виразності**: розгортання (конкретизація), підкреслювання (збільшення, повторення, варіювання, контраст і комбінації їх) та суміщення. Ці перетворення, що зберігають тотожність смислу, збільшують художню ефективність змісту, який вони виражають. Ф-ції, суміщувані в одному предметі, події, сцені тощо, можуть належати до різних рівнів: одна — відображувати елемент «світу», друга — застосовуваний до нього прийом, третя — вимогу сюжету тощо. Група ф-цій може суміщуватися в **складеній конструкції**, яка не існувала до й поза твором, або в «**готовому предметі**», що заздалегідь об'єднує потрібні властивості; в першому випадку органічність розв'язку забезпечується вдалістю зчеплення, в другому — фактом цілісності предмета. Моделювати улюблені предмети і твердження автора, які реалізують його «світ», незалежно від лінійної послідовності їх у сюжетах (і текстах) його творів, можна, застосовуючи прийоми виразності безпосередньо до одиниць плану змісту (тем або ідей, що становлять «світ» цього автора). Цілісне описування окремого твору може мати вигляд демонстрації виведення його тексту з теми в термінах прийомів виразності.

Літ.: Потебня А. А. Из записок по теории словесности. Х., 1905; Шкловский В. Б. О теории прозы. М., 1929; Томашевский Б. Теория литературы. Поэтика. М.— Л., 1930 [бібліогр. с. 207—233]; Бахтин М. М. Проблемы поэтики Достоевского. М., 1963; Эйзенштейн С. М. Избранные произведения, т. 3—5. М., 1964—68; Труды по знаковым системам, в. 1—5. Тарту, 1964—71; Статистичні параметри стилів. К., 1967; Пропп В. Я. Морфология сказки. М., 1969; Выготский Л. С. Психология искусства. М., 1969 [бібліогр. с. 561—567]; Успенский Б. А. Поэтика композиции. М., 1970; Лотман Ю. М. Структура художественного текста. М., 1970; Wellek R., Warren A. Theory of literature. New York, 1965 [бібліогр. с. 317—357]; Jakobson R. Selected writings, v. 4. The Hague — Paris, 1966.

О. К. Жолковський

СТРУКТУ́РНА СХЕ́МА МОДЕ́ЛІ — графічне зображення набору операційних елементів аналогової моделі, їхніх з'єднань, входів і виходів. Ці елементи характеризуються оператором, тобто певною матем. залежністю між змінними на виході та вході. Якщо операційний елемент має кілька входів і виходів, оператор визначає залежність вектора невідомих на виході від вектора вхідних величин. Матем. описування С. с. м. еквівалентне матем. описуванню досліджуваного об'єкта чи процесу. Побудова й аналіз С. с. м. дають змогу абстрагуватися від конкретної фіз. природи елементів і вузлів реальної моделі і, здійснюючи матем. перетворення структури, виявити деякі заг. закономірності, що характеризують властивості моделі й модельованого об'єкта чи процесу. На мал. наведено приклади структурних схем *квазіаналогових моделей*. Тут X і F — вектори осн. невідомих і заданих величин для кіл прямої аналогії, A — оператор, що визначає зв'язок між X і F. Z і H — вектори величин, які одержують і вводять у квазіаналогові кола, C — модель прямої аналогії оператора, що визначає зв'язки між Z, H і вектором Φ зрівноважувальних величин, що їх вводять у квазіаналог (КА), D — оператор пристрою керування (ПК) квазіаналогом.

Структурні схеми квазіаналогових моделей.

В. Д. Самойлов.

СТРУКТУ́РНА ТЕО́РІЯ АВТОМА́ТІВ — розділ *автоматів теорії*, який розглядає способи утворення складних автоматів з простіших. На відміну від *абстрактної теорії автоматів*, у С. т. а. вхідні й вихідні канали автоматів розглядають, власне кажучи, як такі, що складаються з кількох елементарних каналів, по яких можуть передаватися елементарні сигнали. Сукупність усіх елементарних сигналів становить структурний алфавіт. Вхідні й вихідні сигнали автоматів є наборами елементарних сигналів. Отже, вхідні й вихідні алфавіти *автоматів*, що їх розглядають у структурній теорії, є декартовими степенями структурного алфавіту. Елементи таких алфавітів наз. **структурними сигналами** (символами). Як структурний алфавіт здебільшого використовують двійковий структурний алфавіт, що складається з двох сигналів «0» і «1».

Розглянемо тепер заг. означення композиції автоматів. Нехай $A_1, \ldots, A_n$ — автомати, вхідні й вихідні сигнали яких є структурними сигналами в одному й тому самому структурному алфавіті. Розглянемо якусь множину, елементи якої називатимемо **вузлами** (при графічному зображенні композиції автоматів вузлам відповідають точки, через які проходять з'єднання каналів). Встановимо взаємно однозначну відповідність між вхідними й вихідними каналами автоматів $A_1, \ldots, A_n$ і певною частиною вузлів. Вузол, що відповідає вхідному (вихідному) каналові даного автомата, вважатимемо вхідним (вихідним) вузлом цього автомата. Решту вузлів поділи-

мо на дві частини і назвемо їх зовн. вхідними й вихідними вузлами. Композицію автоматів $A_1, \ldots, A_n$ задають, ототожнюючи певні вузли один з одним, тобто задаючи якесь *еквівалентності відношення* (відношення ототожнення) на множині вузлів. При цьому кожний клас еквівалентності повинен містити тільки один вузол, який є зовнішнім вхідним або вихідним вузлом якогось автомата, а решта вузлів мають бути вхідними вузлами автоматів або зовнішніми вихідними вузлами. Якщо якийсь вихідний вузол автомата (зовн. вхідний вузол) ототожнено з іншим вузлом, то при графічному зображенні ці вузли з'єднують стрілкою, що йде від першого вузла до другого. Одержану композицію наз. сіткою автоматів, або схемою. Якщо дотримати певних умов коректності, композиція автоматів є автоматом. Щоб описати функціонування композиції, зручно зіставити вузлам схеми змінні, що набувають значення в структурному алфавіті. Змінні, які зіставлено зовн. вхідним (вихідним) вузлам, наз. вхідними (вихідними) змінними композиції, а змінні, які зіставлено вхідним (вихідним) вузлам автоматів, наз. вхідними (вихідними) змінними цих автоматів. Вхідний (вихідний) алфавіт композиції складається з усіх можливих наборів значень вхідних (вихідних) змінних, а множина станів є декартовим добутком множин станів автоматів $A_1, \ldots, A_n$. Коли зафіксувати вхідний сигнал схеми (набір значень вхідних змінних), то, застосувавши функції переходів та виходів компонентів схеми і прирівнявши значення змінних, які відповідають ототожненим вузлам, можна обчислити значення всіх змінних, які характеризують новий стан і вихідний сигнал. Якщо схема коректна, то новий стан і вихід визначені однозначно. Одна з найпростіших умов коректності схеми полягає в тому, що будь-який цикл (тобто замкнений шлях, який веде через компоненти по стрілках, що з'єднують вузли) повинен містити хоча б одну компоненту, яка є *Мура автоматом*. В С. т. а. вихідний сигнал автомата Мура, який визначається даним станом, відносять звичайно до того самого моменту автоматного часу, що й сам стан. Це дає змогу уникнути суперечностей при обчислюванні значень змінних. Крім того, кожний вхідний вузол будь-якої компоненти й кожний зовн. вихідний вузол мають бути зв'язані або з вихідним вузлом якоїсь компоненти, або з зовн. вхідним вузлом. Застосовують і інші, слабші умови коректності схем.

Осн. задача С. т. а. — це задача структурного синтезу. Вона полягає ось у чому. Нехай задано якийсь набір елементарних автоматів зі структурними вхідними й вихідними сигналами і задано деякі допустимі правила побудови композицій елементарних автоматів. Для довільного скінченного ініціального автомата зі структурними вхідними й вихідними сигналами треба знайти композицію елементарних автоматів, побудовану за допомогою допустимих правил, яка еквівалентна цьому автоматові, тобто така, що індукує те саме автоматне відображення, що й заданий автомат. Якщо задано *автомат частковий*, то відображення, індуковане композицією, повинне продовжувати відображення, індуковане даним автоматом. Можливі деякі послаблення задачі синтезу, при яких вимагається лише, щоб відображення, індуковане композицією, було пов'язане з первісним відображенням якимось допустимим перетворенням (напр., зсув вихідної послідовності щодо вхідної). У сильніших постановках вимагається, щоб композиція містила *підавтомат*, ізоморфний даному абстрактному автоматові.

Не для кожної системи елементарних автоматів задача синтезу довільного *автомата скінченного* має розв'язок. Якщо система елементарних автоматів така, що за її допомогою можна синтезувати будь-який скінченний автомат (будь-який автомат із заданого класу), то таку систему наз. повною (в заданому класі автоматів). Проблему знаходження критеріїв повноти систем автоматів наз. *повноти проблемою*. У найзагальнішій постановці проблема повноти алгоритмічно нерозв'язна, тобто не існує критеріїв повноти, які можна ефективно перевірити, але за деяких додаткових умов такі критерії можна знайти.

Заг. ефективних методів розв'язування проблеми синтезу для довільних повних систем автоматів ще не існує (якщо не рахувати методу повного перебору). Тому на практиці звичайно обмежуються розв'язанням проблем синтезу для деяких найчастіше застосовуваних повних систем елементарних автоматів. Найкраще вивчено проблему синтезу *автоматів без пам'яті*, тобто автоматів з одним станом. Кожний такий автомат реалізує якусь систему функцій k-значної логіки, де k — кількість символів структурного алфавіту (найчастіше $k = 2$). Проблему синтезу автоматів без пам'яті розглядають здебільшого для випадку, коли елементарні автомати самі є автоматами без пам'яті. В цьому разі схеми не повинні мати циклів. Такі схеми наз. *комбінаційними схемами*, а проблема синтезу — проблемою комбінаційного синтезу. Існує простий зв'язок між комбінаційними схемами і суперпозиціями функцій, що їх реалізують елементарними автоматами. В силу цього зв'язку проблема повноти систем автоматів без пам'яті (у класі автоматів без пам'яті) еквівалентна проблемі функціональної повноти в k-значній логіці (див. *Логіка багатозначна*). Розглядаючи проблему синтезу довільних скінченних автоматів, елементарні автомати поділяють на два класи — елементарні автомати без пам'яті (вони становлять, як правило, повну систему автоматів без пам'яті) і запам'ятовувальні елементи (автомати з пам'яттю). Як запам'ятовувальний елемент звичайно беруть автомат Мура, в якому є повна система переходів і виходів, тобто такий автомат, що для будь-якої пари станів a та b існує вхідний сигнал x, такий,

що $ax = b$, і вхідні сигнали, які відповідають різним станам, різні. В двійковому структурному алфавіті запам'ятовувальні елементи звичайно мають тільки два стани. Такими елементами є затримки й різного роду тригери.

Схема, побудована з таких автоматів, поділяється на дві частини — запам'ятовувальну й комбінаційну. Якщо взяти достатньо велику кількість запам'ятовувальних елементів і встановити взаємно однозначну відповідність між станами довільного абстрактного автомата й наборами станів запам'ятовувальних елементів, то в силу повноти переходів та виходів можна знайти таку комбінаційну частину, що побудована композиція містить підавтомат, ізоморфний даному підавтоматові. Отже, проблема синтезу довільного автомата зводиться до проблеми комбінаційного синтезу. Відповідність між станами синтезованого автомата й станами схеми наз. *кодуванням станів автомата.* Вибір кодування істотно впливає на складність схеми, надійність та інші її характеристики. Тому проблема кодування, тобто проблема вибору кодування, яке задовольняє ті чи інші умови, має велике практичне значення.

Важливу роль у С. т. а. відіграє задача оптим. синтезу, тобто задача відшукання найкращої (з точки зору якогось критерію) схеми, яка реалізує заданий автомат. Найпоширенішим є критерій найменшої складності схеми, де складність оцінюється кількістю елементарних автоматів (узятих, можливо, з деякими вагами, які характеризують складність різних елементарних автоматів). Із задачею оптим. комбінаційного синтезу у двознаковому структурному алфавіті безпосередньо пов'язані задачі спрощення формул *алгебри логіки,* побудови мінімальних та найкоротших диз'юнктивних нормальних форм тощо. У зв'язку з цим велике значення має дослідження складності схем, які реалізують автомати того чи іншого класу. Основним при цьому є вивчення функції Шеннона $L(n)$, яка дорівнює макс. складності найпростішої комбінаційної схеми, що реалізує довільну функцію алгебри логіки n змінних, а також узагальнення цієї функції для автоматів з пам'яттю, одержання для неї верхніх та нижніх оцінок, дослідження її асимптотичної поведінки тощо.

Велике значення для побудови практичних методів синтезу має задача декомпозиції абстрактних автоматів, яка полягає в розкладанні абстрактного автомата на задану композицію простіших автоматів (див. *Автоматів декомпозиція*). Звичайно при цьому розглядають деякі прості види композиції, такі, як послідовне й паралельне з'єднання автоматів тощо.

До С. т. а. можна віднести й деякі побудови, розглядувані в теорії *автоматів нескінченних.* Напр., *автомати ітеративні,* сітки Неймана — Мура та ін. являють собою регулярні композиції нескінченної (або необмеженої скінченної) кількості примірників якогось скінченного автомата.

Літ.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 464—469]; Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962 [бібліогр. с. 399—402]; Hartmanis J., Stearns R. E. Algebraic structure theory of sequential machines. Englewood Cliffs, 1966 [бібліогр. с. 206—208].

О. А. Летичевський.

СТРУКТУ́РНЕ ВІРШОЗНА́ВСТВО — вивчення організації вірша як особливої форми мови і впливу вірша на різні плани й рівні мовного твору. Відмінність ритмізованого тексту від неритмізованого полягає, насамперед, в організації, впорядкуванні тих елементів, які, навіть якщо вони є матеріальними носіями звичайної мови (напр., склади), не релевантні в ній для виконання осн. функції — передавання смислу. Внаслідок використання таких надмірних елементів наче виникає другий, додатковий канал передавання інформації, по якому передається синхронізований з основним «словесним» текстом «ритмовий» текст.

В основі вірша як мовного явища лежить особливий, відмінний від членування на речення, поділ мовного потоку на цілісні, протиставлені один одному дискретні відрізки — «вірші», на межах і всередині яких виникають специфічні семантичні та інтонаційні явища. Проте більшість систем віршування не вдовольняється тільки поділом на вірші (рядки) й уподібнює їх одного одному за величиною або внутр. структурою, що надає віршованій мові ритмічності.

Множина допустимих структур окремих віршів визначається метром (розміром), який є мовою (в т. ч. й у розумінні *лінгвістики математичної*) цього ритмового тексту. Описова метрика, що вивчає метри та системи їх,— найбільш розроблена частина віршознавства, в ній широко застосовують імовірнісні й статистичні методи. Метрика ставить у відповідність віршованому текстові частотний список варіантів структури окремого рядка, що зустрічаються в цьому тексті. Потім на основі статистичних критеріїв порівнюють цей частотний список або з аналогічними списками для ін. текстів, або з теор. моделлю розміру цього тексту, яку розраховано в припущенні, що ритмічні типи слів сполучаються один з одним відповідно до одного з відомих типів імовірнісних процесів, напр., процесу незалежних випробувань. Описуючи за такою методикою рос. двоскладові розміри, виявили, що в різні епохи існували різні «образи» того самого метра залежно від того, яким з цих варіацій надати перевагу. Особливо великого значення набуває ця методика у вивченні дуже різноманітних форм «некласичного» вірша, де без неї не можна встановити сам список варіацій. Намічено матем. прийоми описування зв'язку метрики з фонетичною та інтонаційною системами мови, що дає змогу ефективно зіставляти системи віршування в різномовних літературах.

Меншою мірою розроблено ритміку, яка вивчає ритм у його поступовому розгортанні як процес, що характеризує кожен окремий твір. Ритмічне значення рядка залежить, оче-

видно, не стільки від статистичних характеристик усього тексту, скільки від співвідношення між її внутр. структурою і структурою порівняно невеликої кількості попередніх рядків (такий підхід перекликається з деякими загальними ідеями про *поведінку автоматів у випадкових середовищах*). Таку модель ритму збудував А. Бєлий. Він оцінював кожен рядок формулою: $\frac{n-1}{n}$ при $1 \leqslant n < 10$ і 1 при $n > 10$, де n — кількість рядків, що лежать між двома ритмічно тотожними рядками. Побудувавши за цією моделлю графіки ритму, виявили ряд цікавих паралелей з композицією відповідних текстів.

Звукову сторону вірша вивчає фоніка, де запропоновано класифікацію звукових повторів і способів побудови тональної кривої вірша. Зміни на цій кривій і є очевидними відповідностями в композиційному розгортанні вірша. Важливою частиною фоніки є вчення про риму. Тут виявлено семантичну функцію рими, розроблено методику обчислення ступеня близькості сполук, які римуються, за числом однакових фонем в однойменних позиціях, розкрито процес взаємопроникання рими й фонічних прийомів усередині рядка. У строфіці, у вченні про поетичний синтаксис та інтонацію, виділили наспівний і говірний типи віршованих творів, робили спроби вимірювати порівняльну силу пауз різних типів і зіставляти частоти різних ритміко-синтаксичних явищ з теоретично розрахованими ймовірностями. З широкої ділянки «ритм і смисл» найбільш вивчено т. з. «експресивні ореоли» розмірів, а також вплив віршового членування на актуалізацію семантичних ознак і синтаксичних зв'язків слів («єдність і щільність віршового ряду»). Плідним може виявитися й зіставлення існуючих незалежних моделей формальних і змістовних планів і рівнів тексту.

Літ.: Жирмунский В. Введение в метрику. Л., 1925; Белый А. Ритм как диалектика и «Медный всадник». М., 1929; Шенгели Г. Техника стиха. М., 1960; Ковалевський В. В. Ритмічні засоби українського літературного вірша. К., 1960; Ковалевський В. В. Рима. Ритмічні засоби українського літературного вірша. К., 1965; Тынянов Ю. Н. Проблема стихотворного языка. М., 1965; Теория стиха. Л., 1968; Брюсов В. Что такое стих? «Вопросы языкознания», 1968, № 6; Эйхенбаум Б. М. О поэзии. Л., 1969 [бібліогр. с. 542—550]; Жовтис А. Л. О способах рифмования в русской поэзии. «Вопросы языкознания», 1969, № 2; Штокмар М. П. Библиография работ по стихосложению. М., 1934. Див. також *літ.* до ст. *Математичні методи в поетиці*.

С. Й. Гіндін.

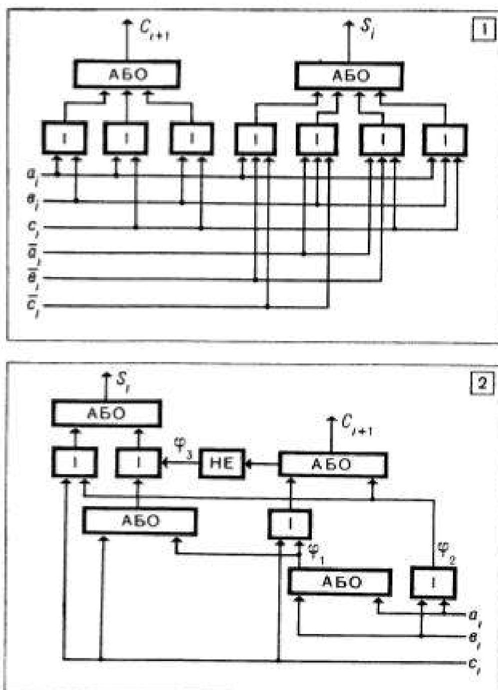
СУМА́ТОР — основна частина арифметичного пристрою, в якій здійснюється елементарна операція підсумовування двох чисел. С. будується із *суматорів однорозрядних*. Залежно від способу, яким з'єднано однорозрядні С., розрізняють *суматори послідовні*, *суматори паралельні* й паралельно-послідовні. Різновидом паралельних С. (залежно від способу реалізації прискорення перенесень) є надпаралельні й паралельно-паралельні. За принципом побудови однорозрядних С. розрізняють комбінаційні, нагромаджувальні та амплітудні С. За способом представлення від'ємних чисел у машині (в прямому, додатковому чи зворотному *кодах*) С. бувають без ланцюга циклічного переносу із старшого розряду до молодшого або з ланцюгом циклічного переносу. Крім підсумовування, в переважній більшості С. виконуються операції множення і ділення, а також логіч. операції (логіч. множення і додавання, додавання за mod 2). Див. також *Блоки ЦОМ типові*, *Ланцюг переносу*.

Літ.: Зимин В. А. Электронные вычислительные машины. Основы теории расчета и применения. М., 1962 [бібліогр. с. 731—732]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575].

Т. Ф. Слободянюк.

СУМА́ТОР КОМБІНАЦІ́ЙНИЙ — суматор, у якому цифри доданків одночасно надходять на входи. При знятті зі входу *суматора* сигналів хоч би одного з доданків значення суми на виході С. к. зникає, бо в ньому немає пам'яті. С. к. реалізує в кожному розряді функції S_i (сума цифр i-го розряду) і C_{i+1} (перенесення до старшого розряду):

$$S_i = a_i\bar{b}_i\bar{c}_i \vee \bar{a}_i b_i \bar{c}_i \vee \bar{a}_i\bar{b}_i c_i \vee a_i b_i c_i;$$
$$C_{i+1} = a_i b_i \vee a_i c_i \vee b_i c_i.$$



1. Функціональна схема однорозрядного комбінаційного суматора.
2. Мінімальний варіант системи функцій однорозрядного комбінаційного суматора.

де a_i, b_i — цифри доданків у даному розряді, c_i — цифри переносу з попереднього (молодшого) розряду.

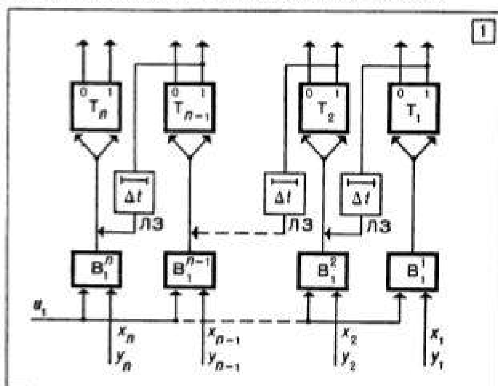
Функціональну схему однорозрядного С. к., який реалізує названі функції, наведено на мал. 1. З метою підвищити ефективність С. к. (економія апаратури, підвищення швидкодії) систему функцій S_i та C_{i+1}, як правило, піддають сумісній мінімізації. Цю мінімізацію провадять шляхом утворення спільних частин функцій, які підставляються потім у їхні вирази, аж до використання однієї функції як аргументу другої. На мал. 2 наведено один з таких мінім. варіантів системи функцій однорозрядного С. к.

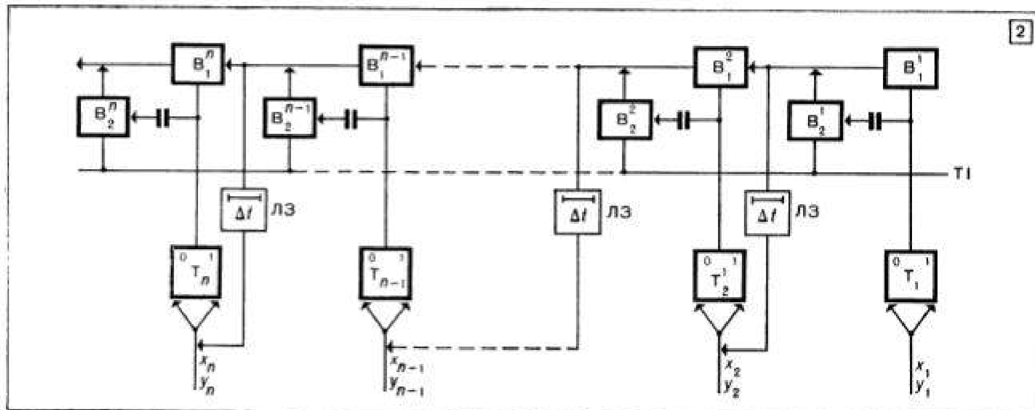
$$S_i = \varphi_3 (\varphi_1 \vee c_i) \vee \varphi_2 c_i;$$

$$C_{i+1} = \varphi_1 c_i \vee \varphi_2,$$

де $\varphi_1 = a_i \vee b_i$, $\varphi_2 = a_i b_i$, $\varphi_3 = \bar{c}_{i+1}$. С. к. звичайно використовують у тих випадках, коли регістри *арифметичного пристрою* виконано на *тригерах* потенціального типу (див. *Потенціальна елементна структура ЦОМ*). Після того як результат додавання з'являється на виходах *комбінаційних схем* формування суми, він звичайно запам'ятовується в окремому тригерному *регістрі*.

Літ.: Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. М., 1970 [бібліогр. с. 615—619]. *Т. Ф. Слободянюк.*





1. Схема нагромаджувального суматора з послідовним переносом.
2. Схема нагромаджувального суматора з паралельним переносом.

СУМА́ТОР НАГРОМА́ДЖУВАЛЬНИЙ — пристрій для підсумовування кодів та для зберігання проміжних і остаточних результатів виконання операцій у ЦОМ. Основою С. н., що працює в *системі числення* з основою *n*, є *лічильник* імпульсів. Характерною особливістю С. н. є приймання в нього доданків за чергою. Здебільшого використовують двійкові С. н., які будують на базі лічильників за mod 2. С. н. звичайно складають з *тригерів* (Т) з лічбовими входами і розраховують на паралельне введення розрядів доданка (кількість Т у С. н. визначається розрядністю доданків).

За способом формування переносів розрізняють суматори з послідовними і паралельними переносами. До складу С. н. з послідовними переносами входять тригери (Т), лінії затримки (ЛЗ) та вхідні (B_1) вентилі (мал. 1). Перший доданок ($x_n x_{n-1} \ldots x_2 x_1$, де x_1 — молодший розряд доданка, x_n — найстарший) через B_1 (якщо є тактівний імпульс u_1) надходить на лічильні входи тригерів; через час, якого досить, щоб закінчилися перехідні процеси в Т, по тих самих входах надходить другий доданок — $y_n y_{n-1} \ldots y_2 y_1$; кожний Т працює як лічильник за mod 2.

Якщо на якийсь Т надходять дві «1», то виникає імпульс переносу до наступного старшого розряду. Цей перенос затримується на час, необхідний для закінчення перехідних процесів у Т, і надходить на лічильний вхід сусіднього Т. Час підсумовування двох *n*-розрядних двійкових чисел в С. н. з послідовними переносами в основному визначається часом проходження імпульсу переносу від Т молодшого розряду до Т старшого розряду.

Щоб значно скоротити час підсумовування, використовують ідею паралельного перенесення. В цьому разі імпульс переносу, який виникає під час підсумовування цифр будь-яких розрядів доданків, передається в напрямі старших розрядів, мина-

ючи всі Т, що перебувають у стані «1» (мал. 2).

Якщо на шляху імпульсу переносу є Т, що перебуває в стані «0», то імпульс переносу переводить його в стан «1» і далі не передається. Ті Т, які імпульс переносу проминув, автоматично переводяться в стан «0». У С. н. з паралельним переносом (мал. 2) разом з другим доданком на входи вентилів B_2^1, B_2^2, ..., B_2^{n-1}, B_2^n надходить тактівний імпульс u_1. Цей імпульс проходить через вентиль групи B_2 лише в тому разі, якщо на вході вентиля групи B_2 у відповідному розряді (напр., у першому) утворився імпульс переносу внаслідок додавання за mod 2 першого й другого доданків. Імпульс переносу, що виник, надходить на B_1 (в даному разі B_1^2) і через лінію затримки — на лічильний вхід сусіднього старшого розряду (на T_2). Лінії затримки потрібні для того, щоб імпульс надходив у коло переносу після усталення перехідних процесів у Т, викликаних надходженням другого доданка. Отже, час, потрібний для підсумовування двох чисел у С. н. з колами паралельного переносу, не залежить від кількості розрядів доданків.

Є різні методи прискорення додавання в паралельних С. н. Щоб виконати макс. кількість підготовчих операцій у старших розрядах суматора до одержання сигналів переносу з молодших розрядів, будують надпаралельні, паралельно-паралельні суматори та суматори з «миттєвим» переносом. Див. також *Блоки ЦОМ типові, Ланцюг переносу.*

Літ.: Дроздов Е. А., Прохоров В. И., Пятибратов А. П. Основы вычислительной техники. М., 1964 [бібліогр. с. 462]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575].

Т. Ф. Слободянюк.

СУМА́ТОР ОБОРО́ТНИЙ — див. *Оборотні елементи й моделі.*

СУМА́ТОР ОДНОРОЗРЯ́ДНИЙ — пристрій, що забезпечує підсумовування цифр одного розряду двох двійкових доданків і перенесення з попереднього молодшого розряду та формування переносу в старший розряд. У зображеному умовно на мал. двійковому С. о. (ОС) три входи: A_n — n-й розряд першого доданка, B_n — n-й розряд другого доданка, Z_{n-1}— перенос з молодшого ($n-1$)-го розряду і два виходи: C_n — сума за модулем 2; Z_n— перенос у старший ($n+1$)-й розряд. Роботу С. о. можна визначити з таблиці, що безпосередньо випливає з правил додавання в двійковій системі числення (див. далі).

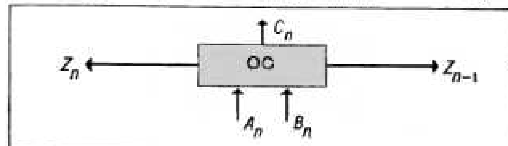
Величини C_n і Z_n є *перемикальними функціями*, що залежать від трьох аргументів (A_n, B_n, Z_{n-1}). Відповідно до табл. функції C_n і Z_n можна записати в канонічній формі:

$$C_n = \overline{A}_n\overline{B}_nZ_{n-1} + \overline{A}_nB_n\overline{Z}_{n-1} + A_n\overline{B}_n\overline{Z}_{n-1} + A_nB_nZ_{n-1};$$

$$Z_n = \overline{A}_nB_nZ_{n-1} + A_n\overline{B}_nZ_{n-1} + A_nB_n\overline{Z}_{n-1} + A_nB_nZ_{n-1}.$$

Користуючись наведеними рівняннями, з логіч. елементів «І», «АБО», «НЕ» можна побудувати пристрій, що реалізує функції двійкового С. о. Перетворюючи й спрощуючи різними способами ці рівняння, можна створювати найоптимальніші схеми з мінімальної кількості елементів.

Залежно від принципу побудови схеми розрізняють С. о. комбінаційні (найчастіше їх використовують для побудови обчисл. машин), нагромаджувальні й амплітудні. *Суматори комбінаційні* (в яких цифри доданків і пере-



Функціональна схема однорозрядного двійкового суматора.

Вхідні величини (аргументи)			Вихідні величини (функції)	
A_n	B_n	Z_{n-1}	C_n	Z_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

носи одночасно надходять на входи суматорів) будують звичайно на потенціальних елементах. Основою нагромаджувального С. о. є лічильник імпульсів, що веде лічбу за модулем K, де K — основа прийнятої системи числення. Основою С. о. амплітудного типу є пристрій для додавання амплітуд струмів, напруг та інших фіз. величин, що періодично змінюються. Див. також *Блоки ЦОМ типові.*

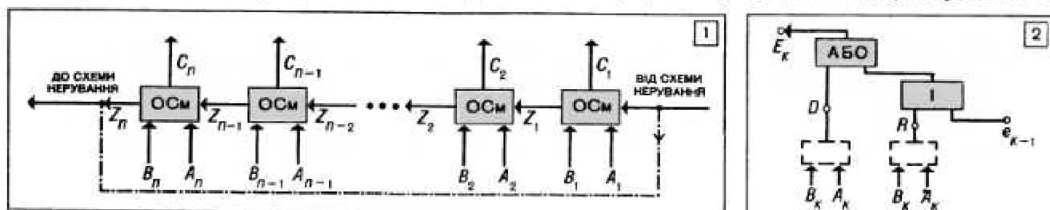
Літ.: Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575].

Т. Ф. Слободянюк.

СУМА́ТОР ПАРАЛЕ́ЛЬНИЙ — пристрій, що забезпечує паралельне (одночасне) підсумовування всіх розрядів доданків. С. п. (мал. 1) складається з n послідовно ввімкнених *суматорів однорозрядних* (ОСм), де n — кількість розрядів у додаваних числах, Z_1 — молодший розряд *суматора*, Z_n — старший розряд суматора. Принцип дії С. п. такий. На входи суматора $A_1 \div A_n$ надходить перший доданок, через один такт на входи $B_1 \div \div B_n$ надходить другий доданок і відбувається одночасне підсумовування усіх розрядів. В результаті підсумовування в кожному розряді виникає (або не виникає — залежно від підсумовуваних кодів) перенесення одиниці у старший сусідній розряд; після цього переноси підсумовуються із знайденою раніше сумою за mod 2 двох доданків. У С. п. утворення сигналів переносу виконується послі-

довно розряд за розрядом: цифру «1» переносу з якогось розряду в наступний не можна одержати раніше, ніж стане відомим перенос з попереднього (молодшого) розряду в даний розряд. Отже, час підсумовування в С. п. великою мірою залежить від часу реалізації переносу від молодшого розряду суматора до старшого.

В С. п. застосовують різні логічні й тех. засоби прискорення реалізації переносів. Один з них — зменшення кількості проміжних ступенів на шляху проходження імпульсу переносу. Для двійкового суматора, побудованого з елементів «І», «АБО» й «НЕ», оптимальною в цьому розумінні є схема на мал. 2. Сигнал переносу проходить два ступені («І» — «АБО»); на решту входів цих ступенів подаються перемикальні ф-ції D і R, що залежать тільки від цифр у доданках даного розряду (A і B), а не від переносу в цей розряд. Значення D і R випливає безпосередньо з перетворення канонічної форми ф-ції E (переносу) $E = \overline{A}Be + A\overline{B}e + AB\overline{e} + ABe$ до вигляду $E = (\overline{A}B + A\overline{B})e + AB$, звідки $R = \overline{A}B + A\overline{B}$; $D = AB$. Ці ф-ції можна сформувати одночасно по всіх розрядах суматора після того, як у регістри буде прийнято доданки. Це прискорить перенесення в усіх розрядах.



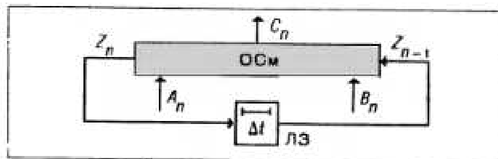
1. Функціональна схема паралельного суматора.
2. Схема формування переносу в паралельному суматорі.

Апаратурні витрати в С. п., грубо кажучи, в n разів більші, ніж у *суматорі послідовному*, але швидкість роботи С. п. значно вища за швидкість роботи послідовного суматора з аналогічними частотними характеристиками елементів і меншою мірою залежить від довжини оброблюваних кодів.

С. п. застосовують у тих випадках, коли вимога високої продуктивності обчисл. машини важливіша за вимогу мінімуму обладнання. Див. також *Блоки ЦОМ типові*.

Літ.. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575]; Гаврилов Ю. В., Пучко А. Н. Арифметические устройства быстродействующих ЭЦВМ. М., 1970 [бібліогр. с. 275—277]. *Т. Ф. Слободянюк.*

СУМАТОР ПОСЛІДОВНИЙ — пристрій, який забезпечує послідовне (порозрядне) підсумовування доданків. С. п. (мал.) складається з одного двійкового *суматора однорозрядного* (ОСм) та лінії затримки (ЛЗ). Підсумовування С. п. здійснює порозрядно, починаючи з молодшого розряду доданків, щоб забезпечити можливі переноси в подальші, старші розряди. Так, перші (молодші) розряди доданків A_1 та B_1 надходять на вхід однорозрядного суматора, додаються, в результаті підсумовування формується сума за модулем 2 (C_1) і перенос до наступного (в цьому разі — другого) розряду — Z_1. Через один такт після подання A_1 та B_1 на вхід однорозрядного суматора надходять другі розряди доданків — A_2 та B_2 і затриманий на один такт сигнал Z_1. Тепер уже підсумовуються три доданки, і в результаті підсумовування формуються сигнали C_2 та Z_2. Потім на вхід однорозрядного суматора надходять A_3, B_3 і Z_3 і т. д. Таким чином, цикл порозрядного підсумовування повторюється n разів (де n — розрядність доданків). Якщо виникає перенос Z_n — при додаванні старших n розрядів і якщо при цьому розрядна сітка не переповнена, Z_n додається до молодшого розряду одержаної суми, тобто знову додаються два n-розрядні доданки (попередньо одержана сума і перенос, який утворився в результаті підсумовування старших розрядів A_n, B_n та Z_{n-1}). Таким чином, цикл підсумовування повторюється $2n$ рази. У цифрових обчисл. машинах послідовної дії (тобто в тих машинах, де використовується С. п.) у пристрої керування, як правило, передбачають кола прискорювання підсумовування в С. п. Щоб уникнути додаткового циклу проходження всіх розрядів числа при циклічному перенесенні зі старшого розряду до молодшого, треба, щоб доданки були представлені в додатковому (звичайному чи модифікованому) *коді*.



Функціональна схема послідовного суматора.

Осн. достоїнство С. п. — малі витрати апаратури; вада — мала швидкодія. Див. також *Блоки ЦОМ типові*, *Суматор паралельний*.

Літ.. Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [бібліогр. с. 559—575]; Гаврилов Ю. В., Пучко А. Н. Арифметические устройства быстродействующих ЭЦВМ. М., 1970 [бібліогр. с. 275—277]. *Т. Ф. Слободянюк.*

СУМІЩЕННЯ ОПЕРАЦІЙ У МАШИНІ — одночасне виконання дій, заданих операторами програми, на функціонально різних пристроях машини. Ступінь С. о. у м. характеризує ефективну продуктивність обчисл. машини і є одним з осн. показників розвинутос-

ті її логіч. структури. С. о. у м. скорочує час розв'язування задач, бо зменшуються простої устаткування ОМ в чеканні сигналу про виконання попередньої операції. Розрізняють 3 види С. о. у м. 1) Суміщення роботи пристроїв, що переробляють дані — операційних пристроїв (ОП) — з роботою пристроїв, що переробляють *програми* — пристроїв керування (ПК), зокрема, з роботою щодо: а) підготовки *команд* програми до виконання (тобто виклик команди, розшифровування *кодів* операцій, виклик при потребі операндів тощо), б) проведення обміну між ступенями ієрархічної пам'яті та в) проведення одночасних звертань до поділеної на блоки оперативної пам'яті. 2) Суміщення ОП і (або) ПК з роботою пристроїв зв'язку з зовн. пам'яттю (на *стрічці магнітній, барабані магнітному, диску магнітному*) й пристроями введення — виведення. 3) Суміщення роботи окремих частин ОП (напр., частин ОП для обчислень у режимах з фіксованою комою, з плаваючою комою або десяткової арифметики чи частин ОП, що виконують окремі арифм. і логічні операції — додавання, множення, ділення, обчислення *булевих функцій* від двох змінних тощо).

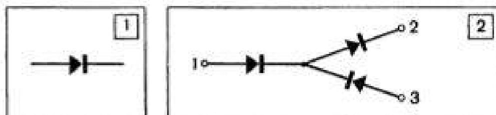
Спочатку ОМ був властивий найпростіший вид суміщення (1, а). Відчутного скорочення часу розв'язування задачі домагалися, лише суміщуючи операції, порівнянні за часом підготовки операцій та виконання їх, а наявність операцій введення — виведення (швидка підготовка й повільне виконання) призводило до значних простоїв устаткування ОП і ПК в чеканні на сигнал про виконання цих операцій. Поява в обчисл. машині системи переривання дала змогу запровадити суміщення операцій іншого виду. При цьому центр. ПК (ЦПК), розшифрувавши наступну команду, перериває свою роботу, якщо наступна команда — звертання до зовн. пристрою, й передає керування місцевому ПК, а ОК і ЦПК продовжують працювати за програмою з одним обмеженням: дальші звертання до зовн. пристроїв мають бути заблоковані до закінчення поточного звертання. При зіткненні з такими додатковими звертаннями робота за програмою припиняється. Система переривань забезпечує ще один вид суміщення операцій (1, б) — для ієрархічної багатоступеневої пам'яті, наявність якої характерна для сучасних ОМ.

У машинах 3-го покоління (див. *Цифрова обчислювальна машина*) суміщення роботи ОК і ЦПК розвинулося далі після того, як феритовий оперативний ЗП було поділено на незалежні блоки, і це дало змогу провадити С. о. у м. за видом (1, в), тобто починати звертання до будь-якого з блоків ще до закінчення звертань до ін. блоків. Таке суміщення забезпечується тим, що нумерація фіз. адрес у блоках чергується, тобто комірки з адресами, значення яких відрізняються на 1, містяться у різних блоках (напр., коли є два незалежні блоки, один з них містить комірки лише з парними адресами, а другий — з непарними). Третій вид суміщення характерний для обчисл. машин з ОП, що складаються з набору функціонально спеціалізованих обчисл. блоків. ОП зв'язаний з поділеною на блоки феритовою пам'яттю, в якій зберігаються початкові дані та проміжні результати операцій, що перебувають на різних стадіях виконання. Обчисл. блоки працюють незалежно один від одного й від ЦПК, який забезпечує їх неперервним потоком операндів. Машиною з суміщенням операцій за 3-м видом є, напр., обчисл. машина *«CDC-7600»*, в якій у складі центр. *процесора* є 9 функціонально незалежних обчисл. блоків — множення, ділення, доповнення та інші.

Як правило, ОМ, в якій суміщення операцій розвинуте достатньо (наприклад, 3-й вид суміщення), має й простіші види суміщень (суміщення підготовки й виконання команд, роботи ПК та обміну з зовн. пристроями тощо). *А. О. Якуба.*

СУПЕРВІЗОР — частина *керуючої програми* операційної системи, яка реалізує введення і виведення інформації, обмін з зовнішніми нагромаджувачами та інші функції, які є, як правило, функціями безпосереднього керування устаткуванням ЦОМ. Див. *Операційна система.*

СХЕМА ВЕНТИЛЬНА — 1) У теорії релейно-контактних схем — схема, побудована з вентилів. Вентилем наз. пристрій, що пропускає струм тільки в одному напрямі. Фіз. елементом, який виконує таку функцію, може бути, напр., напівпровідниковий діод. Умовне зображення вентиля дано на мал. 1, де стрілка вказує напрям проходження струму. У С. в. існує провідність з полюса α до полюса β тоді і тільки тоді, коли існує шлях, що починається в α і закінчується в β, при цьому перехід від α до β скрізь здійснюється в напрямі стрілок. Напр., у схемі на мал. 2 між полюсами 1 і 2 є провідність, а між 1 і 3 — провідності немає.



1. Умовне позначення вентиля.
2. Вентильна схема.

2) В обчислювальній техніці — схема, побудована з елементів, що реалізують *кон'юнкцію*. Елемент, що реалізує логічну ф-цію кон'юнкції в цьому разі наз. вентилем.

Літ.: Нечипорук Э. И. О синтезе вентильных схем. «Проблемы кибернетики», 1963, в. 9.

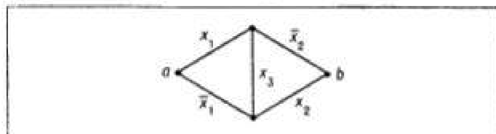
М. І. Кратко, Г. Г. Цебуля.

СХЕМА КОНТАКТНА — *схема релейно-контактна*, яка містить тільки самі контакти і не містить ні зовнішніх елементів (ручних чи автоматичних перемикачів, кнопок вмикання тощо), ні обмоток реле. Умови, за яких така схема видає значення «0» або «1» на виходах, можна описати системою ф-л *алгебри логіки* — для кожної пари: «вхід-

ний полюс — вихідний полюс» за однією ф-лою. А саме: для певної пари полюсів треба розглянути всі шляхи (але без циклів), що ведуть від однієї вершини до другої, і для кожного шляху взяти *кон'юнкцію* всіх букв на цьому шляху, а потім узяти *диз'юнкцію* всіх таких кон'юнкцій. Напр., для полюсів (a, b) схеми, поданої на мал., одержують таку ф-лу:

$$x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3.$$

Вважають, що всі однакові букви у С. к. одночасно набувають одного й того самого



Мостова контактна схема.

значення (або «0», або «1»), і при цьому, якщо $x_i = 1$, то $\bar{x}_i = 0$, і, навпаки, якщо $x_i = 0$, то $\bar{x}_i = 1$. З кожною ф-лою алгебри логіки F, побудованою за допомогою операцій $\cdot$, $\vee$, —, можна зіставити С. к. з одним вхідним і з одним вихідним полюсами, в якій значення виходу дорівнює «1» тоді (і тільки тоді), коли F істинна. За заданою формулою F цю С. к. можна побудувати так. З кожною буквою x формули F зіставляють замикаючий контакт x схеми, а буквою $\bar{x}$ формули F — розмикаючий контакт $\bar{x}$ схеми. З кон'юнкцією підформул формули F зіставляють послідовне з'єднання підсхем, які їм відповідають, з диз'юнкцією — паралельне з'єднання. Одержана таким способом схема матиме вигляд паралельно-послідовного з'єднання контактів (П-схема). Вона містить стільки контактів, скільки є букв у формулі F, і, отже, мінім. формулам алгебри логіки відповідають П-схеми з мінімальною кількістю контактів. Але класом П-схем не вичерпуються всі С. к. На мал. подано т. з. мостову схему (Н-схему). Такої прямої відповідності між Н-схемами і формулами алгебри логіки, як для П-схем, немає. У зв'язку з цим методи синтезу Н-схем складніші, ніж методи синтезу П-схем, але Н-схеми економічніші (для них потрібна менша кількість контактів), ніж П-схеми. Див. також *Релейно-контактних схем теорія*.

Літ.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51.

М. І. Кратко.

СХЕ́МА КОНТА́КТНА БЕЗПОВТО́РНА — *схема контактна*, у якої немає збіжних контактів. С. к. б. — найекономічніша контактна схема. Вона реалізує функцію *алгебри логіки* від n змінних і містить усього n контактів. Встановлено, що лише деякі функції алгебри логіки допускають реалізацію безповоротними контактними схемами.

Літ.: Трахтенброт Б. А. К теории бесповторных контактных схем. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51.

СХЕ́МА КОНТА́КТНА ПЛОСКА — *схема контактна, граф* якої є плоским графом.

СХЕ́МА КОНТА́КТНО-ВЕ́НТИЛЬНА — схема, побудована з контактів реле та вентилів. Застосування вентилів у *схемах контактних* дає змогу зменшити кількість контактів, звівши її на кожному реле до двох (одного замикаючого і одного розмикаючого). Див. також *Схема вентильна*.

СХЕ́МА ПОРІ́ВНЮВАННЯ — елемент, вузол чи пристрій для реалізації операції порівнювання двох величин і одержання різницевого сигналу. Використовують їх в об-

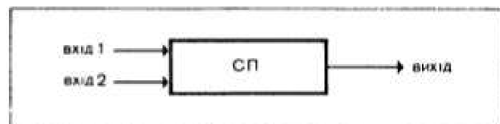


Схема порівнювання.

числ. пристроях, регуляторах, вимірювальних приладах, *перетворювачах форми інформації*, стабілізаторах та ін. автомат. пристроях. Розрізняють С. п. для порівнювання дискретних величин *(кодів)* і аналогових (фіз.) величин. За одну з порівнюваних величин беруть відоме число, задане значення установлення (норми), рівень опорного сигналу, еталонну величину тощо; за другу — поточне значення обчислюваного результату, контрольований параметр, вимірювану, перетворювану чи стабілізовувану величину. У С. п. є два входи для порівнюваних величин і вихід для різницевого сигналу (мал.). Вихідний сигнал С. п. може фіксувати знак різниці між порівнюваними величинами або знак і абсолютне значення різниці. В першому випадку число станів вихідного сигналу С. п. дорівнює двом, а в другому — воно виражене багатозначним кодом у якійсь системі числення. Різницевий сигнал — це відхилення контрольованого параметра від норми, величина нев'язки чи розузгодження, помилка регулювання тощо. Осн. показниками роботи С. п. є її швидкодія і точність. Схеми для порівнювання кодів являють собою пристрої типу *суматорів* ЕЦОМ, для порівнювання аналогових величин — типу *нуль-органів*, компараторів чи порогових схем.

А. І. Кондалєв.

СХЕ́МА РЕЛЕ́ЙНО-КОНТА́КТНА — 1) Електрична схема, що складається із з'єднаних певним способом обмоток електромеханічних реле та їхніх контактів, а іноді й контактів ручних чи автоматичних перемикачів, кнопок тощо. Такі схеми широко застосовують у різних пристроях автоматики і телемеханіки, у схемах автомат. телефонії тощо. 2) Графічне зображення зазначеної вище електричної схеми. Це зображення має вигляд *графа*, кожному ребру якого відповідає одна (і тільки одна) буква x_i, $\bar{x}_i$ або X_i ($i = 1, 2, ..., n$). Різним ребрам можуть відповідати однакові букви. Усі ребра позначені буквами з одним

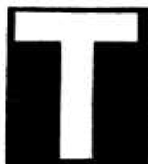
і тим самим індексом, вважаються за частини одного й того самого реле. Ребро з буквою X_i наз. обмоткою i-го реле, а з буквою x_i або $\bar{x}_i$ — його контактом, точніше — замикаючим контактом, якщо ребру відповідає буква x_i і розмикаючим — якщо $\bar{x}_i$. Будь-яка обмотка реле і будь-який контакт С. р.-к. можуть перебувати або в стані «ввімкнено» («1»), або в стані «вимкнено» («0»). Якщо хоча б одна обмотка цього реле перебуває в стані «1», то всі його замикаючі контакти перебувають у стані «1», а всі розмикаючі — в стані «0»; і, навпаки, якщо всі обмотки даного реле перебувають у стані «0», то всі його замикаючі контакти перебувають у стані «0», а розмикаючі — в стані «1». Стан С. р.-к. — це сукупність станів усіх її елементів. Кажуть, що в певному стані С. р.-к. між її вершинами α та β існує замкнений шлях, якщо в графі існує шлях між вершинами α та β і всі контакти, що належать цьому шляхові, перебувають у стані «1». Обмотка реле X переходить у стан «1» і перебуває в ньому доти, поки між якоюсь парою вершин, до яких підімкнено джерело напруги, існує замкнений шлях, до якого входить і X. Як правило, в С. р.-к. є т. з. зовнішні елементи — ручні або автомат. перемикачі, кнопки вмикання та ін. Вважають, що їх встановлює в стан «0» або «1» людина, або пристрій, зовнішній щодо цієї С. р.-к. У С. р.-к. виділяють і певну множину полюсів, що їх наз. вхідними й вихідними полюсами. У певному стані С. р.-к. для певних вхідного і вихідного полюсів значення виходу дорівнює «1», якщо між цією парою полюсів існує хоча б один замкнений шлях; значення виходу дорівнює «0», якщо між цією парою полюсів немає жодного замкненого шляху. Введене таким способом абстрактне поняття С. р.-к. досить повно відображує багато (хоч і не всі) характерних особливостей реальних електр. схем, побудованих на основі електромех. реле. Див. також *Релейно-контактних схем теорія*.

Літ.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51.

М. І. Кратко.

СХО́ЖОСТІ КРИТЕ́РІЇ — величини, які використовують у *розпізнаванні образів* як кількісну характеристику міри схожості чи близькості двох сигналів, зокрема, розпізнаваного й еталонного. Один із способів впровадження С. к. на основі статистичних міркувань полягає в тому, що за С. к. сигналу x_1 з іншим сигналом x_2 беруть величину, монотонно залежну від імовірності появи *завади*, яка перетворює сигнал x_2 на x_1. У цьому разі відшукання *еталона*, який має найбільший С. к. з розпізнаваним сигналом, рівнозначне розв'язанню статистичної задачі розпізнавання (див. *Статистичні методи розпізнавання*). Якщо припущення про *розподіл імовірностей* завад є адекватним реальній дійсності, то розв'язання такої задачі веде до мінімізації імовірності помилки. Іноді С. к. впроваджують з тих чи інших евристичних міркувань, які відображують уявлення дослідника про потрібну класифікацію сигналів. Ця класифікація не обов'язково задовольняє вимогу мінім. імовірності помилки.

В. А. Ковалевський.



ТАБУЛЮВА́ННЯ ФУ́НКЦІЙ — складання таблиць для функцій. Таблиці ф-цій є важливим допоміжним засобом при різних розрахунках у математиці, фізиці, хімії, астрономії, техніці тощо. Складали й застосовували їх ще в давню давнину, складають і тепер.

Нехай F — якесь компактне (див. *Простір абстрактний*) сімейство дійсних (або комплексних) ф-цій $f(x)$, визначених на якійсь множині G, Φ — метричне розширення простору F, тобто такий простір, який має F своєю підмножиною і має на ньому тотожну метрику.

Таблицею $T_\varepsilon^\Phi(f)$ ф-ції $f(x) \in F$, яка відновлює $f(x)$ з точністю до ε за допомогою якоїсь ф-ції $\varphi(x)$ з Φ, наз. упорядкований набір $y = (y_1, y_2, \ldots, y_p)$ чисел якоїсь множини ω і *алгоритм* $\Gamma(y)$ (правило), який наборові y ставить у відповідність якусь ф-цію $\varphi(x) \in \Phi$, таку, що $\rho_\Phi(\varphi(x), f(x)) \leqslant \varepsilon$, де $\rho_\Phi(\varphi(x), f(x))$ — відстань між $\varphi(x)$ і $f(x)$ у розумінні метрики простору Φ. Числа $y_1, y_2, \ldots, y_p$ наз. параметрами таблиці $T_\varepsilon^\Phi(f)$, а $\Gamma(y)$ — розшифровувальним алгоритмом. $\Gamma(y)$ можна розглядати як відображення множини ω у простір Φ, таке, що $\Gamma(\omega)$ утворює в Φ ε-сітку для F. Найпростішим класом алгоритмів $\Gamma(y)$ є дійсні многочлени $P_x^k(y)$ від p змінних величин $y_1, y_2, \ldots, y_p$ (степені яких не вищі за $k \geqslant 0$ по кожній зі змінних величин і коеф. яких довільно залежать від $x \in G$) такі, що для будь-якої ф-ції $f(x) \in F$ можна вказати такий набір значень параметрів $y_1, y_2, \ldots, y_p$, що при будь-якому $x \in G$

$$|f(x) - P_x^k(y)| \leqslant \varepsilon.$$

При Т. ф. важливою задачею є оцінка знизу «складності» таблиць для елементів з F на підставі заг. властивостей простору F. Складність таблиці характеризується, по-перше, її обсягом (заг. кількість двійкових розрядів, необхідних для запису всіх параметрів таблиці), а по-друге, складністю алгоритму, що розшифровує таблицю (в розглядуваному окремому випадку — величиною чисел p і k). Для деяких підпросторів аналітичних ф-цій показано, що, коли $T_\varepsilon^\Phi(f)$ — деяка таблиця, що відновлює ф-цію $f \in F$ з точністю до ε, то відповідні числа p, k та ε повинні задовольняти нерівність

$$p\left(\log \frac{k+1}{\varepsilon}\right) \geqslant A(F)\, H_\varepsilon(F),$$

де $A(F) > 0$ — деяка константа, що не залежить від p і k, $H_\varepsilon(F)$ — абсолютна ε-ентропія простору F: $H_\varepsilon(F) = \log N_\varepsilon(F)$, де $N_\varepsilon(F)$ — кількість елементів покриття найекономнішого (тобто такого, що складається з найменшого числа множин) 2ε-покриття. Систему підмножин $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ простору F, діаметр яких не перевищує 2ε і $\sum_{k=1}^{n} \alpha_k = F$ наз. 2ε-покриттям, а підмножини $\{\alpha_k\}$ — елементами покриття. У разі, коли вдається обчислити осн. член ε-ентропії простору F, можна навести точнішу нерівність

$$p \log\left(\frac{k+1}{\varepsilon}\right) \geqslant H_\varepsilon(F) - o\,[H_\varepsilon(F)],$$

яку задовольняють p, k та ε. З другого боку, доведено існування таких методів складання таблиці $T_\varepsilon^\Phi(f)$, $f \in F$, для яких

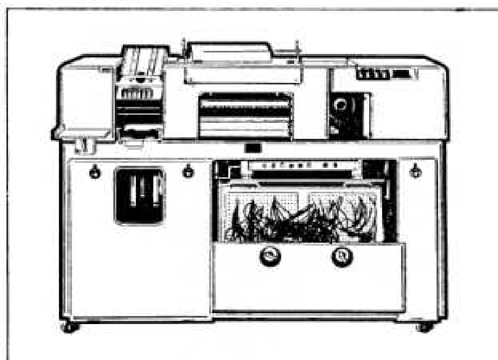
$$p \log\left(\frac{k+1}{\varepsilon}\right) \leqslant B(F)\, H_\varepsilon(F),$$

де $B(F)$ — якась додатна константа. До таких методів складання таблиць належить, напр., метод, заснований на запам'ятовуванні коеф. відрізку ряду Тейлора ф-цій. Крім наведених оцінок, одержано ще й нерівності, які дають оцінку складності таблиць і для елементів деяких інших функціональних просторів.

Літ.: Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования. М., 1959 [бібліогр. с. 221].

А. І. Березовський.

ТАБУЛЯ́ТОР — електромеханічна лічильно-перфораційна обчисл. машина, призначена для автоматичної обробки інформації, нанесеної у вигляді пробивок на *перфораційні карти*, й видавання результатів обчислень на паперову стрічку або спец. бланки. Найефективніше Т. виконує дії додавання й віднімання. Множення машина здійснює методом послідовного багаторазового додавання, а ділення — методом багаторазового віднімання. Складання документів певної форми й керування роботою окремих пристроїв Т. прова-



Табулятор ТА 80-1.

диться автоматично відповідно до заздалегідь складеної програми, яку набирають на комутаційній панелі. В СРСР випускають Т. моделей Т-5М, Т-5МУ, Т-5МВ і ТА80-1 (мал.). Перші три моделі призначено для обробки цифрової, а остання — алфавітно-цифрової інформації. В конструкції машин, за винятком моделі ТА80-1, передбачено можливість заміни 80-колонкових сприймальних щіткових блоків 45-колонковими і навпаки. Це дає змогу сприймати інформацію з 45- і 80-колонкових перфокарт. Усі моделі Т. можуть працювати сумісно з перфораторами — підсумовуючими, зчитувальними та репродукційними, а моделі Т-5МУ, Т-5МВ і ТА80-1, крім цього,— з електронними обчислювальними й множильними приставками (ЕОП та ЕМП), які дають змогу з більшою продуктивністю виконувати операції множення та ділення чисел. Т. входить до комплекту перфораційних обчислювальних машин і є осн. технологічним обладнанням машинолічильних станцій. Т. використовують і в обчислювальних центрах як допоміжне обладнання для обробки невеликих масивів інформації, які не потребують виконання логічних операцій. *С. П. Куценко.*

ТАЙПОТРО́Н — електроннопроменева трубка для відображення інформації, яка призначена для записування інформації на зовнішніх *носіях запису інформації* (напр., на спеціальному папері) і забезпечує реєстрацію даних.

ТАКТ — 1) Інтервал часу між двома вироблюваними *пристроєм керування ЦОМ* керуючими сигналами, що йдуть один за одним. У кожному Т. керуючий сигнал надходить на одну або кілька керуючих *шин* і забезпечує цим виконання однієї або водночас кількох мікрооперацій. Т. є частиною циклу виконання машиною певної команди. 2) В теорії цифрових автоматів Т. визначається як відрізок часу між двома послідовними моментами дискретного автоматного часу. 3) Інтервал часу між найближчими сигналами записування й опитування в магнітних і магнітно-напівпровідникових елементах ЦОМ. *Л. О. Коритна.*

ТА́КТОВА ЧАСТОТА́ — 1) Частота надходження виробляваних *пристроєм керування ЦОМ* керуючих сигналів, що забезпечують у кожному такті виконання мікрооперацій у цифровій обчислювальній машині. В с и н х р о н н и х ЦОМ керуючі сигнали виробляє спец. синхронізуючий генератор, що входить до складу пристрою керування й працює з постійною Т. ч. В а с и н х р о н н и х ЦОМ Т. ч. в загальному випадку не є постійною. 2) Частота надходження сигналів записування й опитування в магнітних і магнітно-напівпровідникових елементах ЦОМ. *Л. О. Коритна.*

ТВІ́СТОР — *запам'ятовувальний елемент*, що являє собою відрізок дроту з магнітною поверхнею, легке намагнічування якого спрямовується по гвинтовій лінії, та з керуючою обмоткою навколо дроту. Стійкий стан намагніченості в одному з двох напрямів по гвинтовій лінії, які відповідають записові «1» або «0», створюється діянням двох полів, які виникають при проходженні імпульсу струму по дротові (розрядній *шині*) і обмотці (числовій шині). Інформацію зчитує аксіальне поле під час проходження імпульсу струму по числовій шині. При цьому сигнал зчитування знімається з розрядної шини. Напрям легкого намагнічування вздовж гвинтової лінії утворюється або попереднім скручуванням дроту з магнітострикційного матеріалу (тобто створенням гвинтоподібних мех. напружень), або навиванням на дріт стрічки з анізотропного магн. матеріалу по спіралі під кутом 45°. Для керування Т. необхідний струм величиною 1 ÷ 2*а*. При цьому вихідний сигнал становить одиниці мілівольтів. Є запам'ятовувальні пристрої, в яких використовують Т. з циклом 1—10 *мксек*.

Літ.: К р а й з м е р Л. П. Быстродействующие ферромагнитные запоминающие устройства. М.— Л., 1964 [бібліогр. с. 349—371]; Б а р д и ж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. М., 1967 [бібліогр. с. 438—451]. *Ф. Н. Зиков.*

ТЕЗА́УРУС — словник, який відображує семантичні зв'язки між словами чи іншими смисловими елементами певної мови. Традиційний Т. складається з двох частин: списку слів і сталих словосполук, згрупованих за смисловими (або тематич.) рубриками, і «ключа» — алфавітного словника, де для кожного слова зазначено відповідні рубрики. Цим визначаються семантичні відношення «слово *X* входить до заг. рубрики зі словом *Y*» і «слово *X* входить до рубрики *Y*».

У Т. *мов інформаційно-пошукових* зазначається ширший клас семантичних відношень: родо-видові, частина—ціле, синонімія, антонімія, визначальні відношення та ін. Під семантичними відношеннями розуміють релевантні для цієї мови відношення, що не мають (на відміну від граматичних) явного формального виразу в цій мові. В Т. можуть виражатися різні типи семантичних відношень з різним ступенем диференційованості їхніх типів. У багатьох Т. відношення вид — рід, частина—ціле тощо об'єднуються в одне відношення підрядності. Положення слова в Т. характеризує його смисл у мові. Напр., коли знаємо смислові рубрики, до яких входить слово в традиційному загальномовному Т., то це дає змогу судити про смисл слова. Т. застосовують для встановлення семантичної відповідності запиту й документів при автоматичному пошуку інформації та під час розв'язування ін. проблем, що стосуються семантичного аналізу текстів. У цьому разі Т. можна інтерпретувати не лише як систему відомостей про семантичні відношення в самій мові, а й як систему уявлень про позамовні об'єкти.

Якщо трактують Т. як приймач семантичної інформації ширше, до нього включають і складні висловлювання та їхні семантичні зв'язки. Краще розвинутий Т. здатний сприймати складнішу інформацію. Обсяг інформації, яку Т. добув із певного повідомлення, ха-

рактеризується ступенем змінювання його під дією цього повідомлення. Ця величина характеризує і новизну інформації, що надійшла, і здатність Т. «розуміти» її. Можна говорити про Т. колективу, що характеризує інформаційну спільність (рівень взаєморозуміння) цього колективу, про Т., який характеризує рівень опису системи знань певної науки тощо. Тип Т. визначається запасом і складністю будови смислових одиниць і смислових відношень. Традиційні загальномовні Т. існують для англ., франц. та ісп. мов. Є ряд Т., складених спеціально для *інформаційно-пошукових систем*. До Т. дуже близькі одномовні словники, що задають вирази осн. семантичних параметрів кожного слова.

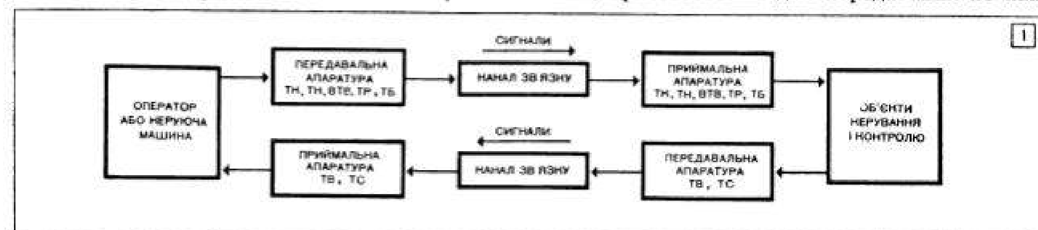
Літ.: Арапов М. В. Некоторые принципы построения словаря типа «тезаурус». «Научно-техническая информация», 1964, № 4; Шрейдер Ю. А. Об одной модели семантической теории информации. «Проблемы кибернетики», 1965, в. 13; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [бібліогр. с. 728—735]; Апресян Ю. Д., Жолковский А. К., Мельчук И. А. О системе семантического синтеза. «Научно-техническая информация Серия 2», 1968, № 11; Добров Г. М. Прогнозирование науки и техники. М., 1969 [бібліогр. с. 198—206]; Варга Д. Методика подготовки информационных тезаурусов. В кн.: Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [бібліогр. с. 101—104] *Ю. А. Шрейдер*

ТЕЛЕМЕХА́НІКА — галузь науки і техніки, предметом якої є розробка методів і технічних засобів передавання й приймання завадостійких або завадозахищених сигналів для дистанційного контролю й керування різними об'єктами. До засобів Т. відносять пристрої телевимірювання (ТВ), телесигналізації (ТС), телекерування (ТК), теленаказування (ТН), викликання давачів телевимірювання (ВТВ), телерегулювання (ТР), телеблокування (ТБ) і телемеханічного зв'язку автоматів (ТЗА). Залежно від напряму передавання інформації (сигналів) засоби Т. поділяють на три групи: контролюючі (ТВ і ТС), в яких сигнали передаються від об'єктів контролю; керуючі (ТК, ТН, ВТВ, ТР і ТБ), в яких сигнали передаються до об'єктів керування; двосторонньої дії (ТЗА), в яких сигнали можна передавати в обох напрямах. навантаження в різних точках енергосистеми, витрат електр. енергії, газу й води, положення в просторі та ін.), а пристрої ТС — сигнали їхнього стану (режимів роботи — ввімкнено й вимкнено, зміни положення щитів і засувок і т. ін.) або сигнали службового призначення (аварійні — про порушення нормального режиму роботи, перевищення допустимих значень параметрів тощо). Пристрої ТК передають на відстань команди керування режимами, станом чи положенням різних об'єктів, а пристрої ТН — сигнали-розпорядження черговому персоналові керованих об'єктів. Пристрої ВТВ передають на відстань сигнали керування, за якими виконуються вибір і підмикання до окремого каналу зв'язку потрібного давача телевимірювання. Пристрої ТР впливають на настроювання автомат. регуляторів, а пристрої ТБ — на автомат. захист керованих установок. Цим пристроям властиві мала кількість команд і велика швидкодія (менша за 0,1 *сек*) і підвищена надійність. Пристрої ТЗА забезпечують телемеханічний зв'язок між автоматизованими виробничими установками. В них діяння на систему задають автоматичні пристрої. Тому вимоги до швидкодії та надійності пристроїв ТЗА — підвищені.

Практично виконувані пристрої використовують для здійснювання кількох функцій. Напр., пристрої ТК, як правило, доповнюють пристроями ТС (пристрої ТК — ТС); крім того, в багатьох випадках пристрої ТК — ТС виконують і функції ВТВ і ТР.

До системи Т. входять і *канали зв'язку*, по яких здійснюється передавання сигналів. У Т., як і в техніці зв'язку, використовують переважно електр. лінії та інші канали зв'язку. Загальну блок-схему системи Т. подано на мал. 1.

До системи ТВ (мал. 2) входить первинний вимірювач (давач) ПВ вимірюваної величини А, передавальний і приймальний перетворювачі, вузли узгоджування і приймальний прилад (ПП). На виході передавального перетворювача утворюється проміжний параметр, а вузол узгоджування перетворює його на сигнал, пристосований для передавання по кана-



1. Блок-схема системи телемеханіки.

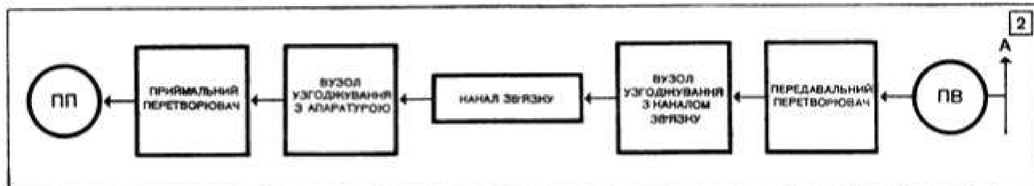
Контроль за роботою об'єктів на відстані (телеконтроль) здійснюється за допомогою пристроїв ТВ і ТС. Пристрої ТВ передають на відстань результати вимірювань осн. параметрів, які характеризують роботу контрольованих об'єктів (напруги й величини струму лу зв'язку. На приймальному боці відбуваються зворотні перетворення.

При побудові керуючих пристроїв Т. і пристроїв ТС застосовують спец. методи вибірного добору (селекції) та кодоутворювання, які забезпечують скорочення потрібної

кількості каналів зв'язку й підвищення надійності керування. Кожному наказові відповідає певна комбінація імпульсів (кодове слово). Ця комбінація утворюється за допомогою кодуючого пристрою, аналізує її декодуючий пристрій.

Технічне виконання систем Т. залежить від особливостей об'єктів керування (з погляду Т.). Ці об'єкти поділяють на зосереджені й розосереджені, двопозиційні й багатопозиційні та об'єкти неперервного керування.

хомими системами (керовані снаряди, ракети тощо). Керування настроюванням автомат. регуляторів провадять неперервним каналом телекерування з передаванням двох команд — «більше» або «менше» і з контролем за допомогою систем ТВ. Неперервне керування установлюванням керм керування здійснюється за співвідношенням параметрів імпульсів, що утворюють сигнали протилежних команд, напр., за співвідношенням тривалості імпульсів.



2. Блок-схема системи телевимірювання.

До зосереджених відносять об'єкти, розміщені на окремих виконавчих пунктах (ВП), зв'язаних з диспетчерським пунктом (ДП) радіальними каналами зв'язку; до розосереджених — окремі об'єкти керування або групи їх, розміщені вздовж спільної лінії зв'язку. Звичайно по цій лінії зв'язку здійснюється передавання команд телекерування та виклику давачів телевимірювання, а також зворотне передавання сигналів ТС і власне ТВ. Крім того, спільну лінію зв'язку використовують і для диспетчерського телеф. зв'язку під час тимчасового вимкнення пристроїв Т.

При значній кількості розосереджених об'єктів система ТК — ТС звичайно працює за викликом. Спочатку здійснюється виклик даного ВП, а потім послідовно в часі передаються команди телекерування об'єктами та вибору давачів ТВ. Відповідно до цього з даного ВП на ДП передаються сигнали ТС і дані ТВ.

Найбільше — двопозиційних об'єктів керування, вони можуть перебувати в одному з двох станів (позицій) — ввімкненому або вимкненому. Це електр. двигуни на підприємствах, стрілки на залізничному транспорті і т. ін.

Багатопозиційні об'єкти звичайно мають багато фіксованих положень. До таких об'єктів належать, напр., щити у водовипусках іригаційних систем. Телекерування цими об'єктами здійснюється передаванням відповідної кількості команд на установку в заданій позиції. Оскільки при цьому час встановлення об'єкта керування в нову позицію може бути значним, то на приймальному боці встановлюють *запам'ятовувальний пристрій*, і він контролює відпрацювання команди, після виконання якої передається сигнал ТС.

Ряд об'єктів керування потребує встановлення в будь-якому положенні в заданому діапазоні, напр., вузли настроювання різних автомат. регуляторів, керма керування ру-

Системи Т. використовують при централізації керування великих виробничих систем, окремі частини яких розміщено на значній площі і зв'язано між собою технологічно (енергосистеми, залізничний транспорт, пром. підприємства, системи зв'язку, комунальне господарство міст, зрошувальні системи і т. ін.).

Для деяких технологічних процесів, особливо тих, що пов'язані з небезпекою вибуху, виділяння шкідливих газів або з випромінюванням, телемеханічний контроль і керування застосовують навіть на близькій відстані. Централізований контроль і керування здійснюють оператори з пунктів керування (для малих систем) або черговий диспетчер — з ДП (для великих систем). Застосування засобів Т. при централізації керування не лише прискорює процес одержування інформації або передавання та виконання наказу, а й підносить техніку оперативного керування на новий щабель, забезпечує неперервність контролю та його об'єктивність і незалежність від поведінки чергового персоналу керованих об'єктів.

Пристрої Т. широко застосовують для контролю стану рухомих об'єктів і для керування ними. У цьому разі як канали зв'язку для передавання сигналів на відстань використовують радіоканали. Пристрої телевимірювання, застосовувані для цього, наз. пристроями телеметрії.

Широкий розвиток Т. розпочався в 30-х роках 20 ст. Засоби Т. використовували спочатку для керування вуличним освітленням, для вмикання реклам і сигналізації, а згодом — для керування установками та рухомими об'єктами. Згодом було розгорнуто науково-дослідницькі й дослідні роботи в галузі промислової Т. Особливо бурхливо почали впроваджувати Т. в нар. господарство СРСР після Великої Вітчизняної війни. Всі ДП енергосистем повністю телемеханізовано. Диспетчер за показами пристроїв ТВ і ТС здійснює

неперервний контроль за роботою осн. устаткування, а за допомогою пристроїв ТК може здійснювати необхідні перемикання в енергосистемі, а також запуск великих генераторів на гідроелектростанціях. На залізничному транспорті пристрої ТС застосовують для керування стрілками на станціях, для диспетчерського контролю руху поїздів, керування роз'єднувачами контактної мережі на електрифікованих залізницях, тяговими підстанціями та різними пристроями. У нафтодобувній промисловості понад половину нафти добувають з телемеханізованих свердловин.

Засоби Т. широко застосовують і в гірничодобувній промисловості, на великих пром. комбінатах, на трубопроводах, в іригації та в ін. галузях нар. г-ва. Все це дає великий економ. ефект, а капіталовкладення на телемеханізацію окупаються за 1,5—4 роки. Обсяг впроваджених тех. засобів Т. зростає в нашій країні більш як у 10 разів за кожне десятиріччя.

Величезну роль відіграє Т. і в освоєнні космосу. Застосування новітніх досягнень вітчизняної автоматики й Т. стало однією з найважливіших умов успішного запуску в Радянському Союзі штучних супутників Землі, кораблів-супутників з людиною на борту, автомат. міжпланетних станцій та місяцеходів. Пристрої телеметрії передають з борту космічних об'єктів на пункти збирання й керування дані про роботу бортових систем і необхідні біол. дані, за допомогою пристроїв ТК здійснюється керування цими об'єктами з Землі.

Перехід до комплексних систем керування приведе до того, що в нар. г-ві переважатимуть великі системи керування, які складатимуться з засобів місцевої автоматики, керуючих машин і систем Т. Завдання централізованого керування великими виробничими системами настільки складні, що постає потреба в *диспетчерського управління автоматизації*. На першому етапі диспетчер не усувається від керування виробничим процесом, а лише вивільнюється від втомливих операцій по контролю за багатьма технологічними параметрами та по визначенню оптим. режимів. Ці функції виконують різні керуючі та контролюючі автомат. пристрої, а також спеціалізовані *керуючі обчислювальні машини* (КОМ), які працюють у режимі радника диспетчера. Надалі, коли надійність роботи КОМ і телемеханічних пристроїв буде досить висока, стане можливим повністю замінити диспетчера.

Керувати всіма об'єктами складних протяжних виробничих систем не можна з одного ДП. У цьому разі вдаються до багатоступеневого керування, кількість ступенів якого збільшується в міру укрупнення виробничих систем. Напр., у великих енергосистемах є центральні диспетчерські пункти (ЦДП) і підпорядковані їм районні ДП. При об'єднуванні енергосистем обладнують ДП наступного ступеня керування і підпорядковують їм ЦДП. Двосторонній обмін інформацією між ДП різних ступенів забезпечують за допомогою засобів Т.

Для контролю та управління пром. підприємствами, військовими комплексами й цілими галузями нар. г-ва дедалі ширше застосовують автоматизовані системи управління (АСУ). Ці системи складаються з *обчислювальних центрів* і апаратури збирання і передавання даних (обробки й відтворювання). Див. також *Автоматизовані системи управління* в народному господарстві, *Системотехніка*.

Літ.: Малов В. С. Телемеханика в энергетических системах. М.— Л., 1955 [бібліогр. с. 324—325]; Купершмидт Я. А., Малов В. С., Пшеничников А. М. Современные телеизмерительные системы. М.— Л., 1961 [бібліогр. с. 86—87]; Малов В. С. Телемеханика. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 95]; Райнес Р. Л., Горяинов О. А. Телеуправление. М.— Л., 1965 [бібліогр. с. 531—536]; Ильин В. А. Большие системы телемеханики. М., 1967 [бібліогр. с. 134—135]; Катков Ф. А. Телеуправление. К., 1967 [бібліогр. с. 370—372]; Фремке А. В. Телеизмерение. М., 1968 [бібліогр. с. 256—259]; Малов В. С., Дмитриев В. Ф. Кодо-импульсные телеизмерительные системы. М., 1969 [бібліогр. с. 188—191].

Ф. О. Катков.

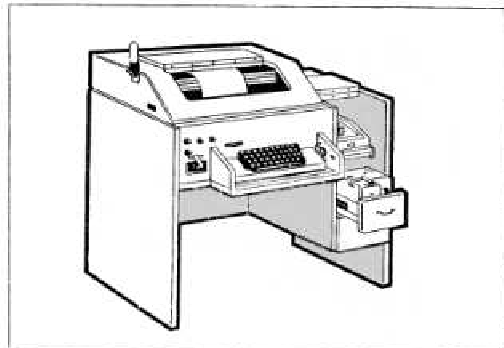
ТЕЛЕТА́ЙП — пристрій, призначений для ручного формування та передавання повідомлень на лінію зв'язку, а також для приймання їх з лінії зв'язку й видавання в цифро-буквеній формі. Т. можуть відтворювати текст на вузькій паперовій стрічці або на рулоні паперу. В *обчислювальній техніці* здебільшого використовують рулонні Т., напр., телеграфні апарати РТА-60 і Т-63.

Т. РТА-60 являє собою електромех. пристрій, що складається з передавальної та приймальної частини. Передавальна частина має клавіатуру, кількість клавіш — 46, кількість регістрів — 3 (що дає можливість передати 31 букву рос. алфавіту, 26 букв лат. алфавіту, 10 цифр, 11 розділових і службових знаків). Натискання будь-якої клавіші мех. шифратор перетворює на задане розміщення спец. лінійок. Розміщення лінійок «зчитується» кулачками при обертанні розподільника, що спричинює замикання і розмикання контактної системи. За один оберт розподільника послідовно передається на лінію п'ятиелементний код символу та дві службові посилки — стартова і стопова. Приймальна частина РТА-60 містить електромагніт, який перетворює електр. імпульси коду на коливальний рух якоря, що через селекторні важелі й мех. дешифратор встановлює у відповідне положення друкувальне колесо. Колесо складається з трьох дисків, на ободі кожного з яких вигравірувано до 26 знаків. Друкувальний молоточок ударяє по контуру дешифрованого знака і за допомогою фарбувальної стрічки переносить його на папір.

Текст друкується на рулонному папері завширшки 215 *мм*, кількість знаків у рядку — 69. Через копіювальний папір можна одержати три копії тексту, можна також друкувати двома кольорами. РТА-60 оснащують кількома приставками, які істотно розши-

рюють його можливості. Для застосування в обчисл. техніці особливо важливі реперфоратор (одночасно з друкуванням прийманих повідомлень, їх наносять на перфострічку) на трансмітер (автоматичне передавання на лінію сигналів з перфострічки).

У деяких обчисл. машинах третього покоління, напр., у «М-6000», в машинах сімейства «ЄС ЕОМ», використовують рулонний телетайп Т-63 (мал.), що його виробляють у НДР (конструктивно близький до РТА-60). Осн. відмінність — у будові друкувальних



Телетайп Т-63.

механізмів: у Т-63 замість друкувальних коліс використовують важелі (на кожному важелі вигравірувано три знаки). Дешифратор приймальної частини вибирає потрібний важіль; вибір одного з трьох знаків зумовлений заданням регістра; друкувальний важіль за допомогою фарбувальної стрічки наносить знак на папір. Переміщення вздовж рядка відбувається внаслідок пересування каретки, паперу — внаслідок обертання друкувального валика.

Т. використовують в обчисл. техніці як кінцеві пристрої, які можна віддаляти від центр. процесора на велику віддаль, причому *дані* передають по існуючих телефонних і телеграфних мережах. Користувач звертається до обчисл. системи за допомогою клавіатури, а система через приймальну частину Т. відтворює запитання користувача та результати обчислень у зручній для користувача формі, тобто Т. може бути тех. засобом для діалога людини з машиною (див. *Діалога режим*). Крім цієї, головної функції, Т. використовують як пристрій автомат. введення даних у ЦОМ — із заздалегідь заготовленої перфострічки або від автомат. давачів, які формують п'ятиелементний код; як пристрій автомат. виведення даних з ЦОМ на перфострічку, а також як пристрій автономної підготовки перфострічки та дешифрування (у вигляді машинописного тексту) даних, нанесених на перфострічку.

Конструкцію Т. безперервно вдосконалюють, розширюють набір знаків і відповідно п'ятиелементний телеграфний код замінюють восьмиелементним, ряд електромех. вузлів замінюють електронними. Одночасно вдосконалюють друкувальні механізми ударного типу, а також випробовують різні безударні вузли, що грунтуються на електростатичному, ксерографічному й термографічному принципах друкування. У Т. нової моделі друкувальна головка матричного типу, що складається з 35 теплових елементів, відтворює на теплочутливому папері текст із швидкістю бл. 1600 знаків за 1 *хв.*

Літ.: Гуров В. С., Емельянов Г. А., Етрухин Н. Н. Передача дискретной информации и телеграфия. М., 1969 [бібліогр. с. 552—555].

О. Г. Чачко.

ТЕРМІНÁЛ, кінцевий пристрій, абонентський пульт — пристрій для оперативного введення та виведення інформації, який використовують при *взаємодії людини з обчислювальною машиною* або *обчислювальною системою* (часто віддалених від користувача). Т. є, напр., *телетайпи*, різні *пристрої відображення інформації* на електроннопроменевих трубках тощо. Т. поділяють на пасивні (без перероблення інформації) і активні (що мають власні обчисл. машини, які входять до складу обчислювальних систем). Див. також *Пристрої введення та виведення інформації ЦОМ*.

ТЕРМІНÁЛЬНЕ КЕРУВÁННЯ, керування скінченним станом — одна з задач *оптимальних процесів теорії*, яка полягає в мінімізації функціоналу $I(u) = \varphi(x(t_1))$ на траєкторіях системи $\dot{x} = f(x, u, t)$, $x(t_0) = x_0$, $t \in T = [t_0, t_1]$, породжуваних кусково-неперервними керуваннями $u(t)$ (*допустимими керуваннями*), обмеженими умовою $u(t) \in U$, $t \in T$. До цієї задачі зводиться багато інших задач оптимізації з вільним правим кінцем, напр., деякі задачі оптим. маневрування літаків, задачі м'якої посадки на Місяць, приземлення космічного корабля у заданій точці та ін. До задач Т. к. застосовний принцип максимуму й метод *програмування динамічного*.

Т. к. включає в себе варіаційну (нескінченновимірну) частину будь-якої задачі оптимізації з рухомим або закріпленим правим кінцем і другу частину, скінченновимірну, яку можна дослідити методами *програмування математичного* (в скінченновимірних просторах). Необхідні умови оптимальності для першої частини задачі Т. к. мають вигляд принципу максимуму. Необхідні умови другої частини наз. *умовами трансверсальності*.

Принцип максимуму дає розв'язок як ф-цію часу $u = u(t)$. Великий інтерес становить розв'язок виду $u(x, t)$, який одержують методом динамічного програмування. Найефективніше цей метод застосовано до мінімізації інтегр. середньоквадратичної *похибки*.

При чисельному розв'язуванні задачі Т. к., з одного боку, вдається уникнути труднощів задоволення крайових умов, які властиві загальній задачі мінімізації функціоналу, з другого боку, загальну задачу оптимізації з крайовими умовами часто можна звести до задачі Т. к. за допомогою штрафних ф-цій.

Літ.: Летов А. М. Динамика полета и управление. М., 1969 [бібліогр. с. 347—352].

Р. Габасов, Ф. М. Кирилова.

ТЕСТИ — одне з найважливіших понять теорії *розпізнавання образів*. Спочатку їх розглядали у зв'язку з використанням логічних методів при відшукуванні несправностей в електр. схемах. Розгляньмо таблицю, яка містить s рядків і p стовпчиків:

	f_1	f_2		f_p
e_1				
e_2				
e_s				

Цю таблицю заповнено символами 0 і 1 так, що її стовпчики попарно різні. Рядки цієї таблиці можна розглядати як ознаки $e_1, \ldots, e_s$, а стовпчики — як образи, характеризовані функціями $f_1, \ldots, f_p$ ($f_j(e_i) = 1$ тоді і тільки

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	0	1	1	0	0	0	0
e_2	0	0	1	1	0	0	0
e_3	0	0	0	1	1	0	0
e_4	0	0	0	0	1	1	0
e_5	0	0	0	0	0	1	1
e_6	0	1	0	0	0	0	1

тоді, коли ознаку e_i для j-го образу виконано). Нехай $\mathfrak{N} = \{(j_1, j_2)\}$ — якась підмножина пар номерів стовпчиків. Множину T ознак e_i наз. Т. відносно $\mathfrak{N}$, якщо для будь-якої пари $(j_1, j_2) \in \mathfrak{N}$ існує ознака e_i така, що $f_{j_1}(e_i) \neq f_{j_2}(e_i)$. Очевидно, що множина, яка містить усі ознаки $e_1, \ldots, e_s$, є Т. (тривіальним Т.). Проте можуть бути ще й інші Т. Важливим типом Т. є тупикові Т., тобто такі Т., які після видалення будь-якої ознаки перетворюються на множини, які не є Т. Серед тупикових Т. трапляються т. з. мінімальні Т., тобто такі, які вміщують найменшу кількість ознак. Цілком очевидно, що процедура розрізнення, загалом кажучи, спрощується, якщо використовувати мінімальні Т. Тому важливим питанням у теорії Т. є методи побудови мінім. Т. Наведемо *алгоритм* побудови всіх тупикових Т. Для цього розглядаємо символи $e_1, \ldots, e_s$ як булеві змінні. Далі для кожної пари (j_1, j_2) з $\mathfrak{N}$ знаходимо всі ознаки e_i, на яких f_{j_1} відрізняється від f_{j_2}. Всі одержані символи об'єднуємо знаком $\vee$, а потім беремо логіч. добуток цих виразів. Потім розкриваємо дужки й спрощуємо вираз за правилами *булевої алгебри*. Кожен з таких добутків дає один з тупикових Т. Для другої таблиці, наведеної внизу в лівій колонці, і множини $\mathfrak{N} = \{(12)\ (13)\ (14)\ (15)\ (16)\ (17)\}$ одержуємо $(e_1 \vee e_6)(e_1 \vee e_2)(e_2 \vee e_3)(e_3 \vee e_4)(e_4 \vee e_5)(e_5 \vee e_6) = e_1e_3e_5 \vee e_2e_4e_6 \vee e_1e_2e_4e_5 \vee e_2e_3e_5e_6 \vee e_1e_3e_4e_6$. Маємо 5 тупикових Т. $\{(e_1e_3e_5); (e_2e_4e_6); (e_1e_2e_4e_5); (e_2e_3e_5e_6); (e_1e_3e_4e_6)\}$, з яких два мінімальні. Проте ці методи, якщо вони не враховують «додаткової» інформації, дуже трудомісткі.

Серед діагностичних задач, пов'язаних з побудовою Т., відзначимо два особливо важливі типи задач. 1) $\mathfrak{N}$ — містити усі пари (j_1, j_2). У цьому разі Т. наз. д і а г н о с т и ч н и м. Діагностичний Т. дає змогу відрізняти кожен образ від кожного. 2) $\mathfrak{N}$ — містить усі пари (j_1, j_2), де j_1 — фіксоване число. В цьому разі Т. наз. п е р е в і р ч и м. Перевірчий Т. дає змогу відрізняти даний образ j_1 від решти.

Поняття Т. можна узагальнити на випадок таблиць, заповнених символами $0, 1, \ldots, k-1$, і тих, які можуть містити й порожні клітинки. Т. з'являються в багатьох діагностичних задачах.

1. П о ш у к н е с п р а в н о с т е й в е л е к т р и ч н и х с х е м а х. Нехай схема Σ (контактна схема або схема з функціональних елементів) має n входів і один вихід і реалізує *булеву функцію* $f(x_1, \ldots, x_n)$. Припустимо, що в результаті дії джерела несправностей вона переходить у схеми $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_m$, які реалізують відповідно булеві ф-ції $f_1'(x_1, \ldots, x_n), \ldots, f_m'(x_1, \ldots, x_n)$. При цьому можна допустити, що $f_i' \equiv f_j'$ (f), тобто дві несправності функціонально нерозрізненні. Нехай $f_1, \ldots, f_p$ — система ф-цій, яка характеризує всі попарно розрізненні класи несправностей, і нехай $f_1 = f$. Одержуємо таблицю з p стовпчиків і $s = 2^n$ рядків. Для того, щоб відповісти на питання, чи справна схема або в якому стані вона перебуває, необхідно, очевидно, через випробувану схему «прогнати» набори $e_1, \ldots, e_s$ і знайти значення схеми на виході й після цього або порівняти одержаний «стовпчик» з першим стовпчиком або дізнатися, з яким із стовпчиків він збігається. Час для цієї процедури залежить від числа наборів s. Очевидно, що цей час змен-

шується, якщо розглядати не множину всіх наборів, а якийсь із тупикових Т.

2. Діагностичні задачі в галузі медицини. При вивченні певних класів захворювань роблять таблицю, рядки якої відповідають симптомам, а стовпчики — видам захворювань. Очевидно, що коли ознаки виявляються дискретно (наприклад, у показниках т-ри, тиску крові тощо), то одержимо таблицю вищенаведеного типу, при цьому, якщо набір ознак достатньо багатий, то всі стовпчики попарно різні. Тут цікаві дві задачі: а) встановити, чи здоровий даний суб'єкт, виходячи з набору можливих ознак захворювань; б) встановити конкретний діагноз. Для розв'язування цих задач корисними є Т., бо вони дають змогу швидше й огляднiше вказати рішення.

3. Розпізнавання геометричних образів. Нехай на прямокутному дискретному табло можуть з'являтися два символи — 0 і 1, кожний з яких може мати кілька реалізацій, відмінних одна від одної своїми розмірами і розміщенням. Треба, ставлячи «запитання» про стан деяких конкретних комірок табло (заштриховано клітинку чи ні), дізнатися, який із символів записано на табло. Перенумеруємо всі клітинки табло символами $e_1, \ldots, e_s$ і для кожного образу 0 і 1 випишемо стовпчики, що вказують, які клітинки в даному образі заштриховано (1), і які ні (0). Для розв'язування задачі за множину $\mathfrak{R} = \{(j_1, j_2)\}$ візьмемо такі пари номерів стовпчиків, що j_1 перебігає всі номери образу 0, а j_2 — всі номери образу 1. Тупикові Т., очевидно, дадуть змогу досить економно розпізнати образ.

4. Інші задачі. До побудови Т. зводяться деякі ігрові задачі, напр., гра в «морський бій», задача побудови мінім. *диз'юнктивних нормальних форм*, задача пошуку несправностей в автоматах тощо. Т. дають змогу проаналізувати логіч. зв'язки між ознаками й запровадити міру важливості ознак. Напр., можна вважати, що важливість ознаки визначають як відношення числа тупикових Т., в яке дана ознака входить, до числа всіх тупикових Т. Встановлення міри важливості ознак корисне для розв'язування прикладних діагностичних задач, його використовують у діагностичних задачах геології, економіки, медицини тощо.

Літ.: Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля электрических схем. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П. О математических принципах классификации предметов и явлений. «Дискретный анализ», 1966, в. 7.

С. В. Яблонський.

ТЕ́СТОВІ ПРОГРА́МИ, тест-програми — програми для проведення випробувань. Деякі Т. п. є водночас і діагностичними, тобто призначеними для визначення місцезнаходження й пояснення несправностей устаткування або помилок у програмі. Див. також *Тести*.

ТЕХНІ́ЧНА ДІАГНО́СТИКА — див. *Діагностування складних технічних комплексів*.

ТЕХНІ́ЧНЕ ПРОЕКТУВА́ННЯ ЦОМ — один з етапів проектування ЦОМ. Див. *Автоматизація проектування ЦОМ*.

ТЕХПРОМФІНПЛА́Н ПІДПРИЄ́МСТВА МАТРИЧНИЙ — економіко-математична модель виробничо-фінансового планування на підприємстві. Т. п. м., як і *баланс міжгалузевий* виробництва й розподілу продукції, базується на методі затрати — випуск, що дає змогу в межах однієї матем. моделі забезпечити балансову ув'язку усіх осн. показників госп. діяльності. Т. п. м. складається з чотирьох взаємопов'язаних складових — квадрантів (див. табл.).

I квадрант відображує взаємозв'язок виробничих підрозділів підприємства за затратами й випуском проміжної та готової продукції. Квадрант має форму шахової таблиці, в якій підмет (випуск продукції) й присудок (затрати продукції) містять ту саму класифікацію виробничих підрозділів (напр., осн. й допоміжні цехи) та продукції, яку вони виробляють (напр., деталей, вузлів, виробів).

Випуск	Затрати			
	Основні цехи й продукція, яку вони виробляють	Послуги допоміжних цехів	Реалізовувана продукція	Валовий оборот
Основні цехи й продукція, яку вони виробляють Послуги допоміжних цехів	I квадрант		II квадрант	
Сировина, матеріали, паливо, енергія зовні Затрати праці за професійними групами робітників Основні фонди й виробничі потужності	III квадрант		IV квадрант	

У II квадранті відображено осн. підсумкові показники діяльності підприємства: реалізовувану (товарну) продукцію й валовий оборот — як суму реалізовуваної продукції та внутрішньозаводського обороту. Дані III квадранта характеризують затрати виробничих ресурсів підприємства: трудових ресурсів за професійними групами робітників; предметів праці за видами сировини, матеріалів, купованих напівфабрикатів; ресурсів засобів

праці за групами устаткування та споруд. У IV квадранті відображено реалізацію на сторону або передачу своїм невиробничим службам купованих матеріалів та виробів. Вихідними даними для розрахунку Т. п. м. є планові завдання щодо реалізації продукції підприємства й система планових нормативів матеріальних і трудових затрат на одиницю кожного виду продукції. Т. п. м. здебільшого включає в себе дві моделі: технологічну модель у натуральних одиницях виміру й економ. модель у ціннісному вимірі. За структурою й методом розрахунку обидві моделі ідентичні. Розрахунки за технологічною та економ. моделями дають змогу визначити: план виробництва деталей, вузлів, напівфабрикатів, виробів у цілому на підприємстві та в кожному цеху; план міжцехових поставок; план матеріально-тех. забезпечення підприємства, а також цехів і видів продукції; план по праці та фонду заробітної плати; план використання виробничих потужностей; собівартість усіх видів продукції та послуг; найважливіші фінансові показники, у т. ч. й виручку від реалізації продукції та прибуток.

Розроблення Т. п. м. забезпечує порівнянність і збалансованість усіх осн. показників виробничо-госп. діяльності підприємства, полегшує перевірку правильності розрахунків і здійснення перерахунків при зміні окремих планових показників, сприяє впорядкуванню нормативної бази на підприємстві, відкриває перспективи для широкого застосування сучасної обчисл. техніки в планових розрахунках, є етапом на шляху переходу до оптим. планування виробництва на підприємствах.

Літ.: Федорович М. М. Математическая модель техпромфинплана. М., 1962; Терехов Л. Л. Экономико-математические методы. М., 1968 [бібліогр. с. 297—298]; Экономико-математические модели. М., 1969.

Л. Л. Терехов.

ТОНКА́ МАГНІ́ТНА ПЛІ́ВКА — шар феромагнітної речовини, по товщині якого розміщується тільки один домен. В обчисл. техніці найбільшого поширення для побудови *запам'ятовувальних елементів* (ЗЕ) набули тонкі *плівки магнітні* з одноосьовою анізотропією товщиною $5 \cdot 10^2 \div 1{,}5 \cdot 10^4$ Å. Для зберігання інформації використовують властивість Т. м. п. зберігати напрям вектора намагніченості в одному з двох стійких положень уздовж осі легкого намагнічування (ВЛН) у площині плівки; одне з цих положень ототожнюється зі значенням «1», друге — зі значенням «0». Записування інформації або зміна напряму намагніченості відбувається або під час прикладання магн. поля вздовж ВЛН процесами зміщення меж або під кутом до неї процесами когерентного обертання. Зчитування інформації здійснюється здебільшого прикладанням поля перпендикулярно до ВЛН. При повороті вектора намагніченості плівки у шині зчитування, перпендикулярної до ВЛН, наводиться ерс різної полярності — залежно від початкового напряму намагніченості, тобто залежно від раніше записаної інформації.

Т. м. п. найчастіше виготовляють напилюванням феромагнетику у вакуумі та електролітичним осаджуванням. Вісь анізотропії Т. м. п. створюють накладанням магн. поля паралельно її поверхні в процесі виготовлення плівки. Застосовують плівки плоскі й циліндричні, з ізоляційним і провідним підкладом. Матриці тонкоплівкових ЗЕ виготовляють у вигляді суцільної плівки або окремих плям, звичайно круглої чи прямокутної форми. В першому випадку форма й розміри ЗЕ визначають конфігурацією керуючих шин.

ЗЕ на Т. м. п. відзначаються великою швидкістю перемикання (одиниці *нсек*) завдяки перемагнічуванню за рахунок процесу обертання вектора намагніченості. Т. м. п. працюють у широкому діапазоні температур (100—200° С). Ці переваги поряд із застосуванням методів технології виготовлення інтегральних ЗЕ на Т. м. п. і керуючих шин роблять застосування Т. м. п. перспективним для побудови надоперативних і *оперативних запам'ятовувальних пристроїв*. Відомі *запам'ятовувальні пристрої* з використанням Т. м. п. як ЗЕ ємністю від тисяч до кількох мільйонів *біт* з робочим циклом 200—500 *нсек* і менше.

Літ.: Китович В. В. Оперативные запоминающие устройства на ферритовых сердечниках и тонких магнитных пленках. М.—Л., 1965 [бібліогр. с. 233—236]; Крайзмер Л. П. Устройства хранения дискретной информации. Л., 1969 [бібліогр. с. 288—309]; Запоминающие устройства современных ЭЦВМ. Пер. с англ. М., 1968.

Ф. Н. Зиков.

ТОПОЛО́ГІЯ — галузь математики, яка вивчає топологічні простори та їхні неперервні відображення.

Першим топологічним результатом була теорема Л. Ейлера (1707—83) про многогранники. Осн. ідеї *алгебричної топології* належать нім. математикові Г.-Ф. Ріману (1826—66) і франц. математикові А. Пуанкаре (1854—1912). Цикл статей А. Пуанкаре був початком бурхливого розвитку Т. У 20-х роках 20 ст. було побудовано загальну систему осн. понять Т., яка має важливе значення для алгебри, функціонального аналізу, теорії ф-цій тощо. Тепер ідеї Т. широко застосовують в алгебр. геометрії, теорії чисел, рівняннях у частинних похідних і геометрії; вони проникають у фізику (квантова електродинаміка), а окремі поняття увійшли в ужиток *кібернетики* (многовиди, *графи*, симпліціальна техніка). Істотний внесок у розвиток Т. зробили рад. математики П. С. Александров (н. 1896), П. С. Урисон (1898—1924), Л. С. Понтрягін (н. 1908) та ін.

Топологічний простір — це система, яка складається з множини X (елементи якої наз. точками) і заданого сімейства J підмножин X, яке має такі властивості: 1) $\varnothing \in J$; 2) $X \in J$; 3) якщо $G_\iota \in J$ $(\iota \in I)$, то $(\bigcup_{\iota \in I} G_\iota) \in J$; 4) якщо I є скінченним і $G_\iota \in J$ $(\iota \in I)$, то $(\bigcap_{\iota \in I} G_\iota) \in J$. Ці властивості відтворюють властивості відкритих множин евклідового простору (множин, що мають

разом з кожною точкою x якийсь шар з центром x); через це $G \in J$ наз. **відкритими** множинами X. Якщо $A \subset X$, $x \in X$ і будь-яка відкрита множина, що містить x, має точки A, відмінні від x, то x наз. **граничною точкою** A. Т. ч., топологічна структура X дає можливість визначити осн. поняття аналізу на X, напр., збіжність послідовностей в X. На практиці топологічну структуру задають звичайно за допомогою якоїсь бази околів — сімейства J_0 підмножин X, такої, що 1) будь-яка точка $x \in X$ належить якійсь підмножині $U \in J_0$ і 2) для будь-яких U, $V \in J_0$ і будь-якої точки $x \in U \cap V$ існує підмножина $W \in J_0$, яка має x і міститься в $U \cap V$. Всілякі об'єднання околів бази мають властивості відкритих множин і задають на X Т.

Прикладом можуть бути відкриті шари (тобто шари без меж) в евклідовому просторі, які утворюють у ньому базу відкритих множин. Природне узагальнення становлять метричні простори, тобто множина X із заданою на ній дійсною ф-цією пари точок $\rho(x, y)$, яка має властивості віддалі: $\rho(x, x) = 0$, $\rho(x, y) > 0$ при $x \neq y$, $\rho(x, y) = \rho(y, x)$, $\rho(x, z) \leqslant \rho(x, y) + \rho(y, z)$. Шарами метричного простору є множини $\{x | x \in X, \rho(x, x_0) < r\}$ з усілякими $x_0 \in X$ і $r > 0$; вони становлять базу околів, що задає Т. на X. У деяких важливих випадках Т. можна задати за допомогою певної природної метрики на X; в інших — така метрика існує, але «метризація» топологічного постору є неприродною, тому вважають за краще задавати Т. околами належного вигляду. Нарешті, в деяких питаннях (напр., у теорії узагальнених ф-цій) трапляються не метризовувані топологічні простори. Т. ч., метрика не є достатньо універсальним засобом задавання «близькості» точок, і поняття топологічного простору до неї не можна зводити. Доповнення $X - G$ відкритої множини G наз. замкненою множиною в X.

Нехай $A \subset X$ — є підмножиною топологічного простору X. Перетини A з відкритими множинами X утворюють сімейство множин, яке задовольняє згадані вище умови (1—4). Беручи їх за відкриті множини, матимемо Т. на A. Цю Т. наз. індукованою з X. **Неперервним відображенням** наз. таке відображення $\varphi : X \to Y$ топологічного простору X у топологічний простір Y, для якого прообрази всіх відкритих множин Y є відкриті множини X. Якщо X і Y — евклідові простори, то ця умова рівносильна звичайному визначенню неперервності (з $x_n \to x$ випливає $\varphi(x_n) \to \varphi(x)$); ця форма є найзручнішою для його узагальнення. Для кожного топологічного простору X тотожне відображення $e_X (e_X(x) = x)$ є неперервним; якщо $\varphi : X \to Y$ і $\psi : Y \to Z$ — неперервні відображення, то $\psi \circ \varphi$ — неперервне відображення X в Z. Якщо φ є бієктивним (див. *Множин теорія*), то існує обернене відображення $\varphi^{-1} : Y \to X$, але φ^{-1} не обов'язково є неперервним; якщо і φ^{-1} є неперервним, то φ наз. гомеоморфізмом, а топологічні простори X і Y — гомеоморфними. З погляду Т. гомеоморфні простори не розрізняються (якщо тільки в Т. не вводити додаткових структур).

Способи побудови топологічних просторів. Найпростішим є 1-й спосіб, який полягає в побудові суми топологічних просторів X та Y. Для цього на множині $X \cup Y$ (де $X \cap Y = \varnothing$) як відкриті множини розглядають об'єднання всіх відкритих множин X і всіх відкритих множин Y. Здобутий топологічний простір $X \cup Y$ складається з двох «окремих кусків» X та Y. 2-й спосіб полягає в розгляді добутку $X \times Y$ множин X, Y. Якщо X, Y — топологічні простори, то потрібно, щоб при належній Т. на $X \times Y$ відображення — проекції $\pi_1(x, y) = x$, $\pi_2(x, y) = y$ $(x \in X, y \in Y)$ добутку $X \times Y$ на співмножники X, Y — були неперервними. Тоді для всіх відкритих $G \subset X$ множини $\pi_1^{-1}(G)$ («циліндр над G») повинні бути відкритими в $X \times Y$ (аналогічно й для π_2). Перерізи цих циліндрів у будь-якому скінченному числі беруть за базу околів на $X \times Y$, чим і задають Т. $X \times Y$ з цією Т. наз. добутком топологічних просторів X та Y. 3-й спосіб: нехай $\varphi : X \to Y$ сюр'єктивне й X — топологічний простір. Будемо шукати таку Т. на Y, щоб φ було неперервним; тоді для всіх відкритих множин $G \in Y$ прообрази $\varphi^{-1}(G)$ відкриті в X. Уведемо на Y Т., взявши за відкриті множини всі множини з відкритими прообразами. Здобутий топологічний простір наз. фактор-простором топологічного простору X відносно ототожнення φ. Фактор-простори можна побудувати так. Нехай дано розбиття X на непретинні замкнені множини F_ι $(\iota \in I)$. Нехай Y — множина всіх F_ι, і відображення φ ставить у відповідність з точкою $x \in X$ ту множину F_ι, яка містить X. Тоді відповідна φ фактор-топологія виникає на Y, і її можна наочно витлумачити як «склеювання» точок кожного F_ι в одну точку. 4-й спосіб: нехай $\varphi : X \to Y$, X та Y — топологічні простори. Для відкритого $G \subset Y$ прообраз $\varphi^{-1}(G)$ часто буває гомеоморфний добуткові $G \times Z$, де Z — топологічний простір, причому гомеоморфізм $\psi : G \times Z \to \varphi^{-1}(G)$ переводить кожну підмножину $y \times Z$ $(y \in G)$ в $\varphi^{-1}(y)$. Тоді φ наз. розшаруванням; прообрази $\varphi^{-1}(y)$, гомеоморфні одному й тому самому топологічному просторові Z, наз. шарами цього розшарування, Y—його базою, а X—простором розшарування, або розшарованим простором.

Приклади топологічних просторів. 1-й приклад: нехай S^1 — коло; добуток $S^1 \times S^1$ є топологічним простором, який наз. тором. 2-й приклад: ототожнення діаметрально протилежних точок на сфері приводить до проективної площини; той самий топологічний простір можна одержати, ототожнюючи діаметрально протилежні точки межі круга. 3-й приклад: нехай S —

сфера з її звичайною Т., X — множина всіх векторів, дотичних до S довжини 1. Відображення $\varphi : X \to S$ ставить у відповідність з кожним вектором його початкову точку. Неважко ввести на X Т. так, щоб φ стало неперервним; в одержаному розшаруванні X базою є S, а шари — гомеоморфні колу. 4-й приклад: неперервні функції f, g, ... на відрізку $[0, 1]$ утворюють топологічний простір, Т. якого породжується метрикою $\rho(f, g) = \max_{[0,1]} |f(t) - g(t)|$.

Найважливіші класи топологічних просторів. Кажуть, що в топологічному просторі X множини A і B віддільні, якщо існують такі відкриті множини G_1 і G_2, що $A \subset G_1$, $B \subset G_2$ і $G_1 \cap G_2 = \varnothing$. Звичайно розглядають топологічні простори, «правильна» будова яких гарантована аксіомами віддільності. Напр., якщо будь-які дві точки в X віддільні, X наз. гаусдорфовим простором. Якщо в гаусдорфовому просторі будь-які дві непересічні замкнені множини в X віддільні, X наз. нормальним. Багато просторів мають лічбову базу околів; напр., на площині кола раціонального радіуса з центрами в точках з раціональними координатами утворюють лічбове сімейство відкритих множин, всілякі об'єднання яких становлять усі відкриті множини. Топологічний простір, який не можна подати як суму непустих топологічних просторів, наз. зв'язним. Топологічний простір наз. компактним, якщо з кожного сімейства $\{G_\iota\}$ відкритих множин, яка покриває X, можна вибрати скінченне підсімейство, яке теж покриває X. Цей клас топологічних просторів, властивість яких аналогічна відомій властивості замкненого інтервалу під назвою бікомпактних просторів, увели П. С. Александров і П. С. Урисон. На компактному просторі неперервна функція є обмеженою й досягає мінімуму й максимуму. Нехай X_ι $(\iota \in I)$ — будь-яке сімейство топологічних просторів.

На добуткові $\prod_{\iota \in I} X_\iota$ можна ввести природну Т., при якій усі проекції в X_ι є неперервними; тоді, якщо X_ι — компактні, то й добуток буде компактним (теорема А. Н. Тихонова).

Літ.: Александров П. С. Введение в теорию множеств и теорию функций, ч. 1. М.—Л., 1948; Келли Дж. Л. Общая топология. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 361—376]; Бурбаки Н. Общая топология. Пер. с франц. М., 1969. *І. О. Шведов.*

«ТОСІБА» (Tokyo Shibaura Electric Company, Ltd) — японська електротехнічна фірма з широкою номенклатурою продукції. Має 25 заводів. Заснована в 1875, розробкою ЕЦОМ займається з 1954. ЕЦОМ розробляють і випускають Електронний центр у м. Кавасакі, до якого входять Центр. науково-дослідна лабораторія та завод ЕОМ, а також завод у м. Оме.

З 1968 фірма випускає обчисл. машини на інтегральних схемах. З продукції фірми відомі малі настільні ЕЦОМ «TOSBAC-1500», машини середньої потужності серій «TOSBAC-3400» і «TOSBAC-5100», машини великої потужності серії «TOSBAC-5400», керуючі обчисл. машини серій «TOSBAC-3000» і «TOSBAC-7000» та аналогові обчисл. машини «TOSBAC-200» і «TOSBAC-400».

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовський.*

ТОТО́ЖНО І́СТИННА ФО́РМУЛА, загальнозначуща формула — формула тієї чи іншої логічної мови (див. *Мови логіко-математичні*), істинна (при звичайному розумінні змісту логічних операцій, що входять до неї) на будь-якій непустій множині M при будь-яких значеннях на M усіх вільних змінних, що входять до неї (предметних, функціональних і предикатних). Напр., у *численні висловлювань* Т. і. ф. є ф-ла $p \vee \neg p$, у *численні предикатів вузькому* — ф-ла $\forall x P_1^2(x, y) \to \exists x P_1^2(x, y)$, у логіці предикатів другого ступеня — ф-ла $\exists P \forall x P(x)$.

Ф-лу наз. здійсненною, якщо існує така непуста множина M і такі значення на M для всіх вільних змінних, що входять до складу ф-ли, при яких ф-ла стає істинною, у противному разі її наз. нездійсненною, або тотожно хибною. Формула тотожно істинна тоді й тільки тоді, коли її заперечення тотожно хибне. Ф-лу $\mathfrak{B}$ наз. логічним наслідком з $\mathfrak{A}$, якщо ф-ла $\mathfrak{B}$ істинна завжди, коли істинною є ф-ла $\mathfrak{A}$. Якщо ф-ла $\mathfrak{B}$ є логічним наслідком з $\mathfrak{A}$, то $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ є Т. і. ф. Множина всіх Т. і. ф. числення висловлювань розв'язна; множина всіх Т. і. ф. вузького числення предикатів не розв'язна, але ефективно аксіоматизовна і, отже, рекурсивно перелічна. Множина всіх Т. і. ф. мови другого ступеня і взагалі мови будь-якого вищого ступеня (див. *Логіка предикатів вищих ступенів*) уже не є рекурсивно перелічною і тим більше не є ефективно аксіоматизовною. *В. Ф. Костирко.*

ТО́ЧКА РІВНОВА́ГИ — нерухома точка фазового простору, яка відповідає станові спокою динамічної системи. Якщо дифер. рівняннями

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)]; \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

описують процеси в якійсь динамічній системі, то її Т. р. являє собою розв'язок $x_i(t) \equiv \equiv \alpha_i = \text{const}$ $(i = 1, \ldots, n)$ такої системи рівнянь:

$$f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)] = 0; \qquad i = 1, \ldots, n. \qquad (2)$$

Відповідно до кількості розв'язків системи (2) динамічна система (1) може мати одну, кілька або навіть нескінченну множину (континуум) Т. р. Залежно від поведінки фазових траєкторій динамічної системи в околі Т. р. ці точки можуть бути стійкими, асимптотич-

но стійкими чи нестійкими (див. *Стійкості неперервних систем теорія*).

Ю. М. Чеховий.

ТÓЧКИ ПЕРЕМИКÁННЯ — точки в просторі фазових координат, у яких відбувається перемикання оптимального за швидкодією керування з $+1$ на -1 або навпаки (див. *Задача про оптимальну швидкодію*). Множина Т. п. утворює поверхню перемикання.

ТÓЧНІСТЬ ВІДТВÓРЕННЯ ПОВІДÓМЛЕННЯ — міра якості передачі повідомлення по *каналу зв'язку*. Математично вимоги, які ставлять до Т. в. п. на виході, звичайно трактують статистично. Найзагальніша умова Т. в. п. така: треба, щоб сумісний розподіл $P_{\xi\tilde{\xi}}(\cdot)$ повідомлення на вході $\xi \in X$ та повідомлення на виході $\tilde{\xi} \in \tilde{X}$ належав до заданої множини W *розподілів імовірностей* на добуткові просторів $X \times \tilde{X}$, тобто $P_{\xi\tilde{\xi}}(\cdot) \in W$, де X та $\tilde{X}$ — простори значень повідомлень на вході та виході каналу відповідно. В застосуваннях Т. в. п. задають найчастіше за допомогою ф-ції двох змінних $\rho(x, \tilde{x})$, $x \in X, \tilde{x} \in \tilde{X}$, яку наз. ф-цією втрат. Значення ф-ції $\rho(x, \tilde{x})$ характеризують «втрату», що виникає при передаванні, внаслідок якого повідомлення на вході x сприймається на виході як повідомлення $\tilde{x}$. Проте лише дуже зрідка вдається вказати хоч би приблизно вид ф-ції $\rho(x, \tilde{x})$, виходячи з економічних або якихось інших практичних міркувань. У більшості випадків, вибираючи ф-ції втрат, доводиться керуватися грубими міркуваннями про те, наскільки важливими є ті чи інші помилки, і дбати, щоб матем. структура ф-ції була досить проста.

Якщо задано повідомлення, канал зв'язку й метод передачі α (тобто методи кодування й декодування), то для кожного повідомлення ξ_s, що виникає на вході в момент s, визначено відповідне повідомлення на виході $\tilde{\xi}_s$. *Математичне сподівання* $M_s = M\rho(\xi_s, \tilde{\xi}_s)$ наз. втратою в момент s при заданому способі передавання. Макс. втрату $M(\alpha)$ при заданому способі передавання визначають як границю

$$M(\alpha) = \lim_{t\to\infty} M_0^t(\alpha) = \sup_{0\leqslant s<\infty} M_s,$$

де $M_0^t(\alpha) = \sup\limits_{0\leqslant s<t} M_s$ — макс. втрата на відрізку $[0, t)$. Середн. втратою при способі передавання α наз. величину

$$\overline{M}(\alpha) = \lim_{t\to\infty} \overline{M}_0^t(\alpha),$$

де $\overline{M}_0^t(\alpha)$ — середнє значення втрати на відрізку $[0, t)$, що його визначають як

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M_{s_i} \quad 0 \leqslant s_1 < s_2 < \cdots < s_n < t \leqslant s_{n+1}$$

для джерел з дискретним часом і як $\frac{1}{t}\int_0^t M_s ds$ — для джерел з неперервним часом. Вимоги Т. в. п. полягають у тому, щоб макс. втрата $M(\alpha)$ (або середня втрата $\overline{M}(\alpha)$) не перевищувала якоїсь заданої константи $\varepsilon > 0$. Коли при цьому як міру якості використовують $M(\alpha)$, то це означає, що намагаються зменшити втрати при передачі в кожний момент часу і на кожному відрізку часу, а якщо використовують міру $\overline{M}(\alpha)$, це означає, що припускають наявність, можливо і значних, втрат в окремі моменти часу і домагаються лише того, щоб у середньому вони не були великі. Умовами Т. в. п. часто є вимоги:

$$\text{а)}\ \sup_s P\{\xi_s \neq \tilde{\xi}_s\} \leqslant \varepsilon;$$

$$\text{б)}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(\xi_{s_i} - \tilde{\xi}_{s_i})^2 \leqslant \varepsilon \left(\text{або } \frac{1}{t}\int_0^t M(\xi_s - \tilde{\xi}_s)^2\, ds \leqslant \varepsilon\right)$$

які одержують, взявши відповідно

$$\rho(x, \tilde{x}) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x = \tilde{x}, \\ 1, & \text{якщо } x \neq \tilde{x}, \end{cases}$$

або $\rho(x, \tilde{x}) = (x - \tilde{x})^2$.

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.

ТРАЄКТÓРІЯ ДОПУСТИ́МА — траєкторія (розв'язок) системи диференціальних рівнянь, що описують рухомий об'єкт у задачах *оптимального керування теорії*, яка задовольняє всі обмеження, накладені на задачу. Отже, Т. д. одержують, якщо використовують керування, яке задовольняє всі накладені на нього обмеження, і, крім того, якщо ця траєкторія задовольняє *фазові обмеження*.

ТРАЄКТÓРІЯ ОПТИМÁЛЬНА — траєкторія, на якій досягає найменшого (найбільшого) значення мінімізовуваний функціонал у задачах *оптимального керування теорії*.

ТРАЄКТÓРІЯ ФÁЗОВА - траєкторія, яка описує рух у часі у фазовому просторі (див. *Фазові координати*).

ТРАНЗИ́СТОР — те саме, що й *тріод напівпровідниковий*.

ТРАНЗИТИ́ВНИЙ ГРАФ — орієнтований *граф*, у якому для будь-яких трьох вершин x, y, z з наявності дуг з x у y та з y у z випливає наявність дуги з x у z (або петлі при вершині x, якщо $z = x$); для довільного *Бержа графа* L його транзитивним замиканням наз. мінімальний Т. г. Бержа, що містить L як суграф.

ТРАНСЛЯ́ТОР, компілююча програма, програмуюча програма — програма, призначена для перекладу (трансляції) описів алгоритмів з однієї *мо-*

ви формальної на іншу формальну мову. Першу з цих мов наз. вхідною, другу — вихідною. Найпоширеніші Т. з *мов процедурно-орієнтованих* на *мови машинно-орієнтовані* й *мови машинні*. Вхідну й вихідну мови Т. вибирають залежно від прийнятої схеми трансляції. В схемі безпосередньої трансляції вихідною мовою є *команд система* ЦОМ. У схемі східчастої трансляції використовують *мову проміжну*, спільну для групи вхідних мов. Т. першого ступеня перекладає тексти з вхідної мови на проміжну мову, а Т. другого ступеня — з проміжної мови на мову конкретної ЦОМ. Т. є одним з осн. засобів *автоматизації програмування*. Застосування Т. не тільки полегшує складання окремої *програми*, але й дає змогу використовувати в різних ЦОМ той самий алгоритм, написаний певною *мовою програмування*. Залежно від того, якою мірою відрізняються вхідна та вихідна мови, Т. містить від кількох тисяч до кількох десятків (а іноді й сотень) тисяч команд.

Розрізняють Т. інтерпретуючого й компілюючого типів. У Т. інтерпретуючого типу процес трансляції поєднують з виконанням вихідної програми, яку він складає. Т. компілюючого типу видають вихідні програми, які потім можна виконувати в міру потреби. Т. інтерпретуючого типу менш ефективні при пакетній обробці програм, але зручні в *діалога режимі* програміста з ЦОМ. У цьому разі, напр., якщо виявлено помилку у вхідному тексті, Т. може припиняти свою роботу й видавати повідомлення про причину зупинки. На підставі цього повідомлення програміст дає Т. вказівку про дальшу роботу. Він може, напр., внести виправлення у вхідний текст і вказати, з якого місця треба продовжувати трансляцію. Такі Т. наз. кроковими. Кроковий принцип роботи використовують і у деяких Т. компілюючого типу.

Процес трансляції поділяють на кілька підпроцесів: синтаксичний аналіз і контроль тексту вхідною мовою, аналіз описів даних і *пам'яті розподіл* для об'єктів, що їх обробляють транслъовуваним алгоритмом, одержання тексту вихідної програми та оптимізація її, видавання результатів роботи Т. тощо. Деяких з цих підпроцесів, напр., оптимізації, може й не бути.

За допомогою синтаксичного аналізу тексту вхідною мовою в ньому розпізнають деякі синтаксичні конструкції (оператори, вирази, змінні тощо). Одночасно виявляють допущені синтаксичні помилки. В процесі аналізу описів даних систематизують усі відомості про опрацьовувані алгоритмом об'єкти. До ф-ції розподілу пам'яті належить встановлення відповідності між цими об'єктами й ділянкою *пам'яті ЦОМ*. На підставі синтаксичного аналізу й розподілу пам'яті одержують текст алгоритму вхідною мовою. Виділені синтаксичні об'єкти вхідної мови замінюють на еквівалентні їм групи синтаксичних об'єктів вихідної мови відповідно до семантики вхідної та вихідної мов. Зокрема, якщо вихідною мовою є система команд ЦОМ, то об'єкти вхідної мови, що визначають деякі дії, замінюють на групи команд.

Осн. метою оптимізації вихідної програми є збільшення швидкості її роботи. Часто швидкість збільшують в результаті еквівалентних перетворень алгоритму на рівні вхідної мови. Прикладом такого перетворення може бути винесення деяких дій з циклічно виконуваної ділянки програми. Як правило, оптимізуючі алгоритми використовують нелінійний перегляд інформації, що подовжує тривалість роботи Т. Тому для тієї самої вхідної мови краще мати два Т., один з яких дає змогу здійснювати швидку трансляцію, бо видає менш ефективні програми, а другий, хоч трансляція в ньому відбувається й значно повільніше, видає ефективніші програми. Перший з них доцільніше використовувати під час обробки та наладжування алгоритму (див. *Наладжувальні програми*), другий — коли потрібно здійснити багаторазові обчислення за складеною програмою.

До результатів роботи транслятора здебільшого належать: друкування відредагованого вхідного тексту, одночасне друкування вхідного і вихідного текстів, друкування помилок, виявлених під час трансляції, видавання вихідної програми на зовн. носій інформації ЦОМ (перфокарти, перфострічку), записування вихідної програми на зовн. пам'ять ЦОМ та ін. Т. здебільшого накладають деякі кількісні обмеження на вхідні тексти. Напр., обмежують довжину тексту, кількість операторів тощо. Порушення цих обмежень розглядають як помилки у вхідному тексті.

Для полегшення наладжування програм, що їх складають, у Т. є спец. режими роботи. Використовуючи їх, програміст може внести до вихідної програми оператори, призначені для видавання додаткової інформації. Характер видавання може бути найрізноманітніший — від видавання значення окремої величини до видавання значень усіх проміжних результатів та інформації про порядок виконання операторів вихідної програми. В цьому разі вихідну програму виконують у режимі інтерпретації. Деякі Т. можуть складати вихідні програми різних рівнів, причому програми вищого рівня дають змогу одержати докладніші результати. Особливу увагу приділяють тому, щоб задавання наладжувальних режимів роботи Т. і видавання додаткової інформації під час наладжування провадилося в термінах вхідної мови, бо в багатьох випадках користувач добре обізнаний лише з вхідною мовою.

Розвиток методів описування *алгоритмічних мов* і методів трансляції привів до розроблення *метатрансляторів*. Для роботи метатранслятора задають: вхідний текст і опис метамовою синтаксису вхідної мови й семантичних правил відповідності конструкцій вхідної мови конструкціям вихідної мови. Отже, метатранслятор можна використовувати як Т. для цілого класу вхідних і вихідних мов.

Літ.: Современное программирование. Пер. с англ., сб. 1—2. М., 1966—67; Ренделл Б., Рассел Л. Реализация АЛГОЛа-60. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 468—472]; Hopgood F. R. A. Compiling techniques. London — New York, 1970 [бібліогр. с. 120—123]. *В. В. Лупикович.*

ТРАНСЛЯ́ТОР СИНТАКСИ́ЧНО КЕРО́ВАНИЙ — *транслятор*, в якому синтаксичний аналіз первісної програми здійснюється на основі формального описування синтаксису вхідної мови. У зв'язку з цим алгоритм аналізу в Т. с. к. може обслуговувати трансляцію з кількох мов, що належать до певного класу.

ТРА́НСПОРТНА ЗАДА́ЧА — задача про найраціональніший план перевезень однорідного продукту з пунктів виробництва до пунктів споживання. Нехай є m пунктів виробн. якогось однорідного продукту $A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ і n пунктів його споживання $B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_n$. У пункті A_i ($i = 1, \ldots, m$) виробляють a_i одиниць, а в пункті B_j ($j = 1, \ldots, n$) споживають b_j одиниць продукту. Припускають, що $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. Транспортні витрати, пов'язані з перевезенням одиниці продукції з пункту A_i в пункт B_j дорівнюють c_{ij}. Суть Т. з. полягає в тому, щоб скласти оптим. план перевезень, який мінімізував би сумарні транспортні витрати і в результаті реалізації якого запити всіх пунктів споживання B_j ($j = 1, \ldots, n$) було б задоволено за рахунок виробн. продукту в пунктах A_i ($i = 1, \ldots, m$). Нехай x_{ij} — кількість продукції, яку перевозять з пункту A_i до пункту B_j. Тоді Т. з. математично формулюють так: відшукати значення змінних x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$, що мінімізують сумарні транспортні витрати $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$, якщо

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \qquad j = 1, \ldots, n. \qquad (2)$$

$$x_{ij} \geqslant 0. \qquad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n. \qquad (3)$$

Набір чисел x_{ij} ($i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$), що задовольняє ці умови, наз. планом перевезень, а його елементи — перевезеннями. План перевезень, який мінімізує сумарні транспортні витрати, наз. о п т и м а л ь н и м.

Нехай P_{ij} — це $(m + n)$-вимірний вектор, i-а й $(m + j)$-а компоненти якого дорівнюють одиниці, а решта складових — нулеві. План перевезень наз. о п о р н и м, якщо система векторів P_{ij}, які відповідають позитивним перевезенням x_{ij}, є лінійно незалежною. Якщо в опорному плані перевезень є $m + n - 1$ позитивних перевезень, то цей план є невиродженим, в іншому разі він буде виродженим. Т. з. наз. невиродженою, якщо всі її опорні плани перевезень невироджені. А коли хоча б один опорний план перевезень вироджений, Т. з. вироджується. Можна довести, що для невиродженості Т. з. необхідно й достатньо, щоб для будь-якої підмножини пунктів виробн. $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_{k_1}}$, що не співпадає з усією множиною пунктів виробн., і для будь-якої підмножини пунктів споживання $B_{j_1}, B_{j_2}, \ldots, B_{j_{k_2}}$ справджувалась умова

$$\sum_{l=1}^{k_1} a_{i_l} \neq \sum_{l=1}^{k_2} b_{j_l}.$$

Щоб усунути виродженість, Т. з. трохи змінюють і в результаті одержують нову невироджену Т. з. У цій Т. з. обсяги виробн. в пунктах A_i ($i = 1, \ldots, m$) дорівнюють $\tilde{a}_i = a_i + \varepsilon$, а обсяги споживання в пунктах B_j ($j = 1, \ldots, n$)

$$\tilde{b}_i = \begin{cases} b_j, & j = 1, \ldots, n-1. \\ b_j + m\varepsilon, & j = n \end{cases}$$

де $0 < \varepsilon < \frac{1}{m-1}$. При достатньо малому ε розв'язок нової Т. з. близький до розв'язку вихідної Т. з., при цьому нова Т. з. буде невиродженою. Послідовність комунікацій

$$(A_{i_1}, B_{j_1}), (A_{i_2}, B_{j_1}), (A_{i_2}, B_{j_2}), \ldots, (A_{i_{s-1}}$$

$B_{j_{s-1}}), (A_{i_s}, B_{j_{s-1}}), (A_{i_s}, B_{j_s})$ наз. ланцюжком, що зв'язує пункти A_{i_1} і B_{j_s}, (A_i, B_j) — комунікація (дорога), яка зв'язує пункт виробн. A^i з пунктом споживання B_j. Ввівши до цього ланцюжка ще й комунікацію (A_{i_1}, B_{j_s}), одержують замкнений ланцюжок.

Т. з. розв'язують спец. методами *програмування лінійного*. Найвідоміші з них — метод потенціалів та угорський метод.

М е т о д п о т е н ц і а л і в грунтується на умовах оптимальності плану перевезень, які формулюють так. Для оптимальності якогось плану перевезень x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ необхідно й достатньо, щоб існували числа u_i ($i = 1, \ldots, m$) і v_j ($j = 1, \ldots, n$) (їх наз. потенціалами) такі, щоб виконувалися такі умови:

$$v_j - u_i \leqslant c_{ij}, \text{ якщо } x_{ij} = 0,$$

$$v_j - u_i = c_{ij}, \text{ якщо } x_{ij} > 0.$$

Цей метод дає змогу, виходячи з невиродженого *опорного плану* перевезень, побудувати за скінченне число ітерацій опорний план перевезень, також невироджений, який є розв'язком Т. з. Окрема ітерація методу полягає в такому перетворюванні невиродженого опорного плану перевезень, що його

одержано на попередній ітерації, внаслідок якого одержують новий невироджений опорний план перевезень, пов'язаний з меншими сумарними транспортними витратами. Перетворюють опорний план перевезень за допомогою якогось замкненого ланцюжка. Потрібно, щоб на кожній ітерації методу потенціалів опорний план перевезень був невиродженим. Цього досягають, застосовуючи метод усунення виродженості Т. з.

Угорським методом, виходячи з часткового плану перевезень, за скінченне число ітерацій можна побудувати оптим. план перевезень. Під частковим планом перевезень розуміють набір чисел x_{ij}, $i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n$, що задовольняє умови

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leqslant b_j, \; x_{ij} \geqslant 0, \; i = 1, \ldots, m,$$

$j = 1, \ldots, n$. Окрема ітерація методу потенціалів полягає в перетворюванні часткового плану перевезень, що його одержано на попередній ітерації, внаслідок чого одержують новий частковий план перевезень, ближчий до плану перевезень Т. з. Цей план потребує найменших транспортних витрат з усіх часткових планів перевезень, які передбачають такий самий сумарний обсяг перевезень. Через скінченне число ітерацій одержують оптим. план перевезень.

Літ.: Триус Е. Б. Задачи математического программирования транспортного типа. М., 1967 [бібліогр. с. 202—204]; Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. М., 1969 [бібліогр. с. 375—378].

І. М. Мельник.

ТРА́НСПОРТНА МЕРЕ́ЖА — в найпростішому випадку *Бержа граф* $L = (X, U)$, кожній дузі $u \in U$ якого приписано пропускну здатність — ціле число $c(u) \geqslant 0$, а серед вершин окремо виділено дві: вхід x_0 і вихід z. Потоком по Т. м. наз. визначену на дугах ф-цію $\varphi(u)$, яка набуває цілих значень, і таку, що: 1) $\forall u \in U\,[0 \leqslant \varphi(u) \leqslant c(u)]$; 2) для будь-якої вершини $x \in X \setminus \{x_0, z\}$ сума значень $\varphi(u)$ на всіх дугах, що заходять в x, дорівнює сумі значень на дугах, що виходять з x. Сума значень $\varphi(u)$ на дугах, які заходять у z, дорівнює сумі значень на дугах, які виходять з x_0; їх наз. величиною потоку. Розрізом Т. м., який визначає підмножина $A \subseteq X \setminus \{z\}$ її вершин і який містить x_0, наз. множину U_A тих дуг, які мають початок в A, а кінець — в $X \setminus A$; пропускною здатністю розрізу наз. суму $\Sigma c(u)$ по всіх $u \in U_A$. Осн. теорема теорії Т. м.: найбільша величина потоку по мережі дорівнює найменшій з пропускних здатностей її розрізів. За допомогою цієї теореми обгрунтовують такий практично ефективний *алгоритм* Форда — Фалкерсона для відшукання найбільшого з потоків: нехай якийсь потік φ уже відомий (напр., тривіальний $\varphi(u) \equiv 0$); 1) шукаємо такий *ланцюг* Q з початком x_0 і кінцем z, що на кожній його дузі u, орієнтованій у напрямі обходу ланцюга, $\varphi(u) < c(u)$, а на кожній дузі, орієнтованій у напрямі, протилежному обходові, $\varphi(u) > 0$; замінивши $\varphi(u)$ на $\varphi(u) + 1$, якщо u — дуга 1-го типу, і на $\varphi(u) - 1$, якщо u — дуга 2-го типу (і не змінюючи значень $\varphi(u)$ на дугах, не належних до ланцюга Q), збільшимо потік по мережі на 1; 2) якщо ланцюгів вказаного виду більше немає, то потік φ — найбільший. У загальнішому випадку Т. м. має кілька входів і виходів, а замість $c(u)$ задають довільні множини $M(u)$ цілих невід'ємних чисел, і умову (1) замінюють такою: $\forall u \in U\,[\varphi(u) \in M(u)]$; проблема існування потоку по такій мережі вже не тривіальна (бо деякі $M(u)$ можуть не містити числа 0). У разі, коли всі $M(u)$ — цілочислові інтервали (скінченні або нескінченні), задачі існування, максимізації й мінімізації потоку зводяться до розглянутої вище, а для заг. випадку ефективного розв'язку їх не знайдено. З другого боку, до задач, розглядуваних у теорії Т. м., можна звести багато комбінаторних задач, у т. ч. задачі, розглядувані в *графів теорії*.

Літ.: Хоанг Туй. Графы и транспортные задачи. «Сибирский математический журнал», 1963, т. 4, № 2; Визинг В. Г., Плесневич Г. С. К проблеме минимальной раскраски вершин графа. «Сибирский математический журнал», 1965, т. 6, № 1; Берж К. Теория графов и ее применения. Пер. с франц. М., 1962 [бібліогр. с. 293—302]; Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. М., 1966 [бібліогр. с. 266—272].

О. О. Зиков

ТРАНСФЛЮКСОР — запам'ятовувальний елемент з магнітного матеріалу з прямокутною петлею гістерезису (з двома нерівними отворами), який діє за принципом перерозподілу магнітного потоку. Т. запропоновано 1955 як запам'ятовувальний елемент із зчитуванням інформації без руйнування її. Т. найпростішого виду (в режимі запам'ятовувального елемента *оперативного запам'ятовувального пристрою*) з'єднуються з електронними схемами записування та зчитування за допомогою координатних шин. Для записування інформації використовують (див. мал.) координатні шини 1 і 2, а для зчитування використовують шини 3 і 4. Подаванням струму в шину 1 Т. встановлюється в нульовий (блокований) стан («0»). Перемички *а* і *б* при цьому намагнічені в однаковому напрямі до насичення. Імпульс струму зчитування будь-якої полярності, поданий у шину 3, не трансформується в знімну шину 4, оскільки зміною потоку навколо малого отвору можна знехтувати внаслідок великого магн. опору перемичок, намагнічених до насичення.

Якщо струм зчитування створює магн. потік, що співпадає з напрямом потоку, напр. у перемичці *а*, то дальшого збільшення потоку навколо малого отвору не буде, бо перемичку *а* вже намагнічено до насичення. Якщо струм зчитування створює потік, який збігається з напрямом потоку в перемичці *б*, то величина потоку не змінюється, бо перемичка *б* намагнічується до насичення. Магн. потік навколо малого і великого отворів також не змінюється, бо напруженість магн. поля,

створюваного струмом зчитування навколо великого отвору, не перевищує коерцитивної сили. В одиничне положення («1») Т. встановлюється подаванням двох напівструмів, які одночасно надходять у шини 1 і 2 від електронних схем записування. Напруженість поля, створюваного окремо кожним з напівструмів, які не містяться на перетині шин 1 і 2, менша за коерцитивну силу й не впливає на розподіл магн. потоку в Т. Магн. поля цих напівструмів досить, щоб змінити напрям намагніченості лише в перемичці *а*. Таким

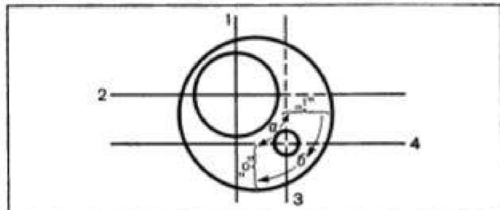


Схема трансфлюксора.

чином, перемички стають намагніченими в протилежних напрямах. Двополярний імпульс зчитування, поданий у шину 3, змінює магн. потік навколо малого отвору, внаслідок чого в шині 4 наводиться ерс. Друга полярність імпульсу зчитування відновлює первісний напрям намагніченості навколо малого отвору, тому зчитування може відбуватися необмежену кількість разів без руйнування інформації. Частота зчитування з Т. обмежена нагріванням магн. матеріалу і, як правило, не перевищує 1 *Мгц*. Частота записування приблизно в 2—3 рази менша, бо перемагнічування матеріалу під час записування здійснює поле, яке незначною мірою перевищує коерцитивну силу. Наявність двох незалежних систем координатних шин для записування і зчитування ефективно використовується для суміщення в часі циклів записування і зчитування за двома різними адресами *запам'ятовувального пристрою* (ЗП), завдяки чому досягається значне збільшення швидкодії.

Завдяки властивості Т. зберігати інформацію при зчитуванні їх застосовують як запам'ятовувальні елементи *запам'ятовувальних пристроїв асоціативних* і *довгочасних запам'ятовувальних пристроїв*. Зміну інформації в довгочасному ЗП звичайно проводять вручну пропусканням струмів відповідної величини через великі отвори Т. Як і звичайні тороїдні осердя з прямокутною петлею гістерезису, Т. можна використовувати для побудови логічних елементів.

Т. виготовляють методом пресування феритового порошку за технологією, що застосовується для виробництва звичайних кільцеподібних запам'ятовувальних осердь. Широко Т. не застосовують через складність прошивання координатними дротами й значну потужність у колах керування, до того ж за кількома показниками (швидкодія, споживання енергії) вони поступаються перед деякими іншими елементами, зокрема *біаксами*.

Літ.: Розенблат М. А. Бесконтактные магнитные устройства автоматики. М., 1961 [бібліогр. с. 176—177]; Бардиж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. М., 1967 [бібліогр. с. 438—451]; Крайзмер Л. П. Хранение информации в кибернетических системах. В кн.: Информация и кибернетика. М., 1967. *А. Д. Бех.*

ТРАНСЦЕНДЕ́НТНІ РІВНЯ́ННЯ — клас рівнянь у математиці. Див. *Рівнянь класифікація*.

ТРИВА́ЛІСТЬ ЧЕКА́ННЯ — те саме, що й *час чекання*.

ТРИ́ГЕР — логічна схема із зворотними зв'язками, яка може перебувати в одному з двох стійких станів, що їх забезпечують ці зв'язки. Зміна стану Т. спричинюється вхідними сигналами відповідно до рівнянь $\overline{X_1 \vee Y_1} = X_2$, $\overline{X_2 \vee Y_2} = X_1$, де Y_1, Y_2 — входи, а X_1, X_2 — виходи. В *обчислювальній техніці* Т. використовують для проміжного зберігання цифр, що являють собою інформацію, яку одержують у процесі виконання логіч. і арифм. операцій і яка керує цими процесами. При цьому фіз. представлення запам'ятовувальних цифр таке саме, як і перетворення на логіч. елементах без запам'ятовування, що дає змогу інформацію на Т. включити безпосередньо в заг. процес переробляння. Спосіб запам'ятовування інформації в Т. принципово відрізняється від способу, застосовуваного в елементах *запам'ятовувальних пристроїв*, де запам'ятовування грунтується лише на фіз. представленні інформації.

За видом одержуваних сигналів (потенціальних та імпульсних) розрізняють статичні й динамічні Т. (див. *Тригер статичний*, *Тригер динамічний*). У статичному Т. одному з його стійких станів умовно ставлять у відповідність логіч. одиницю, а другому — логіч. нуль. У динамічному Т. станові «1» відповідає циркуляція імпульсів у Т., а станові «0» — відсутність циркуляції. У певний стійкий стан Т. встановлюється подаванням від'ємних (додатних) потенціалів на входи Y_1 чи

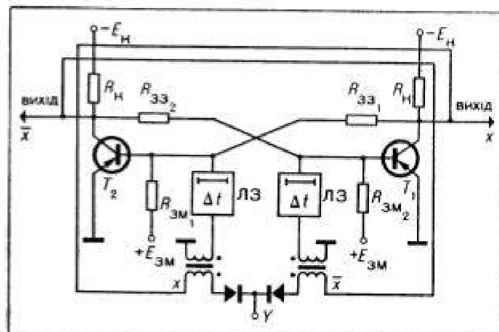


Схема імпульсно-потенціального тригера з лічбовим входом.

Y_2. Якщо, напр., від діяння вхідного сигналу Y_1 Т. встановлюється в стані «1», то за допомогою логіч. *зворотного зв'язку* він зберігає це значення й тоді, коли значення вхідного сигналу Y_1 зміниться на протилежне. В цьому

разі Т. перейде в стан, який відповідає «0», тільки від діяння вхідного сигналу Y_2. Такий Т. наз. тригером з окремими входами. Він запам'ятовує вхідну інформацію, не перетворюючи її. Іноді зручно поєднувати в Т. ф-цію запам'ятовування з ф-цією додавання за модулем 2. Для цього застосовують Т. з лічильним входом, стан якого відображує одну змінну (X), а вхідний сигнал — другу (Y) (мал.). Тоді суму, представлену вже новим станом Т., виражають (у термінах *алгебри логіки*) ф-цією від аргументів X і Y: $X_\Sigma = X\bar{Y} \vee \bar{X}Y$. Для правильної роботи Т. з лічильним входом потрібно, щоб затримка на лінії затримки (ЛЗ) була більша за тривалість вхідного імпульсу. В цьому разі один вхідний імпульс перемкне Т. лише один раз. З другого боку, затримка на ЛЗ має бути менша за тривалість періоду вхідних імпульсів, щоб Т., що його перемкнув попередній сигнал, був готовий до роботи від наступного вхідного імпульсу.

Т. за електр. режимом транзисторів, з яких їх складають, поділяють на насичені й ненасичені. В насиченому Т. відкритий транзистор насичений. Для такого Т. характерні простота схеми й низькі рівні потенціалів на відкритому транзисторі. Проте, коли Т. перемикають, щоб вивести транзистор з насичення, потрібний додатковий час, тому насичені Т. можуть працювати на нижчій частоті проходження вхідних сигналів. Насичення транзисторів у Т. можна знімати за допомогою резистора $R_е$ в колі емітерів. Резистор $R_е$ обмежує струм у колі колектор—емітер відкритого транзистора і, отже, перешкоджає транзисторові насичуватися. Але тоді вихідна напруга на відкритому транзисторі цілком залежить від струму навантаження. Ефективнішим є метод знімання насичення відкритого транзистора — використанням кільця зворотного зв'язку в колі база—колектор *тріода напівпровідникового* або фіксації рівня напруги на колекторі транзистора. Якщо використовують кільце зворотного зв'язку, напруга на колекторі транзистора $|U_0|$ за абс. величиною не може перевищувати напруги переходу база—емітер $|U_{бе}|$ і спаду напруги на резисторі $R_{зз}$ ÷ $|U_0| \leqslant |U_{бе} + U_{R_{зз}}|$ внаслідок діодної прив'язки базового рівня до рівня колекторної напруги. За допомогою резистора $R_{зз}$ можна дібрати такий режим, за якого транзистор не зможе зайти в насичення. Рівень вихідної напруги відкритого транзистора можна фіксувати щодо землі відкритим діодом, тоді вхідна напруга закритого транзистора визначиться напругою відтинання та спадом напруги на відкритому діоді. Виконуючи своє осн. призначення, такі схеми водночас фіксують рівні напруг на виході Т.

Кожну тригерну схему можна використати для запам'ятовування одного розряду двійкового числа. Кілька Т. залежно від способу з'єднання можуть утворити *регістр* або *лічильник*. Тип Т. вибирають залежно від економ. і тех. міркувань, враховуючи особливості кожного конкретного випадку.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]. *Г. І. Корнієнко.*

ТРИГЕР ДИНАМІЧНИЙ — тригер, окремі параметри якого хоча б в одному з двох його сталих станів («1» або «0») періодично змінюються. Т. д. являє собою замкнене коло, в якому циркулюють імпульси, якщо *тригер* перебуває в стані «1». Два стійкі стани Т. д.— одиничний та нульовий — здебільшого характеризуються наявністю чи відсутністю імпульсів на його виході. Сигнал на виході Т. д. набуває одиничних значень тільки в певні моменти часу. Для циркуляції імпульсів потрібно забезпечити появу вихідного сигналу через певний час після того, як він припиниться, поки тригер перебуває в одиничному стані. Це забезпечується установленням у колі тригера елемента затримки (ЕЗ) (мал., *а*). Для цього потрібні дуже точні ЕЗ, бо через розузгодженість цих елементів сигнал у довгому логіч. ланцюжку може зникнути.

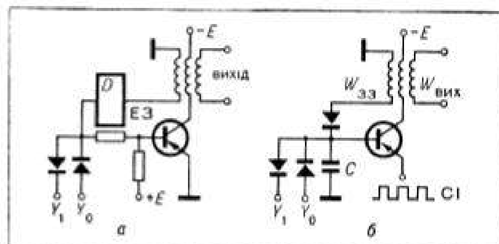


Схема динамічного тригера на транзисторі: *а* — з елементом затримки; *б* — з запам'ятовувальною ємністю.

Другий спосіб (мал., *б*) передбачає установлення в колі бази транзистора запам'ятовувальної ємності. Від першого способу він відрізняється тільки організацією циклічного повторення вихідного сигналу. В цьому разі вихідний активний сигнал запам'ятовується у вигляді особливого короткочасного стану кола тригера. Цей стан визначається наявністю заряду на запам'ятовувальній ємності C. До того, як ємність розрядиться, на тригер надходить синхронізуючий імпульс (СІ), що відкриває транзистор. Імпульс струму колектора, що виникає при цьому, трансформується у вихідній обмотці $W_{вих}$ і в обмотці *зворотного зв'язку* $W_{зз}$, підтримуючи заряд ємності C. Процес циркуляції імпульсів в Т. д. триває доти, поки на вхід установки тригера в нульовому положенні Y_0 не надійде позитивний імпульс такої тривалості, якої досить, щоб ємність C розрядилася. У цьому разі, щоб установити тригер в одиничний стан, необхідно знову зарядити ємність C від'ємним імпульсом по одиничному входу Y_1. На Т. д. можна будувати різні логіч. схеми *обчислювальної техніки*, але при цьому потрібно чітко синхронізувати їхню роботу.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]. *Г. І. Корнієнко.*

ТРИ́ГЕР СТАТИ́ЧНИЙ — тригер, параметри якого в одному з двох стійких станів незмінні. В пристроях обчисл. техніки *тригер* виготовляють на електронних лампах, *тріодах напівпровідникових* або на феритових осердях з вихідними транзисторними підсилювачами. Схема Т. с. являє собою двопозиційний елемент, побудований на двох підсилювачах-інверторах, з'єднаних позитивними *зворотними зв'язками* (див. мал.). Наявність цих зв'язків веде до того, що в стійкому стані один транзистор відкритий, а другий — закритий.

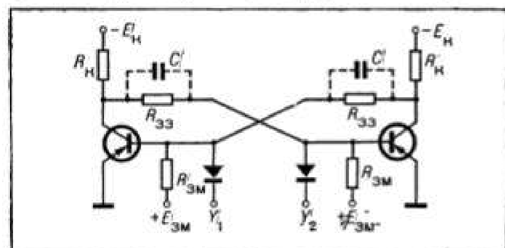


Схема статичного тригера.

Відкритий транзистор утримується в насиченому стані прямим струмом бази, який протікає через резистор зворотного зв'язку ($R_{зз}$) і резистор у колекторі закритого транзистора ($R_к$) до джерела негативної напруги ($E_к$). А закритий транзистор утримується в цьому стані позитивним потенціалом на базі за допомогою подільника на резисторах $R_{зз}$ і $R_{зм}$, увімкненого між джерелом позитивної напруги $E_{зм}$ та потенціалом колектора відкритого транзистора. В одному з стійких станів Т. с. перебуватиме доти, поки зовнішній запусковий сигнал не переведе його в протилежний стан. На мал. показано Т. с. з роздільними входами, керування яким здійснюється негативними потенціалами Y_1 та Y_2 в плечі закритих транзисторів. Негативний сигнал, надходячи на базу закритого транзистора, відкриває його. Потенціал колектора цього транзистора наближається до нуля й відповідно спричинює зростання потенціалу бази раніше відкритого транзистора, закриваючи його. Т. ч., по закінченні перехідного процесу тригер опиниться в протилежному стані.

Час перехідного процесу при перемиканні тригера визначає його швидкодію. Для зменшення часу перемикання тригера фіксують обидва рівні вихідних напруг. Обмеження вихідної напруги на колекторі закритого транзистора сприяє прискоренню перезаряджання вихідних ємностей навантаження й монтажу. Для збільшення швидкодії тригера використовують і конденсатори C, вмикувані паралельно до резисторів зворотного зв'язку ($R_{зз}$). Ці конденсатори утворюють динамічний зворотний зв'язок, форсуючи перемикання тригера.

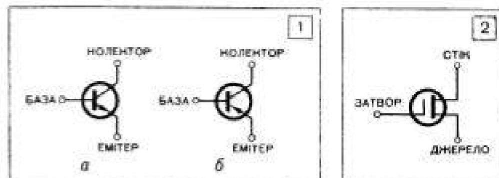
Т. с. часто виготовляють у вигляді окремих конструктивних комірок; їх можна розглядати як чітко визначені композиції логіч. елементів, у складі яких є інвертори-підсилювачі, схеми збігів і схеми поділів.

Літ.: Дроздов Е. А., Комарницкий В. А., Пятибратов А. П. Электронные цифровые вычислительные машины. М., 1968 [бібліогр. с. 597—598]. *Г. І. Корнієнко.*

ТРІОД НАПІВПРОВІДНИКО́ВИЙ, транзистор — прилад для підсилювання, генерування та інших перетворень електричних сигналів. Т. н. — це монокристал германію чи кремнію, поділений на три зони, типи провідності яких (електронна чи «діркова») по черзі змінюються. Відповідно до цього розрізняють тріоди $n—p—n$-типу й тріоди $p — n — p$-типу (мал. 1).

Робота Т. н. цих типів тотожна, якщо змінюються знаки всіх прикладених до Т. н. напруг. Електродами Т. н. є такі: емітер, тобто джерело носіїв електронів і «дірок» у $p—n—p$-тріоді, база (іноді її наз. основою), що є керуючим електродом, і колектор, який збирає носії, ін'єктовані емітером.

Першим Т. н. був точковий, що мав кілька особливих властивостей, найважливішою з яких була наявність ділянки з негативним активним опором. Проте при виробництві точкових тріодів не вдалося добитися потрібної повторюваності параметрів від зразка до зразка, й вони не набули широкого застосування. Площинні Т. н., в яких було досягнуто високої повторюваності параметрів, стали осн. елементами, що замінили лампи в радіоелектронній апаратурі. Застосування їх у схемах ЕОМ 2-го покоління дало змогу істотно зменшити споживану потужність, габарити й вагу апаратури та підвищити надійність її. Площинний Т. н. у першому наближенні являє собою сукупність двох $p — n$ переходів, увімкнених послідовно й назустріч один одному. Залежно від струму між базою й емітером тріода змінюється й опір між емітером і колектором цього тріода, досягаючи сотень *ком* у закритому стані тріода (якщо немає вхідного струму) й одиниць *ом* у відкритому стані. Завдяки цьому Т. н. як перемикальний елемент дуже ефективний. Щоб реалізувати різні логічні ф-ції, його вмикають як керований нелінійний опір. Є три способи вмикання Т. н. як чотириполюсника. Вмикання за схемою з заг. (заземленим) емітером дає змогу одержувати підсилювач струму або напруги з одночасним зсувом фази вхідного сигналу на 180°. Це вмикання найчастіше використовують в обчисл. техніці для побудови логічного елемента, який здійснює



1. Схеми напівпровідникових тріодів: *а* — $n—p—n$-типу; *б* — $p—n—p$-типу.
2. Схема тріода з МОН-структурою.

інверсію сигналу. Вмикання за схемою з заг. базою дає змогу одержувати *підсилювач* напруги з малим вхідним опором і без інверсії вхідного сигналу. Вмикання за схемою з заг. колектором дає можливість одержувати підсилювач струму з малим вихідним опором і без інверсії вхідного сигналу (емітерний повторювач), що виконує логіч. функцію тотожності. Це вмикання часто використовують і в обчисл. техніці для узгоджування різних пристроїв і блоків та для збільшення коеф. розгалуження логіч. схем.

Осн. параметри Т. н.: коеф. підсилення струму β (для схеми з заг. емітером) і некерований зворотний струм колектора $I_{кз}$, що проходить через колекторний $p - n$ перехід, якщо немає вхідного базового струму. Наявність двох типів носіїв (т. з. «основних» і «неосновних») у тріоді зумовлює велику залежність параметрів тріода від т-ри, режиму роботи й частоти. Т. н. класифікують за типами й групами залежно від експлуатаційних параметрів. Відповідно до макс. частоти генерації розрізняють низькочастотні, середньочастотні й високочастотні тріоди. За допустимою розсіюваною потужністю бувають Т. н. малопотужні, середньої потужності й потужні. За технологією виготовлення Т. н. поділяють на сплавні, дифузійні, планарні та ін.

У 60-і роки 20 ст. набули поширення польові, або канальні, тріоди (мал. 2). Керування в них здійснюється не вхідним струмом, як у площинному тріоді, а вхідною напругою, яку подають через електрод, що його називають з а т в о р о м. Між двома ін. електродами (джерелом і стоком) утворюється канал, по якому проходять носії лише одного типу — *n* або *p*. Затвор відділено від каналу або $p - n$ переходом, зміщеним завжди в зворотному напрямі, або шаром діелектрика. В цьому останньому випадку утворюється структура метал — діелектрик — напівпровідник (т. з. МДН-структура), на основі якої можна створити не лише окремий тріод, а й великий набір електрорадіокомпонент (див. *Інтегральна схема*). Польові тріоди мають високий вхідний опір, їхні параметри менше залежать від т-ри, режиму роботи, частоти та ін. факторів. Одночасне застосування Т. н. різних типів дає змогу одержувати схеми, що не мають відповідних *аналогів* у ламповій техніці. Кремнієві тріоди є осн. елементами інтегр. мікросхем, застосування яких лежить в основі побудови обчисл. машин 3-го й 4-го поколінь (див. *Мікроелектронна елементна база обчислювальної техніки*).

Літ.: Полупроводниковые приборы и их применение, в. 1—23. М., 1956—70. *Г. І. Корнієнко.*

ТЬЮРІНГА МАШИНА — математичне поняття, запроваджене як формальне уточнення інтуїтивного поняття алгоритму. Назване за ім'ям англ. математика А. Тьюрінга (1912—54), який запровадив його в 1936. Аналогічну концепцію машини пізніше, але незалежно від Тьюрінга, запровадив і амер. матем. Е. Пост (1897—1954). У кожній Т. м. є такі три частини: 1) необмежена в обидва боки стрічка, поділена на комірки; 2) пристрій керуючий (ПК) і 3) головка (Г). З кожною Т. м. пов'язано два скінченні алфавіти: алфавіт зовн. символів $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_m\}$ і алфавіт внутр. станів $Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_k\}$ (з різними Т. м. може бути пов'язано різні алфавіти). В будь-який момент часу в кожній комірці стрічки буває записано одну букву з A (вважають, що A має «пусту» букву a_0, тобто відсутність запису в комірці інтерпретується як запис букви a_0). ПК перебуває в одному з станів $q \in Q$ і Г оглядає одну

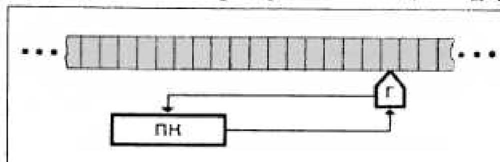


Схема машини Тьюрінга.

з комірок стрічки. Часто Т. м. зображують схематично (див. мал.). Сукупність відомостей про стан ПК і запис на стрічці машини (з зазначенням оглядуваної комірки) наз. к о н ф і г у р а ц і є ю Т. м. Робота Т. м. складається з тактів, у кожному з яких виконується перетворення конфігурації, в якій Т. м. перебуває в цей момент часу t ($t = 1, 2, \ldots$), на конфігурацію, в якій машина перебуватиме в момент $t + 1$. Це перетворення залежить лише від станів ПК і вмісту оглядуваної комірки в момент t і полягає: а) в змінюванні стану q_i на інший стан q_l; б) в замінюванні букви a_j, записаній в оглядуваній комірці, на іншу букву a_p; в) у зсовуванні Г на одну комірку ліворуч або праворуч (Г може й не зсуватися). Таке перетворення наз. к о м а н д о ю Т. м. Символічно його записують у вигляді $q_i a_j \to q_l a_p R$, де R — одна з букв Л, П, Н (буквою Л позначають зсув ліворуч, П — зсув праворуч, Н — немає зсуву). Сукупність усіх команд, що їх виконує Т. м., наз. її програмою. Для кожної букви $a_j \in A$ й стану $q_i \in Q$ програма має точно одну команду з лівою частиною $q_i a_j$. Тому робота Т. м., якщо фіксувати конфігурацію K_1, з якою вона починає працювати, визначається однозначно, а саме: в 1-му такті K_1 перетворюється на конфігурацію K_2 виконанням єдиної застосовної до K_1 команди, в 2-му такті K_2 так само перетворюється на конфігурацію K_3 й т. д. Робота Т. м., як описано вище, продовжується необмежено, з якої б конфігурації вона не починалася, проте можна ввести деякі правила припинення цього процесу. Напр., можна вважати, що робота Т. м. припиняється на l-му такті, якщо в цьому такті (отже, й у всіх наступних) змінювання конфігурації не відбувається. За іншого способу припинення процесу роботи використовують поняття заключних станів, тобто таких станів, при яких машина зупиняється. Конфігурація, в якій машина зупиняється, наз. з а к л ю ч н о ю.

А. Тьюрінг навів ряд переконливих доводів, що будь-який алгоритм можна в певному розумінні реалізувати на **Т. м.** Це дає змогу уточнити важливе поняття ефективно обчисленної (тобто обчисленної за допомогою алгоритму) функції через поняття функції, обчисленної на Т. м. (теза Тьюрінга). Це останнє поняття можна ввести кількома еквівалентними способами. Наведемо один з них. Нехай Σ_1 і Σ_2 — якісь скінченні алфавіти, ф-цію f визначено на словах в алфавіті Σ_1 і значеннями її є слова в алфавіті Σ_2. Виділимо у множині Q якийсь (початковий) стан q_0. Якщо P — слово в алфавіті Σ_1, то через $K(P)$ позначимо конфігурацію такого виду: на стрічці записано слово P, Г оглядає першу ліворуч непусту комірку, ПК перебуває в стані q_0. Конфігурацію виду $K(P)$ назвемо п о ч а т к о в о ю. Кажуть, що Т. м. $\mathfrak{M}$ обчислює ф-цію f, якщо для будь-якого слова P робота машини $\mathfrak{M}$ над конфігурацією $K(P)$ закінчується в тому й тільки в тому разі, коли f визначено на P і в кінці роботи на стрічці записано слово $f(P)$.

Кожне слово P в алфавіті з m букв можна ототожнити з натуральним числом (в m-тій системі числення). Тому уточнення поняття обчисленної п о ч а т к о в о ї функції приводить і до уточнення поняття обчисленної числової функції. Тьюрінг довів, що клас числових функцій, обчисленних на Т. м., співпадає з класом частково рекурсивних функцій.

Надзвичайно важливе значення має існування універсальних Т. м., на яких можна в певному розумінні обчислювати будь-яку обчисленну функцію. При побудові такої машини виходять з того, що можна здійснити таке кодування програм і конфігурацій Т. м. словами у фіксованому алфавіті, напр. в алфавіті {0, 1}, що за кодом програми Π легко відновити будь-яку команду з Π, за кодом конфігурації K-ту команду, яку можна застосувати до K. Універсальна Т. м. U працює так: у початковий момент на стрічку записують код програми Т. м. $\mathfrak{M}$ і код конфігурації K, над якою $\mathfrak{M}$ має працювати. Машина U працює над такою конфігурацією подібно до людини, яка, знаючи програму $\mathfrak{M}$, може такт за тактом виконувати роботу $\mathfrak{M}$ над K, вишукуючи кожного разу в програмі $\mathfrak{M}$ ту команду, що її треба виконати в цьому такті (U може робити це, враховуючи все, що було сказано вище про кодування програм і конфігурацій). При цьому одному тактові роботи $\mathfrak{M}$ відповідають кілька тактів роботи машини U, які потрібні їй, щоб відшукати й виконати ту команду, що її має виконати машина $\mathfrak{M}$.

Аналогія між універсальними Т. м. й універсальними ЕОМ полягає в тому, що й ті й другі, крім початкових даних розв'язуваної задачі, мають і програму розв'язування її. По суті, універсальну Т. м. можна вважати ідеалізованою моделлю універсальної ЕОМ. При цьому абстрагуються від тієї обставини, що ЕОМ має скінченну пам'ять, бо зовн. пам'ять її в міру потреби можна поповнювати.

Моделювання. Описана вище ідея побудови універсальної Т. м. пов'язана з інтуїтивним поняттям наслідування однієї Т. м. іншою, яке уточнюється в термінах поняття моделювання. Моделювання є одним з осн. способів порівнювання різних Т. м. або класів таких машин. Нехай $\mathfrak{M}_1$ і $\mathfrak{M}_2$ — дві Т. м. і φ — функція, що ставить у відповідність якимсь конфігураціям машини $\mathfrak{M}_2$ конфігурації машини $\mathfrak{M}_1$. Позначимо через $\varphi^{-1}(K)$ множину конфігурацій $\mathfrak{M}_2$ (кодів конфігурації K), в які φ відображує конфігурацію K машини $\mathfrak{M}_1$. Вважатимемо, що φ задовольняє умови: 1) область значень φ охоплює всі конфігурації Т. м. $\mathfrak{M}_1$, 2) якщо K — початкова (або заключна) конфігурація машини $\mathfrak{M}_1$, то $\varphi^{-1}(K)$ містить лише початкові (або лише заключні) конфігурації машини $\mathfrak{M}_2$. Нехай $K_1, K_2, \ldots$ — послідовність конфігурацій, що виникають одна за одною без пропуску в процесі роботи машини $\mathfrak{M}_1$, і нехай $\mathfrak{M}_2$, починаючи працювати з якоїсь конфігурації $L_1 \in \varphi^{-1}(K_1)$, породжує послідовність конфігурацій $L_1, L_2, L_3, \ldots$, причому існують числа $1 = i_1 < i_2 <, \ldots$, такі, що $L_{i_r} \in \varphi^{-1}(K_r)$, де $r = 1, 2, \ldots$. Якщо це правильно для будь-якої конфігурації K_1 машини $\mathfrak{M}_1$, то кажуть, що $\mathfrak{M}_2$ моделює машину $\mathfrak{M}_1$ з декодуючою ф-цією φ. Тоді наведене вище твердження про існування універсальної Т. м. можна сформулювати в сильнішій формі: існує Т. м., що моделює роботу довільної Т. м. при належному (дуже простому, як і скрізь нижче) кодуванні. Наведемо ще кілька тверджень, пов'язаних з поняттям моделювання: а) будь-яку Т. м. можна моделювати на Т. м. з двома станами й є Т. м., що її не можна моделювати на Т. м. з одним станом; б) будь-яку Т. м. можна моделювати на Т. м. з двома символами зовн. алфавіту; в) будь-яку Т. м. можна моделювати на Т. м. зі стрічкою, необмеженою лише в один бік (вважають, що Г такої машини не сходить із стрічки, тобто машина «відчуває», коли її Г оглядає крайню комірку).

Варіанти Т. м. Поряд з розглянутим вище осн. поняттям Т. м. вивчали й деякі варіанти цього поняття, що їх можна поділити на два осн. типи. До 1-го типу належать машини, що функціонують з обмеженнями (тобто, в програми таких машин входять команди лише якогось спец. виду). Напр., машинами 1-го типу є такі різновиди Т. м.: 1) *автомати скінченні;* їх можна розглядати як Т. м., Г яких у кожному такті роботи зсуваються праворуч, тобто будь-яка команда з програми має вигляд: $q_i a_j \to q_l a_p \Pi$; 2) автомати Рабіна — Скотта — це Т. м., що мають команди вигляду $q_i a_j \to q_e a_j R$, тобто в процесі роботи запис на стрічці не змінюється. Клас множин, що їх розпізнають на автоматах Рабіна—Скотта, співпадає з класом регулярних множин; 3) слабкостираючі (зокрема, нестираючі) Т. м. В цьому разі в зовн. алфавіті A машини вводять частковий порядок, і машина може замінювати на стрічці символ α лише на сим-

вол $\beta > \alpha$. Для нестираючих машин ця умова має такий вигляд: алфавіт A складається з букв «0», «1», причому одиниць більше як нулів. Доведено, що при належному кодуванні будь-яку Т. м. можна моделювати на нестираючій Т. м.

Машини 2-го типу являють собою природні узагальнення Т. м. і можуть відрізнятися від них кількістю стрічок, головок тощо. Розглянемо деякі з них. 1) Багатоголовкові Т. м. Кожна з Г такої машини оглядає певну комірку стрічки. Робота машини полягає в змінюванні стану ПК, вмісту яких-небудь з оглядуваних комірок (можливо, всіх) і пересування якихось Г (можливо, всіх) на одну комірку ліворуч або праворуч (різні Г можуть зсуватися в різні боки). Крім того, має бути передбачено однозначність запису в оглядуванні комірки, коли кілька Г оглядають ту саму комірку. 2) Багатострічкові Т. м. На кожній стрічці — одна або кілька головок. Робота багатострічкової машини залежить від вмісту всіх оглядуваних комірок на всіх стрічках і аналогічна роботі багатоголовкової Т. м. 3) В Т. м. з багатовимірною стрічкою команди машини зберігають попередній вигляд (додається лише можливість зсувів Г у кількох напрямах).

Будь-яку з цих трьох зазначених машин можна моделювати на Т. м. звичайного виду (з однією одновимірною стрічкою та однією Г). Окремим випадком Т. м. з багатьма необмеженими лише в один бік стрічками є т. з. машини Мінського (або лічильникові машини). Зовн. алфавіт кожної стрічки машини Мінського унарний, на кожній стрічці — одна Г. Кожна команда n-стрічкової машини Мінського має вигляд: $q\alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n \to q'R_1R_2 \dots R_n$, де α_i — дорівнює «0» або «1» залежно від того, чи оглядає Г на i-й стрічці саму ліву комірку, R_i задає зсув Г на i-й стрічці, причому є природне обмеження: якщо $\alpha_i = 0$, то $R_i \in \{H, П\}$. Кодуючи аргумент і значення функції положенням Г на одній із стрічок (якщо Г оглядає x-ову комірку, то цим задається число x), на належній тристрічковій машині Мінського можна обчислити будь-яку частково рекурсивну функцію. На двострічкових машинах при зазначеному кодуванні чисел цього зробити неможливо, проте за складнішого кодування на двострічкових машинах також можна обчислювати будь-які частково рекурсивні функції.

Машини всіх зазначених вище видів такі, що їхню роботу цілком визначає та конфігурація, з якої машина починає працювати. Є ще різновид Т. м. — Т. м. зі входом, робота яких залежить також від сигналів, одержуваних ними ззовні. Здебільшого сигнали ззовні беруть з якогось скінченного алфавіту Σ, що його наз. алфавітом вхідних символів. Вважають, що Σ має «пусту» букву σ_0, а тому, якщо на вхід ніякий сигнал не надходить, це інтерпретується як надходження букви σ_0. Машина зі входом працює аналогічно звичайній Т. м., при цьому команди машини мають вигляд $qa\sigma \to q'a'R$, де $a, a' \in A$, $\sigma \in \Sigma$, тобто в кожному такті роботу машини визначають стан ПК, вміст оглядуваної комірки та вхідний символ, який надійшов у цьому такті. Якщо машині зі входом $\mathfrak{M}$ дати ще й вихідний канал, по якому в певні моменти часу $\mathfrak{M}$ може видавати символи з алфавіту Δ, то $\mathfrak{M}$ можна використати й для обчислювання операторів, які відображують нескінченні послідовності букв з Σ в нескінченні послідовності букв з Δ (див. *Поведінка автоматів*). Машини зі входом під назвою Т. м. з оракулом використовують в ін. ситуації, щоб уточнити поняття *звідності* одних алгоритм. проблем до ін. (щоб уточнити поняття відносних обчислень предикатів і функцій). У цьому разі роботу машини $\mathfrak{M}$ зі входом інтерпретують так. Фіксують якусь підмножину $\widehat{Q}$ множини станів машини $\mathfrak{M}$ (т. з. «запитувальні стани»), якийсь підалфавіт B зовн. алфавіту A й стандартний спосіб ψ виділення слова в алфавіті B з конфігурації машини (напр., вилученням з конфігурації всіх букв, які не належать B); нарешті фіксують певну ф-цію O (т. з. оракул), яка відображує будь-яке слово в алфавіті B у якийсь непустий вхідний символ машини $\mathfrak{M}$. Кожного разу, коли $\mathfrak{M}$ перебуває не в запитувальному стані, на вхід $\mathfrak{M}$ надходить пустий символ. Якщо ж машина набуває стану $q \in Q$, то на вхід надходить непустий символ σ, який є значенням $O(P)$, де P—слово, одержуване за допомогою ψ з конфігурації, в якій машина перебуває в цей момент. Якщо при цьому $\mathfrak{M}$ обчислює якусь ф-цію f, то кажуть, що f зводиться до O. Викладену концепцію обчислень з оракулом можна застосувати лише в тому разі, коли оракул — функція зі скінченною множиною значень (напр., *предикат*). Для заг. випадку, коли O — довільна функція, яка відображує слова в алфавіті B на слова в алфавіті Σ, можливе аналогічне, але технічно складніше описування.

Літ.: Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М., 1960; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [бібліогр. с. 375—381]; Kleene S. C. Introduction to metamathematics. New York — Toronto, 1952; Эббинхауз Г. Д. [та ін.]. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. Пер. с нем. М., 1972.

М. К. Валієв.

УГО́РСЬКИЙ МЕ́ТОД — один із методів розв'язування *транспортної задачі.*

УЗАГА́ЛЬНЕНИХ ГРАДІЄ́НТІВ МЕ́ТОД — метод мінімізації опуклих функцій, який не вимагає для своєї реалізації неперервності градієнта мінімізовуваної функції. Нехай $f(x)$ — опукла ф-ція, визначена в евклідовому n-вимірному просторі E^n (див. *Простір абстрактний*). Вектор $g(x_0) \in E^n$ наз. **узагальненим градієнтом** (субградієнтом) $f(x)$ в точці x_0, якщо він при всіх $x \in E^n$ задовольняє нерівність $f(x) - f(x_0) \geqslant \geqslant (g(x_0), \ x - x_0)$. У тих точках, де $f(x)$ диференційовна (як відомо, опукла ф-ція майже скрізь диференційовна), узагальнений градієнт визначається однозначно і збігається з градієнтом у цій точці. В решті точок узагальнені градієнти визначаються неоднозначно й утворюють обмежену замкнену *опуклу множину.*

У. г. м. наз. процедуру обчислювання послідовності $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ за ф-лами такого виду:

$$x_{k+1} = x_k - h_k(x_k)\, g(x_k),$$

де $g(x_k)$ — один з узагальнених градієнтів у точці x_k, x_0 — задане початкове наближення, $h_k(x_k) > 0$. Нехай $f(x)$ досягає свого мінім. значення m^* на якійсь обмеженій множині S^*. Тоді справджуються такі твердження:

а) якщо

$$h_k(x_k) = \frac{a_k}{\| g(x_k) \|}; \quad a_k > 0;$$

$$\lim_{k \to \infty} a_k = 0; \quad \sum_{k=0}^{\infty} a_k = \infty, \quad \text{то} \quad \lim_{k \to \infty} f(x_k) = m^*;$$

$$\lim_{k \to \infty} \min_{x \in S^*} \| x_k - x \| = 0;$$

б) якщо

$$h_k(x_k) = h_k; \quad \| g(x_k) \| \leqslant c, \quad c > 0;$$

$$h_k > 0; \quad k = 0, 1, \ldots; \ \lim_{k \to \infty} h_k = 0; \quad \sum_{k=0}^{\infty} h_k = \infty,$$

то $\lim\limits_{k \to \infty} f(x_k) = m^*; \quad \lim\limits_{k \to \infty} \min\limits_{x \in S^*} \| x_k - x \| = 0;$

в) якщо існує

$$\varphi, \ \frac{\pi}{4} \leqslant \varphi < \frac{\pi}{2}$$

таке, що для

$$x \in E^n \ (g(x), \ x - x^*(x)) \geqslant \cos\varphi \| g(x) \| \| x - - x^*(x) \|,$$

де $x^*(x) \in S^*$ і таке, що $\min\limits_{y \in S^*} \| x - y \| = \| x - - x^*(x) \|$,



$$h_k = \frac{a_k}{\| g(x_k) \|}, \quad a_0 \geqslant \| x_0 - x^*(x) \| \cos\varphi,$$

$$a_{k+1} = a_k \cdot \sin\varphi; \quad k = 1, 2, \ldots,$$

то

$$\| x_k - x^*(x_k) \| \leqslant \frac{a_k}{\cos\varphi} = \frac{a_k \cdot \sin^n \varphi}{\cos\varphi}.$$

У. г. м. застосовують для розв'язування задач мінімаксного типу (див. *Мінімакс*), для реалізації схем декомпозиції в задачах лінійного й опуклого програмування, використовуючи метод *штрафних функцій*, для розв'язування задач мінімізації кусково-гладких опуклих ф-цій. Побудовано прискорені модифікації У. г. м., які грунтуються на використанні операції розтягання простору й узагальнення У. г. м. на певні класи неопуклих майже скрізь диференційовних ф-цій.

Н. З. Шор.

УЗАГА́ЛЬНЕНІ ФУ́НКЦІЇ — лінійні неперервні функціонали, визначені в просторі K всіх дійсних функцій $\varphi(x)$, які мають неперервні похідні всіх порядків і перетворюються на 0 поза якоюсь обмеженою областю (своєю для кожної з ф-цій $\varphi(x)$). Простір K (див. *Простір абстрактний*) є лінійним і його наз. основним, а ф-ції, які йому належать,— основними. Розглядають і простір комплексних ф-цій $\varphi(x)$, що задовольняють зазначені умови; в цьому випадку лінійні неперервні функціонали (див. *Оператор*) наз. комплексними У. ф. Їх можна розглядати як функціонали і в інших осн. просторах. Кожна звичайна ф-ція $f(x)$, абс. інтегровна в будь-якій скінченній n-вимірній області простору R_n (локально-інтегровна ф-ція), є узагальненою, бо вона визначає функціонал

$$(f, \varphi) = \int_{R_n} f(x)\, \varphi(x)\, dx.$$

У. ф., що їх задають такими ф-лами, наз. регулярними, а решта — сингулярними. Регулярну У. ф. f, яка діє за ф-лою $(f, \varphi) = = C \int_{R_n} \varphi(x)\, dx = \int_{R_n} C\varphi(x)\, dx$, називають сталою C.

Оскільки звичайні локально-інтегровні ф-ції є частиною всієї сукупності У. ф., то й для У. ф. інколи зберігають позначення $f(x)$, однак тоді вже не можна говорити про

значення У. ф. в окремих точках. Крім того, замість (f, φ) інколи пишуть $\int\limits_{R_n} f(x)\,\varphi(x)\,dx$, хоч з точки зору звичайного аналізу такий запис, загалом кажучи, не має сенсу.

До У. ф. належить, напр., *дельта-функція* $\delta(x)$ — функціонал, який ставить у відповідність ф-ції $\varphi(x)$ число $\varphi(0)$. Т. ч., $(\delta(x), \varphi(x)) = \varphi(0)$. Часто трапляється й «зсунута» дельта-функція — функціонал $\delta(x - x_0)$, визначуваний рівністю $(\delta(x - x_0), \varphi(x)) = \varphi(x_0)$. Побудовано й У. ф., що відповідають широкому класу ф-цій $f(x)$, які мають в окремих точках неінтегровні особливості, і співпадають з $f(x)$ у всіх точках локальної інтегровності ф-цій $f(x)$. У. ф. мають ряд властивостей, яких нема у звичайних ф-цій. Напр., будь-яка У. ф. має похідні всіх порядків, які теж являють собою У. ф.

У. ф. набули великого поширення в різних розділах математики. В нестрогій формі У. ф. фізики застосовували вже давно. Вперше в явній (і тепер загальноприйнятій) формі У. ф. впровадив рад. математик С. Л. Соболєв у 1936.

Літ.: Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними, в. 1. М., 1958 [бібліогр. с. 431—432].
А. І. Березовський

«УМ1-НХ» — малогабаритна керуюча цифрова обчислювальна машина для автоматизації керування виробничими процесами. Серійно її випускають з 1963. Побудовано «УМ1-НХ» на потенціальних малопотужних транзисторних схемах (загальна споживана потужність ЦОМ—220 *ва*); в оперативному запам'ятовувальному пристрої використано мініатюрні інтегр. елементи. В машину вбудовано пристрій зв'язку з керованим об'єктом. У пристрої є перетворювач типу «напруга — код», «код — напруга» та «вал — код».

Відмітна особливість машини — відносно висока експлуатаційна надійність (завдяки різкому зниженню енерг. рівня роботи елементів; осн. напруга живлення — 1,7 *в*). Система числення—двійкова, з фіксованою комою. Довжина слова — 15 двійкових розрядів (14 цифрових і 1 знаковий). Структура команд — двох- і трьохадресна. Час виконання операцій: додавання — 200 *мксек*; множення — 1000 *мксек*; ділення — 1200 *мксек*. Кількість команд — 31. Особливістю системи команд є операція паузи, що перериває хід програми до надходження запускаючого імпульсу. Завдяки цьому машина може працювати в реальному масштабі часу. Характеристики ЗП: ємність блока програм — 2048 20-розрядних чисел; ємність довгочасного ЗП—512 15-розрядних чисел; ємність оперативного ЗП—256 15-розрядних чисел.

Введення даних: каналів введення аналогової інформації (від —5 до +5 *в*) — 8; каналів введення інформації від перетворювачів «кут — код» з роздільною здатністю 11 двійкових розрядів — 8; розрядність цифрового входу — 15.

Виведення даних: каналів виведення аналогової інформації (0—5 *в*) — 8; каналів виведення цифрової інформації — 4. Щоб розширити сферу застосування машини, розроблено зовн. багатоканальний пристрій введення — виведення, керуючий комплекс із змінною комплектацією на основі «УМ1-НХ» і малий дослідницький комплекс на основі машин «УМ1-НХ» та «МН-7». Щоб знизити вартість і підвищити технологічність і серійність «УМ1-НХ», проведено модернізацію (навісний монтаж замінено друкованим, спрощено зшивання програм, поліпшено структурну схему), внаслідок чого вона стала однією з найдешевших вітчизняних керуючих обчисл. машин.

Літ.: Вальков В. М. [та ін.]. Системы автоматического управления на базе УМ1-НХ. «Обмен опытом в электронной промышленности», 1969, в. 4; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181].
Й. В. Берг, В. М. Вальков, Ф. Г. Старос, Ю. А. Чугунов.

УМО́ВИ СТАЦІОНА́РНОСТІ — те саме, що й *оптимальності необхідні умови*.

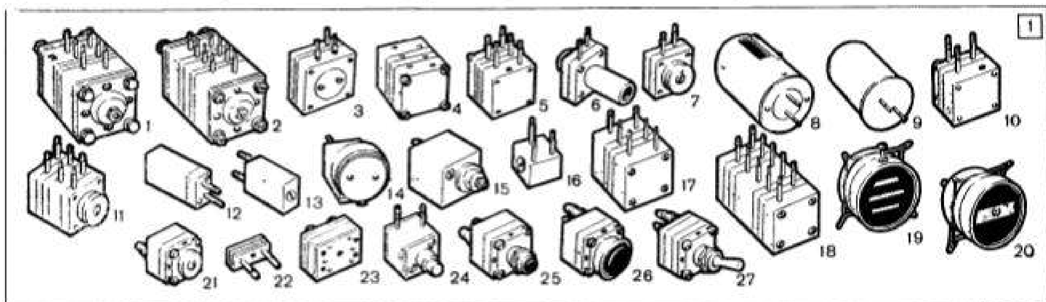
УМО́ВИ ТРАНСВЕРСА́ЛЬНОСТІ — граничні умови, що дають змогу визначити положення кінців кривої, яка надає екстремуму функціоналові, на поверхнях, яким належать кінці допустимих кривих (див. *Задача з рухомими кінцями*).

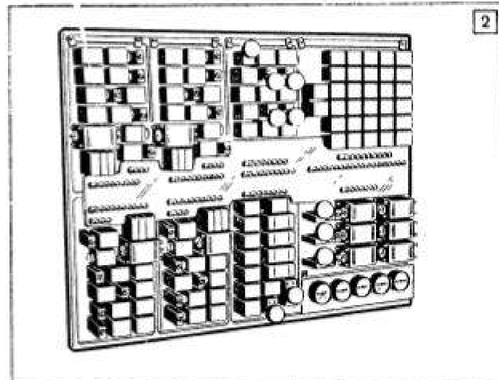
УНІВЕРСА́ЛЬНА СИСТЕ́МА ЕЛЕМЕ́НТІВ ПРОМИСЛО́ВОЇ ПНЕВМОАВТОМА́ТИКИ (УСЕППА) — система, що складається з окремих конструктивно завершених пневматичних пристроїв (пневмоелементів), кожний з яких виконує строго визначену найпростішу (елементарну) операцію. До УСЕППА входять елементи, що дають змогу реалізовувати неперервні (аналогові), дискретні й неперервно-дискретні операції. Для реалізації неперервних операцій над сигналами, що приймають будь-які значення з робочого діапазону тисків (як правило, від 0 до 1,4 ± 0,2 *кгс/см²*), використовують елементи порівнювання (підсилювачі) на два й чотири входи, повторювачі без зміщення, зі зміщенням, із запам'ятовуванням сигналу тощо, пневмоємності постійні й змінні та пневмоопори (пневмодроселі) нерегульовані й регульовані. За їхньою допомогою створюються розв'язувальні підсилювачі й інерційні ланки (опір — ємність), які становлять основу аналогової пневматичної техніки.

Для реалізації алгебричних і часових логічних операцій з сигналами, що приймають двоє значень (0 *кгс/см²* і тиск живлення), в системі використовують універсальні пневмореле (активний елемент) і спарений зворотний клапан (пасивний елемент). На їхній основі реалізуються елементарні логічні операції (І, АБО, НЕ, заборона тощо), які дають змогу створювати однотактні релейні (дискретні) схеми будь-якої складності, та часові операції, які можуть здійснюватись або з використанням природних затримок (інерційних ланок), або примусових затримок від зовнішніх пневмосигналів. Генератори й імпульсатори пневмосигналів та *тригери* з лічбовим і роздільними входами будують не на

глухій (замкненій) камері, тим часом як запам'ятовувальні пристрої й затримки дискретних сигналів на час дії зовнішнього пневмосигналу і тригер з лічбовим входом будують, використовуючи глуху камеру і т. п. Всі ці пристрої дають змогу створювати будь-які багатотактні релейні схеми. Для реалізації неперервно-дискретних операцій у системі використовують пневмоклапани, комірку з запам'ятовуванням неперервного сигналу й лінійний пульсуючий опір. Ці елементи пристосовано для роботи і з неперервними, і з дискретними сигналами. Вони дають змогу істотно розширити можливості побудови пристроїв пневмоавтоматики.

До складу УСЕППА входять також елементи керування (задавач, кнопки, тумблер, пневмоелектроперетворювачі, електропневмоперетворювачі та ін.) й елементи сигналізації (бленкери, пневмолампи, табло тощо). Всі елементи УСЕППА мають стандартні цоколі (мал. 1), близькі за розмірами, й завдяки цьому їх можна встановлювати на спец. монтажних платах. Ці плати складають з кількох шарів, на поверхні яких способом друку (фрезеруванням, штампуванням, травленням і т. ін.) утворюються порожні канали (мал. 2). Укомплектовуючи плати універсальними елементами УСЕППА, будують пневматичні неперервні та перервні регулятори, які діють за різними, в тому числі й змінними, законами регулювання, системи автомат. оптимізації, різні релейні схеми пуску, керування та блокувань, системи циклічної автоматики, пристрої телемеханіки з кодуванням і декодуванням сигналів та ін. системи комплексної автоматизації. У різних системах можуть бути сотні й навіть тисячі елементів. Застосовуючи в пневмоавтоматиці універсальні елементи, можна доповнювати УСЕППА новими елементами й модернізувати існуючі. Це розширює функціональні можливості системи й сприяє поліпшенню техніко-економічних показників пристроїв, а саме: скорочує строки створювання та освоювання кожного нового приладу чи системи, зменшує вартість приладів, збільшує строк їхньої служби, бо є можливість замінювати несправні елементи, тощо. Ефективність УСЕППА ще більше підвищується при серійному виготовленні не лише універсальних елементів, а й найпростіших схем з елементів-модулів і типових секцій загальнопромислового призначення. Конструктивно їх також оформляють у вигляді стандартних виробів, застосовуваних при загальноприйнятому способі монтажу за допомогою з'єднувальних плат (листовому, ярусному та ін.). Такі набори універсальних модулів і секцій можуть утворювати свою систему агрегатів. Таким чином, агрегатний принцип набуває дальшого розвитку порівняно з *агрегатною уніфікованою системою* і сприяє одержанню ще більшого ефекту внаслідок застосування його.





1. Набір елементів УСЕППА: *1* і *2* — дво- і чотиривходові підсилювачі; *3* — грубий потужний повторювач; *4*, *17* і *23* — пневмореле (в різних конструктивних виконаннях); *5* і *10* — клапани (розвантажений, нерозвантажений); *6* — точний повторювач із зсувом; *7* — точний повторювач; *8* і *9* — пневмоємності (регульована й постійна); *11* — пам'ять неперервного сигналу; *12* — задавач; *13* і *14* — пневмоопори (постійний і регульований); *15* — дросельний суматор; *16* і *22* — спарений зворотний клапан (кульковий, з літаючим диском); *18* — пам'ять дискретного сигналу; *19* і *20* — індикатори (бленкери); *21* — кінцевий вимикач; *24*, *25* і *26* — пневмокнопки; *27* — пневмотумблер.

2. Загальний вигляд пневматичної системи керування на УСЕППА.

У практиці пневмоавтоматики в СРСР широко застосовують систему стандартних універсальних приладів «Старт», пристосовану переважно для побудови розгалужених систем стабілізації та оптимізації процесів і менш зручну для побудови *дискретних систем керування*. Таку саму агрегатну систему можна побудувати й з універсальних типових блоків циклічної автоматики з використанням досконаліших елементів (напр., таких, у яких

замість елементів з пружними й рухомими деталями застосовуються струменеві й проточні елементи).

Дальше вдосконалення пневмоавтоматики йде двома напрямами: по шляху доповнювання й модернізації елементів з використанням нових принципів у галузі створення апаратури і по шляху створення нової агрегатної модульної системи засобів пневмоавтоматики, яку будують на досконалішій елементній базі й яка допускає застосування уніфікованих методів монтажу на всіх стадіях агрегатизації.

Літ.: Берендс Т. К. [та ін.]. Элементный принцип в пневмоавтоматике. «Приборостроение», 1963, № 11; Берендс Т. К., Ефремова Т. К., Тагаевская А. А. Элементы и схемы пневмоавтоматики. М., 1968 [бібліогр. с. 302—308].

Т. К. Берендс.

UNCÓL — універсальна машинно-орієнтована мова. Один з перших проектів проміжної мови, призначеної бути посередником при трансляції з *мов процедурно-орієнтованих* на мови обчислювальних машин. Розроблено її 1960—61 в США. Цим терміном іноді наз. *мови проміжні*.

УПОРЯДКО́ВУВАННЯ МАСИ́ВУ — розміщування елементів масиву в порядку монотонної зміни значення деякої ознаки. Див. *Операції над масивами*, *Сортування даних*.

«УПРАВЛЯ́ЮЩИЕ СИСТЕ́МЫ И МАШИ́НЫ» — науково-виробничий журнал. Висвітлює теор. й прикладні питання заг. теорії й методології систем, архітектури керуючих систем і машин, інформаційного й матем. забезпечення АСУ, організації обчисл. процесу в системах управління й обробки даних, заг. принципів побудови ЕОМ і обчисл. комплексів для АСУ, елементних і алгоритмічних структур ЕОМ, контролю й надійності ЕОМ і систем, периферійного обладнання й засобів системного зв'язку, автоматизації проектування ЕОМ і систем та ін. Видає Ін-т кібернетики АН УРСР з 1972. Виходить 6 разів на рік рос. мовою.

«УРА́Л» — сімейство цифрових обчислювальних машин загального призначення, орієнтованих на розв'язування інженерно-технічних і планово-економічних задач. Перші чотири моделі сімейства — «Урал-1», «Урал-2», «Урал-3» й «Урал 4» — були ламповими машинами, «Урал-11», «Урал-14» та «Урал-16» — напівпровідникові.

Створена 1957, «Урал-1» за продуктивністю відносилась до малих машин (в основному, інженерного застосування) і відзначалася дешевиною. Машина мала розвинену систему команд (кількох мінімальних форматів) з безумовною й умовною передачею керування, систему сигналізації й ручне керування, яке давало змогу стежити за виконанням програми і втручатися в хід її виконання для внесення виправлень у процесі налагодження. Осн. тех. характеристики машини: система числення — двійкова, форма представлення чисел — з фіксованою комою, розрядність — 36, система команд — одноадресна, швидкодія — 100 операцій за 1 *сек*. Оперативний ЗП машини на магн. барабані обсягом 1024 слова (швидкість обертання 6000 *об/хв*) доповнювався зовн. ЗП на магн. стрічці (40 тис. слів) і перфострічці (10 тис. слів). Як пристрої введення — виведення використовували клавішний друкувальний пристрій і пристрій на перфострічці.

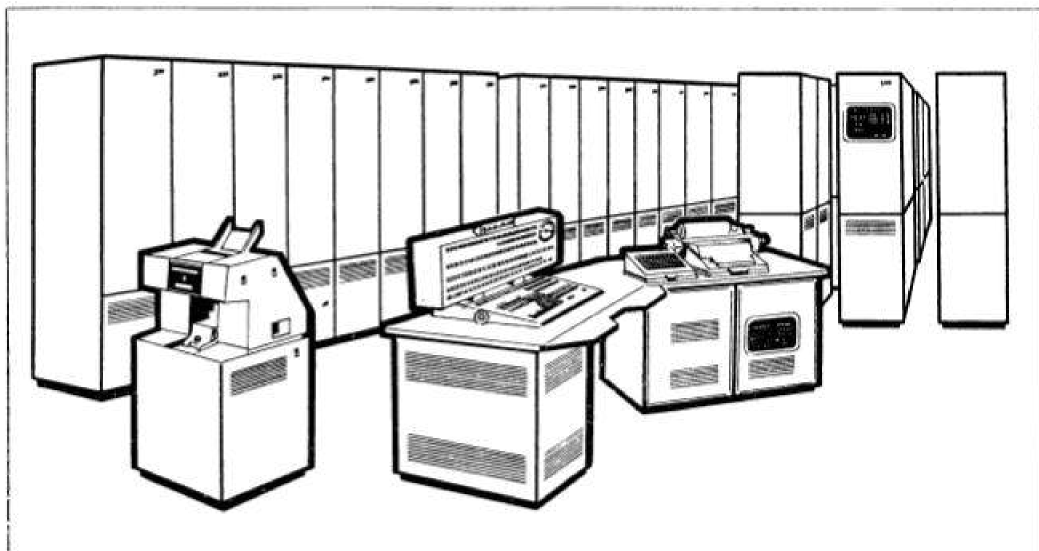
У наступних моделях — «Урал-2», «Урал-3» та «Урал-4» — запроваджено феритовий ОЗП, розширено ємність зовн. ЗП на барабані (8 × 8192 слів) і магн. стрічці (12 × 260 тис. слів) і значно розширено набір пристроїв введення — виведення. Характерно, що вже машини «Урал-2», «Урал-3» й «Урал-4» утворювали ряд програмно й апаратно сумісних моделей з комплектованим за потребами застосування складом пристроїв, який дає змогу в певних межах варіювати продуктивність машини.

1964—71 створено також ряд програмно й апаратно сумісних моделей «Урал-11», «Урал-14» та «Урал-16» — на єдиній конструктивній, технологічній і схемній базі — з такими особливостями. Машини утворюють конструктивно, схемно й математично сумісний ряд ЕЦОМ різної продуктивності, з гнучкою блоковою структурою, з широкою номенклатурою пристроїв зі стандартизованим способом підмикання, який дає змогу складати комплект машини, найбільш придатний для даного конкретного застосування; передбачені конструктивні та схемні можливості дають змогу комплектувати *обчислювальні системи*, що складаються з кількох машин; передбачені можливості резервування окремих пристроїв та машин забезпечують створення систем підвищеної надійності; система схемного захисту даних, незалежність програм від їхнього місця в пам'яті, система відносних адрес, розвинена система переривання й відповідна система команд дають змогу організувати одночасне розв'язування кількох задач; можливість роботи в режимах з плаваючою та фіксованою комою, у двійковій і десятковій системах числення, вибірка й виконування операцій із словами фіксованої та змінної довжини дають змогу ефективно розв'язувати планово-економічні, інформаційні й науково-технічні завдання; система апаратного контролю забезпечує контроль зберігання, адресації, передавання, введення, виведення та обробки даних; велика ємність оперативного ЗП з безпосередньою вибіркою слів змінної довжини, ефективні апаратні засоби контролю та захисту пам'яті, ступінчаста адресація, розвинена система переривань та припинень, можливість підмикати пам'ять великої ємності з довільною вибіркою на магн. барабанах та дисках, наявність *давача часу*, апаратури спряження з каналами зв'язку і пультів операторів для зв'язку з машиною дає можливість будувати різні *обробки даних системи* колективного користування, що працюють у *режимі розподілу часу;* уніфікація елементів, блоків та пристроїв забезпечує добру технологічність серійного виробн. машин. Останні три моделі сімейства побудовано на напівпровідни-

кових елементах модульної конструкції, і за чисто формальними ознаками (елементна база) їх треба віднести до електронних *обчислювальних машин* другого покоління, хоч у їхній архітектурі є багато рис, властивих машинам третього покоління.

Осн. тех. характеристики останньої моделі сімейства — машини «Урал-16» (мал.) такі: представлення даних — слова змінної довжини, числа з плаваючою комою, числа з фіксованою комою змінної розрядності, символи; довжина слова (у *бітах*) — 1, 2, ..., 48; довжина масиву інформації (у *бітах*) — 24, 48, ..., 98 304; розрядність чисел з фіксованою комою — 1, 2, ..., 48, з плаваючою комою — мантиса 39, порядок 7; система числення — двійкова; система команд — 300 одноадресних команд; система адресації — відносна, ступінчаста (номер масиву — початок підмасиву — відносна адреса слова заданої довжини); час виконання операцій: додавання 48-розрядних слів — 10 *мксек*, множення — 30 *мксек*; кількість каналів сигналів переривання — 64 + 24; кількість рівнів переривання — 64. Оперативний ЗП — на феритових осердях, ємністю 131—524 тис. слів, зовн. ЗП на магн. барабані — 98 ÷ 784 тис. слів, на магн. дисках — 5 ÷ 40 млн. слів, на магн. стрічках — 8 ÷ 48 млн. слів (слова довжиною 24 + 2 *біти*). Як пристрої введення використовують пристрої на перфокартах — 700 карт за 1 *хв*, на перфострічці — 1000 рядків за 1 *сек*, введення з каналів зв'язку — до 2,2 млн. *біт* за 1 *сек*. Як пристрої виведення використовують друкувальний пристрій продуктивністю 400 рядків (по 128 знаків) за 1 *хв*., пристрій на перфокартах — 110 карт за 1 *хв*, вихідний перфоратор — 80 рядків за 1 *сек*, виведення в канали зв'язку — до 2,2 млн. *біт* за 1 *сек*, алфавітно-цифровий друкувальний пристрій — 800 рядків за 1 *хв*. Є й *екранний пульт* — пристрій індикації, призначений для реалізації *діалога режиму* — з макс. обсягом відтворюваних даних — 2048 символів.

Основу системи матем. забезпечення останніх моделей сімейства «Урал» становить універсальна програма-диспетчер, що виконує функції *операційної системи*. До складу матем. забезпечення входить також автокод АРМУ, який забезпечує повну суміщуваність програм від меншої моделі до більшої й записування на ньому алгоритмів розв'язування певного кола задач. АРМУ забезпечує записування програм для роботи з словами й масивами змінної довжини, виконування операцій над числами у двійковій і десятковій системах числення з плаваючою й фіксованою комою. В системі матем. забезпечення передбачено *транслятор* з АРМУ на машинну мову. Є програми налагодження на рівні мов машин та автокоду АРМУ. Для виявлення несправностей є набір тест-програм. Бібліотека програм, що має стандартні програми й програми розв'язування різних задач, комплектується з програм, написаних мовами окремих ЕЦОМ, АРМУ, АЛГОЛ-60, АЛГАМС та АЛГЕК. Передбачено розширення бібліотеки за рахунок програм, написаних іншими мовами й автокодами, після розробки відповідних трансляторів з цих мов на мову АРМУ.



Цифрова обчислювальна машина «Урал-16»

Літ.: Бураков М. В. Опыт эксплуатации цифровой вычислительной машины «Урал». М., 1962. Машины вычислительные цифровые «Урал-11», «Урал-14», «Урал-16». В кн.: Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Электронные цифровые вычислительные машины общего назначения. М., 1968.

П. В. Походзіло.



ФА́ЗОВІ КООРДИНА́ТИ — координати, які повністю описують положення точки у фазовому просторі. Відомо, що дифер. рівняння руху точки, одержані на підставі фіз. законів, мають звичайно порядок, вищий за перший. Вводячи додаткові змінні, можна систему звичайних дифер. рівнянь звести до системи першого порядку. При цьому нові змінні мають, як правило, фіз. зміст імпульсів, моментів тощо. Простір векторів, у якому кожний вектор описується початковими і знову введеними коорд., наз. ф а з о в и м п р о с т о р о м, а коорд. точки — Ф. к.

Абстрагуючись від походження системи, часто (напр., в *оптимального керування теорії*) коорд. будь-якої системи, яку можна описати звичайними дифер. рівняннями 1-го порядку, називають Ф. к. *Б. М. Пшеничний.*

ФА́ЗОВІ ОБМЕ́ЖЕННЯ — обмеження на розв'язки (траєкторії) системи диференціальних рівнянь у задачах *оптимального керування теорії*. Ці обмеження задають вимогою, щоб розглядувані траєкторії не залишали якоїсь заданої області простору. Найчастіше ці обмеження для всіх моментів часу задають у вигляді нерівності $g(x(t)) \leqslant 0$, де $g(x)$ — якась ф-ція *фазових координат* x, а $x(t)$ — значення фазових координат об'єкта в момент часу t.

ФА́ЗОВОГО ПРО́СТОРУ МЕ́ТОД — метод досліджування динамічних систем, оснований на вивченні можливих рухів системи у фазовому просторі. Фазовим простором (простором станів) наз. простір змінних $x_1, ..., x_n$ динамічної системи, описуваної дифер. рівняннями

$$\frac{dx_k}{dt} = X_k(x_1, \ldots, x_n), \qquad k = 1, \ldots, n. \quad (1)$$

Тут x_k — залежні змінні, t — незалежна змінна (час), X_k — функції, які задовольняють при заданих для $t = t_0$ початкових значеннях

$$x_1 = x_1^0; \ \ldots ; \ x_n = x_n^0 \quad (2)$$

умови існування розв'язків

$$x_k = \varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0; \ t - t_0), \quad k = 1, \ldots, n. \quad (3)$$

У просторі $x_1, ..., x_n$ значення функцій (3) представляють координати зображувальної точки, яка при зміні часу t (якщо його розглядати як параметр) описує фазову траєкторію. Сукупності всіх можливих початкових значень відповідає сукупність фазових траєкторій, яка утворює в просторі $x_1, ..., x_n$ фазову картину (портрет) руху.

Точки фазового простору, для яких $X_k(x_1, ..., x_n) = 0$ $(k = 1, ..., n)$, наз. особливими точками, вони зображають стани рівноваги системи. Особливі точки можуть бути ізольованими або складати якусь область (напр., відрізок або пластинку). Замкнені фазові траєкторії, для яких

$$\varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0, t_0) = \varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0, \ t_0 + \tau),$$
$$k = 1, \ldots, n,$$

зображають періодичні рухи системи періоду τ і можуть бути ізольованими або утворювати якусь область (напр., кільце або тор). Особливі точки та замкнені траєкторії можуть бути стійкими або нестійкими, залежно від того, чи є вони елементами притягання чи відштовхування для навколишніх траєкторій. Поверхні у фазовому просторі, які правлять за елементи притягання або відштовхування для всіх навколишніх траєкторій, наз. сепаратрисними.

Ф. п. м. полягає у визначенні фазових траєкторій або всієї фазової картини руху, яка характеризує такі властивості системи, як існування та стійкість рухів, що встановились, характер перехідних рухів тощо. Метод є найбільш наочний, якщо система (1) має другий порядок і якщо її фазовий простір — площина. Нехай система описується рівняннями:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + P(x_1, x_2); \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + Q(x_1, x_2), \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

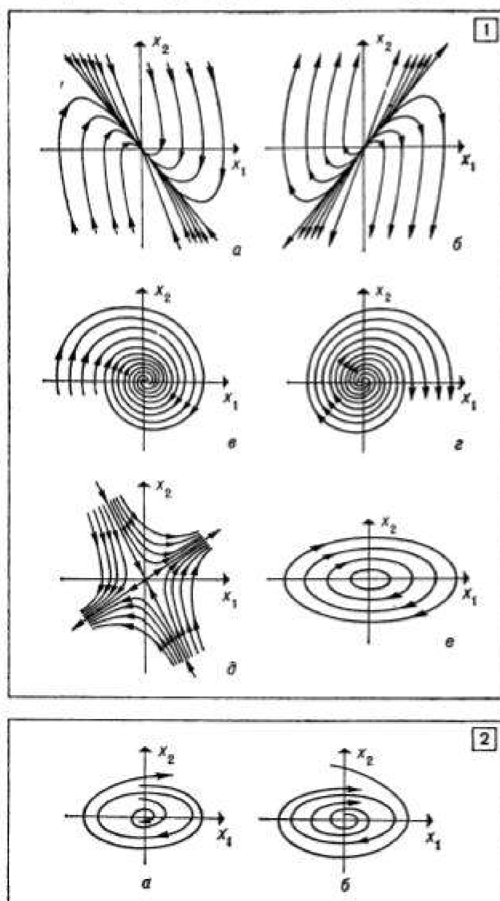
де a_{ik} — постійні коефіцієнти; $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$; P, Q — члени, які перетворюються на початку координат на нуль принаймні як нескінченно малі другого порядку. Позначимо через λ_1, λ_2 корені характеристичного рівняння

$$D(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Франц. математик А. Пуанкаре (1854 — 1912) показав, що система (4) може мати особливі точки таких типів: 1) стійкий вузол (якщо λ_1 й λ_2 — дійсні від'ємні), в який періодично вливаються навколишні траєкторії; 2) нестійкий вузол (якщо λ_1 й λ_2 — дійсні додатні), від якого траєкторії аперіодично розходяться; 3) стійкий фокус (якщо λ_1 й λ_2 — комплексні з від'ємними дійсними частинами), на який траєкторії намотуються спіралями; 4) нестійкий фокус (якщо λ_1 й λ_2 — комплексні з додатними дійсними частинами), з якого траєкторії розмотуються спіралями; 5) сідло (якщо λ_1 й λ_2 — дійсні різних знаків), в яке

входять дві і з якого виходять дві траєкторії, а решта траєкторій з ним не стикаються; 6) можливий фокус або центр (якщо λ_1 й λ_2 — чисто уявні), залежно від виду ф-цій P та Q; в тому разі, якщо особлива точка — центр, її оточують залежні траєкторії, вкладені одна в одну (мал. 1). Ізольовані замкнені траєкторії Пуанкаре назвав граничними циклами (мал. 2).

Якщо $P \equiv 0$, $Q \equiv 0$, то система (4) є лінійною, типи її особливих точок зберігаються, характерні для них траєкторії охоплюють усю площину x_1, x_2, у випадку чисто уявних коренів є певно центр, граничних циклів бути не може. Якщо P і Q — кусково-лінійні функції, то система (4) являє собою ряд підсистем лінійних дифер. рівнянь, кожна з яких справджується в певній області q_i площини x_1, x_2; в кожній області q_i фазові траєкторії можна визначити як частину траєкторій відповідної лінійної системи; зшиванням траєкторій, які належать окремим областям q_i, визначаються траєкторії на всій площині x_1, x_2. Для побудови фазових траєкторій використовують також графічні та графо-аналітичні методи й методи моделювання.



1. Типи особливих точок: *а* — стійкий вузол; *б* — нестійкий вузол; *в* — стійкий фокус; *г* — нестійкий фокус; *д* — сідло; *е* — центр.
2. Граничні цикли: *а* — нестійкий; *б* — стійкий.

Поведінка розв'язку нестаціонарних та неавтономних систем дифер. рівнянь, праві частини яких залежать явно від часу t, визначається на множині моментів часу T та множині станів X; у цьому разі під фазовим простором (простором подій) розуміють множину $T \times X$.

Літ.: Немыцкий В. В., Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.— Л., 1949 [бібліогр. с. 541—546]; Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., 1959 [бібліогр. с. 905—912]; Нелепин Р. А. Точные аналитические методы в теории нелинейных автоматических систем. Л., 1967 [бібліогр. с. 438—447]; Флюгге-Лотц И. Метод фазовой плоскости в теории релейных систем. Пер. с англ. М., 1959. *Р. А. Нелепін.*

ФАКТОГРАФІЧНА ІНФОРМАЦІЙНО-ПОШУКОВА СИСТЕМА — див. *Інформаційно-пошукова система фактографічна.*

ФАКТОРИЗАЦІЇ МЕТОД — метод розв'язування крайових задач для лінійних диференціальних (чи різницевих) рівнянь або систем таких рівнянь. Цей метод зводить початкову *крайову задачу* до двох задач Коші, які наз. прямим і зворотним ходами факторизації. Напр., розв'язування Ф. м. крайової задачі для системи різницевих рівнянь 2-го порядку $A_k u_{k-1} + B_k u_k + C_k u_{k+1} = f_k$, $k = 1, \ldots, N-1$ з крайовими умовами $B_0 u_0 + C_0 u_1 = f_0$, $A_N u_N + B_N u_N = f_N$ зводиться до обчислювання допоміжних *матриць* $P_0, P_1, \ldots, P_{N-1}$ і векторів $q_0, q_1, \ldots, q_{N-1}$ за рекурентною системою (прямий хід факторизації)

$$P_0 = -B_0^{-1} C_0, \quad q = B_0^{-1} f_0;$$

$$P_k = -(A_k P_{k-1} + B_k)^{-1} C_k,$$

$$q_k = (A_k P_{k-1} + B_k)^{-1} (f_k - A_k q_{k-1})$$

і до обчислювання розв'язку $u_N, u_{N-1}, \ldots, u_0$ початкової крайової задачі за рекурентною системою (зворотний хід факторизації)

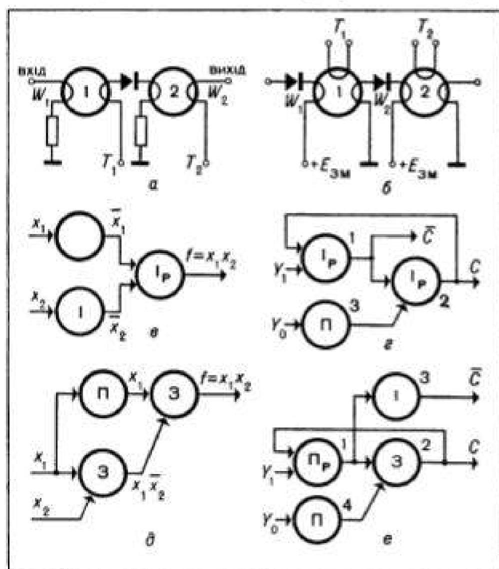
$$u_N = (A_N P_{N-1} + B_N)^{-1} (f_N - A_N q_{N-1});$$

$$u_k = P_k u_{k+1} + q_k.$$

Ф. м. тісно пов'язаний з методом виключення Гаусса (див. *Лінійних алгебричних систем рівнянь способи розв'язування*) і в разі різницевих рівнянь є одним з варіантів чисельної реалізації методу Гаусса для розв'язування відповідної системи лінійних алгебр. рівнянь. Ф. м. поширюється й на крайові задачі для систем дифер. чи різницевих рівнянь високих порядків. *Обчислювальні схеми* Ф. м. легко програмуються на ЕОМ, не потребують великого обсягу запам'ятовувального пристрою й досить часто становлять стійкий (див. *Стійкість різницевих схем*) обчисл. процес.

Літ.: Шаманский В. Е. Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ, ч. 1. К., 1963 [бібліогр. с. 192—194]. *М. Ф. Бейко*

ФЕРИ́Т-ДІО́ДНА СИСТЕ́МА ЕЛЕМЕ́НТІВ — система, основана на використанні феритових осердь та діодів. В усіх схемах ферит-діодних елементів феритові осердя відіграють роль *запам'ятовувальних елементів*, що зберігають протягом певного часу інформацію, а діоди виконують допоміжні функції як елементи кіл зв'язку, керування тощо. Звичайно у Ф.-д. с. е. використовують феритові осердя з прямокутною петлею гістерезису, які після перемагнічування за відсутності намагнічувального поля перебувають в одному з двох можливих стійких станів, відповідних значенням залишкової індукції. Різні полярності залишкової індукції використовують для подавання «0» й «1» у двійковій *системі числення*.



Схеми на ферит-діодних елементах.

За способом зчитування запам'ятовуваної інформації ферит-діодні елементи поділяють на дросельні й трансформаторні. У схемі елемента д р о с е л ь н о г о т и п у (мал., *а*) керування зчитуванням та просуванням інформації здійснюють двополярні тактуючі серії імпульсів T_1 і T_2, зсунуті одна відносно одної на півперіода. Якщо осердя комірки 1 перебуває в стані, відповідному логіч. одиниці, то після надходження позитивного імпульсу серії T_1 воно перемагнічується в стан нуля. При цьому запам'ятовувальний дросель споживає значну енергію перемагнічувального імпульсу. В результаті струм, який надходить в обмотку запису W_1 комірки 2, малий; він визначає рівень завад у ферит-діодних елементах дросельного типу. Якщо ж у комірці 1 не було записано «1», то протягом позитивного півперіоду тактуючої серії T_1 осердя комірки 1 перемагнічуватись не буде, а в обмотці запису W_1 комірки 2 з'явиться сильний струм і перемкне осердя 2 у стан одиниці. Т. ч., комірка ферит-діодного елемента дросельного типу інвертує вхідну інформацію.

В елементах т р а н с ф о р м а т о р н о г о т и п у (мал., *б*) просування інформації здійснюється при почерговому діянні тактових імпульсів струму T_1 і T_2 в напрямі від осердя 2. Полярність обмоток і тактуючих імпульсів обрано так, що ці імпульси прагнуть перевести осердя зі стану «1» у стан «0», тобто зчитують одиницю. При цьому, якщо в осерді раніше було записано «1», то з надходженням тактового імпульсу в обмотці виходу W_2 цього осердя наводиться ерс такої полярності, що дальше осердя перемагнічується у стан «1». Т. ч., ферит-діодні елементи трансформаторного типу працюють у режимі повторювачів вхідної інформації. При зчитуванні з осердя раніше записаної «1», крім ерс, що наводиться в обмотці виходу W_2 й необхідної для правильного передавання інформації, в обмотці запису W_1 наводиться й ерс, яка відіграє роль завади. Щоб усунути заваду, використовують джерело напруги $E_{зм}$ або компенсуючий резистор R, через який обмотки запису та виходу елемента підмикають до землі. У другому випадку зворотний рух інформації виключається за рахунок падіння напруги на спільному резисторі R, що компенсує ерс, яка наводиться в обмотці запису W_1 під час зчитування «1» з осердя.

Щоб усунути вплив *зворотного зв'язку* й підвищити надійність роботи, застосовують тритактні схеми ферит-діодних елементів. У таких схемах просування інформації організовується за допомогою трьох тактуючих серій. При цьому або перекривають імпульси тактуючих серій у часі, або застосовують компенсуючі обмотки, завдяки чому в момент зчитування інформації з якогось осердя попереднє осердя перебуває під діянням ще не скінченого в ньому тактового або компенсуючого імпульсу струму в стані «0». При такому способі усунення впливу зворотного зв'язку на кожну одиницю інформації потрібно три осердя, а загальний час зсуву інформації становить три такти. Вадами тритактних схем є відносна складність, структурна надмірність і невисока швидкодія.

Осн. логічні схеми на ферит-діодних елементах реалізують по-різному залежно від типу елементів. Елементи трансформаторного типу повторюють вхідну інформацію, тому *диз'юнкція* реалізується на вході обмотки запису такого елемента за допомогою діодів поділу, які водночас є діодами вихідних обмоток елементів, що утворюють аргументи диз'юнкції. В елементах дросельного типу для реалізації диз'юнкції в чистому вигляді необхідна повторна інверсія, бо дросельна комірка працює як інвертор. Щоб здійснити інверсію в елементах трансформаторного типу, використовують елемент заборони (див. *Ферит-транзисторна система елементів*). *Кон'юнкція* в елементах дросельного типу реалізується на основі трьох елементів

розділення з інверсією (мал., *в*); тут I — інвертор, x_1, x_2 — вхідні сигнали, $I_р$ — функція розподілу з інверсією. Для організації цієї самої функції на елементах трансформаторного типу (мал., *д*) потрібні два елементи заборони й елемент розподілу.

Тригер з роздільними входами на ферит-діодних елементах трансформаторного типу складається з чотирьох елементів (мал., *е*). Елемент виконує лише роль затримки, необхідної в тригері для правильного обміну інформацією з логіч. елементами. Елемент З використовують для формування інверсного виходу тригера *С*.

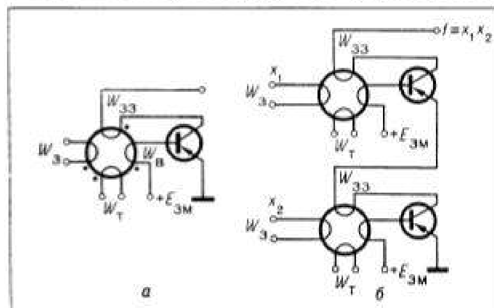
На відміну від тригера на трансформаторних елементах у колі тригера на дросельних елементах (мал., *г*; тут П-повторювач, Y_1 — вхідний сигнал) утворюється сигнал інверсного виходу $\overline{C}$. *Елемент затримки* З також служить для затримки сигналу Y_0. Щоб синхронізувати сигнали виходів *С* та $\overline{C}$, як і в тригері на трансформаторних елементах, необхідно ввести до схеми ще один елемент-повторювач для затримки сигналу $\overline{C}$ на один такт. Ферит-діодні елементи трансформаторного й дросельного типів мало відрізняються одні від одних щодо швидкодії та апаратурних витрат при побудові з них логіч. вузлів. Проте трансформаторні елементи чутливіші до різниці у величинах підімкнених навантажень, ніж аналогічні дросельні.

Достоїнствами ферит-діодних елементів є їхня простота, висока однорідність кіл інформаційних і тактуючих сигналів та невелика кількість типів стандартних елементів, вадами — необхідність боротьби з завадами, велика витрата потужності в тактуючих серіях, мала навантажувальна здатність і низька технологічність при серійному виробництві — через наявність осердь з обмотками. Незважаючи на ці вади, ферит-діодні елементи застосовували при побудові вузлів ЦОМ і систем автоматики. З появою потенціальних елементних систем, особливо в інтегральному виконанні, такі елементи використовують дуже обмежено.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]; Ионов И. П. Магнитные элементы дискретного действия. М., 1968. *Г. І. Корнієнко.*

ФЕРИТ-ТРАНЗИСТОРНА СИСТЕМА ЕЛЕМЕНТІВ — набір логічних елементів, що їх виконують, використовуючи феритові осердя й транзистори. Ферит-транзисторний елемент складається з *комірки запам'ятовувального пристрою* та чотириполюсника зв'язку. Роль комірки ЗП відіграють звичайно феритові осердя з прямокутною петлею гістерезису, які після перемагнічування та зникнення намагнічувального поля перебувають в одному з двох можливих стійких станів, відповідних двом полярностям залишкової індукції. Різні полярності залишкової індукції використовують для позначення нуля та одиниці у двійковій системі числення. Чотириполюсник зв'язку, виконаний на основі транзистора, забезпечує передачу інформації в потрібному напрямі, погоджує комірку ЗП з навантаженням і бере участь у формуванні імпульсного сигналу, збільшуючи його потужність коштом енергії зовнішніх джерел живлення.

Керування просуванням інформації в логіч. колах на ферит-транзисторних елементах здійснюється за двотактною схемою, в якій у два послідовно з'єднаних елементи тактові сигнали приходять зсунутими на півперіода. В перший такт у комірку ЗП ферит-транзис-



Ферит-транзисторні елементи: *а* — принципова схема елемента; *б* — схема реалізації кон'юнкції

торного елемента (мал. *а*) записується одиниця, якщо одиниця була в попередньому елементі. Записування провадиться імпульсом струму в обмотку запису $W_з$ з виходу попереднього каскаду. В наступний такт у тактову обмотку $W_т$ надходить сигнал опитування. Однак струм імпульсу опитування тільки починає перемагнічувати осердя з стану одиниці в стан нуля. Подальше перемагнічування здійснюється, гол. чин., за рахунок енергії живлення транзистора. Наведена у витках вихідної (базової) обмотки $W_в$ напруга спричинює відкривання транзистора, закритого раніше напругою зміщення $E_{зм}$. Струм, який з'являється в колекторі, проходячи по обмотці зворотного зв'язку $W_{зз}$, викликає подальшу зміну індукції в осерді в тому ж напрямі, в якому діє імпульс опитування, а вже це веде до збільшення напруги, і на вихідній обмотці $W_в$ розвивається лавиноподібний процес, який не припиняється до повного перемагнічення осердя в нуль. Після цього напруга на базовій обмотці транзистора $W_в$ зменшується до нуля, і транзистор закривається. Зчитування одиниці в цьому елементі передбачає записування одиниці в наступний каскад, тобто ферит-транзисторний елемент повторює інформацію, записану на вході. Тому на цих елементах легко реалізувати операцію диз'юнкції, виконувану з допомогою елемента, який має відповідну кількість обмоток записування. Якщо хоч на одну обмотку надходить одиничний сигнал з попереднього каскаду, одиниця записується в комірку ЗП елемента. Щоб узгоджувати між колами сигнали аргументів, застосовують у міру потреби буферні елементи — повторювачі.

Якщо в схемі, яка реалізує диз'юнкцію двох аргументів, одну з обмоток записування ввімкнути назустріч другій, то ця схема буде працювати як елемент заборони. У цьому разі в комірку ЗП ферит-транзисторного елемента буде записано одиницю тільки тоді, якщо буде сигнал на нормально ввімкненій обмотці записування і не буде сигналу на зустрічно ввімкненій вхідній обмотці заборони. В противному разі (тобто, якщо є одночасно обидва числа) магн. поля, створювані струмами сигналів на обмотках записування й заборони, направлені назустріч одне одному і взаємно компенсуються. Якщо ж на обмотку записування подати тактуючу серію імпульсів попереднього каскаду, то одержимо схему, яка реалізує операцію інверсії.

На ферит-транзисторних елементах легко реалізувати й операцію кон'юнкції. Ця схема складається з запам'ятовувальних комірок з послідовно з'єднаними транзисторами (мал., *б*; тут f — реалізовувана функція, x_1 та x_2 — вхідні сигнали), число яких дорівнює числу аргументів. Якщо у всі комірки попередньо записано одиницю, то при зчитуванні всі транзистори відкриваються, і в навантаження надходить вхідний сигнал. Коли під час зчитування хоч одна комірка перебуватиме у стані, який відповідає записові нуля, то загальне коло виходу схеми виявиться розімкненим і вихідного сигналу не буде.

Побудова *тригерів* на ферит-транзисторних елементах у принципі не відрізняється від аналогічних схем на ферит-діодних елементах трансформаторного типу (див. *Ферит-діодна система елементів*). Для побудови логіч. схем на ферит-транзисторних елементах використовують значну кількість апаратури. Однак добрі тех. характеристики (завадостійкість, підсилення вихідного сигналу, надійність та мале споживання енергії по тактових каналах), дають можливість будувати багатообмоткові ферит-транзисторні елементи, які мають кілька обмоток записування й обмоток заборони та реалізують досить складні логіч. функції.

Ф.-т. с. е. через простоту наладжування й контролю працездатності побудованих на них пристроїв широко використовували при побудові різних логіч. пристроїв *обчислювальної техніки*, особливо спеціалізованих ЦОМ і пристроїв систем автоматики. Однак після появи твердотілих та гібридних *інтегральних схем* Ф.-т. с. е. застосовують значно рідше.

Літ.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [бібліогр. с. 299—301]; Ионов И. П. Магнитные элементы дискретного действия. М., 1968. *Г. І. Корнієнко.*

«ФЕРРА́НТІ» (Ferranti, Ltd) — англійська електротехнічна фірма, що випускає керуючі обчислювальні машини для промисловості й машини спец. призначення, системи цифрового програмного керування, пристрої відображення інформації, системи навігації, інтегральні схеми тощо. Розробляє ЕОМ з 1948. Осн. продукція останніх років — малогабаритні керуючі машини на інтегральних схемах серії «Аргус» — моделі 400, 500 і 600, а також мініатюрна машина спец. призначення FM-1600-В. Відділ систем автоматизації фірми розробляє машини «Аргус» і матем. забезпечення до них (на з-ді Вітеншейв, у передмісті Манчестера), відділ цифрових систем випускає машини FM-1600-В (на з-ді у м. Брекнелл).

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовський.*

ФІКСА́ТОР, адреса другого рангу, непряма адреса — адреса (ім'я), вмістом (значенням) якої є адреса операнда. Використання Ф. у *мовах програмування* дає змогу представляти *програми* у вигляді, що не залежить від місця розташування їх у *пам'яті ЦОМ*, від місця розташування оброблюваних масивів та від їхньої розмірності. Див. також *Адреса* у програмуванні.

ФІКСО́ВАНА КО́МА — див. *Арифметика з фіксованою комою.*

ФІЛОСОФСЬКІ ПИТА́ННЯ КІБЕРНЕ́ТИКИ — питання, пов'язані з осмисленням вкладу кібернетики в науковий світогляд і загальну методологію науки. Філософське значення *кібернетики* полягає, гол. чин., у тому, що вона відкрила для дослідження точними — матем. і природничо-наук. — засобами сторону реального світу, яка належить до процесів керування та інформаційних процесів, насамперед, у *складних системах керування.* Виникнення кібернетики, розвиток наук. дисциплін, які входять у неї або тісно пов'язані з нею (*інформації теорія, логіка математична* й *алгоритмів теорія, програмування лінійне* й *програмування динамічне, ігор теорія* й *операцій дослідження, лінгвістика математична, семантика* логічна й *семіотика*), теор. і практичні роботи, які стосуються створення й матем. забезпечення ЕОМ — головної тех. бази кібернетики, а також проникнення методів та ідей математики, кібернетики й логіки в біол., економ. та ін. науки висунули цілий комплекс пізнавальних проблем. Спочатку деякі представники наукової, зокрема філософської, громадськості неправильно розуміли кібернетику, й потрібна була велика робота, щоб роз'яснити хибність і шкідливість висловлюваних ними поглядів на кібернетику як на «лженауку». Важливе значення для подолання цих поглядів мало видання рос. мовою основоположних книг Н. Вінера, У.-Р. Ешбі, А. Тьюрінга, Дж. фон Неймана та ін. зарубіжних авторів, а також перших вітчизняних книжок з кібернетики та її заг. питань.

У рад. науці, починаючи з середини 50-х років 20 ст., проведено велику роботу з гносеологічного аналізу й загальнометодологічного обгрунтування кібернетики. Ця робота йшла на фоні формування осн. напрямів кібернетики й розгортання наук. досліджень у її різних галузях. У розробці Ф. п. к. взяли

участь і провідні рад. представники цього напряму й пов'язаних з ним наук (П. К. Анохін, А. І. Берг, М. О. Бернштейн, В. М. Глушков, Б. В. Гнєденко, А. М. Колмогоров, О. А. Ляпунов, В. В. Парін, С. В. Яблонський та ін.), і філософи (Л. Б. Баженов, Б. В. Бірюков, Е. Я. Кольман, І. Б. Новик, О. Г. Спіркін, В. С. Тюхтін, А. Д. Урсул, Б. С. Українцев та ін.).

Розробка Ф. п. к. в СРСР та ін. країнах соціалізму провадиться на засадах діалектичного матеріалізму. На розробку Ф. п. к. на Заході впливають різні напрями ідеалістичної філософії. Так, представники неотомізму намагаються витлумачити нерозв'язані загальнотеор. проблеми кібернетики в дусі спіритуалізму, неопозитивісти, по суті, заперечують значення здобутків кібернетики для наукового світогляду. Та все-таки стихійно-діалектична й матеріалістична засада проклала собі шлях у спец. природничонаукових працях видатних зарубіжних спеціалістів з кібернетики (Н. Вінера, У.-Р. Ешбі, Дж. фон Неймана). Проте в деяких із цих праць трапляються методологічно неприйнятні погляди (особливо на питання про «мислячі машини» й на соціальне значення розвитку кібернетичної техніки), їх часто-густо використовують буржуазні ідеологи, які пишуть про майбутню «еру роботів» і про підпорядкування людей кібернетичним машинам, яке начебто настає.

Осн. напрями досліджень в області Ф. п. к. полягають в аналізі кібернетики як комплексного наукового напряму, у визначенні її місця в системі наукового знання, в здійсненні світоглядного, методологічного й логіко-гносеологічного аналізу осн. ідей, понять, результатів, методів і теорій кібернетики; у використанні досягнень кібернетики для збагачення філософських категорій та принципів, у методологічному аналізі застосувань кібернетики в різних галузях природничих і гуманітарних наук, техніки й нар. г-ва; в філософсько-прогностичному аналізі перспектив дальшого розвитку осн. напрямів кібернетики; в розкритті соціальних аспектів кібернетики й кібернетичної техніки та її тех. засобів (особливо електронної обчисл., керуючої та інформаційно-логіч. техніки) та в розв'язанні проблем соціального розвитку (див. *Соціологічні питання кібернетики*).

У з'ясуванні предмету кібернетики фундаментальну роль відіграли праці рад. учених. Початкова характеристика кібернетики амер. математиком Н. Вінером (1894—1964) як теорії керування й зв'язку в машинах і живих організмах набула розвитку в ряді ідейних напрямів. Серед них — напрями, що репрезентують кібернетику як науку про заг. закони перетворення інформації в складних керуючих системах (В. М. Глушков, А. М. Колмогоров), як заг. теорію причинних сіток, трактованих з точністю до ізоморфізму (А. А. Марков), як науку про заг. закономірності процесів керування й будови систем, у яких вона здійснюється (О. А. Ляпунов, С. В. Яблонський), і як науку про процес керування в складних динамічних системах, засновану на теор. основах математики й логіки та застосуванні засобів сучас. *автоматики й обчислювальної техніки* (А. І. Берг). При цьому, виходячи з розгляду об'єктивних умов виникнення кібернетики (автоматизація виробництва, ускладнення суспільних зв'язків і зростання ролі управління в різних сферах суспільного виробництва й соціального життя, насамперед в економічній сфері) та її теор. і тех. джерел (радіоелектроніка, ряд важливих розділів математики, зокрема статистич. методи, матем. логіка, а також нейрофізіологія, психологія тощо), було показано, що поява в середині 20 ст. нової науки з винятково широким предметом дослідження — науки про керування й інформацію — було об'єктивною необхідністю.

Кібернетика здійснює певний формалізований підхід до об'єктів різної природи — тех., біол. і соціальних. Суть цього підходу полягає в тому, щоб виділити в тих об'єктах аспекти, пов'язані з керуванням і управлінням і переробкою інформації. Наслідком цього акту абстракції є поняття «с и с т е м а к е р у в а н н я». З цих позицій предметом дослідження кібернетики є складні динамічні системи як носії процесів керування й переробки інформації. При цьому «бідність» змісту поняття «система керування», яке виступає в ролі вихідного пункту теор. кібернетики як певна формально-матем. схема, обумовлює виняткову загальність і теор. побудов, і застосувань кібернетики. Але який би не був широкий предмет кібернетики, вона підходить до пізнання світу під певним — інформаційним — кутом зору і не перестає бути спец. наукою. Тому немає підстав говорити про те, що кібернетика може замінити філософію, сама стати філософією тощо.

Загальність кібернетичної концепції керування (і належних до неї понять про систему керування, *алгоритм* керування, *інформацію* тощо) обумовлює синтетичну роль кібернетики. Кардинальна ідея кібернетики про наявність спільних рис і закономірностей у будові й функціонуванні систем керування різної природи, в інформаційних процесах у різних областях і про можливість дослідження цих рис і закономірностей методами, характерними для логіко-матем. і природничонаукових дисциплін, не лише відкрила нові шляхи досліджень явищ життя й психіки, соціально-економічних процесів, створення сучас. автоматів тощо, а й привела до подальшого розвитку багатьох філософських принципів і категорій. Так, уявлення про роль *зворотних зв'язків* у процесах керування поглиблює філософське вчення про взаємодію причини й наслідку, а кібернетичний підхід до процесів керування в складних системах, який неодмінно передбачає залучення ймовірнісно-статистичних ідей і концепцій «імовірнісного всесвіту» (Н. Вінер), збагачує філо-

софське вчення про діалектику необхідності та випадковості. У ряді випадків кібернетика викликає зміну узвичаєних поглядів на ті чи інші філософські категорії. Напр., кібернетична концепція керування як переведення керованого об'єкта з одного стану в інший відповідно до мети (цільове) керування призводить до певного переосмислення телеологічного (від грец. τέλος, родовий відмінок τέλεος — результат, завершення, мета) підходу. Якщо до кібернетики уявлення про мету звичайно вважалося невідривним від ідеалістично сприйманої телеології, то тепер стає очевидним, що це поняття, кібернетично осмислене, органічно входить до найзагальніших понять, використовуваних для описування реальності (див. *Доцільність* у кібернетиці).

Кібернетика запровадила в науковий обіг цілий спектр понять, що по суті мають загальнонауковий характер і наближаються за своїм статусом до філософських категорій. Серед цих понять — поняття інформації, зворотного зв'язку, моделі, алгоритму, оптимізації, надійності та ін. Ці поняття значно розширюють наукові уявлення про «загальні властивості» світу й людську діяльність у ньому. Так, поняття інформації опиняється фактично в одному ряду з такими поняттями, як рух, енергія, простір і час. Осмислюване як своєрідна міра неоднорідності (розмаїтості) об'єктів природи, воно виявляє глибокий об'єктивний зміст, а сприймане як зняття невизначеності, виявляється, має істотний гносеологічний аспект. Звідси природні зв'язки цього поняття з категорією відображення діалектичного матеріалізму, з гносеологічним і психічним поняттям образу, звідси й використовування ідеї теорії інформації (як класичної теорії амер. математика К. Шеннона і її варіантів, так і теорій, у яких наука намагається врахувати феномени осмисленості й вартості повідомлень) для подальшої розробки теорії відображення, зокрема, теорії психічного відображення в психології. Поняття інформації виявляється методологічно ефективним у багатьох інших відношеннях, напр., в осмисленні явищ складності й організації (коли завдяки природності розуміння інформації як від'ємної *ентропії*, відкривається можливість трактувати процес керування як, за певних умов, негентропійний процес).

Глибокий вплив виявляє кібернетика на проблематику логіки й методології науки. Навколо взаємозв'язку кібернетики з логікою групується досить обширне коло Ф. п. к.— питання про логіч. основи кібернетики, про взаємозв'язки кібернетики й логіки, про оцінку пізнавальної ролі логіч. (логіко-матем.) формалізації, конструктивізації та алгоритмізації. Ці питання природно призводять до методологічної проблематики *евристики* й автоматизації пошуку дедуктивних доведень, у т. ч. й нових теорем (див. *Доведення теорем на ЕОМ*), філософських досліджень в області логіч. семантики й семіотики (вивчення ролі знаків і знакових систем та *мов штучних* і природних у пізнанні й діяльності людей), аналізу понять змісту й значення мовних виразів і семантичних властивостей інформації тощо. Ці філософські розгляди виявляють тісний зв'язок кібернетики з проблемами, що постають при дослідженнях мислення (а, отже, з наукою, яка вивчає мислення за допомогою методу формалізації,— логікою). Цей зв'язок полягає, зокрема, в тому, що з виникненням кібернетики всі застосування логіки до техніки почали здійснюватися в колі ідей кібернетики й за допомогою її тех. засобів (*релейно-контактних схем теорія*, яка переросла після сформування кібернетики в *автоматів теорію*). Але найважливішим наслідком цих розглядів — основним гносеологічним наслідком кібернетики — є теза про те, що будь-який вид інтелектуальної діяльності, як тільки його чітко й однозначно описано будь-якою природною чи штучною мовою, в принципі можна автоматизувати (промоделювати) за допомогою певної машини. Цей наслідок випливає з доведеної в теорії алгоритмів теореми про існування універсального алгоритму й постулату про універсальність «звичайної» цифрової ЕОМ (яка за припущення *абстракції потенціальної здійсненності* виявляється просто «реалізацією» *Тьюрінга машини* або довільного іншого «уточнення» поняття алгоритму). Цей результат має величезне значення й для розуміння можливостей кібернетики як науково-тех. напряму, і для усвідомлення тієї кардинальної особливості процесу пізнання, що його реалізує сучас. (і, звичайно, майбутня) наука і яке вимагає використання кібернетичних машин як «підсилювачів інтелекту» (див. *Мислительної здатності підсилювач*). При цьому особливої важливості набуває проблема можливостей і шляхів реального здійснення автоматизації тих чи інших інтелектуальних процесів — проблема, яка зі зростанням обчисл. потужності машин і прогресу програмування, в т. ч. й евристичного, очевидно, дедалі більше доповнюватиметься питанням про її практичну доцільність. Розгляд цієї проблеми веде до двох тісно пов'язаних між собою філософських проблем — про сутність методу моделювання і про завдання подальшого розвитку логіки в широкому розумінні

Сутність методів кібернетики, її способів підходу до досліджуваних явищ тісно пов'язана з моделюванням. Провідна роль моделювання в практичних розробках і теоретичних дослідженнях кібернетики є загальновизнаною. Саме кібернетика піднесла засіб моделювання — в його різних формах: моделювання детерміністичного та ймовірнісного, *моделювання фізичного* й *моделювання математичного*, аналогового й цифрового, структурного й функціонального, інформаційного тощо,— до рівня загальнонаукового методу. Серед філософських проблем моделювання слід відзначити оцінку моделювання як ефек-

тивного засобу вивчання складних систем, пов'язаного зі специфічним функціональним підходом кібернетики (тобто з описуванням їх як *«чорних ящиків»*), з виявлянням у модельному описі діалектики функції та структури досліджуваних об'єктів. Аналіз діалектичної єдності моделювання на рівнях урахування поведінки (функціонування), структури й «субстрату» досліджуваних систем приводить до висновку про велике значення моделювання на рівні п о в е д і н к и. Модель виступає як один з могутніх (але аж ніяк не універсальних) засобів експериментального дослідження (в машинному експерименті), як специфічний спосіб відображення об'єктивної реальності, який не претендує на однозначне відображення оригіналу, а проте є важливим (і часто-густо єдино можливим) шляхом до інтерпретації та наукового витлумачення явищ і до завбачування нових наукових фактів. Таке розуміння ролі моделювання необхідне для філософського осмислення кібернетичного підходу до біології, фізіології та нейрофізіології, медицини й психології, для філософського узагальнення здобутих тут результатів. Моделювання зовсім не скасовує традиційних методів дослідження цих наук, це з усією ясністю показали дискусії, які останніми роками проходили серед біологів, математиків і філософів, про співвідношення в біол. дослідженнях чисто функціонального, пов'язаного з моделюванням, підходу й підходу субстратно-структурного (що виходить, зокрема, від молекулярної біології); за правильної методологічної організації досліджень моделювання органічно взаємодіє з традиційними методами у вивчанні життя і психіки.

Проблема моделювання в кібернетиці тісно пов'язана з проблемами подальшого розвитку логіки як основи моделювання. Ці проблеми полягають у дослідженні шляхів послаблення традиційних для логіки математичної постулатів про п о т е н ц і й н у з д і й с н е н н і с т ь і б е з п о м и л к о в і с т ь логіч. процедур і обчислень, у розробці схем формалізації мислення, які, з одного боку, більшою мірою враховують реальні обмеження, яким підпорядковано людське мислення, а з другого боку, більшою мірою втілюють гнучкість і евристичну силу думки та надійність функціонування нервово-фізіологіч. апаратів, які її реалізують. Хоча дослідження в цьому напрямі, по суті лише розпочинаються (див. *Нейронні сітки, Програмування евристичне, Штучний розум*), саме вони, очевидно, будуть магістральною лінією розвитку кібернетики, бо пов'язані зі створенням схем програмування автоматів з принципово новими можливостями.

Літ.: Философские вопросы кибернетики. М., 1961; К о л м о г о р о в А. Н. Автоматы и жизнь. В кн.: Возможное и невозможное в кибернетике. М., 1964; Б е р г А. И. Избранные труды, т. 2. М.— Л., 1964; Н о в и к И. Б. О моделировании сложных систем. (Философский очерк). М., 1965 [бібліогр. с. 316—333]; Г л у ш к о в В. М. Мышление и кибернетика. М., 1966; П а р и н В. В. [та ін.]. Проблемы кибернетики Некоторые итоги и проблемы философско-методологических исследований. М., 1969 [бібліогр. с. 162—176]; Д у б р о в с к и й Д. И. Психические явления и мозг. Философский анализ проблемы в связи с некоторыми актуальными задачами нейрофизиологии, психологии и кибернетики. М., 1971 [бібліогр. с. 361—384]; У р с у л А. Д. Информация. М., 1971 [бібліогр. с. 285—294]; В и н е р Н. Кибернетика и общество. Пер. с англ. М., 1958; В и н е р Н. Кибернетика или Управление и связь в животном и машине. Пер. с англ. М., 1958; Э ш б и У. Р. Введение в кибернетику. Пер. с англ. М., 1959 [бібліогр. с. 396—399]; Т ь ю р и н г А. Может ли машина мыслить? Пер. с англ. М., 1960; Э ш б и У. Р. Конструкция мозга. Пер. с англ. М., 1964 [бібліогр. с. 404—407]; Н е й м а н Дж. фон. Теория самовоспроизводящихся автоматов. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 322—326]

А. І. Берг, Б. В. Бірюков.

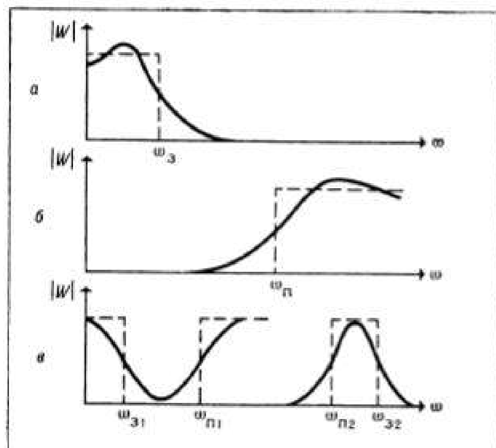
ФІЛЬТР — пристрій, що здійснює певне перетворення вхідного сигналу в частотній або часовій областях. Операція перетворення сигналу, що її виконує Ф., наз. ф і л ь т р а ц і є ю. Залежно від виду вхідного сигналу розрізняють Ф. неперервні й дискретні. Обидва ці види Ф. бувають лінійними чи нелінійними. Залежно від фіз. природи сигналів, що їх піддають фільтрації, розрізняють Ф. електричні, механічні, електромеханічні, акустичні та інші.

Властивості Ф. описують і в часовій області — дифер. рівняннями, і в частотній — за допомогою частотних характеристик (див. *Частотні характеристики систем автоматичного керування*). Ці характеристики Ф. використовують часто, бо їх і зручніше застосовувати і вони наочніше ілюструють властивості Ф. За видом частотних характеристик Ф. (дещо ідеалізовано) розрізняють Ф. нижніх частот, які не вносять значних загасань амплітуди вхідного сигналу в діапазоні частот від 0 до $\omega_з$ (частоти зрізу) і практично не пропускають сигнали з вищою частотою (мал., *а*); Ф. високих частот, смугові Ф., які мають ті самі властивості, але використовуються в діапазонах від $\omega_{п1}$ (граничної частоти пропускання) до ∞ і від $\omega_{з1}$ до $\omega_{п1}$ відповідно (мал., *б*, *в*), запиральні Ф. (Ф.-«пробки»), що не пропускають сигналів, частоти яких лежать у діапазоні $\omega_з \div \omega_п$ (мал., *в*). У деяких випадках при аналітичних дослідженнях реальні частотні характеристики можна апроксимувати еквівалентними ідеальними прямокутними характеристиками; при цьому така апроксимація дає змогу, істотно спростивши аналіз, одержати в багатьох випадках практично прийнятні результати. Еквівалентну прямокутну характеристику Ф. звичайно вибирають з умови рівності середньоквадратичних значень вихідних сигналів Ф. з ідеальною і реальною характеристиками.

У системах автомат. керування та ін. пристроях тех. кібернетики, в електротехніці, радіотехніці, зв'язку тощо Ф. виконують функції *коректуючих пристроїв*, що забезпечують потрібні динамічні чи частотні властивості, за допомогою їх виділяють корисний сигнал на фоні *завад* (згладжування), або, в загальнішому випадку, вони призначені для перетворення вхідних сигналів так, щоб вихідний сигнал мав бажані властивості:

напр., випереджав за часом вхідний сигнал (екстраполяція) чи відставав від нього (див. *Запізнювання блок*).

Ф., параметри і структура яких забезпечують мінімізацію певного показника якості (інтегр. квадратичних критеріїв, функції риску тощо), наз. оптимальними. Для синтезу оптимального Ф. (визначення його структури й параметрів) застосовують методи Вінера — Колмогорова, Калмана, багато методів, що грунтуються на мінімізації функцій риску (див. *Дуальне керування*) та ін. Друга



Частотні характеристики фільтрів: *а* — нижніх частот; *б* — високих частот; *в* — запираючого і вузькосмугового.

група методів, напр., метод Філіпса (для відшукування оптим. параметрів лінійних Ф.), метод Вінера, методи Ван-Тріса (для відшукування оптим. параметрів нелінійних Ф.) та інші, дають змогу визначити оптим. параметри для заданої структури. Показано, що для нормальних стаціонарних випадкових сигналів за нормальних завад — оптимальний Ф., що мінімізує середньоквадратичний функціонал, є лінійним. Значні труднощі виникають при синтезі Ф., які працюють з нестаціонарними випадковими вхідними сигналами та з вхідними сигналами, властивості яких до певної міри невідомі. Якщо вхідні сигнали нестаціонарні або якщо інформація про властивості корисного вхідного сигналу і завад недостатня, оптимальний Ф. можна побудувати, використавши т. з. адаптивний підхід. Розроблено чимало алгоритмів дії таких адаптивних (самонавчальних) Ф. Під час навчання можна використовувати вихідний сигнал Ф., це підвищує ефективність роботи адаптивного Ф. при використанні мінім. апріорної інформації про вхідний сигнал та завади.

Різні методи синтезу дають можливість одержати тільки структуру та значення параметрів Ф. А тех. втілення цієї структури не однозначне й не формалізовне. Одну й ту саму структуру можна здійснити по-різному за допомогою неоднакових за своєю природою і властивостями елементів. Так, напр., електр. Ф. можна реалізувати на пасивних елементах R, L, C; у вигляді підсилювачів з комплексним зворотним зв'язком; з кварцовим і магнітострикційними резонаторами тощо.

Літ.: Босый Н. Д. Электрические фильтры. К., 1960 [бібліогр. с. 608—612]; Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем. М., 1970 [бібліогр. с. 228—242].

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

ФІЛЬТРА́ЦІЯ ВИПАДКО́ВОГО ПРОЦЕ́СУ — одна з задач *завбачення випадкових процесів теорії*. Полягає ось у чому: на якійсь множині E спостерігають *випадковий процес* $\xi(t) = \zeta(t) + \eta(t)$, де $\zeta(t)$ — сигнал, що нас цікавить, а $\eta(t)$ — перешкоди (шум), що спотворюють сигнал; треба побудувати в певному розумінні найкращу оцінку $\hat{\zeta}(t_0)$ значення процесу $\zeta(t)$ в якийсь момент часу t_0. Інакше кажучи, треба побудувати такий функціонал $f\{\xi(t),\ t \in E\}$ від результатів спостереження, який можна було б з найбільшою підставою прирівняти $\zeta(t_0)$. Як похибку, що виникає від заміни $\zeta(t_0)$ на $\hat{\zeta}(t_0)$, здебільшого розглядають середньоквадратичну *похибку* $\sigma^2 = M[\zeta(t_0) - \hat{\zeta}(t_0)]^2$.

Оцінка, для якої середньоквадратична похибка мінімальна, має вигляд:

$$\hat{\zeta}(t_0) = M\{\zeta(t_0)/\xi(t),\ t \in E\}. \qquad (1)$$

Ф-ла (1) визначає умовне *математичне сподівання* величини $\zeta(t_0)$ при відомих $\xi(t)$. Але одержати із співвідношення (1) зручні ф-ли, які явно виражають $\hat{\zeta}(t_0)$ через результати спостережень $\xi(t)$ на множині E, вдається тільки в деяких спец. випадках за допоміжних припущень щодо $\zeta(t)$ та $\xi(t)$. Тому часто при мінімізації середньоквадратичної похибки обмежуються розглядом функціоналів спец. виду (напр., лінійних або поліноміальних).

Задача лінійної Ф. в. п. полягає у відшукуванні оцінки $\tilde{\zeta}(t_0)$, що лінійно залежить від результатів спостереження і має мінім. середньоквадратичну похибку. Якщо обмежуються тільки лінійними оцінками, це зменшує точність Ф. в. п. Але це компенсується можливістю одержати у багатьох випадках явний розв'язок, зручний для практичного використання. Крім того, у практично важливому випадку, коли $\zeta(t)$ та $\eta(t)$ — незалежні гауссівські процеси, розв'язок задачі лінійної фільтрації $\tilde{\zeta}(t_0)$ співпадає з оптим. розв'язком $\hat{\zeta}(t_0)$.

Приклад 1. Нехай $\zeta(t)$ та $\eta(t)$ — незалежні стаціонарні випадкові процеси зі *спектральними щільностями* $f_\zeta(\lambda)$ та $f_\eta(\lambda)$ відповідно, а $E = (-\infty, +\infty)$, тобто процес $\xi(t)$ спостерігається в усі проміжки часу. Тоді середньоквадратична похибка

$$M[\zeta(t_0) - \hat{\zeta}(t_0)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_\zeta(\lambda) f_\eta(\lambda)}{f_\zeta(\lambda) + f_\eta(\lambda)} d\lambda.$$

Отже, повне відокремлення шуму можливе тільки тоді, коли спектри сигналу та шуму не перекриваються.

Приклад 2. Нехай процеси $\zeta(t)$ та $\eta(t)$ незалежні; припустимо також, що *кореляційні функції* $B_\zeta(t, s)$ та $B_\eta(t, s)$ процесів $\zeta(t)$ та $\eta(t)$ відомі. Шукатимемо розв'язок лінійної задачі Ф. в. п. у вигляді $\tilde{\zeta}(t_0) = \int_E c(t)\,\xi(t)\,dt$, де $c(t)$ — невідома вагова ф-ція. Тоді $c(t)$ задовольняє інтегральне рівняння

$$\int_E c(t)\,[B_\zeta(t, s) + B_\eta(t, s)]\,dt = B_\zeta(t_0, s).$$

Явні розв'язки задачі лінійної Ф. в. п. одержано для стаціонарних процесів з дробово-раціональними спектральними щільностями у випадку, коли E — скінченний відрізок або напівнескінченний інтервал. До задачі Ф. в. п. зводиться розв'язання важливих задач радіофізики, радіоелектроніки, *автоматичного керування теорії, розпізнавання образів.* *М. Й. Ядренко.*

ФОНД АЛГОРИТМІВ І ПРОГРАМ — систематизована бібліотека апробованих алгоритмів і програм розв'язування на ЦОМ задач різних класів, описаних за спец. методиками в стандартній формі. Ф. а. і п. призначено для постачання споживачів різними видами матем. забезпечення (див. *Математичне забезпечення ЦОМ*). В СРСР такі фонди комплектують в усіх низових орг-ціях, де використовують обчисл. техніку, в рамках відомств, галузей, республік (див. *Державний фонд алгоритмів і програм*).

Алгоритми й програми, що становлять інтерес лише для конкретної орг-ції чи відомства, в певній кількості примірників зберігаються в їхньому Ф. а. і п., а до галузевого чи респ. фонду надсилають про них лише інформацію в стандартній формі. Алгоритми й програми, потрібні для багатьох орг-цій, надсилають до галузевого або респ. фонду і після відповідної апробації включають до його бібліотеки. За кордоном створюють Ф. а. і п. фірм, які розробляють і експлуатують обчисл. техніку, а також фонди орг-цій, які спеціалізуються на консультаціях споживачів ЕОМ. У такому разі кожен Ф. а. і п. є власністю фірми. *І. В. Сергієнко.*

ФОНД ДОВІДКОВО-ІНФОРМАЦІЙНИЙ — див. *Довідково-інформаційний фонд.*

ФОРМАЛІЗМ у математиці — 1) термін, часто вживаний як синонім терміна «формальна система». Застосовують його, вивчаючи ту чи іншу змістовну математичну теорію і формальні системи, які відповідають цій математичній теорії; 2) напрям в основах математики, в якому математичні теорії розглядають як неінтерпретовні формальні системи (*числення*). Програму цього напряму сформулював нім. математик Д. Гільберт (1862-1943). Вона грунтується на припущенні, що матем. конструкцію можна розглядати незалежно від змісту матем. понять. Д. Гільберт, висунувши свою програму, ставив за мету довести розв'язність і несуперечливість усієї математики. Він вважав, що будь-яке твердження в математиці є розв'язним. Для цього саму матем. теорію слід розглядати як неінтерпретовну формальну систему, а вивчати її треба в певній метатеорії. При матем. дослідженнях Гільберт допускав тільки т. з. фінітні методи, які мають здебільшого комбінаторний характер. Доведення несуперечливості, за Гільбертом, мають бути абсолютними, тобто не повинні спиратися на інтерпретації та інші теорії. Хоча в *Геделя теоремах про неповноту* й доведено неспроможність програми Гільберта, дослідження, проведені в рамках цієї програми, мали велике значення для розвитку решти напрямів в основах математики і для розвитку багатьох розділів *логіки математичної* (зокрема, для розвитку *доведень теорії*).

Літ.: Kleene S. C. Introduction to metamathematics. New York — Toronto, 1952. *М. І. Кратко.*

FORMAC — система програмування для розв'язування математичних задач, пов'язаних з виконанням чисельно-аналітичних обчислень. Розроблено її в США 1964. Мова системи є розширенням мови ФОРТРАН-IV. F. включає в себе операції та оператори. Крім операцій, запозичених з мови *ФОРТРАН*, запроваджено такі 4 операції: 1) *FMCDIF* $(f, v_1, m_1, v_2, m_2, \ldots, v_n, m_n)$, де f — вираз, який має бути продиференційовано, а пари v_j, m_j вказують на змінні та на порядок диференціювання (напр., для одержання першої похідної виразу $7x^3 \sin x^2$ слід писати *LET Y = FMCDIF* (7 * x * * 3 * × × sin (x * * 2), x, 1); відповідь у машинному запису буде x * * 2 · 0 * sin (x * * 2 · 0) × × * 21·0+ x * * 4·0 * cos (x * * 2·0) *14 · 0; 2) *FMCCOMB* — бінарна комбінаторна операція; 3) *FMCFAC* — факторіал; 4) *FMCDFC* — біфакторіал.

Оператори мови F. такі: *LET* — конструює вирази, *SUBST* — виконує підстановки, *EXPAND* — розкриває дужки, *COEFF* — визначає коеф. при змінній чи змінній у заданому степені, *PART* — розчленовує вирази та терми, множники, аргументи ф-цій тощо, *EVAL* — обчислює значення виразів, якщо задано значення змінних, *MATCH* — порівнює два вирази на ідентичність або еквівалентність, *FIND* — встановлює залежність виразів від заданих змінних, *CENSUS* — підраховує машинні слова, терми чи множники у виразі, *AUTSIM* — здійснює керування арифметичними діями під час автомат. спрощування виразів. Систему F. реалізовано на машині IBM—7090/94 як набір *підпрограм*, що доповнюють *бібліотеку стандартних підпрограм* системи на базі мови ФОРТРАН-IV. Як основу для внутр. форми представлення виразів застосовують польський запис з обмежувачем. Алгоритм спрощування і пов'язані з ним алгоритми порівнювання на еквівалентність (чи ідентичність) базуються на принци-

ні лексикографічного впорядковування компонент виразів.

Літ.: Кожевникова Г. П. FORMAC — язык системы программирования аналитических преобразований. В кн.: Теория автоматов, в. 3. К., 1967; Sammet J. E., Bond E. R. Introduction to FORMAC. «IEEE transactions on electronic computers», 1964, v. EC—13, № 4.

І. Р. Аксельрод, Л. Ф. Білоус.

ФОРТРА́Н — мова програмування, орієнтована на опис інженерних і наукових задач. Одна з перших *мов програмування*. Розроблено її в США 1956 для систем автоматичного програмування на ЕЦОМ. *Транслятор* з Ф. на мову машини випробувано в 1956. Відтоді з'явилося кілька варіантів Ф., найвідоміші з них Ф.-II, Ф.-IV та узагальнення їх, розроблені амер. асоціацією стандартів. Ідеї, на яких грунтувалася мова Ф., набули розвитку в пізніших мовах *АЛГОЛ-60*, *АЛГОЛ-68*, *ПЛ-1* та ін. Але мова Ф. і дотепер є поширеною: вона проста для вивчення, написання програм та налагоджування їх, а транслятори з неї на мови машин дуже економічні. Наявність транслятора з Ф., що забезпечує споживачеві доступ до світової бібліотеки програм, створеної на основі цієї мови, практично обов'язкова для будь-якої неспеціалізованої ЕЦОМ.

В алфавіті мови є 26 лат. великих букв, цифри, крапка, кома, круглі дужки, знаки арифм. операцій: +, —, *, /, ** (знак піднесення до степеня), знаки логічних операцій: *·AND·*, *·OR·*, *·NOT·* і операцій відношення: $>$ (*·GT·*), $\geqslant$ (*·GE·*), =, $\neq$, $<$, $\leqslant$, що їх зображують, як правило, сполученнями букв. Крім того, як осн. символи до мови введено чимало слів: *IF* (якщо), *DO* (роби), *GO TO* (перейди до ...), *ASSIGN* (надай), *READ* (читай), *WRITE* (пиши), *PRINT* (друкуй), *PUNCH* (перфоруй) тощо.

Засоби мови включають такі найпростіші поняття, як число, змінна величина, порівнювання, цикл, переходи в програмі, способи введення інформації в пам'ять машини, способи друкування. Для наказів про введення і виведення інформації з машини в програмах є оператори введення — виведення. Для деяких з них треба зазначати формат, у якому треба вводити і виводити інформацію. Так, оператор *READ N, L* вводить інформацію з перфокарток, визначаючи значення змінних списку *L*, при цьому оператор *FORMAT* з позначкою *N* визначає для нього, як ці значення нанесено на перфокарту: кількість позицій, тип величин. Під час друкування оператор *FORMAT* визначає так само й для оператора *PRINT N, L* розмітку рядка на папері та форму зображення елементів *L* у рядку. Припустимо, що під час друкування величини *A* треба зайняти десять позицій від початку рядка, вказати, що *A* — дійсне число (без зазначення порядку, фіксоване) з двома знаками після коми. Це можна зробити в такий спосіб:

```
  PRINT      1, A
1 FORMAT     (10.2).
```

Істотним поняттям у мові Ф. є поняття *підпрограм*. Ф.-програма складається з окремих підпрограм, що можуть транслюватися незалежно одна від одної і викликатися в міру потреби за допомогою оператора *CALL* або за назвою, що її згадано у виразі. Кожна підпрограма має свій заголовок: назву (ім'я) та список параметрів. Обмін інформацією між підпрограмами здійснюється за допомогою параметрів і спільних змінних, що їх у такому разі в підпрограмах слід описати в операторі *COMMON*, напр.

*COMMON A, B, K*30, *ARRAY* (100).

Принцип побудови конструкцій мови Ф. можна проілюструвати таким прикладом програми вибирання макс. числа (назвемо його *BIG*) з будь-якого наперед заданого набору *N* чисел ($N < 1000$). Значення *N* ($N = 10$) і самі числа нанесено на перфокарти, кожне число займає 6 стовпчиків карти:

```
  PROGRAM MAX
  DIMENSION A (1000)
  READ 1, N, (A (I)), I = 1, N, 1)
1 FORMAT (I3/(5F6. 2))
  BIG = A (1)
  DO 5I = 2, N, 1
  IF (BIG — A (I)) 3, 5, 5
3 BIG = A (I)
5 CONTINUE
  PRINT 2, N, BIG
2 FORMAT ('THE LARGEST OF THESE' I5,
  C' NUMBERS IS' F 6. 2)
  STOP
  END
```

Колода трьох карток даних:

10

1.01□□ — 13.9□ 5.15 □□ 9.29 □□ 3.1 □□□
0.15 □□—15.7□2.03□□4.10□□8.7—□□□.

Числовий матеріал за наказом *READ* читається з перфокарток як числовий вектор *A*, що його макс. довжину зазначено після слова *DIMENSION*. Зміст рядка *DO* 5 *I* = 2, *N*, 1 є наказом виконати послідовно для *I* = 2, 3, ..., *N* групу рядків (операторів) аж до рядка з міткою 5. Рядок *IF* (*BIG* — *A* (*I*)) 3, 5, 5 інтерпретується як умовний перехід у програмі до рядків із мітками 3 або 5 залежно від того, чи є від'ємною, чи дорівнює нулеві, чи є додатною різниця *BIG* — *A* (*I*). Внаслідок роботи цієї програми на папері буде надруковано: *THE LARGEST OF THESE 10 NUMBERS IS* 9. 29.

Літ.: Mc Cracken D. D. A guide to FORTRAN programming. New York—London, 1961; Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. Пер. с англ. М., 1969.

В. П. Шириков.

«ФУДЗІЦУ» («Фудзі цусінкі сейдзо», Fujitsu, Ltd) — японська фірма, що випускає електротехнічне й електронне обладнання й засоби зв'язку та обчислювальні машини й зовнішні пристрої до них. Заснована 1935, ЕЦОМ випускає з 1954. Фірма випускає дві серії ЕЦОМ на інтегральних схемах — «FACOM-270 Series» та «FACOM-230 Series» і системи цифрового програмного керування верстатами «FANUC». Найдосконаліша ЕЦОМ фірми — «FACOM-230-60» — одноадресна машина з фіксованою довжиною слова 42 двійкових розряди; в ній є два ЗП на магн. осердях — на 262 тис. і 786 тис. слів, час звертання їх відповідно 0,92 *мксек* і 6 *мксек*; час виконання арифм. операцій при роботі з фіксованою комою: віднімання й додавання — 1,26 *мксек*, множення — 4 *мксек*, ділення — 10 *мксек*; є в ній і ЗП на магн. стрічках, барабанах і дисках, графопобудовники та багато інших зовн. пристроїв.

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовський.*

ФУНКЦІЇ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ КОНСТАНТУ — функції *алгебри логіки* такі, що $f(0, \ldots, 0) = 0$ (функція, яка зберігає нуль) або $f(1, \ldots, 1) = 1$ (функція, яка зберігає 1). Аналогічно в k-значній логіці ф-цією, що зберігає константу i, наз. ф-цію $f(i, \ldots, i) = i$; $(0 \leqslant i \leqslant k-1)$. Для будь-якої константи клас усіх ф-цій, що зберігають цю константу, очевидно, є *класом замкненим функцій алгебри логіки.*

ФУНКЦІЇ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ МНОЖИНУ — функції *алгебри логіки* або *логік багатозначних* такі, що коли для якоїсь множини E, збережуваної цими функціями, виконується умова $\alpha_1 \in E, \ldots, \alpha_n \in E$, то $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in E$. Очевидно, що для будь-якої множини E сім'я всіх ф-цій, що зберігають цю множину E, є *класом замкненим функцій алгебри логіки.*

ФУНКЦІЇ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ РОЗБИТТЯ — функції *алгебри логіки* або *логік багатозначних*, пов'язані з деяким розбиттям D множини значень їхніх аргументів так: $f(\tilde{\alpha}) \sim f(\tilde{\beta}) \pmod D$, якщо $\tilde{\alpha} \sim \tilde{\beta} \pmod D$, де $D = \{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_l\}$ — розбиття множини X значень їхніх аргументів, тобто $\bigcup_{i=1}^{l} \varepsilon_i = X$, $\varepsilon_i \cap \varepsilon_j = \varnothing$, якщо $i \neq j$; $\alpha \sim \beta \pmod D$, якщо α та β належать одній і тій самій множині ε_i і набори $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \sim \tilde{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_n) \pmod D$, якщо $\alpha_1 \sim \beta_1 \pmod D$, $\alpha_2 \sim \beta_2 \pmod D$, $\ldots$, $\alpha_n \sim \beta_n \pmod D$. Очевидно, що для будь-якого розбиття D множина ф-цій, які зберігають це розбиття, є *класом замкненим функцій алгебри логіки.*

ФУНКЦІОНАЛ — *оператор* (математичний), значеннями якого є дійсні числа.

ФУНКЦІОНАЛЬНА СТРУКТУРА ЕОМ — абстрактна модель, яка встановлює склад, порядок і принципи взаємодії всіх частин (елементів, блоків і пристроїв) машини або системи і вказує на необхідне для її реалізації устаткування. Розробка Ф. с. ЕОМ є невід'ємною частиною всіх етапів проектування ЕОМ. Див. також *Автоматизація проектування ЦОМ.*

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ ЕЛЕМЕНТ ЕОМ — найменша з одиниць, на які розбивають *функціональну структуру ЕОМ* при її технічній реалізації і яку можна виконати у вигляді електрично закінчених схем. Напр., в ЕОМ такими Ф. е. на різних рівнях можуть бути: *логічний елемент ЦОМ, тригер, лічильник, суматор, арифметичний пристрій, запам'ятовувальний пристрій* тощо.

ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ — те саме, що й *операторних рівнянь способи розв'язування.*

ФУНКЦІОНАЛЬНО ПОВНА СИСТЕМА ЕЛЕМЕНТІВ — див. *Елементна структура ЦОМ.*

ФУНКЦІЯ МЕТИ — те саме, що й *цільова функція.*

ФУНКЦІЯ НАВАНТАЖЕННЯ — те саме, що й *штрафна функція.*

ФУНКЦІЯ РЕШІТЧАСТА — функція, значення якої визначені лише при дискретних значеннях аргументу і яка дорівнює нулеві при всіх його проміжних значеннях. Якщо задано неперервну ф-цію часу $f(t)$, то її значення при дискретних значеннях аргументу $t = t_n$ становлять Ф. р. $f(t_n)$. Різниця двох сусідніх значень аргументу $T_n = t_{n+1} - t_n$; $(t_{n+1} > t_n)$ визначає інтервал дискретності (період *квантування*) за часом; при змінних T_n одержують Ф. р. зі з м і н н и м і н т е р в а л о м д и с к р е т н о с т і, яку позначають через $f\{n\}$.

Якщо взяти $t = t_n + \varepsilon T_n$, де ε — безрозмірний параметр, то $f(t_n + \varepsilon T_n) = f\{n, \varepsilon\}$ при $0 < \varepsilon \leqslant 1$ являтиме собою зміщену Ф. р., в якої значення аргументу зсунуті вправо відносно t_n; при $-1 < \varepsilon \leqslant 0$ одержують зсунуту Ф. р., в якій значення аргументу зсунуті вліво.

При $T_n = \text{const} = T$ одержують Ф. р. і зміщені Ф. р. з п о с т і й н и м і н т е р в а л о м д и с к р е т н о с т і. Їх прийнято позначати через $f[nT]$ та $f[nT, \varepsilon T]$ відповідно. Іноді вводять нову змінну $\bar{t} = \frac{t}{T}$ (відносний час), тоді Ф. р. буде функцією цілочислових значень аргументу, а зміщена Ф. р. дорівнюватиме $f[n, \varepsilon]$. Функції, що їхні значення при $t = t_n$ дорівнюють значенням Ф. р., можна розглядати як її обвідні, однією з яких є *функція ступінчаста.*

Ф. р. можуть бути задані й розв'язками різницевих рівнянь, рекурентними співвідношеннями, таблицями тощо. Ф. р. та їхні *Лапласа дискретні перетворювання* широко використовують при дослідженні *дискретних систем керування.*

Літ.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. М., 1970 [бібліогр. с. 330—336].

Ю. В. Крементуло.

ФУНКЦІЯ РИСКУ в розпізнаванні образів — величина, що характеризує середні втрати в процесі розпізнавання, зокрема, через помилкове розпізнавання і *відмови від розпізнавання*. Див. *Риск розпізнавання*.

ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ — див. *Розподіл імовірностей*.

ФУНКЦІЯ РОЗСТАНОВКИ — цілочислова функція, яка відіграє головну роль у методиці обробки інформації і виключає суцільне перебирання при занесенні й пошуку інформації. Нехай є послідовність об'єктів, до того ж кожному об'єктові відповідає якась інформація. Для простоти припускають, що об'єкт і інформацію зображено двійковими *кодами*, які містяться разом в одній комірці *пам'яті ЦОМ*. Застосовувати методику Ф. р. доцільно, коли $n \ll 2^l$, де n — максимум числа різних об'єктів у послідовності, а l — довжина коду, що зображує об'єкт. Завдання полягає в тому, щоб створити в пам'яті таблицю об'єктів з інформацією про них, входження до якої здійснюється за кодом об'єкта.

Щоб скласти таблицю, використовують спочатку пусте розміщувальне поле завдовжки $N \geqslant n$ комірок, яке заповнюється за допомогою довільної Ф. р. $f(a)$, визначеної на двійкових кодах довжини l і набуває значень від нуля до $N - 1$. При розгляді чергового об'єкта a роблять спробу спрямувати його в комірку розміщувального поля з номером $s = f(a)$. Якщо комірка s пуста, її відводять для зберігання об'єкта a та інформації про нього. А якщо вона вже зайнята об'єктом, тотожним a, це означає, що об'єкт зустрівся в послідовності повторно. Коли комірка s зайнята іншим об'єктом, починають переглядати комірки з адресами $s + 1$, $s + 2$ і т. д. (лічбу ведуть за mod N) доти, доки не знайдуть пустої комірки або комірки, що вже містить об'єкт a.

Звичайний метод послідовного розміщення об'єктів у таблиці, яке приводить до суцільного перебирання таблиці при пошуку, одержують при $f(a) \equiv 0$. Найефективнішим є такий вибір Ф. р., при якому значення її рівномірно розподілене в діапазоні $0 \div N - 1$ на випадкових послідовностях об'єктів. У цьому разі кількість тактів, потрібна для розміщення об'єкта, є пропорційною $\ln n$ при $N = n$, а при $N \geqslant 1{,}5\, n$ — в середньому обмежена константою, незалежно від n. У випадку двійкового кодування об'єктів N, як правило, беруть рівним 2^p, і Ф. р. обчислюють за правилом: двійковий код об'єкта поділяють на відрізки, що довжиною не перевищують p, і потім додають один до одного за mod 2^p. Метод Ф. р. реалізовано при створенні *Альфа-системи*.

Літ.: Ершов А. П. Организация Альфа-транслятора. В кн. Альфа-система автоматизации программирования. Новосибирск, 1967; Peterson W. W. Addressing for random-access storage. «IBM Journal of research and development», 1957, v. 1, № 2.

А. П. Єршов

ФУНКЦІЯ СТУПІНЧАСТА — функція $x^*(t)$, що стрибкоподібно змінює своє значення у моменти часу t_n ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$) і залишається незмінною в інтервалах часу між цими моментами: $t_{n-1} \leqslant t \leqslant t_n$. Ф. с. є зручною апроксимацією різних сигналів, які описують процеси вмикання та вимикання різних пристроїв. Аналітично Ф. с. записують так:

$$x^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{l} x(t_n)\,\{1[t - t_n] - 1[t - t_{n+1}]\},$$

де $x(t_n)$ — *функція решітчаста;* $\mathbf{1}[t]$ — ф-ція, яка дорівнює нулеві при $t < 0$ і одиниці — при $t > 0$ — одинична Ф. с. Отже, Ф. с. є начебто якоюсь обвідною решітчастої функції $x(t_n)$. Якщо $t_{n-1} = T = \text{const}$, то за допомогою Ф. с. можна описати сигнал на виході пристрою, який складається з ідеального імпульсного елемента з постійним періодом і фіксатора нульового порядку. Реакція динамічної системи на вхідний сигнал типу одиничної Ф. с. наз. перехідною ф-цією системи (див. *Перехідний процес*).

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

ФУР'Є ІНТЕГРАЛІВ СПОСОБИ ОБЧИСЛЮВАННЯ. Інтеграл Фур'є (і. Ф.) ф-ції $f(x)$, що належить до просторів $L_1(-\infty, \infty)$ та $L_2(-\infty, \infty)$ (див. *Простір абстрактний* у функціональному аналізі), має вигляд

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{i\omega x} dx.$$

І. Ф. широко використовують в *автоматичного керування теорії*, в теорії дифер. рівнянь, у спектральному аналізі, *розпізнаванні образів*, при аналізі мовних сигналів тощо. Розглянемо деякі способи обчислювання і. Ф. залежно від гладкості підінтегральної ф-ції.

1. $f(x)$ — неперервна ф-ція, яка наближено дорівнює нулеві поза відрізком $[T_1, T_2]$ і яку задано таблицею її значень у точках $x_1 = T_1$; $x_2 = T_1 + \Delta x$, $x_3 = T_1 + 2\Delta x$, ..., $x_{n+1} = T_1 + n\Delta x = T_2$, $\Delta x = \dfrac{T_2 - T_1}{n}$. Тоді і. Ф.

$$F(\omega) \approx \sum_{j=1}^{n} \int_{x_j}^{x_{j+1}} f(x)\, e^{i\omega x}\, dx \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^{n} f(x_j) \int_{x_j}^{x_{j+1}} e^{i\omega x}\, dx = \frac{e^{i\omega\Delta x} - 1}{i\omega} \times$$

$$\times \sum_{j=1}^{n} f(x_j)\, e^{i\omega x_j}.$$

Якщо $|f(x)| < \frac{c}{|x|} r, c > 0, r > 1, x \overline{\in} [T_1, T_2]$ і похибки, з якими задано ф-цію у точках x_j, взаємно незалежні і розподілені з однаковою ймовірністю на відрізку $(0, \delta)$, то справджується така оцінка повної *похибки* Δ (див. *Похибок обчислювань теорія*) наведеного алгоритму:

$$|\Delta| \leqslant \frac{c}{r-1}\left(\frac{1}{|T_2|^{r-1}} + \frac{1}{|T_1|^{r-1}}\right) + \left(\omega_j(\Delta x) + \frac{5\delta}{\sqrt{3(n-1)}}\right)(T_2 - T_1) + 2^{-\tau_1} \max_{r=1,2,\ldots,n} \frac{|\operatorname{Re} A_r| + |\operatorname{Im} A_r|}{|\omega_r|} \times (5 + c(n) + 2^{\tau_1}|\varepsilon|),$$

де $\omega_j(\Delta x) = \max_x |f(x + \Delta x) - f(x)|$ — модуль неперервності $f(x)$, $\tau_1 = \tau - 0{,}08406$, τ — число двійкових цифр у мантисах чисел для ЦОМ з плаваючою комою $A_r = \sum_{j=1}^{n} f(x_j)\, e^{i\omega_r x_j}$, $\omega_r = \frac{r}{T_2 - T_1}$ $c(n)$ — кількість арифм. операцій для обчислювання $\sin x$, ε — похибка заокруглення при обчислюванні A_r. Для обчислювання A_r застосовують алгоритм швидкого перетворення Фур'є. Характерною особливістю цього алгоритму є висока ефективність порівняно з досі відомими алгоритмами. Він грунтується на можливості обчислення коеф. A_r ітераційним методом, завдяки цьому значно економиться обчислювальний (машинний) час. Напр., при $n = 2^{10}$ необхідний час скорочується приблизно в 100 раз. Із зростанням n перевага швидкого перетворення Фур'є стає все відчутнішою. Швидке перетворення Фур'є можна з успіхом застосовувати й для обчислювання інтегралів типу згортки, *автокореляційної функції*, двовимірного перетворення Фур'є і т. п.

2. Збільшення ступеня гладкості $f(x)$ не веде до істотного збільшення точності ф-ли (1), тому доцільніше застосовувати спосіб, який викладено для наближеного обчислення зворотного перетворення Фур'є. Нехай $F(\omega)$ — досить гладка ф-ція, яку задано на осі й яка перетворюється на нескінченності на нуль. Зробимо заміну $\omega = i\frac{1+\tau}{1-\tau}$, $\tau = e^{i\theta}$, $-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi$ і візьмемо $\tilde f(\tau) = F\left(i\frac{1+\tau}{1-\tau}\right)$ $F(\omega) = \tilde f\left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)\frac{2i}{\omega + i}$. Апроксимуємо $\tilde f(\tau)$ многочленом інтерполяції $u_n(\tilde f, \tau)$:

$$\tilde f(\tau) \approx u_n(\tilde f, \tau) = \sum_{-n}^{n} \tilde a_k \tau^k,$$

де $\tilde a_k = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^{n} \tilde f(\tau_j)\, \tau_j^{-k} = \frac{1}{2n+1} \times \sum_{j=-n}^{n} F(\omega_j) \frac{\tau_j^{-k}}{1-\tau_j}$, $\tau_j = e^{i\frac{2\pi}{2n+1}}$, $\omega_j = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n+1} j$. Тоді $F(\omega) \approx \sum_{-n}^{n} \tilde a_k \times \left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)^k \frac{2i}{\omega + i}$.

Для обчислювання коеф. $\tilde a_k$ доцільно застосовувати алгоритм швидкого перетворення Фур'є. При цьому треба враховувати, що коли $F(\omega)$ — дійсна, то й $\tilde a_k$ — дійсні. Візьмемо

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{-i\omega x}\, d\omega \approx \frac{1}{2\pi}\sum_{-n}^{n} \tilde a_k \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)^k \frac{2i}{\omega + i}\, e^{-i\omega x} d\omega.$$

Тоді має місце таке співвідношення:

$$f(x) \approx \begin{cases} \frac{1}{2\pi}\sum_{0}^{n} \tilde a_k e^{-x} \cdot P_k(x), & x > 0, \\ -\frac{1}{2\pi}\sum_{-n}^{-1} \tilde a_k e^{x} P_{-k-1}(-x), & x < 0, \end{cases}$$

де $P_k(x)$ — многочлени Лягерра, ортогональні на півосі $[0, \infty)$ з вагою e^{-2x}. Справджується оцінка $|\Delta_{L_2}| \leqslant 2\sqrt{2}\, E_n(\tilde f, \gamma)$, де Δ_{L_2} — абс. похибка методу в метриці L_2, γ — границя одиничного кола, $E_n(\tilde f, \gamma)$ — величина найкращого наближення $\tilde f(\tau)$ многочленами вигляду $\sum_{-n}^{n} a_k t^k$ (в метриці Чебишова $C[-\pi, \pi]$) (див. *Апроксимація функцій рівномірна* (чебишовська)).

Якщо $\tilde f(\tau)$ має обмежену r-у похідну $\tilde f_\theta^{(r)}(\tau)$, то

$$E_n(\tilde f, \gamma) \leqslant \frac{\pi}{2} \frac{\max_{-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi} |\tilde f_\theta^{(r)}(\tau)|}{(n+1)^r}.$$

Щоб одержати аналогічну оцінку в просторі $C(-\infty, \infty)$, введемо ф-цію $f_1(\tau) = \frac{F(\omega)}{(1-\tau)^2}$ і побудуємо $u_n(f_1, \tau) = \sum_{-n}^{n} \gamma_k \tau^k$, $\gamma_k = \frac{1}{2n+1} \times$

$\times \sum_{j=-n}^{n} f_1 \ (\tau_j) \cdot \tau_j^{-k}$. Візьмемо $\tilde{f}(\tau) = (1-\tau) \times$ $\times f_1(\tau) \approx \sum_{-n}^{n} \tilde{b}_k \tau^k$, де $\tilde{b}_k = \gamma_k - \gamma_{k-1}$. Тоді

$$f(x) \approx f_n(x) =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sum_{0}^{n+1} \tilde{b}_k \cdot e^{-x} \cdot P_k(x), \ x > 0 \\ -\frac{1}{2\pi} \sum_{-n}^{-1} \tilde{b}_k \cdot e^{x} \cdot P_{-k-1}(-x), \ x < 0. \end{cases}$$

Справджується оцінка абсолютної похибки методу в метриці $|\Delta_C| \leqslant 4\sqrt{2\pi} \cdot E_n(f_1, \gamma)$.

Якщо $f_1(\tau)$ має $f_{1\theta}^{(r)}$, то $|f(x) - f_n(x)| \leqslant$ $\leqslant \frac{(2\pi)^{3/2}}{(n+1)^2} \max_{-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi} |f_{1\theta}^{(r)}(\tau)|$. Коефіцієнти a_k та γ_k дійсні, що дає змогу значно спростити *програми* обчислювання їх. У загальнішому випадку, коли в околі нескінченності

$$F(\omega) = \frac{b_{-1}}{\omega} + b_0 + b_1\omega + \cdots + b_p\omega^p +$$
$$+ F_1(\omega), \ F_1(\omega) = O\left(\frac{1}{\omega^2}\right).$$

треба ф-лу (4) застосувати до $F_1(\omega)$. В результаті цього одержують:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega x} d\omega \approx -b_{-1} \cdot i \times$$
$$\times \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \operatorname{sign} x + \sqrt{2\pi}\,[b_0\delta(x) +$$
$$+ ib_1\delta^{(1)}(x) + \cdots + i^p\delta^{(p)}(x)] +$$
$$+ \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sum_{0}^{n+1} \tilde{b}_k^{(1)} e^{-x} \cdot P_k(x), \ x > 0 \\ -\frac{1}{2\pi} \sum_{-n}^{-1} b_k^{(1)} e^{x} \cdot P_{-k-1}(-x), \ x < 0, \end{cases}$$

де $\delta(x)$ — дельта-функція, $b_k^{(1)}$ — коефіцієнти інтерполяційного многочлена для $F_1(\omega)$.

3. У випадку, коли підінтегральна ф-ція належить H_l, $l \geqslant 1$ — гільбертовому просторові 2π-періодичних, комплекснозначних ф-цій $f(x)$, $-\infty < x < \infty$, що відрізняються більше як на константу, l-похідні яких (у загальному розумінні) квадратично інтегровні, зі скалярним добутком $(f, g) = \int_0^{2\pi} \frac{d^l f}{dx^l} \cdot \overline{\frac{d^l g}{dx^l}} \, dx$, побудовано функціонал

$$\Psi_f^{\omega, n} = \frac{c(\omega, n, l)}{n} \sum_{j=1}^{n} e^{i\omega \frac{2\pi}{n} j} \cdot f\left(\frac{2\pi}{n} j\right),$$

де

$$c(\omega, n, l) =$$
$$= \frac{1}{\zeta(l, \omega/n) \cdot [\omega/(n-\omega)]^{2l} \cdot \zeta(l, (n-\omega)/n)},$$

$\zeta(l, \alpha) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1 + t/\alpha)^{2l}}$, $0 < \alpha < 1$, який є оптимальною (щодо мінімізації похибок методу) апроксимацією функціоналу $F_f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{i\omega x} dx$ в просторі лінійних функціоналів вигляду

$$\varphi_f(\omega) = \sum_{j=1}^{n} c_j f\left(\frac{2\pi}{n} j\right), \quad \sum_{j=1}^{n} c_j = 0.$$

Обчислюючи функціонал $\Psi_f^{\omega, n}$, доцільно вдаватися до алгоритму швидкого перетворення Фур'є.

Літ.: Иванов В. В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. К., 1968 [бібліогр. с. 281—285]; Бабушка И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 354—358]. *В. К. Задирака.*

ХАРАКТЕРИСТИЧНА ФУНКЦІЯ в теорії ігор — функція, задана на коаліціях, тобто на підмножинах множини гравців, значеннями якої є множини векторів виграшів гравців, що становлять відповідні коаліції. Х. ф. описує можливості коаліцій надавати виграші своїм членам. У класичних *іграх кооперативних* значенням Х. ф. є дійсне число, що означає суму, яку члени коаліції можуть поділити між собою. Див. також *Ігор теорія*. *М. М. Воробйов.*

ХАРАКТРОН — електроннопроменева трубка (профільно-променева), яку використовують для виведення інформації у символьному вигляді при *взаємодії людини з обчислювальною машиною*. Символи в ній формуються спец. трафаретами. Див. *Пристрої відображення інформації*.

ХЕМІТРОН — електроннопроменева трубка (з темновим записом), яка забезпечує візуальне подання даних при *взаємодії людини з обчислювальною машиною*. Див. *Пристрої відображення інформації*.

ХЕММІНГА КОД — двійковий лінійний код, призначений для виправлення поодиноких помилок. Див. *Коди коректуючі*, *Кодування автоматне*.

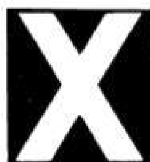
ХІНЧИНА — ПОЛАЧЕКА ФОРМУЛА — формула для обчислення ймовірнісного розподілу числа вимог в однолінійній системі масового обслуговування з пуассонівським вхідним потоком і довільним законом розподілу часу обслуговування. Нехай λ — параметр вхідного потоку, $H(x)$ — ф-ція розподілу часу обслуговування, ρ — завантаження системи, тобто $\rho = \lambda \int_0^\infty x\,dH(x)$. Визначимо *довжину черги* як число вимог, що перебувають у системі обслуговування в даний момент часу в стаціонарному режимі системи. Введемо Лапласове — Стілтьєсове перетворення $h(s)$ розподілу $H(x)$ часу обслуговування і похідну ф-цію $\varphi(z)$ розподілу $\{p_k\}_0^\infty$ довжини черги:

$$h(s) = \int_0^\infty e^{-sx}dH(x),\ \varphi(z) = \sum_{k=0}^\infty p_k z^k.$$

Якщо $\rho < 1$, то Х.— П. ф.

$$\varphi(z) = \frac{(1-\rho)(1-z)\,h[\lambda(1-z)]}{h[\lambda(1-z)]-z}$$

справджується. За цією ф-лою можна легко знайти моменти розподілу довжини черги та ймовірності перевищення чергою заданого рівня. Х.— П. ф. широко застосовують на практиці для оцінки можливих простоїв транспортних засобів, кількості продукції, що збирається на складах, обсягу інформації, яку містять запам'ятовувальні пристрої обчисл. машин і т. д. За її допомогою можна обчислити оптим. значення ємності складу, обсяг асоціативної пам'яті, а також розрахувати мінімально необхідну інтенсивність обслуговування з розрахунку непереповнення



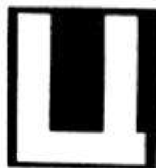
існуючих ємностей. Див. також *Масового обслуговування система*. *М. В. Яровицький.*

«ХІТАЧІ» (Hitachi, Ltd) — японська електротехнічна фірма, що виробляє обчислювальні машини. Заснована 1910. Заводи фірми випускають центр. процесори, системи матем. забезпечення для ЕЦОМ, запам'ятовувальні пристрої, периферійне обладнання, інтегр. схеми й транзистори тощо. На базі ЕЦОМ «Спектра-70» «Х.» випускає серію машин «HITAC-8000 Series», найбільші з них — «HITAC-850» (1968) і «HITAC-8700» (1971). Раніше випущено серію великих машин «HITAC-5020». Фірма випускає й малі ЕЦОМ («HITAC-10»), гібридні обчисл. машини на інтегр. схемах («HITACHI-505-E» і «HIDAS-2000») та керуючі обчисл. машини («HIDIC-100»; «HIDIC-300»).

Літ.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовський.*

«ХОНІУЕЛЛ КОРПОРЕЙШЕН» (Honeywell Corporation) — американська фірма, яка спеціалізується на виробництві обчислювальних машин та пристроїв. Засновано її 1953 під назвою «Міннеаполіс — Хоніуелл». Теперішня назва — з 1964. У 1970 до «Х. к.» приєдналося відділення обчисл. техніки фірми «Дженерал електрік». З цього часу фірма випускає ЦОМ своєї розробки та ЦОМ фірми, що приєдналася. Першу ЕОМ «DDP-24» випущено 1963, з 1966 — випускає обчисл. машини сімейства «200», що являє собою кілька програмносумісних ЦОМ, які на відміну від багатьох ЦОМ не мають програмної та інформаційної сумісності з системою «*IBM-360*». З 1970 випускають сімейство ЦОМ — «GE-625», «GE-635», «GE-645» та «GE-655», призначене для роботи в системах колективного користування. Модель «GE-655» є найефективнішою ЦОМ для систем телеобробки. На базі машин останнього сімейства з 1971 випускають ЦОМ «6000» продуктивністю від 0,25 до 1,8 млн. операцій за 1 *сек*. Починаючи з моделі «6050», в цих ЦОМ є здвоєний процесор. До моделей «6040», «6060» та «6080» додається блок комерційної обробки, який підвищує ефективність трансляції з *КОБОЛу*. В сімействі цих ЕОМ вдосконалено операційну систему «GECOS-6000», яка забезпечує роботу в режимах пакетної обробки, розподілу часу та дистанційного вибирання.

Літ.: Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis—New York, 1966. *Ю. П. Селіванов.*



ЦЕНТРА́ЛЬНА ГРАНИ́ЧНА ТЕОРЕ́МА — теорема, що встановлює умови, за яких *розподіл імовірностей* суми великої кількості незалежних доданків близький до *нормального розподілу*. Нехай є послідовність взаємно незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$ і нехай $a_k = M\xi_k$,

$$\sigma^2 = D\xi_k,\ S_n = \xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n,$$
$$A_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,$$
$$B_n^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_n^2,$$
$$F_n(x) = P\{S_n - A_n < xB_n\},$$

де a_k і A_n — *математичні сподівання* відповідно величин ξ_k та S_n, σ_k^2 та B_n^2—їхні *дисперсії;* $F_n(x)$ — ф-ція розподілу нормованої і центрованої суми S_n. Кажуть, що до послідовності $\xi_1, \xi_2, \ldots$ можна застосувати Ц. г. т., якщо при будь-якому x $F_n(x)$ має своєю границею при $n \to \infty$ нормальну ф-цію розподілу

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Умови застосовності Ц. г. т. особливо прості, якщо всі величини ξ_k послідовності мають одну й ту саму ф-цію розподілу; в цьому випадку для виконання Ц. г. т. достатньо, щоб величини ξ_k мали скінченну дисперсію, відмінну від нуля. У досить заг. формі Ц. г. т. довів рос. математик О. М. Ляпунов. Точне формулювання т е о р е м и Л я п у н о в а таке: нехай $C_k = M\,|\xi_k - a_k|^{2+\delta}$, де $\delta > 0$ і $C_n = c_1 + c_2 + \ldots + c_n$; якщо відношення $L_n = C_n : B_n^{2+\delta}$ прямує до нуля при $n \to \infty$, то до послідовності $\xi_1, \xi_2, \ldots$ застосовна Ц. г. т. Смисл умови Ляпунова полягає у вимозі, щоб окремі складові $(\xi_k - a_k) : B_n$ лише незначно впливали на суму $(S_n - A_n) : B_n$.

У застосуваннях Ц. г. т. важливу роль відіграють оцінки різниці $F_n(x) - \Phi(x)$. Якщо величини ξ_k мають ту саму ф-цію розподілу (так що всі $a_k = a$, $\sigma_k^2 = \sigma^2$) і в них існують скінченні треті моменти, то має місце оцінка

$$|F_n(x) - \Phi(x)| \leqslant \frac{C\beta_3}{\sigma^3\sqrt{n}},$$

де $\beta_3 = M\,|\xi_k - a|^3$ і C — абс. стала. Як показав рад. математик В. М. Золотарьов, для C має місце оцінка: $C \leqslant 0{,}9051$. Ц. г. т. можна переносити на послідовність випадкових векторів. Див. також *Імовірностей теорія.*

М. П. Слободенюк.

ЦЕНТРА́ЛЬНИЙ ЕКОНО́МІКО-МАТЕМАТИ́ЧНИЙ ІНСТИТУ́Т АКАДЕ́МІЇ НАУ́К СРСР — науково-дослідна установа в Москві. Інститут створено 1963. Осн. напрями досліджень: розробляння основ системи оптим. планування й управління нар. г-вом з застосуванням матем. методів та електронної обчисл. техніки, комплексу економіко-матем. моделей і методів для прогнозування та перспективного планування нар. г-ва і його різних ланок, методологічних та методичних проблем побудови автоматизованих систем управління в галузях пром-сті та ін. ланках нар. г-ва, проблем удосконалення централізованого планування й госпрозрахункової системи самостійності галузей і підприємств; експериментальна перевірка розроблюваних економіко-матем. моделей; дослідження щодо рівня життя. Є вчена рада по присудженню вчених ступенів кандидатів і докторів наук та аспірантура. Ін-т видає журнал «Экономика и математические методы».

Літ.: Ф е д о р е н к о Н. П. Экономисты-математики — народному хозяйству. «Вестник АН СССР», 1971, № 1.

М. В. Махров.

ЦИКЛ г р а ф а — *ланцюг* $x_0u_1x_1u_2 \ldots \ldots x_{l-1}u_l x_0$, в якому $l \geqslant 1$ й кінцева вершина співпадає з початковою. Якщо немає інших співпадань вершин, Ц. наз. простим. Ц., який містить усі ребра *графа*, наз. е й л е р о в и м, а простий Ц., що містить усі вершини графа,— г а м і л ь т о н о в и м. Якщо кожне ребро u_i — дуга, йде з x_{i-1} в x_i ($i = 1, 2, \ldots, l$, $x_l = x_0$), то Ц. наз. орієнтованим, або орциклом. Допускаючи повторення ребер, одержимо визначення циклічного (замкненого) маршруту.

О. О. Зиков.

ЦИКЛ ПРОГРА́МИ — багато разів використовувана в процесі обчислювання ділянка програми. Ц. п. відповідає циклам обчисл. процесів. Для організації Ц. п. у *мовах програмування* звичайно передбачають спеціальні оператори.

В. Ф. Ляшенко.

ЦИКЛОМАТИ́ЧНЕ ЧИСЛО — ізоморфна характеристика $\lambda(L) = m(L) - n(L) + \varkappa(L)$ графа L, де $n(L)$ — кількість його вершин, $m(L)$ — кількість ребер, а $\varkappa(L)$ — кількість компонент (див. *Графів теорія* і *Графів зв'язність*).

Осн. властивості Ц. ч.: $\lambda(L) \geqslant 0$; $\lambda(L) = 0$ тоді й тільки тоді, коли *граф* L не містить *циклів;* при $\lambda(L) > 0$ з L можна видалити $\lambda(L)$ ребер так, щоб суграф, що лишився, був без циклів і кількість компонент у ньому не змінилася, а будь-який суграф, одержаний з L видаленням меншої кількості ребер, містив цикли.

Будь-який суграф T, що задовольняє умови $\varkappa(T) = \varkappa(L)$, $m(T) = m(L) - \lambda(L)$, $\lambda(T) = 0$, наз. каркасом графа L, а видалені ребра — хордами L (відносно T). Кожна

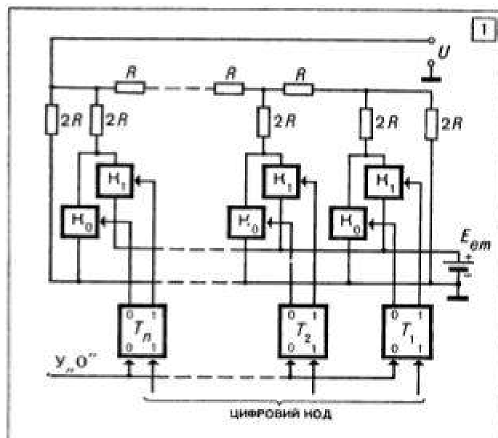
компонента каркаса є деревом, яке містить усі вершини відповідної компоненти первісного графа L.

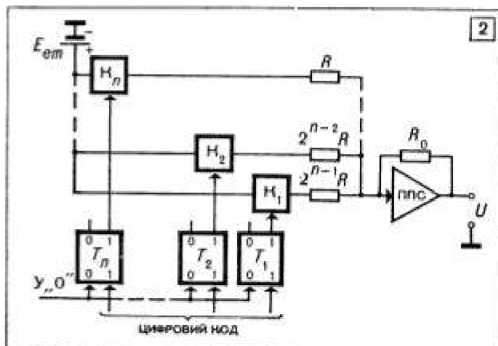
О. О. Зиков.

ЦИФРО-АНАЛОГОВИЙ КОМПЛЕКС, аналого-цифровий комплекс — див. *Комплексування машин.*

ЦИФРО-АНАЛОГОВІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ, перетворювачі код — аналог — пристрої, які автоматично декодують вхідні величини, що мають вигляд числових кодів, на еквівалентні їм значення якоїсь фізичної величини. Кількісний зв'язок між вхідною числовою величиною N_i та її аналоговим еквівалентом $A(t_i)$ виражається співвідношенням $A(t_i) = N_i\Delta A + |\delta A_i|$, де ΔA — аналоговий еквівалент одиниці молодшого розряду коду, а δA_i — похибка перетворення. Коди N_i задають здебільшого у двійковій, двійково-десятковій або десятковій системі числення. Вихідні фіз. величини $A(t_i)$ найчастіше являють собою часові інтервали, кутові переміщення, електр. напруги (струми), частоту коливань і фазові зсуви. Розрізняють Ц.-а. п. часо-імпульсні, нагромаджувальні й вагового типу. Часо-імпульсні перетворювачі призначено для перетворення кодів на мех. переміщення й електр. напруги через проміжний параметр — часовий інтервал. Перетворення кодів на кутове переміщення грунтується на використанні крокових двигунів з імпульсним живленням. Числовий код перетворюється на число-імпульсний із сталим періодом проходження імпульсів, якими живиться кроковий двигун. За час $t = TN$ кроковий двигун відпрацьовує кут повороту $\varphi = \Delta\varphi \frac{t}{T}$ (тут T — період проходження імпульсів, N — код, який чисельно дорівнює кількості лічильних імпульсів, $\Delta\varphi$ — одиничний крок двигуна, еквівалентний одному імпульсові). Якщо число — імпульсний код подати в лічильник, який керує декодуючою матрицею, то час перетворення коду на напругу буде пропорційним величині коду, а зміна напруги на виході матриці протягом цього часу — лінійною.

Перетворювачі з нагромаджувальними ємностями грунтуються на заряджуванні конденсатора імпульсами *еталонної напруги.* Заряджанням керує кодовий регістр. Є такі різновиди нагромаджувальних Ц.-а. п.: 1) Ц.-а. п., для заряджання яких використовують послідовність імпульсів певної стандартної величини, а кількість їх дорівнює перетворюваному кодові; 2) Ц.-а. п., які заряджаються послідовністю еталонних імпульсів, амплітуди яких пропорційні розрядній вазі коду; 3) перетворювачі, еталонний імпульс яких (що дорівнює половині всієї шкали вихідної напруги) подається, починаючи з молодших розрядів коду, на конденсатор, сталу часу якого підбирають так, щоб за один такт він розряджався наполовину, в результаті цього наприкінці останнього такту встановлюється напруга, еквівалентна цифровому кодові; 4) на початку циклу перетворення формується певний еталонний імпульс, а потім відбувається потактне подвоєння напруги на конденсаторі. Осн. вадою таких перетворювачів є їхня невелика точність. Робота перетворювачів вагового типу грунтується на використанні джерел еталонних напруг, величина яких пропорційна розрядній вазі декодованих чисел. Структура Ц.-а. п. залежить від способу формування еталонних напруг та комутацій їх у процесі перетворення. Ц.-а. п. з одним





1. Цифро-аналоговий перетворювач із джерелом еталонної ерс і декодуючою матрицею $R - 2R$.
2. Цифро-аналоговий перетворювач із зіркоподібним подільником і ППС.

джерелом еталонної напруги $E_{ет}$ і декодуючою матрицею на двох номіналах опорів R і $2R$ для декодування двійкових чисел показано на мал. 1. Така матриця має сталий вихідний опір $R_{вих} = \frac{2}{3}R$. Напруга на виході Ц.-а. п. визначається залежністю $= \frac{E_{ет}}{3R}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i 2^i R$, де $\alpha_i = 1$ при коді «1» в i-му розряді і $\alpha_i = 0$ при коді «0» в i-му розряді ($i = 1, 2, \ldots, n$).

Якщо в Ц.-а. п. використовують зіркопо-

дібний подільник із «зваженими» опорами (мал. 2) для забезпечення потрібної точності підсумовування застосовують підсилювачі постійного струму (ППС) з великим коеф. підсилення і малим опором у колі зворотного зв'язку $R_0 \ll R$. В цьому разі аналогова напруга дорівнюватиме $U = \frac{R_0}{R} E_{\text{ст}} \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i}{2^{n-1}}$. Є Ц.-а. п., побудовані на основі стабілізованих джерел струму $I_{\text{ст}}$ з послідовним подільником на «зважених» опорах. Навантаження на стабілізатори струму в такому перетворювачі не однакове і залежить від розряду, в якому встановлено стабілізатор. Напруга на виході дорівнює $U = I_{\text{ст}} R \sum_{i=1}^{n} \alpha_i 2^{i-1}$, де $I_{\text{ст}}$ — струм стабілізатора. В Ц.-а. п. із стабілізаторами струму і декодуючою матрицею $R - 2R$ на кожен стабілізатор струму припадає однакове навантаження $R_{\text{навант}} = \frac{2}{3} R$, а аналогова напруга дорівнює $U = \frac{2}{3} I_{\text{ст}} \times \times R \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i}{2^{n-1}}$.

Осн. характеристиками Ц.-а. п. є: швидкодія, точність і кількість каналів. Під швидкодією розуміють макс. частоту надходження на вхід Ц.-а. п. декодовуваних чисел, при якій зберігається номінальна точність перетворення. Точність перетворювачів характеризується відносною зведеною похибкою перетворення, яка включає статичні й динамічні складові. До статич. похибок входять похибка методу, яка визначається принципом дії перетворювача, та інструментальна похибка, що залежить від неідеальності компонентів перетворювача. Динаміч. похибка є наслідком перехідних процесів у колах перетворювача. У проміжках між надходженням вхідних кодів повинна провадитись апроксимація вихідного сигналу. Ступінь невідповідності апроксимуючої кривої ідеальній ф-ції в кожен даний момент часу є похибка апроксимації. Кількість каналів визначають за виходом і входом; для входу вона дорівнює кількості джерел цифрової інформації, підімкнутих до Ц.-а. п., для виходу — кількості приймачів аналогової інформації.

Літ. див. до ст. *Аналого-цифровий перетворювач.*

А. І. Кондалев.

ЦИФРОВА́ ІНТЕГРУВА́ЛЬНА МАШИ́НА — *спеціалізована обчислювальна машина,* робота якої грунтується на принципі підсумовування приростів. Розв'язування задач у Ц. і. м. виконується за допомогою цифрових інтеграторів (ЦІ) і *суматорів* (див. *Пристрій інтегрувальний*); обмін інформацією між розв'язувальними блоками здійснюється у вигляді приростів, а програмування задач зводиться до комутації розв'язувальних блоків. Ц. і. м. призначено для розв'язування з великою швидкістю і з високою точністю задач, що мають неперервний характер. Їх можна з успіхом застосовувати для керування динамічними системами та рухомими об'єктами, для цифрового моделювання динамічних об'єктів та процесів.

Принцип побудови Ц. і. м. грунтується на тому, що всі розв'язувані на них задачі зводяться до системи рівнянь Шеннона, яка в симетричній формі має вигляд

$$\begin{gathered} dy_{pk} = \sum_{j=1}^{N} A_{pkj} dz_j, \\ dy_{qk} = \sum_{j=1}^{N} A_{qkj} dz_j, \\ dz_k = y_{pk} dy_{qk}, \\ dz_1 = dx, \\ k = 2, 3, \ldots, N. \end{gathered} \tag{1}$$

Тут x — незалежна, а z_k, y_{pk} та y_{qk} — залежні змінні; A_{pkj} та A_{qkj} — постійні коеф., які набувають значень, що дорівнюють нулеві чи одиниці, і визначають конкретну систему рівнянь Шеннона. У Ц. і. м. система рівнянь Шеннона розв'язується в цифровій формі. Оскільки до неї входять лише операції підсумовування, множення та диференціювання, то інтегрування рівнянь (1) у Ц. і. м. здійснюється лише двома типами розв'язувальних блоків: суматорами приростів і ЦІ. Перші з них здійснюють операції підсумовування, а другі виконують у цифровій формі операції чисельного інтегрування за Стілтьєсом. У заг. випадку ф-ла чисельного інтегрування за Стілтьєсом з точністю до n-го порядку має вигляд:

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki} \nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2} \nabla y_{pk\,(i+1)} \nabla y_{qk\,(i+1)} + \sum_{\alpha=1}^{\frac{2n-9+(-1)^n}{4}} \sum_{\beta=\alpha+1}^{n-\alpha-3} a_{\alpha\beta n} [\nabla y_{pk\,(i+1-\alpha)} \times \nabla y_{qk\,(i+1-\beta)} - \nabla y_{pk\,(i+1-\beta)} \nabla y_{qk\,(i+1-\alpha)}]. \tag{2}$$

При $n = 4, 5, 6, \ldots$ одержують окремі ф-ли чисельного інтегрування за Стілтьєсом. Для побудови ЦІ часто використовують ф-лу трапецій

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki} \nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2} \nabla y_{pk\,(i+1)} \nabla y_{qk\,(i+1)}, \tag{3}$$

ф-лу квадратичних парабол

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki} \nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2} \nabla y_{pk\,(i+1)} \nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{12} [\nabla y_{pki} \nabla y_{qk\,(i+1)} - \nabla y_{pk\,(i+1)} \nabla y_{qki} \tag{4}$$

і ф-лу прямокутників

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki} \nabla y_{qk\,(i+1)}, \qquad (5)$$

що випливають із ф-ли (2).

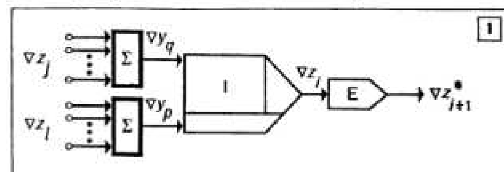
У інтеграторах, що грунтуються на ф-лах трапецій і квадратичних парабол, для одержання високої точності треба використовувати багаторозрядні прирости ∇y_{qk}, ∇y_{pk} та ∇z_k. А якщо в основу ЦІ покладено ф-лу прямокутників, то використовують однорозрядні прирости змінних, при яких зберігається порядок точності, що його одержують у випадку ф-ли прямокутників, і водночас домагаються якнайменших затрат обладнання. Такі ЦІ — найпростіші. Проте швидкодія і точність цих інтеграторів невеликі. ЦІ, що їх побудовано на основі ф-ли трапецій або ф-ли квадратичних парабол, мають значну швидкість роботи, високу точність і велику інформаційну продуктивність на одиницю обладнання. При використанні ф-ли квадратичних парабол швидкість і точність цих ЦІ в сотні й тисячі разів перевищують швидкість і точність ЦІ, що працюють на основі ф-ли прямокутників.

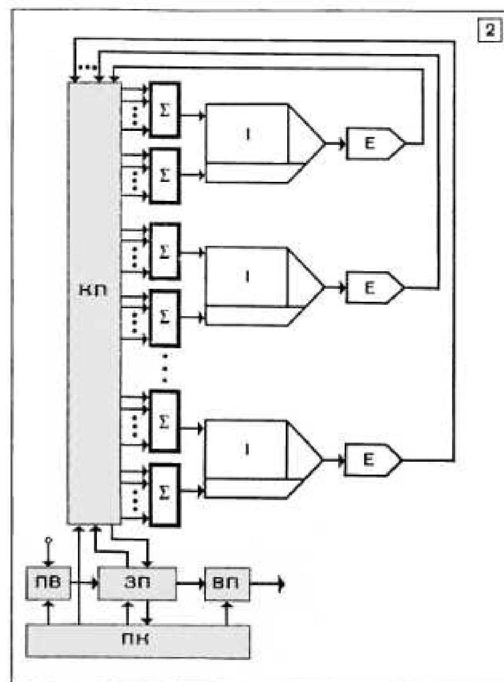
Використовуючи в Ц. і. м. точні ф-ли чисельного інтегрування і багаторозрядних приростів, крім суматорів приростів та ЦІ, до структури машини треба вводити екстраполятори приростів (мал. 1), які призначені для екстраполяції приростів на один крок уперед, щоб одержати інформацію, необхідну для роботи ЦІ. В основу побудови екстраполяторів покладено ф-лу екстраполяції приростів

$$\nabla z^{*}_{k\,(i+1)} = \sum_{\alpha=1}^{n} (-1)^{\alpha-1} \binom{n}{\alpha} \nabla z_{k\,(i+1-\alpha)}. \qquad (6)$$

ЦІ, суматори й екстраполятор приростів можна об'єднати в узагальнений інтегратор (мал. 1). Сукупність різницевих рівнянь ЦІ, суматорів та екстраполяторів утворює *алгоритм* Ц. і. м. У заг. випадку структура Ц. і. м., в якій реалізується зазначений алгоритм, включає в себе, крім ЦІ (І), суматорів (Σ) й екстраполяторів приростів (Е), і електронний комутатор (КП), пристрій керування (ПК), пристрої введення (ПВ) та виведення (ВП) інформації (мал. 2), а послідовна Ц. і. м.— ще й запам'ятовувальний пристрій (ЗП).

Ц. і. м. поділяють на послідовні й паралельні. В послідовних Ц. і. м. є один реальний узагальнений інтегратор, що послідовно виконує ф-ції всіх інтеграторів, які беруть участь у розв'язуванні задачі. В паралельних Ц. і. м. є N реальних інтеграторів, що працюють паралельно. Залежно від приростів змінних Ц. і. м. поділяють на багаторозрядні й однорозрядні. В багаторозрядних використовують точніші формули чисельного інтегрування — ф-ли трапецій, квадратичних парабол, а в однорозрядних — найпростішу ф-лу прямокутників. При цьому стають непотрібними екстраполятори приростів. Однорозрядні Ц. і. м., які працюють на основі ф-ли прямокутників без екстраполяції приростів, здебільшого наз. **цифровими диференціальними аналізаторами** (ЦДА). Інформація між ЦІ в них передається у вигляді однорозрядних приростів, закодованих у бінарній чи тернарній формі. Якщо багаторозрядні Ц. і. м. будують з екстраполяторами приростів, то їх наз. **екстраполяційними**. Але можна й виключити екстраполятори із структури багаторозрядних Ц. і. м. Тоді процес обчислювань, щоб зберегти точність, здійснюється ітераційним методом. Машини без екстраполяторів приростів наз. **інтерполяційними** Ц. і. м.





1. Схема узагальненого інтегратора: Σ — суматор приростів; I — інтегратор; E — екстраполятор.
2. Структура цифрової інтегрувальної машини.

Ц. і. м. будують з фіксованою і плаваючою комою. Перевагою перших є простота структури, але в таких машинах, оскільки в них потрібно масштабувати змінні, істотно ускладнюється програмування. Програмування в цьому разі складається з таких етапів: перехід від відправних залежностей до еквівалентних рівнянь Шеннона; складання ко-

мутуючих прямокутних матриць, що складаються з коеф. A_{pkj} та A_{qkj}; визначення початкових значень змінних; масштабування змінних і, нарешті, введення відправної інформації та настроювання комутації інтеграторів відповідно до комутуючих матриць. У Ц. і. м. з плаваючою комою в результаті виключення операції масштабування домагаються макс. простоти програмування. Воно зводиться до комутації узагальнених інтеграторів і до введення в інтегратори початкових значень змінних. Проте Ц. і. м. з плаваючою комою мають складнішу структуру і потребують великих затрат обладнання. Внаслідок паралельного виконування елементарних арифм. операцій у розв'язувальних блоках і паралельної роботи узагальнених інтеграторів швидкість роботи паралельних Ц. і. м. за інших однакових умов перевищує швидкодію універсальних ЦОМ у сотні й тисячі разів. При цьому забезпечується точність до 5—6 десяткових знаків.

Оскільки Ц. і. м. можна побудувати, використавши лише один розв'язувальний блок — узагальнений цифровий інтегратор, стає можливим сконструювати однорідні цифрові інтегрувальні структури (ОЦІС), що складаються з однотипних стандартних блоків, у т. ч. й узагальненого цифрового інтегратора, оточеного кількома шарами комутуючих комірок. Комутуючі комірки призначено для об'єднування інтеграторів відповідно до розв'язуваної задачі. Розрізняють лінійні, плоскі та просторові ОЦІС. Найефективнішими є ОЦІС у мікроелектронному виконанні, коли кожен стандартний блок виконують у вигляді однієї великої *інтегральної схеми.*

Літ.: Воронов А. А. [та ін.]. Цифровые аналоги для систем автоматического управления. М.— Л., 1960 [бібліогр. с. 191—194]; Майоров Ф. В. Электронные цифровые интегрирующие машины. М., 1962 [бібліогр. с. 405]; Каляев А. В. Введение в теорию цифровых интеграторов. К., 1964 [бібліогр. с. 286—288]; Неслуховский К. С. Цифровые дифференциальные анализаторы. М., 1968 [бібліогр. с. 256—257]; Каляев А. В. Теория цифровых интегрирующих машин и структур. М., 1970 [бібліогр. с. 448—460]; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [бібліогр. с. 783—820]. *А. В. Каляев.*

ЦИФРОВА́ МОДЕ́ЛЬ СІТКОВО́ГО ГРА́ФІКА — різновид спеціалізованого моделюючого пристрою для визначення критичного шляху та ін. характеристик сіткового графіка при розв'язуванні задач сіткового планування та керування. Будуючи Ц. м. с. г., використовують часову аналогію, при якій тривалість виконання робіт сіткового графіка моделюють часом затримки електр. сигналу. Величину затримки задають цифровим кодом і реалізують схемами на основі лічильників, регістрів тощо. Один із можливих варіантів схеми цифрової моделі окремої роботи сіткового графіка наведено на мал. Лічильники Л1 і Л2 мають однакову ємність. У початковому положенні схеми в Л1 записано число імпульсів, яке доповнює тривалість роботи до повної ємності лічильника. Л2 перебуває в нульовому стані. Коли з генератора імпульсів (ГІ) надходять сигнали про початок роботи, тригер T_1 встановлюється в одиничний стан і відкриває схему збігу (І), через яку до лічильників починають надходити імпульси тактової частоти. Через проміжок часу, пропорційний тривалості роботи Л1 переповнюється і встановлює в одиничний стан тригер T_2, який зафіксує на своєму виході факт виконання роботи. Тригер T_1 буде повернено в нульовий стан сигналом переповнювання Л2, який виконує в схемі роль відновника інформації, записаної в Л1.

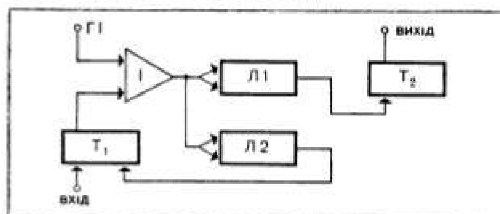


Схема цифрової моделі окремої роботи сіткового графіка.

Цифрова модель окремих робіт зв'язується своїми входами й виходами в структуру, топологічно подібну до досліджуваного сіткового графіка, утворюючи Ц. м. с. г. Часова затримка вхідного сигналу в такій Ц. м. с. г. пропорційна величині критичного шляху. Задаючи спец. режими роботи на Ц. м. с. г., можна одержати й інші характеристики сіткового графіка. Зокрема, використовуючи генератори випадкових імпульсів послідовностей імпульсів із заданими законами розподілу, можна досліджувати ймовірнісні сітки. Ц. м. с. г. використовують, будуючи спеціалізовані обчисл. машини для розв'язування задач *операцій дослідження.* Див. також *Електронне моделювання задач математичного програмування, «АСОР».* *В. В. Васильєв.*

ЦИФРОВА́ ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНА МАШИ́НА (ЦОМ) — пристрій переробки інформації, представленої в цифрових *кодах.* Сучасні ЦОМ є складними електронними пристроями з десятків— сотень тисяч електронних приладів або їхніх еквівалентів. Швидкодія великих ЦОМ досягає десятків мільйонів операцій за секунду. Пам'ять сучасних ЦОМ здатна зберігати мільйони одиниць інформації. Більшість ЦОМ є алгоритмічно універсальними засобами переробки інформації, за допомогою яких розв'язують складні матем. та інформаційно-логічні задачі, створюють різні автоматизовані системи управління, моделюють складні процеси та явища і т. п. (іл. між с. 440—441).

Перший механічний пристрій, призначений для виконання арифм. операцій, було створено на початку 17 ст. Однак бурхливий розвиток засобів дискретної *обчислювальної техніки* почався лише наприкінці 40-х років 20 ст., коли для створення *логічних елементів ЦОМ* почали використовувати електронні лампи.

Ідея створення ЦОМ належить англ. математикові Ч. Беббіджу (1792—1871), який,

побудувавши кілька моделей мех. напівавтоматичних машин, 1833 спроектував універсальну автоматичну обчисл. машину, назвавши її «аналітичною машиною». Однак через низький рівень розвитку техніки цей проект не було реалізовано.

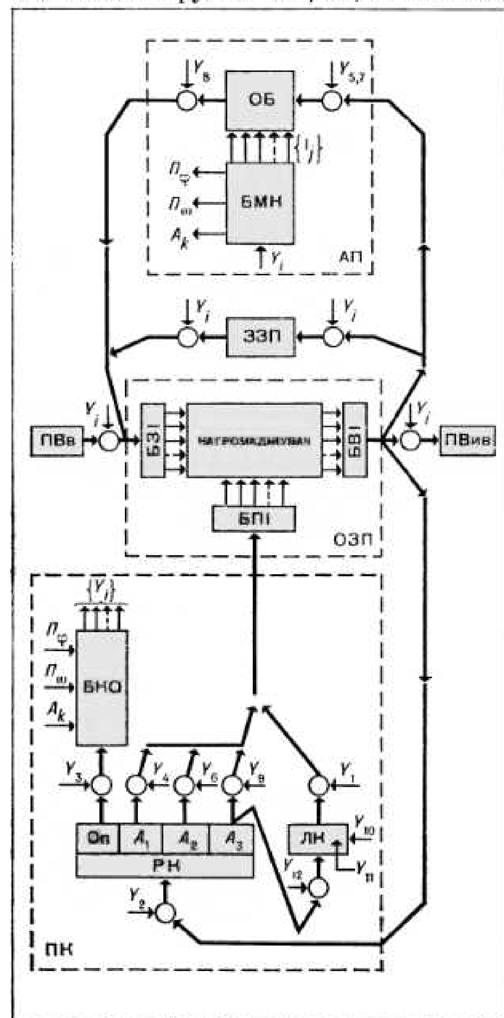
В 1933—44 в США було створено релейну ЦОМ «*Mark-I*», в 1945 — першу електронну ЦОМ «ENIAC», а наприкінці 40-х років ЕЦОМ починають розробляти і в СРСР (див. «*МЭСМ*») та в Англії. В 50-х роках у схемах ЦОМ почали використовувати транзистори, які до початку 60-х років майже повністю витіснили з обчисл. техніки електронні лампи.

Середина 60-х років є часом впровадження в ЦОМ *інтегральних схем;* 1965 випущено сімейство обчисл. систем «*IBM-360*» на інтегральних схемах. Прогрес електроніки йшов шляхом дедалі більшої інтеграції електронних систем: було створено *великі інтегральні схеми* ВІСи (див. *Мікроелектронна елементна база обчислювальної техніки*), і з 1970 створюють машини, елементною базою яких є ВІСи.

В процесі розвитку (до 1972) ЦОМ пройшли 5 стадій, відповідно й самі машини прийнято ділити на покоління — від нульового до четвертого (див. *Обчислювальна машина*). В основу періодизації розвитку ЦОМ покладено їхню елементну базу (реле й електронні лампи — у машин 0-го й 1-го поколінь, напівпровідникові елементи — у 2-го, інтегральні схеми — у 3-го, великі інтегральні схеми — у 4-го покоління машин). Розвиток елементної бази відкривав нові можливості щодо вдосконалення алгоритмічної та логіч. структури ЦОМ. У 2-й половині 60-х років почали випускати багатопроцесорні машини — *обчислювальні системи*, а наприкінці 60-х — з'явилися гігантські високопродуктивні обчисл. системи, здатні виконувати кілька десятків мільйонів операцій за 1 *сек* (див. «*CDC-7600*»).

Типова схема сучасної ЦОМ (мал.) має такі основні пристрої: *запам'ятовувальний пристрій* (ЗП), призначений для зберігання *програми* обчислень, первісних *даних*, а також проміжних та кінцевих результатів розв'язування задачі; *арифметичний пристрій* (АП), що перетворює інформацію; пристрої введення, які забезпечують введення та записування початкової інформації в *пам'ять ЦОМ;* пристрої виведення, призначені для видавання результатів розв'язування задачі (див. *Пристрої введення та виведення інформації ЦОМ*): *пристрій керування ЦОМ*, який синхронізує роботу всіх пристроїв у процесі виконання програми (загальний вигляд пристроїв див. на іл. між с. 184—185). Крім того, ЦОМ, як правило, мають ще мультиплексні й селекторні канали, які зв'язують пам'ять машини, ПК та зовнішні пристрої (див. *Пристрій обміну ЦОМ*).

Інформацію до ЦОМ (букви, цифри, спец. знаки) подають здебільшого у двійково кодованому вигляді, а числа — у двійковій *системі числення*. Це пов'язано перш за все з наявністю надійних, економічних та швидкодіючих елементів з двома стійкими станами. Крім того, в двійковій системі числення операції виконуються технічно просто. У пристроях введення—виведення інформації використовують двійково-вісімкову, двійково-десяткову та ін. системи числення. В деяких ЦОМ (напр. «*МИР*») двійково-десяткову систему застосовують як основну при виконанні арифметичних операцій. Одиницею інформації, з якою оперує машина, в ЦОМ є *машинне*



Спрощена функціональна схема ЦОМ.

слово. Ним може бути *команда*, число або група буквено-цифрових знаків. Число двійкових розрядів, що їх відводять під машинне слово, становить звичайно кілька десятків розрядів. У деяких машинах довжина слова є змінною і вимірюється числом *байтів* (8-двійкових розрядів).

У ЦОМ використовують дві форми представляння двійкових чисел: з фіксованою та з пла-

ваючою комою. Представляння чисел у формі з фіксованою комою дає змогу за простої структури АП одержувати високу швидкодію ЦОМ. Однак для ЦОМ з фіксованою комою ускладнюється процес програмування в зв'язку з необхідністю вводити масштабні коефіцієнти, щоб виключати можливість переповнення розрядної сітки. Внаслідок застосовування чисел у формі з плаваючою комою збільшується час виконання арифм. операцій та доводиться ускладнювати АП, але програмувати в цьому разі значно простіше, бо тут, як правило, немає процедури масштабування.

Кожна ЦОМ виконує певний набір операцій. Система операцій ЦОМ повинна бути алгоритмічно повною та забезпечувати просте й економне програмування. Операції, виконувані ЦОМ, умовно поділяють на арифметичні й логічні, операції керування, введення — виведення тощо. Звичайно в ЦОМ використовують від кількох десятків до кількох сотень різних операцій, відповідно до обраної *команд системи*.

В сучасних ЦОМ звичайно використовують командно-адресний принцип керування. Машинна команда містить інформацію про операцію, яку необхідно провести на даному кроці виконання програми (код операції), а також інформацію про операнди. Операнди в команді найчастіше задаються їхніми адресами, однак їх можна задати й безпосередньо. У багатьох випадках адреса в команді є адресою не самого операнда, а адресою поля в пам'яті, яке містить цю адресу (т. з. посередня адресація). Поширена й відносна адресація операндів, яка полягає в тому, що для того, щоб знайти адреси операнда, адресу команди додають до якоїсь базової адреси.

В ЦОМ найпоширенішими є одно-, двох- та трьохадресні команди. За ємністю пам'яті, необхідної для зберігання програм, і за часом виконання програм ці типи команд приблизно однакові. Щоб підвищити ефективність розв'язування задач різних класів, у деяких ЦОМ використовують команди зі змінним числом адрес («IBM-360», «Днепр-21»). У ЦОМ з магазинною (стековою) пам'яттю застосовують нуль-адресні, а при використанні асоціативного ЗП — безадресні команди.

Щоб забезпечити велику продуктивність ЦОМ та розширити клас розв'язуваних на них задач, треба, щоб пам'ять машини мала велику ємність і малий час звертання (при великій надійності роботи та малій вартості). Однак побудувати один ЗП, який задовольняв би всі перелічені вимоги, неможливо. Тому сучасні ЦОМ мають ієрархічну (багаторівневу) систему пам'яті. Основою цієї ієрархії є компроміс між ємністю ЗП та його швидкодією. Кожний рівень пам'яті характеризується ємністю ЗП, *часом звертання до запам'ятовувального пристрою* та вартістю, причому зі збільшенням швидкодії збільшується вартість та зменшується ємність ЗП. Найчастіше в ЦОМ застосовують такі рівні пам'яті: *регістри*, надоперативні ЗП (НОЗП), оперативні ЗП (ОЗП) та зовнішні ЗП (ЗЗП). Структура пам'яті й характеристика ЗП різних рівнів визначається класом ЦОМ.

Обчислювальну потужність (продуктивність) ЦОМ визначають, в основному, їхньою швидкодією та ємністю пам'яті. Є кілька методів визначання *швидкодії ЦОМ*, напр., за швидкодію беруть величину, обернену середньозваженому часові виконання однієї операції. Щоб визначити швидкодію, операціям присвоюють вагу відповідно до відносної частоти застосування їх у якомусь обраному класі задач, найтиповішому для певних ЦОМ. Таку швидкодію, що має розмірність «операцій/*сек*», наз. номінальною. Вона лише частково визначає ефективну швидкодію машини, яка, крім того, залежить і від способу організації обміну інформацією між ОЗП, ЗЗП і зовнішніми пристроями та від якості *операційної системи*. Обчислювальна потужність ЦОМ залежить і від ємності ЗП на кожному з рівнів ієрархії пам'яті (ємність кожного ЗП обчислюється звичайно в байтах).

Процес виконання однієї типової трьохадресної команди з прямою адресацією (напр., команди додавання двох чисел) можна простежити по схемі, наведеній на мал. Розгляд процесу починається з того моменту, коли на спеціальному регістрі ПК — лічильнику команд (ЛК) перебуває адреса чергової команди програми. Блок керування операціями (БКО) формує керуючі імпульси $\{Y_i\}$, які визначають послідовність мікрооперацій, яка забезпечує виконання команди. За сигналом Y_1 *адреса* комірки, в якій зберігається чергова команда програми, передається в блок пошуку інформації (БПІ), який викликає команду з ОЗП до блока відтворювання інформації (БВІ). За сигналом Y_2 команда заноситься в регістр команд (РК). За сигналом Y_3 код операції передається в БКО і відповідно до цього БКО формує подальшу послідовність керуючих сигналів $\{Y_i\}$. За сигналом Y_4 1-а адреса A_1 передається в ОЗП і з комірки з цією адресою вибирається 1-й операнд, який за сигналом Y_5 переписується в операційний блок (ОБ) АП. Аналогічно 2-й операнд вибирається з ОЗП за адресою A_2 (сигнал Y_6) та засилається за сигналом Y_7 в ОБ АП. Подальші сигнали Y_i надходять у блок місцевого керування (БМК) АП, який виробляє сигнали $\{I_j\}$, що керують процесом виконання операції в ОБ. Крім того, БМК в разі переповнення формує сигнал Π_φ, сигнал закінчення операції A_k та сигнал Π_ω, який виробляється при виконанні деяких умов, напр., при одержанні від'ємного результату, рівності двох чисел і т. п. Сигнали Π_φ, Π_ω та A_k подаються в БКО ПК та використовуються при формуванні керуючих сигналів $\{Y_i\}$. Після закінчення виконання операції в АП за сигналом Y_8 результат передається до блока запису інформації (БЗІ) ОЗП; за сигналом Y_9 адреса A_3 передається до БПІ ОЗП і результат операції записується в пам'ять. Сигнал Y_{10} збільшує вміст ЛК на одиницю,

підготовляючи вибірку чергової команди програми.

За призначенням ЦОМ поділяють на обчислювальні машини загального призначення (універсальні) та спеціалізовані. Перші служать для розв'язування широкого класу задач, вони мають розгалужену систему операцій, ієрархічну структуру ЗП та розвинену систему введення—виведення інформації. Спеціалізовані ЦОМ розв'язують вузьке коло задач. Характеристики спеціалізованих ЦОМ та їхня структура залежать від специфіки розв'язуваних задач і тому ці ЦОМ розв'язують такі задачі ефективніше, ніж машини загального призначення. Спеціалізовані ЦОМ широко застосовують як основну ланку автоматизованих систем управління (АСУ), вони забезпечують керування за заданими алгоритмами різними об'єктами та процесами (див. *Керуюча обчислювальна машина*, *Спеціалізована обчислювальна машина*).

За обчислювальною потужністю ЦОМ умовно поділяють на малі, середні та великі. Малі ЦОМ мають порівняно невелику номінальну швидкодію (сотні—тисячі операцій за секунду) та ємність ОЗП — порядку десятків тисяч байтів («МИР», «*Наїрі*»), їх призначено, гол. чин., для інженерних розрахунків та для роботи в складі багатомашинних обчислювальних систем. ЦОМ середньої потужності мають швидкодію порядку кількох десятків тисяч операцій за 1 *сек*, ємність ОЗП — на десятки тисяч байтів, а ЗЗП — на мільйони байтів (ЦОМ сімейств «*Урал*», «*Минск*», «*Раздан*»). Швидкодія ЦОМ великої потужності досягає сотень тисяч — мільйонів операцій за 1 *сек*, ємність ОЗП в них — до мільйона, а ЗЗП — на десятки мільйонів байтів («БЭСМ-6», «CDC-7600»).

Літ.: Китов А. И., Криницкий Н. А. Электронные цифровые машины и программирование. М., 1961 [бібліогр. с. 567—568]; Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585]; Современное состояние и особенности развития вычислительной техники за рубежом. К., 1968; Грубов В. И., Кирдан В. С Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства Справочник. К., 1969 [бібліогр. с. 179—181].

Ю. А. Бузунов, Є. М. Вавілов, П. В. Походзіло.

ЦИФРОВИЙ ДИФЕРЕНЦІА́ЛЬНИЙ АНАЛІЗА́ТОР — *спеціалізована обчислювальна машина*, до складу якої входить цифровий інтегратор, який реалізує найпростіші форми чисельного інтегрування. Ц. д. а. належить до класу *цифрових інтегрувальних машин.*

ЦІЛЬОВА́ ФУ́НКЦІЯ, функція мети — функція, найбільше або найменше значення якої на *допустимій множині* відшукується в задачах *програмування математичного*. Від властивостей Ц. ф. залежать існування, єдиність і характеристичні властивості розв'язку.

ЦІ́ПФА ЗАКО́Н — імовірнісний розподіл, задаваний формулою $p_n = \frac{c}{n^{\gamma}}$, де c і γ — константи, а p_n — імовірність здійснення n-ї події з групи несумісних подій. При $\gamma > 1$ ця група може складатися з лічбової множини подій, а при $\gamma \leqslant 1$ — має бути скінченна. Число n наз. рангом події. Ранги означають упорядкованість подій за зменшенням їхніх імовірностей. Ц. з. відображує *розподіл імовірностей* слів у даному корпусі текстів ($\gamma \approx 1$), розподіл імовірностей потрапляння статті на дану тему в різні журнали та інші розподіли, що виникають у лінгвістиці, *інформатиці* тощо.

Здебільшого найістотніші відхилення реальних розподілів від Ц. з. спостерігаються для подій мінім. рангів та на «хвості» розподілу. Характерна особливість Ц. з. для ймовірностей появи слів у тексті полягає в тому, що хоча цей закон діє на будь-якому замкненому корпусі текстів — ранги конкретних слів мови істотно змінюються при переході до іншого корпусу текстів. Очевидно, поняття рангу (відповідно, частотності) конкретного слова має сенс лише для даного корпусу текстів і в певному розумінні слова, напр., як букворяду між двома проміжками. Існує кілька схем теор. виведення Ц. з.: на основі «компромісу» між мовцем і слухачем, з міркувань мінім. вартості оптим. коду, з термодинамічних міркувань найімовірнішого розподілу при даній сумарній «складності» тексту.

Літ.: Фрумкина Р. М. Статистические методы изучения лексики. М., 1964 [бібліогр. с. 111—114]; Шрейдер Ю. А. О возможности теоретического вывода статистических закономерностей текста (к обоснованию закона Ципфа). «Проблемы передачи информации», 1967, т. 3, в. 1; Мандельброт Б. О рекуррентном кодировании, ограничивающем влияние помех. В кн.: Теория передачи сообщений. Пер. с англ. М., 1957; Zipf G. K. Human Behaviour and the principle of least effort. Cambridge. 1949.

Ю. А. Шрейдер.

ЦОМ АСИНХРО́ННА — цифрова обчислювальна машина, в якій величина робочого такту залежить від виду виконуваної операції і від операндів (плаваючий робочий такт). У ЦОМ а. момент початку виконання чергової операції визначається сигналом, що формується в момент закінчення попередньої операції. В машині здебільшого використовується принцип місцевого керування, за яким осн. виконавчі пристрої (арифм. пристрій, оперативний і зовн. запам'ятовувальний пристрої, пристрої введення та виведення) мають блоки місцевого керування, що формують керуючі сигнали, які забезпечують автономну роботу цих пристроїв, і сигнали, які фіксують моменти закінчення роботи виконавчих пристроїв. Пристрій керування за кодами виконуваних операцій і сигналами, що надходять з блоків місцевого керування, координує роботу виконавчих пристроїв під час реалізації програми обчислень. Асинхронний принцип керування дає змогу порівняно просто узгоджувати в часі роботу пристроїв з різною швидкодією, напр., арифметичного і пристрою виведення. У ЦОМ а. можна легко поєднувати роботу різних пристроїв ЦОМ і контролювати перебіг обчисл. процесу за сигналами закінчення операцій. Швидкодія ЦОМ а. (за інших

однакових умов) значно вища, ніж *ЦОМ синхронних*, в яких величина робочого такту є сталою.

Осн. вада ЦОМ а.— великі апаратні затрати. Тому застосовувати асинхронний принцип керування доцільно лише тоді, коли ставлять високі вимоги до швидкодії і коли до складу ЦОМ входить багато пристроїв з різною швидкодією. Асинхронний принцип керування широко застосовують в *обчислювальних системах* і ЦОМ з мультипрограмним керуванням. У багатьох ЦОМ застосовують мішаний метод керування: для частини операцій використовують плаваючий робочий такт, а для решти — постійний.

Літ.: Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585].

Ю. А. Бузунов, Є. М. Вавілов.

ЦОМ СИНХРО́ННА — обчислювальна машина дискретної дії, в якій величина робочого такту для кожної операції є сталою. У ЦОМ с. величина робочого такту визначається часом виконання «найдовшої» операції; при виконанні інших (особливо «коротких») операцій стається втрата машинного часу. Тому швидкодія синхронних цифрових машин набагато менша за швидкодію *ЦОМ асинхронних*, проте вона проста за будовою й надійна в експлуатації. Синхронний принцип керування зі сталим робочим тактом для всіх операцій часто використовують у ЦОМ, що мають *оперативний запам'ятовувальний пристрій* (ОЗП) з періодичним вибиранням інформації (напр., магнітний барабан); величина робочого такту в таких ЦОМ дорівнює періодові звертання до ОЗП. Для збільшення швидкодії ЦОМ с. усі операції розбивають на групи так, щоб час виконання кожної з операцій однієї групи був приблизно однаковий, і для кожної групи встановлюють відповідну сталу величину робочого такту.

Через низьку продуктивність ЦОМ с. синхронний принцип керування часто поєднують з асинхронним (мішане керування). Для операцій, час виконання яких істотно залежить від операндів (множення й ділення чисел у ЦОМ з фіксованою комою, арифм. операції в ЦОМ з плаваючою комою тощо), застосовують асинхронний принцип керування (плаваючий такт). При виконанні інших операцій використовується синхронний принцип керування (постійний робочий такт). У таких ЦОМ сигнали, що керують роботою виконавчих елементів, формуються й у центр. пристрої керування, і в блоках місцевого керування.

Літ.: Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [бібліогр. с. 583—585].

Ю. А. Бузунов, Є. М. Вавілов.

ЧАС ВИБИРА́ННЯ ІНФОРМА́ЦІЇ — час, що витрачається на відшукування й виведення із *запам'ятовувального пристрою* одиниці інформації (одного слова). Див. також *Час звертання до запам'ятовувального пристрою.*

ЧАС ВІДНО́ВЛЕННЯ після відмови — час, що витрачається на відшукування й усунення однієї відмови в якомусь пристрої, напр., у цифровій обчислювальній машині. Ч. в. являє собою *випадкову величину*, яка залежить від характеру відмови, від засобів діагностичного контролю, що їх застосовують, і кваліфікації обслуговуючого персоналу. Як правило, оперують величиною середнього Ч. в. $\tau_{\text{сер}}$, що його можна обчислити на основі статистичних даних:

$$\tau_{\text{сер}} = \lim_{n \to \infty} \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \tau_i}{n},$$

де n — кількість відмов ЦОМ за певний час її експлуатації; τ_i — час відновлення ЦОМ після i-ої відмови. *Л. О. Коритна.*

ЧАС ЗВЕРТА́ННЯ ДО ЗАПАМ'ЯТО́ВУВАЛЬНОГО ПРИ́СТРОЮ — мінімальний час між черговими запусками *запам'ятовувального пристрою* (ЗП) для зчитування або записування одиниці інформації за довільними адресами. Залежно від типу ЗП такою одиницею може бути *масив* слів, які розміщуються в *запам'ятовувального пристрою зоні* (напр., у випадку, якщо ЗП — на магнітній стрічці), або слово (число), яке розміщується в *комірці запам'ятовувального пристрою.* У першому випадку, коли звертання відбувається принципово лише до певної зони, а не до комірки, Ч. з. до з. п. складається з часу пошуку зони і часу зчитування (записування) масиву слів і залежить як від розташування шуканої зони, так і від величини масиву. Для таких ЗП Ч. з. до з. п. є величиною змінною, тому для характеристики їхніх швидкісних параметрів використовують інші показники, напр., швидкість зчитування (записування) двійкових одиниць або слів певної розрядності чи щільність розміщення інформації на одиницю часу носія і швидкість його переміщування та ін. Найчастіше користуються поняттями Ч. з. до з. п. в іншому випадку, коли принцип роботи ЗП використовує звертання до комірки. При цьому для циклічних ЗП (ЗП на барабані, ЗП на лініях затримки та ін.) Ч. з. до з. п. дорівнює циклові роботи (часові обертання барабана, періодові циркуляції інформації відносно засобів зчитування). Для інших типів ЗП він складається з часу вибирання інформації (складається з часу пошуку фіз. адреси комірки і часу зчитування) та часу *регенерації* (записування), включаючи час перехідних процесів у розрядних лініях. Щоб збільшити швидкість роботи ЗП, часто суміщують робочі цикли так, що пошук комірки відбувається тоді, коли ще не закінчився перехідний процес у



розрядних лініях від попереднього звертання, тому цей час можна виключити з Ч. з. до з. п. У ЗП, де операція зчитування і регенерації (стирання і записування) взаємно не зв'язані (напр., у пристроях зі зчитуванням без руйнування інформації) швидкість роботи визначається Ч. з. до з. п. окремо для зчитування і записування або оберненими їм величинами: частотою зчитування і частотою записування. *Ф. Н. Зиков.*

ЧАС МОДЕЛЮВА́ННЯ ДІ́ЙСНИЙ — проміжок часу функціонування реальної системи, відтворюваний у процесі моделювання її поведінки. Поведінка системи часто відтворюється не в дійсному часі, а в часі, перетвореному за допомогою певного масштабу. Так, при моделюванні функціонування морського порту Ч. м. д. іноді може досягати кількох років або навіть десятків років, тоді як відтворення процесу на обчисл. машині триває лише кілька хвилин. На практиці Ч. м. д. вибирають, виходячи з потреб точності з урахуванням швидкості збіжності процесу, який вивчають. При моделюванні нестаціонарних процесів Ч. м. д. здебільшого в кілька разів більший, ніж при моделюванні стаціонарних. *Н. І. Костіна.*

ЧАС РОБО́ТИ ОБЧИ́СЛЮВАЛЬНОЇ МАШИ́НИ КОРИ́СНИЙ — час, протягом якого обчислювальна машина, перебуваючи в режимі розв'язування або налагоджування задач, працює безвідмовно. Процентне відношення корисного часу до заг. календарного часу роботи машини є показником надійності роботи ЦОМ.

ЧАС ЧЕКА́ННЯ — проміжок часу в *масового обслуговування системах* від моменту вступу абонента в чергу до моменту початку обслуговування його. Ч. ч. — *випадкова величина*, що характеризує тривалість пасивної затримки абонента, який чекає на обслуговування. Змістове значення Ч. ч. в реальних системах досить різноманітне: час простою суден, чекання пасажирами трамваїв, автобусів, зберігання товарів у магазинах тощо. Якість роботи системи масового обслуговування часто можна охарактеризувати за допомогою ймовірнісного розподілу Ч. ч. абонента, який прибув у систему в момент часу, досить далекий від початку її функціонування. *Математичне сподівання* цього розподілу — середній Ч. ч. — найважливіша і найпростіша характеристика якості обслуговування. Визначити розподіл Ч. ч. аналітичними методами досі вдалося лише при досить жорстких

допущеннях: *показниковий розподіл* часу обслуговування або пуассонівський вхідний потік (див. *Пуассона потік*). Для n-лінійної системи обслуговування з пуассонівським вхідним потоком параметра λ та довільним розподілом часу обслуговування з середнім $\frac{1}{\lambda}$ за умови $\frac{\lambda}{\nu} = \rho < n$ розподіл Ч. ч. $F(t)$ має вигляд

$$F(t) = P\{\gamma > t\} = \frac{\rho^n P_0}{(n-1)!\,(n-\rho)} e^{-\nu(n-\rho)t},$$

де $P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n-1}}{n!\,(n-\rho)}\right]}$.

Звідси можна одержати ф-лу для середнього Ч. ч. a

$$a = \frac{\rho^n P_0}{(n-1)!\;\nu(n-\rho)^2}.$$

Поняття Ч. ч. та методи обчислювання його використовують на практиці в тех. та економ. задачах при дослідженні тривалості зберігання товарів, строків затримки інформації тощо.
Н. І. Костіна.

ЧАСОВИЙ РОЗПОДІЛ СИГНАЛІВ — розподіл, при якому кожному з якоїсь сукупності сигналів виділяється певний відрізок часу. Застосовується, коли поставлено завдання одним пристроєм обслужити велику кількість давачів сигналів або навпаки, коли велику кількість різних сигналів, що надходить з однієї лінії зв'язку, потрібно розподілити серед різних споживачів (напр., у телемех. системах сигналізації, керування й вимірювання, в багатоканальних радіолініях зв'язку, машинах централізованого контролю, керуючих обчисл. машинах тощо). Повний час підмикання всіх давачів (споживачів), який наз. **ц и к л о м**, дорівнює $T_ц = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i$, де Δt_i — час підмикання давача (споживача) з номером i; n — заг. кількість їх. Реалізується Ч. р. с. за допомогою електромех. або електронних комутаторів. У телемех. системах принцип Ч. р. с. потребує застосування комутаторів на передавальній та приймальній сторонах лінії зв'язку. Умовою надійного й точного Ч. р. с. є синхронність і синфазність роботи комутуючих пристроїв. Синхронізацію їхньої роботи можна забезпечити за допомогою заг. електр. мережі, що живить розподільники. Цього досягають, використовуючи або генератори однакової частоти на передавальній та приймальній сторонах, посилаючи примусові сигнали синфазування їх, або т. з. покрокову синхронізацію, що виконується за допомогою одного генератора, який керує розподільниками як на передавальній, так і на приймальній сторонах, посилаючи в лінію синхронізуючі покрокові імпульси.

Літ.: Р а й н е с Р. Л., Г о р я и н о в О. А. Телеуправление. М.— Л., 1965 [бібліогр. с. 531—536]. Н о в и ц к и й В. М. [та ін.]. Телемеханика. М., 1967 [бібліогр. с. 416—420]; К а т к о в Ф. А. Телеуправление. К., 1967 [бібліогр. с. 370—372].
О. С. Белима.

ЧАСОВІ ПЕРЕМИКАЛЬНІ ФУНКЦІЇ — дискретні функції, у яких значення аргументів і функції залежать від значень дискретного часу (дискретних тактів), значень аргументів і значень функції в різні часові такти. Якщо вважати, що дискретний час набуває значень 0, 1, ..., q_r, ..., то для будь-якого фіксованого моменту часу $t = s$ значення ф-ції в цей момент часу залежить у заг. випадку від усієї передісторії, тобто значень усіх аргументів ф-ції в усі моменти від $t = 0$ до $t = s$ включно, значень самої ф-ції в усі моменти часу від $t = 0$ до $t = s - 1$ включно й значення самого аргументу часу $t = s$. Але не допускається, щоб значення ф-ції в момент часу s залежало від її значення в цей самий момент або пізніші моменти та від значень аргументів у пізніші моменти часу. Отже, в заг. вигляді Ч. п. ф. можна визначити так. Нехай задано n упорядкованих послідовностей виду $\{x_i^j\}$, де x_i^j — значення j-го елемента i-ої послідовності (значення аргументу x_i в j-й такт дискретного часу) й задано елемент y^0 послідовності $\{y^j\}$ (y^j — значення ф-ції в j-й такт дискретного часу). Для будь-якого фіксованого $t = s$ Ч. п. ф. є $y^s = \varphi(y^{s-1}, y^{s-2}, \ldots, y^{s-r}, x_1^s, x_1^{s-1}, \ldots, x_1^{s-p_1}, \ldots, x_n^s, x_n^{s-1}, \ldots, x_n^{s-p_n}, s)$, де r; $p_1, \ldots, p_n \leqslant s$. Для деяких початкових тактів може виявитися, що значення Ч. п. ф. залежить від значень ф-ції аргументів у «від'ємні» такти часу. Тоді, як правило, припускають, що ці значення збігаються з тими значеннями аргументів і ф-ції, що їх було реалізовано в момент $t = 0$.

Можливі різні методи описування Ч. п. ф. За одних замість *числення висловлювань*, придатного для описування *перемикальних функцій*, використовують відповідні числення предикатів. Напр., в алгебрі станів і подій, яку запропонував Е. Берклі, використовують спец. набір операторів, які відображують часові співвідношення (так, наприклад, операторами є «ПІСЛЯ», «ПОКИ ЩО», «ДО», «ПРОТЯГОМ», «ПОЧИНАТИСЯ» тощо). Ці способи описування Ч. п. ф. виявлялися малоефективними при розв'язуванні задач логічного синтезу схем. Другий підхід ґрунтується на розгляді аргументів і значень операцій на часових інтервалах. Третій підхід до опису Ч. п. ф. пов'язаний з поповненням звичайної алгебри перемикальних ф-цій операцією часової затримки на будь-яку фіксовану кількість дискретних тактів (фактично досить мати операцію затримки на один такт). У теорії векторно-часових перемикальних ф-цій доводять теорему, що має заг. характер для всіх Ч. п. ф. За цією теоремою, система Ч. п. ф. повна тоді й лише тоді, коли вона містить повну систему перемикальних ф-цій і хоча б одну ф-цію, що змінює час. Дуже важ-

ливим є те, що, маючи повну систему Ч. п. ф., можна описати будь-який *автомат скінченний*.

Щоб одержати ефективні методи описування Ч. п. ф. і розв'язування задач логічного синтезу, зручно розглядати підкласи Ч. п. ф. Якщо Ч. п. ф. від l-значних аргументів x_i має вигляд $y = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$, тобто значення її при $t = s$ є перемикальною ф-цією $y^s = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, s)$, то таку Ч. п. ф. наз. часовою l-значною функцією (при $l = 2$ — часовою булевою функцією). При цьому з точки зору практики інтерес становлять лише такі l-значні часові ф-ції, які є періодичними (з періодом q), тобто для будь-якого t задовольняють рівність $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, t + q) = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$. Такі ф-ції можна задати як $y = \bigvee_{\alpha=0}^{q-1} \tau_\alpha y^\alpha$. Вивчення їх зводиться до вивчення сукупності перемикальних ф-цій $\{y^\alpha\}$ й способу реалізації характеристичних ф-цій τ_α ($\tau_\alpha = 1$), якщо $t = \alpha$ і $\tau_\alpha = 0$, якщо $t \neq \alpha$. Іншим підкласом Ч. п. ф. є рекурентні ф-ції, що їх визначають так: $y^s = \varphi(x_1^{r_1}, \ldots, x_1^{r_{i_1}}, x_2^{r_2}, \ldots, x_2^{r_{i_2}}, \ldots, x_n^{r_n}, \ldots, x_n^{r_{i_n}}, y^{r_{n+1}}, \ldots, y^{r_{t_{n+1}}})$. Тут r_k — моменти дискретного часу, менші за s (для значень ф-цій) або не більші за s (для значень аргументу). Якщо через w_i позначити затримку x_j або y на l тактів, то після відповідної заміни рекурентна ф-ція набуває вигляду: $y = \varphi(w_1, w_2, \ldots, w_{r_{i_1} + r_{i_2} + \cdots + r_{i_{n+1}}})$. Це дає змогу виражати її за допомогою апарату перемикальних ф-цій (при значності аргументів і значень ф-ції, булевої ф-ції, що дорівнює двом — за допомогою апарату булевих ф-цій).

Літ.: Базилевский Ю. Я. Вопросы теории временных логических функций. В кн.: Вопросы теории математических машин, сб. 1. М., 1958; Рабинович З. Л. Векторно-временные переключательные функции (ВП-функции) как язык для описания схем и процессов переработки информации. «Кибернетика», 1968, № 3—4; Рогинский В. Н. Динамические автоматы и временные булевы функции. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1970, № 2—3; Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. М., 1968 [бібліогр. с. 324—328]; Беркли Э. Символическая логика и разумные машины. Пер с англ. М., 1961 [бібліогр. с. 241—252]. *Д. О. Поспелов.*

ЧАСТКО́ВО ВПОРЯДКО́ВАНА МНОЖИНА́ — множина M, у якій уведено *відношення* порядку, тобто для деяких пар елементів x, y встановлено абстрактне відношення $x < y$ (x передує y); при цьому ні для якого x не повинне бути $x < x$, і з $x < y$ та $y < z$ повинно випливати $x < z$ (іноді Ч. в. м. називають упорядкованими). В алгебрі Ч. в. м. звичайно визначають як множину, на якій задано рефлексивне, антисиметричне й транзитивне відношення $\leqslant$, що його теж називають порядком. З відношенням $<$, уведеним вище (тоді його називають строгим порядком), відношення $\leqslant$ пов'язане так: $a \leqslant b < \Leftrightarrow \Leftrightarrow a < b$ або $a = b$. Приклади: 1. Множина дійсних чисел зі звичайним упорядкуванням; $x < y$ означає, що число $y - x$ є додатним. У цьому разі для будь-якої пари елементів $x = y$ або $x < y$, або $y < x$.

2. Множина всіх матриць $A = (a_{ij})$ з дійсними елементами; $A < B$ означає, що $a_{ij} \leqslant b_{ij}$ для всіх i, j, але $A \neq B$. Очевидно, що існують «непорівнянні» матриці $A \neq B$, для яких ні $A < B$, ні $B < A$.

3. Множина всіх неперервних ф-цій $f(x)$ на відрізку $[a, b]$: $f < g$ означає, що для всіх $x \in [a, b]$, $f(x) \leqslant g(x)$, але $f(x) \neq g(x)$. І в цьому разі існують пари $f \neq g$, для яких ні $f < g$, ні $g < f$.

Поняття часткової впорядкованості є важливим у поєднанні з *алгебричними структурами* (напр., з абелевою групою) чи з алгебричними й топологічними (в теорії частково впорядкованих лінійних просторів). Часткова впорядкованість у кіберн. системах часто має характер ієрархічного підпорядкування.

Найпростішою моделлю такого підпорядкування є відношення підпорядкування між гранями симплексу: $x < y$ означає, що грань x є власною границею грані y. Якщо M — Ч. в. м. з порядком $<$, то, взявши $a < b$ в тому й тільки в тому разі, коли $b < a$, визначимо на M новий порядок. Ч. в. м., яка виникає при цьому, називають двоїстою (чи дуальною) щодо M. Для будь-якого висловлювання про частково впорядковану мн-ну існує двоїсте висловлювання, що його одержують, замінивши символ $<$ на $>$. Наприклад, нижній конус A^∇ підмножини A в Ч. в. м. M визначають з умови $A^\nabla = \{x \mid x \in M, \ x \leqslant a$ для всіх $a \in A\}$, а верхній конус A^Δ з умови: $A^\Delta = \{x \mid x \in M, x \geqslant a$, для всіх $a \in A\}$. Елемент $a \in M$ називають максимальним, якщо $a^\Delta = a$, чи мінімальним, якщо $a^\nabla = a$. Елемент a в Ч. в. м. M наз. найбільшим (чи одиницею), коли $a \geqslant x$ для всіх $x \in M$. Двоїсто визначають найменший елемент (нуль). Звичайно будь-який найбільший (найменший) елемент є максимальним (мінімальним), але не навпаки. Якщо поміж елементами нижнього конуса a^∇, які відрізняються від a, існує найбільший елемент b, то кажуть, що a покриває b (або що b безпосередньо передує a, або a безпосередньо йде за b). Якщо в Ч. в. м. M є «0» і «1», то ряд $0 = a_0 < a_1 < \ldots < a_n = 1$, де a_i покриває a_{i-1}, наз. композиційним рядом.

Для досліджування Ч. в. м. та застосувань їх дуже велике значення має принцип двоїстості: якщо правильною є якась теорема про Ч. в. м., сформульована в загальнологічних термінах і в термінах порядку, то правильною є й двоїста їй теорема.

Якщо для будь-яких елементів x і y з Ч. в. м. M має місце одне й тільки одне з трьох тверджень: $x = y$, $x < y$, $y < x$, то множину

M наз. **лінійно впорядкованою** (або цілком упорядкованою, або ланцюгом). Будь-який мінімальний (максимальний) елемент лінійно впорядкованої множини є найменшим (найбільшим). Взагалі, підмножини лінійно впорядкованої множини не мають мінім. елементів; напр., у множині $\left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots\right\}$, впорядкованій звичайним відношенням «менше»,в частині $\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\right\}$ немає мінім. елемента. Якщо в кожній частині M є мінім. елемент, M наз. цілком упорядкованою множиною. Напр., множина натуральних чисел Z_+ цілком упорядкована, а множина Z усіх цілих чисел — ні. За теоремою Цермело (1904) будь-яка множина може бути цілком упорядкованою, тобто в ній можна ввести відношення порядку, яке має розглянуту вище властивість. Ч. в. м. M і N наз. ізоморфними, якщо існує таке бієктивне відображення $\varphi : M \to N$, коли з $x' < x''$ випливає, що $\varphi(x') < \varphi(x'')$. Якщо M частково впорядкована, то для будь-якого $x \in M$ підмножину $\{y \mid y \in M,\ y < x\}$ наз. відрізком M. Для двох цілком упорядкованих множин M і N можна показати, що або M є ізоморфною відрізкові N, або N — відрізкові M; а якщо правильним є те й те, то M є ізоморфною N. Ізоморфізм є *еквівалентності відношення* між цілком упорядкованими множинами; класи еквівалентності наз. **ординальними** (порядковими) **числами**. Ord M означає ординальне число, яке відповідає M. Для ординальних чисел вводять відношення $<$: Ord $M <$ Ord N, якщо M є ізоморфним відрізкові N, але не N. Скінченне ординальне число є клас еквівалентності, який містить відрізок натурального ряду $\{1, 2, \ldots, n\}$ з природним упорядкуванням. Найменше нескінченне ординальне число ω є клас, який містить увесь натуральний ряд $\{1, 2, \ldots, n\}$ з природним упорядкуванням. Порядкові числа мають важливе значення як засіб доведення за методом трансфінітної індукції, який є природним узагальненням звичайного методу повної індукції. Нехай треба довести твердження $P(\alpha)$, формулювання якого містить довільне ординальне число α. Принцип трансфінітної індукції полягає в тому, що, коли правильним є $P(1)$ і з правильності $P(\beta)$ для $\beta < \alpha$ випливає правильність $P(\alpha)$, то $P(\alpha)$ є правильним для всіх α. Цей принцип можна довести як теорему в рамках аксіоматичної теорії множин. Застосування його потребує, щоб спочатку було цілком упорядковано множину об'єктів, для яких доводять твердження, а це приводить до трансфінітної нумерації їх; таке впорядкування можливе на основі аксіоми вибирання Цермело. За допомогою трансфінітної індукції доводять чимало важливих теорем математики, напр. теорему Хана — Банаха в функціональному аналізі. Важливою є й побудова різних матем. об'єктів за допомогою трансфінітної індукції. Застосування трансфінітної індукції часто замінюють підходом, що грунтується на теоремі Цорна. Нехай M — Ч. в. м., $X \subset M$, якщо $y \in M$ і для всіх $x \in X$ $x \leqslant y$, то y наз. мажорантою x. Якщо будь-яка лінійно впорядкована підмножина $X \subset M$ має мажоранту, то M наз. індуктивною. Теорему Цорна про те, що будь-яка індуктивно впорядкована множина має принаймні один макс. елемент, широко застосовують в алгебрі, функціональному аналізі та в інших галузях математики. Наочне уявлення про цю теорему дає впорядкування підмножин даної множини «за вкладенням» ($X < Y$ означає $X \subset Y$, $X \neq Y$). Доведення за допомогою теореми Цорна полягає в тому, що шукають макс. підмножину M_0 даної множини M, яка має певну властивість, а потім доводять, що припущення $M_0 \neq M$ приводить до суперечності; звідси роблять висновок, що потрібну властивість має вся множина M.

Літ.: Alexandroff P. Diskrete Räume. «Математический сборник», 1937, т. 2, в. 3; Канторович Л. В., Вулих Б. З., Пинскер А. Г. Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах. М.— Л., 1950 [бібліогр. с. 543—546]; Курош А. Г. Лекции по общей алгебре. М., 1962 [бібліогр. с. 383—387]; Скорняков Л. А. Элементы теории структур. М., 1970 [бібліогр. с. 145]; Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа. В кн.: Кибернетический сборник, в. 7. М., 1963; Бурбаки Н. Начала математики, ч. 1. Основные структуры анализа, кн. 2. Теория множеств. Пер. с франц. М., 1965.

О. В. Гладкий.

ЧАСТКО́ВО-РЕКУРСИ́ВНІ ФУ́НКЦІЇ — див. *Рекурсивні функції.*

ЧАСТО́ТНІ ХАРАКТЕРИ́СТИКИ СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧНОГО КЕРУВА́ННЯ — характеристики, одержувані при застосуванні перетворення Фур'є *імпульсної перехідної функції* (імпульсної характеристики). Для стійкої лінійної стаціонарної системи при подаванні на вхід гармонічного коливання $x_1(t) = A_1 \sin \omega t$ усталена реакція $x_2(t) = A_2(\omega) \sin[\omega t + \psi(\omega)]$. Відношення комплексних зображень вихідної і вхідної величин такої системи в усталеному режимі гармонічних коливань

$$K(j\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1} e^{j\psi(\omega)} = N(\omega) e^{j\psi(\omega)} \qquad (1)$$

є її частотною характеристикою (амплітудно-фазовою частотною характеристикою, комплексною передавальною функцією, комплексною частотною функцією). У нестаціонарній лінійній системі амплітуда $A_2(t, \omega)$ і зсув фази $\psi(t, \omega)$ вихідних коливань змінюються в часі, тому частотна характеристика $K(t, j\omega)$ залежить від часу t як параметра, її наз. **параметричною**. Аналітично $K(j\omega)$ можна одержати з *передавальної функції* $K(s) = \frac{D(s)}{F(s)}$, замінивши параметр перетворення Лапласа s на $j\omega$.

Одержування різних видів характеристик систем автомат. керування основується на частотній характеристиці. Відповідно (1) мо-

дуль частотної характеристики є відношенням амплітуд вихідного і вхідного коливань системи $N(\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1}$, а його залежність від частоти є амплітудною частотною характеристикою системи. Аргумент $\psi(\omega)$ частотної характеристики визначає зсув по фазі вихідного коливання системи відносно вхідного її коливання, його залежність від частоти наз. фазовою частотною характеристикою системи. Амплітудну й фазову частотні характеристики можна визначити аналітично або (для стійких систем) експериментально, подаючи на вхід системи синусоїдне діяння відомої частоти й вимірюючи відношення амплітуд і зсув фаз між вихідними усталеними коливаннями та вхідним діянням.

Частотну характеристику $K(j\omega)$ при фіксованому значенні частоти ω можна зображати радіус-вектором у полярній системі координат. Криву, описувану кінцем вектора $K(j\omega)$ при зміні частоти ω від 0 до ∞, наз. амплітудно-фазовою частотною характеристикою системи. Будуючи годограф цієї характеристики в декартовій системі координат, $K(j\omega)$ подають у вигляді $K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$, де $P(\omega) = N(\omega) \cos \psi(\omega)$ — дійсна (реальна) частотна характеристика, а $Q(\omega) = N(\omega) \sin \psi(\omega)$ — уявна частотна характеристика системи.

Логарифмічні частотні характеристики знаходять логарифмуванням виразу (1): $\ln K(j\omega) = \ln N(\omega) + j\psi(\omega)$. Криві залежності $\ln N(\omega)$ і $\psi(\omega)$ від частоти, відкладеної в логарифм. масштабі, наз. відповідно логарифмічною амплітудною частотною характеристикою системи й логарифмічною фазовою частотною характеристикою. Звичайно на практиці по осі ординат відкладають не $\ln N(\omega)$, а пропорційну йому величину $20 \lg N(\omega)$, яку вимірюють у децибелах. Оскільки при логарифмуванні добуток амплітудних характеристик ланок системи замінюють сумою їхніх логарифм. амплітудних частотних характеристик, то цим спрощується дослідження систем автомат. керування. Між $\ln N(\omega)$ і $\psi(\omega)$ для класу *мінімально-фазових систем* існує взаємно однозначний зв'язок. Частотну характеристику лінійних стаціонарних імпульсних систем $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ визначають через імпульсну перехідну ф-цію $k[n, \varepsilon]$ або через частотну характеристику $K(j\bar{\omega})$ наведеної неперервної частини відповідно так:

$$K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\bar{\omega}n} k[n, \varepsilon]; \qquad (2)$$

$$K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j(\bar{\omega}+2\pi n)\varepsilon} Kj(\bar{\omega} + 2\pi n), \qquad (3)$$

де $\bar{\omega} = \omega T$ — відносна частота, а T — період імпульсного елемента (див. *Функція решітчаста*). Її можна знайти ще з передавальної ф-ції $K^*(z, \varepsilon)$, замінивши z на $e^{j\bar{\omega}}$.

Частотну характеристику імпульсної системи можна представити у вигляді $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = N^*(\bar{\omega}, \varepsilon) \cdot e^{j\psi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)}$, при цьому, як і для неперервних систем, залежності $N^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ та $\psi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ визначають відповідно амплітудну й фазову частотну характеристики, а крива, яку описує кінець вектора $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$, — амплітудно-фазову частотну характеристику. На відміну від неперервних систем частотна характеристика імпульсних систем $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ є функцією не тільки частоти $\bar{\omega}$, а й параметра ε, тому для цих систем характерна сім'я частотних характеристик при різних значеннях ε. Частотні характеристики імпульсних систем є періодичними функціями частоти $\bar{\omega}$ з періодом $\bar{\omega}_0 = 2\pi$.

У *системах керування на змінному струмі* корисний сигнал після модулятора подає обвідна амплітудно-модульованого сигналу несучої частоти. Досліджуючи такі системи, застосовують частотні характеристики по обвідній — т. з. еквівалентні частотні характеристики.

Ч. х. с. а. к. використовують для аналізу стійкості та якості перехідних процесів, динамічної точності, для синтезу коректуючих пристроїв тощо. Див. також *Лапласа дискретні перетворювання*, *Дискретних систем автоматичного керування синтез*, *Дискретних систем автоматичного керування аналіз*, *Неперервних систем автоматичного керування синтез* і *Стійкості дискретних систем теорія*.

Літ.: Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л., 1962 [бібліогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [бібліогр. с. 926—963]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [бібліогр. с. 756—760]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—2. М., 1967 [бібліогр. кн. 1, с. 743—763; кн. 2, с. 653—674].
Г. Ф. Зайцев.

ЧЕБИШОВА ЗАДАЧА РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ — див. *Апроксимація функцій рівномірна* (чебишовська).

ЧЕРГ ТЕОРІЯ — прийнята в зарубіжній науковій літературі, головним чином в американській, назва *масового обслуговування теорії*.

ЧЕРЧА ТЕЗА — положення, за яким поняття частково-рекурсивної функції є строгим математичним уточненням функції, обчислюваної в інтуїтивному смислі. Названо за ім'ям амер. математика А. Черча (н. 1903). Див. *Алгоритмів теорія*.

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ — методи наближеного чи точного розв'язування задач чистої або прикладної математики, які грунтуються на побудові скінченної послідовності дій над скінченною множиною чисел. Ч. м. є предметом вивчення *обчислювальної математики*. Для розв'язування й дослідження задач прикладної математики прийнято вважати за найефективнішу таку методологію. По-перше, складають *модель математичну* (м. м.) процесу. Звичайно м. м. формулюють у термінах інтегр. та дифер. рівнянь ф-цій не-

перервного аргументу. Це т. з. континуальна м. м. Вона є економним способом описування скінченної сукупності (ансамблю) дискретних об'єктів, коли кількість цих об'єктів стає великою. Такою м. м. є, напр., інтегро-дифер. рівняння Больцмана, яке описує поведінку ансамблю частинок у певному об'ємі. По-друге, здійснюють перехід від континуальної м.м. до дискретної м. м. Цей перехід полягає в заміні ф-цій неперервного аргументу ф-ціями дискретного аргументу, а рівнянь континуальної м. м.—скінченнорізницевими рівняннями. При цьому інтеграл замінюють скінченною сумою, а похідну — різницевим відношенням. Внаслідок цього приходять, як правило, до системи великої кількості рівнянь з багатьма невідомими (дискретна м. м.). По-третє, складають Ч. м. або *обчислювальний алгоритм* (о. а.) для розв'язування одержуваної системи рівнянь з певною зазначеною точністю. По-четверте, здійснюють програмування, тобто перекладають о. а. на мову обчисл. машин.

Вказані чотири етапи становлять «технологічний ланцюжок» сучас. обчисл. математики. Наявні в ній переходи від початкової сукупності дискретних об'єктів (напр., ансамбль молекул у заданому об'ємі газу) до континуальної моделі, а потім до іншої системи дискретних об'єктів (різницева сітка), необхідні для того, щоб зменшити обсяг перероблюваної інформації. Так, у зазначеному прикладі ансамбль дуже великої кількості частинок (10^{24}) замінюють сукупністю комірок сітки у значно меншій кількості (10^5—10^6), а закони зберігання в кожному акті співудару замінюють законами зберігання для комірок сітки. Це також приводить до великої, але доступної для ЕОМ системи рівнянь. Зазначений порядок не є обов'язковим. Так, у нейтронній фізиці іноді не приходять до континуальної м. м., а вдаються до статистичної вибірки нейтронів, одержуючи наближене зображення ансамблю нейтронів за допомогою системи «представників», які підпорядковуються тим самим законам (*Монте-Карло метод*). Аналогічно до цього, розраховуючи плазму, користуються моделлю «великих молекул». І в економіці, як правило, скінченну кількість дискретних об'єктів безпосередньо описують дискретною моделлю.

Останнім часом в обчисл. математиці дедалі більше утверджується точка зору автономії дискретних м. м. При цьому континуальній м. м. відводиться роль посередника між різними дискретними м. м. і засобами логічно замкненого описування процесу. Переходячи від континуальної м. м. до дискретної, континуальний *оператор* замінюють відповідним дискретним. Так, дифер. оператор замінюють різницевим, інтеграл—сумою і т. д. Така заміна приводить до появи похибки апроксимації. В практичних обчисленнях слід враховувати й *заокруглення похибку*, яка виникає в ЕОМ при операціях над машинними числами, які мають обмежену кількість *значущих цифр*. Враховуючи це, одержують реальний о. а. — на відміну від теоретичного о. а. Це привело до необхідності провадити аналіз похибок заокруглювання й гарантованих оцінок точності реальних обчислювань і дало поштовх до виникнення **інтервального аналізу** (див. *Похибка*, *Похибок обчислювань теорія*).

Особливого значення при цьому набув аналіз стійкості обчислювального алгоритму (див. *Стійкість різницевих схем*), тобто аналіз критеріїв та умов зростання похибок заокруглювання й апроксимації. Слід відзначити, що в багатьох обчисл. алгоритмах, розроблених до появи ЕОМ, взято до уваги тільки похибки апроксимації, а похибки заокруглювання не враховано, внаслідок чого ці о. а. часто виявлялись нестійкими. В сучас. о. а. вимога стійкості є цілком необхідною.

Осн. питанням теорії о. а. є одержання о. а., які задовольняють вимоги високої точності, стійкості й економічності, яку можна виміряти певним умовним маш. часом (див. *Обчислювальних алгоритмів характеристики*). Ці вимоги незалежні одна від одної, фактично взаємно суперечливі, і тим самим вони визначають «простір» матем. теорії о. а. Складання о. а., який задовольняє всі ці вимоги, є складною задачею оптимізації о. а. Існують різноманітні Ч. м. для розв'язування багатьох важливих класів задач (див. ст. про способи розв'язування відповідних типів рівнянь і класів задач).

Ч. м. розв'язування задач матем. фізики грунтуються на дискретизації задачі й на наступному зведенні одержаних, загалом кажучи, нелінійних рівнянь до системи лінійних алгебр. рівнянь. У зв'язку з цим Ч. м. можна поділити за способом дискретування на проекційні й скінченнорізницеві, а за способом розв'язування лінійної системи — на прямі й ітераційні. В *проекційних методах* шукану ф-цію апроксимують якимсь елементом скінченновимірного векторного простору, що є лінійною комбінацією елементів якоїсь певної системи елементів (метод Фур'є — Рітца—Гальоркіна). В *скінченнорізницевих методах* шукану ф-цію задають її значеннями на дискретній множині точок, і ці значення треба визначити. Зараз відбувається ідейне зближення двох зазначених груп методів, бо дискретну ф-цію за різницевих методів можна розглядати як лінійну комбінацію різницевих чи поліноміальних ф-цій зі скінченним носієм.

Розв'язки великих систем лінійних рівнянь, одержані *прямими методами* (напр., методом виключення Гаусса, методом Крамера), не завжди стійкі, тому останнім часом запропоновано спец. методи розв'язування, які є особливо ефективними для матриць регулярної структури (рідкі матриці з діагональним переважанням),— це скалярна, векторна й матрицева факторизації, які набули великого поширення в задачах матем. фізики. Дедалі більшу роль починають відігравати *ітераційні методи*, які, в поєднанні з *дробових кроків методом*, є дуже стійкими й забезпечують швидку збіжність.

Для оптимізації ітераційних і прямих ме-

тодів необхідною є інформація про спектр матриці, принаймні про верхню й нижню межі спектра. Це приводить до необхідності відшукувати власні значення матриці (див. *Власних значень і власних векторів матриць способи обчислювання*). Задача про власні значення виникає й тоді, коли досліджують стійкість гідродинамічних течій чи якихось мех. схем. Велике значення мають методи зведення нелінійних рівнянь до системи лінійних, особливо метод ітерації за нелінійністю (простою та за Ньютоном), метод предикатор-коректор, квазілінеаризації тощо.

Останнім часом велику роль починають відігравати нерегулярні системи, до яких приводять задачі про потоки в різного роду мережах (теплових та енерг. мережах, трубопроводах). Тут теорія різницевих схем поєднується з *графів теорією*.

Дедалі більшого значення набувають Ч. м., які грунтуються на дискретній м. м., яка виключає (цілком чи частково) континуальну модель (метод Монте-Карло, метод частинок). У методі Монте-Карло величині x, яку треба обчислити, ставлять у відповідність якусь *випадкову величину* ξ, *математичне сподівання* якої дорівнює x. Величину ξ і *випадковий процес* моделюють на ЕОМ, і середню ξ, що її одержують на основі досить великої кількості випробувань, беруть за наближене значення x. Нині техніка методу Монте-Карло значно зросла, розроблено вдалі методи побудови випадкових величин та випадкових процесів і зменшення *дисперсії* їх.

Для т. з. *некоректно поставлених задач*, які виникають у багатьох дуже важливих застосуваннях математики, розроблено багато нових Ч. м. (див. *Некоректно поставлених задачах способи розв'язування*). Одержано вже результати щодо створення оптим. Ч. м. розв'язування деяких класів таких задач. Як критерієм оптимальності користуються вимогою мінімізації похибки Ч. м. чи мінімізації кількості осн. операцій ОМ за заданої похибки. При цьому враховують факт багаторазового розв'язування задачі одного й того самого типу. Для розв'язування складних задач на *обчислювальних системах* розроблено теорію т. з. паралельних о. а. чи p-алгоритмів. Багато які з зазначених Ч. м. запрограмовано, й вони є частиною бібліотек стандартних програм матем. забезпечення сучас. ОМ (див. *Математичне забезпечення ЦОМ*).

У зв'язку з великою різноманітністю Ч. м., які беруть початок у конкретних задачах, постала необхідність класифікувати й уніфікувати їх. А це, в свою чергу, приводить до *наближених методів загальної теорії*, тісно пов'язаної з функціональним аналізом, *топологією*, *інформації теорією* тощо. Алгоритмів, що їх використовують у сучасних Ч. м., дуже багато. Якщо реалізувати їх у вигляді системи досить універсальних *програм*, вони можуть стати виробничими (керуючими) алгоритмами й бути основою сучасної технології та виробництва.

М. М. Яненко.

ЧИСЕ́ЛЬНІ МЕ́ТОДИ РОЗВ'Я́ЗУВАННЯ ЗАДА́Ч ДИНАМІ́ЧНОГО ПРОГРАМУВА́ННЯ — методи, які безпосередньо використовують рекурентне співвідношення Беллмана для побудови оптимального поводження в багатоетапних задачах.

Рекурентне співвідношення Беллмана має вигляд:

$$f_m(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{m-1}(T_q(p))\}, \quad (1)$$

$$p \in D, \; N \geqslant m \geqslant 2;$$

$$f_1(p) = \max_{q \in S(p)} g(p, q), \quad (2)$$

де p — стан процесу, D — множина станів, q — керування, $S(p)$ — множина можливих керувань у стані p, T_q — оператор переходу при застосуванні керування q, $g(p, q)$ — ф-ція прибутку за один крок, N — кількість кроків, $f_m(p)$ — значення ф-ції критерію, визначуване при здійсненні оптим. поводження на m кроках процесу, за його початкового стану p. З рекурентних співвідношень випливає, що точний розв'язок задачі *програмування динамічного* можна одержати лише у випадку, якщо множина D — скінченна. Нехай число елементів множини D дорівнює n, число елементів у кожній з множин $S(p)$ не більше як l. Тоді на кожному кроці процесу динамічного програмування потрібно використати співвідношення (1) не більше як n разів. Для однократного використання цього співвідношення треба обчислити суму вигляду

$$g(p, q) + f_{m-1}(T_q(p)) \quad (3)$$

не більше як l разів. Нехай c — верхня межа числа операцій для обчислювання виразу (3). Тоді заг. число операцій можна наближено оцінити зверху величиною $cnlN$, при цьому потрібно мати пам'ять порядку nN комірок. Якщо множини $S(p)$ і (або) множина D є нескінченними, то ці множини апроксимуються деякими множинами зі скінченним числом елементів. Якщо множина являє собою якусь компактну підмножину евклідового простору, то для одержання дискретної апроксимації цієї підмножини можна ввести у цьому просторі якусь дискретну сітку, вузли якої, що належать до D, утворюють апроксимуючу множину. Однак цей спосіб ефективний лише для задач, у яких розмірність множини D не перевищує трьох, бо при більшій розмірності для одержання прийнятної точності розв'язку апроксимуюча множина повинна містити надто велику кількість вузлів. Ці труднощі частково долають за допомогою методу множників Лагранжа, коли вдається шляхом включення частини обмежень адитивного типу до функціоналу з невизначеними множниками зменшити розмірність простору станів. Якщо ф-ції $g(p, q)$ вгнуті по p, q, то вдається зменшити час обчислювання шляхом ефективнішого пошуку максимуму в співвідношеннях (1), (2).

Літ. див. до ст. *Програмування динамічне*.

Н. З. Шор.

ЧИСЛА́ ФОРМА́Т — вид подання числа, що його задано або описанням характеристики числа, або за допомогою шаблона. Коли задають Ч. ф., то зазначають такі параметри, як основу *системи числення*, спосіб задання (з фіксованою чи плаваючою комою), розрядність (кількість знаків до і після коми), порядок числа, наявність операційного знака тощо. Ч. ф. визначає форму його подання на носії інформації при збереженні та виведенні його на числову інтерпретацію під час обробки.

М. Г. Зайцев.

ЧИ́СЛЕННЯ, дедуктивна система — система, яка задає множину, зазначаючи первісні елементи (аксіоми) й правила виведення, кожне з яких описує спосіб побудови нових елементів із первісних та з уже збудованих. Кожне застосування правила виведення за множиною елементів, що їх наз. засновками цього застосування, дає елемент, який наз. висновком цього застосування (у більшості тих Ч., які вже вивчали, при будь-якому застосуванні правила виведення є тільки скінченне число засновків). Виведенням в Ч. Ξ наз. таку лінійно впорядковану множину, що будь-який її елемент P є аксіомою з Ξ або висновком застосування якогось належного до Ξ правила виведення; при цьому всі засновки цього застосування передують P у виведенні. Елемент наз. вивідним у Ξ, якщо в Ξ можна побудувати виведення, яке закінчується цим елементом.

Приклад. Для задавання множини слів виду

$$11,\ 1111,\ \ldots,\ \underbrace{11\ldots1}_{2^{2^n}\ \text{раз}} \qquad (1)$$

можна запропонувати Ч. Δ з двома аксіомами — 11 та $1 * 1$ і з двома правилами виведення — «від слова виду $P * Q$ дозволяється перейти до слова виду $P1 * QPP1$» і «від слова виду P й $P * Q$ дозволяється перейти до слова Q». Всі елементи, вивідні в Δ, мають або вид (1), або вид $\underbrace{11\ldots1}_{n\ \text{раз}} * \underbrace{11\ldots1}_{n^2\ \text{раз}}$ ($n = 1, 2, \ldots$,), при цьому всі слова зазначених двох видів є вивідними. У розглянутому прикладі виявляється характерна риса способу задавання множини за допомогою Ч.: побудоване Ч. може породжувати не тільки множину, яка нас цікавить, а й деякі допоміжні елементи, які можна відрізнити від осн. елементів за допомогою певного *алгоритму*. Звичайно такий алгоритм порівняно простий; у розглянутому прикладі це алгоритм, який перевіряє наявність у слові букви $*$.

Важлива роль Ч. визначається тим, що індуктивно породжувані множини широко використовують у математиці. Зокрема, формалізація будь-якої розвиненої матем. теорії спирається на велику кількість індуктивно визначуваних множин — від найпростіших, які задають мову теорії (змінні, числа, формули тощо), — аж до множини теорем, що їх виводять з аксіом теорії за допомогою логічних засобів, характерних для теорії. Саме через це Ч. є одним з осн. апаратів *логіки математичної*. Деякі спец. види Ч. призначено для описування граматик і для задавання множин, розпізнаваних *автоматами скінченними*. Загальні поняття Ч. застосовують в *алгоритмів теорії*. Це можна пояснити тим, що поняття «числення» має так само фундаментальний характер, як і поняття «алгоритм». Та й справді, формалізація поняття індуктивно породжуваної множини дає той самий клас алгоритмічно перерахованих множин, який одержали б, поклавши в основу визначення будь-яке загальноприйняте уточнення поняття алгоритму (першу таку формалізацію — т. з. канонічні Ч. — запропонував 1943 амер. математик Е.-Л. Пост). Звідси випливає існування такого Ч. Σ, для якого проблема вивідності є нерозв'язною, тобто неможливий алгоритм, який закінчує роботу для будь-якого слова P на зафіксованому алфавіті (алфавіті Ч. Σ) і який розпізнає, чи вивідним є P в Σ. Цей факт, у поєднанні з вивченням різних модифікацій та спеціалізацій заг. поняття Ч., відкриває широкі можливості для одержування цікавих алгоритмічно нерозв'язних проблем. Основоположне значення для праць цього напряму має результат Поста про можливість задавання будь-якої перераховної множини за допомогою нормального Ч. Нормальне Ч. — це Ч., вивідними елементами якого є слова певного алфавіту A, що мають одну аксіому й скінченну кількість правил виведення такої структури: «з слова виду GP можна вивести слово PG'» (де G і G' — фіксовані слова в A, P — довільне слово в A).

Апарат Ч. застосовують у математиці й кібернетиці, вивчаючи об'єкти, які за своїми робочими можливостями аналогічні алгоритмам, але не обов'язково повинні бути детермінованими в роботі. Крім того, термін «числення» застосовують як складову частину назви деяких розділів математики, що трактують правила обчислювання й оперування з об'єктами того чи іншого типу, напр., диференційне Ч., варіаційне Ч.

Літ.: Цейтин Г. С. Один способ изложения теории алгорифмов и перечислимых множеств. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1964, т. 72; Кратко М. И. Формальные исчисления Поста и конечные автоматы. «Проблемы кибернетики», 1966, № 17; Маслов С. Ю. Понятие строгой представимости в общей теории исчислений. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1967, т. 93; Post E. L. Formal reductions of the general combinatorial decision problem. «American journal of mathematics», 1943, v. 65, № 2.

С. Ю. Маслов.

ЧИ́СЛЕННЯ ВИСЛО́ВЛЮВАНЬ, пропозиційне числення — логічне числення (див. *Логіко-математичне числення*), що визначає за допомогою довідних у ньому формул логічні закони, яким підлягають логічні зв'язки «і», «або», «якщо..., то», «тоді і тільки тоді», «не» та ін. Висловлювання в Ч. в. розглядають лише за тим, як їх утворено за допомогою логіч. зв'язок з інших висловлювань, узятих цілком, без врахування їхньої суб'єктно-предикатної структури. Ч. в. часто є складовою частиною ширших формальних

систем. Завдяки своїй простоті Ч. в. є ілюстрацією для багатьох заг. понять метаматематики. В кібернетиці Ч. в., як і інші формальні системи, використовують останнім часом при *доведенні теорем на ЕОМ*.

Класичне Ч. в. (к. Ч. в.) характеризується тим, що воно має двозначну інтерпретацію («істинне», «хибне»), і в ньому будь-яка *тотожно істинна формула* алгебри логіки є довідною. В к. Ч. в. довідними є, зокрема, *виключеного третього закон* і т. з. «парадокси матеріальної імплікації», а саме: формули $p \to (q \to p)$ та $\neg p \to (p \to q)$, які, коли ототожнити імплікацію з логіч. слідуванням, за змістом означають: «якщо висловлювання p істинне, то воно випливає з будь-якого висловлювання», «якщо p хибне, то з нього випливає будь-яке q». У ряді некласичних Ч. в. ставлять за мету визначити за допомогою множини довідних у них формул інші, можливо, адекватніші людській інтуїції поняття істини, логіч. закону, логіч. слідування. Різні некласичні Ч. в. відрізняються від класичного Ч. в. обмеженням дії закону виключеного третього (див. *Інтуїціонізм, Логіка конструктивна*), приписуванням висловлюванням наперед (до побудови системи аксіом) більше як двох істиннісних значень, виключенням можливості доведення парадоксів матеріальної імплікації шляхом належного вибору системи аксіом і правил виведення (числення *імплікації строгої)*, доданням нетрадиційних логіч. зв'язок тощо.

Є багато різновидів к. Ч. в., які відрізняються одне від одного набором логіч. зв'язок, системами аксіом та правилами виведення. Перше формулювання класичного Ч. в. як формальної системи належить нім. математикові Г. Фреге (1879). Розглянемо один з різновидів класичного Ч. в. Вихідними символами цього Ч. в. є: логічні зв'язки $\neg$, $\&$, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$, дужки (,) й нескінченна кількість змінних $p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1, p_2, q_2, \ldots$. Поняття формули визначають так. 1. Змінна є формула. 2. Якщо $\mathfrak{A}$ і $\mathfrak{B}$ — формули, то й $\neg\mathfrak{A}$, $(\mathfrak{A} \& \mathfrak{B})$, $(\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B})$, $(\mathfrak{A} \to \mathfrak{B})$, $(\mathfrak{A} \leftrightarrow \mathfrak{B})$ є формулами. 3. Ніяких інших формул, крім тих, що їх одержують відповідно до 1—2, немає. Напр., $(p \vee (\neg q \to r))$ є формулою, а $p \& (q$ не є формулою. Оскільки велика кількість дужок часто утруднює читання формули, домовимось у формулах пропускати зовнішні дужки, а також вважати, що $\&$ зв'язує формули сильніше, ніж $\vee$, а $\vee$ та $\&$ зв'язують формули сильніше, ніж $\to$ та $\leftrightarrow$. Тоді, напр., формулу $((p \& (q \vee r)) \to s)$ можна записати у вигляді $p \& (q \vee r) \to s$. Подальші формули вважатимемо за аксіоми.

1. $p \to (q \to p)$. 2. $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$. 3. $p \& q \to p$. 4. $p \& q \to q$. 5. $p \to (q \to p \& q)$. 6. $p \to p \vee q$. 7. $q \to p \vee q$. 8. $(p \to r) \to ((q \to r) \to (p \vee q \to r))$. 9. $(p \leftrightarrow q) \to (p \to q)$. 10. $(p \leftrightarrow q) \to (q \to p)$. 11. $(p \to q) \to ((q \to p) \to (p \leftrightarrow q))$. 12. $(\neg p \to \neg q) \to (p \to q)$.

Правила виведення такі. Правило підстановки. Замість змінної можна скрізь, де вона входить у формулу, підставити будь-яку одну й ту саму формулу. Правило висновку (modus ponens). З двох формул $\mathfrak{A}$ та $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ можна одержати нову формулу $\mathfrak{B}$. Символічно це правило записують так: $\frac{\mathfrak{A},\ \mathfrak{A} \to \mathfrak{B}}{\mathfrak{B}}$. Формулу, яку одержують з деяких формул, застосувавши один раз якесь із правил виведення, наз. безпосередньо вивідною з цих формул. Скінченну послідовність, яка складається з однієї чи більше формул, наз. доведенням останньої по порядку формули цієї послідовності, якщо кожна формула в ній або є аксіомою, або безпосередньо вивідна з попередніх формул послідовності. Формулу Ч. в., для якої існує доведення, наз. довідною або вивідною з аксіом Ч. в., або теоремою Ч. в. Будуючи доведення в Ч. в., формули виводять лише за допомогою правил виведення, не беручи до уваги змісту. Зміст може тільки допомогти визначити, до яких засновків застосовувати правила виведення. Напр., випишемо доведення теореми: $s_1 \vee s_2 \to s_2 \vee s_1$.

1. $s_1 \to s_2 \vee s_1$ (підстановка в аксіому 7).
2. $s_2 \to (s_2 \vee s_1)$ (підстановка в аксіому 6).
3. $(s_1 \to s_2 \vee s_1) \to ((s_2 \to s_2 \vee s_1) \to (s_1 \vee s_2) \to (s_2 \vee s_1)$ (підстановка в аксіому 8).
4. $(s_2 \to s_2 \vee s_1) \to (s_1 \vee s_2 \to s_2 \vee s_1)$ (за правилом висновку з 1 і 3).
5. $s_1 \vee s_2 \to s_2 \vee s_1$ (за правилом висновку з 2 і 4).

Спираючись на аксіоми та правила виведення Ч. в., можна обгрунтувати, а потім використовувати різні похідні правила виведення. Зокрема, кожна теорема Ч. в. виду $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ породжує якесь похідне правило виведення; напр., теорема $(p \to q) \& (q \to r) \to (p \to r)$ породжує правило силогізму: з формул $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ та $\mathfrak{B} \to \mathfrak{C}$ вивідною є формула $\mathfrak{A} \to \mathfrak{C}$. Як похідні правила можна одержати всі правила т. з. природного виведення, що їх у *Генцена формальних системах* взято за початкові. Одне з важливих похідних правил виведення, що являє собою в певному розумінні обернення правила висновку, дає метатеорема, названа теоремою дедукції. Формулу $\mathfrak{B}$ наз. вивідною з гіпотез $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ (скорочено: $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$), якщо формулу $\mathfrak{B}$ можна довести лише за допомогою правила висновку, взявши за аксіоми формули $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ і всі теореми Ч. в. Теорема дедукції твердить, що коли формула $\mathfrak{B}$ вивідна з гіпотез $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$, то формула $\mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}$ вивідна з гіпотез $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_{n-1}$, а тим самим формула $\mathfrak{A}_1 \to (\mathfrak{A}_2 \to (\ldots (\mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}) \ldots))$ є теоремою Ч. в. Скорочено: якщо $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$, то $\vdash \mathfrak{A}_1 \to (\mathfrak{A}_2 \to (\ldots (\mathfrak{A}_n \to \mathfrak{B}) \ldots))$. Наведемо приклад доведення теореми про Ч. в. з використанням теореми дедукції.

Теорема: $\vdash (A \to (B \to C)) \to (B \to (A \to C))$.

Доведення. 1. $A \to (B \to C), B, A \vdash B \to C$ (за правилом висновку з $A \to (B \to C)$ та A). 2. $A \to (B \to C), B, A \vdash C$ (за правилом висновку з B та з виведеної вище формули $B \to C$). 3. $(A \to (B \to C)) \to (B \to (A \to C))$ (за теоремою дедукції з формули 2).

Символи &, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$, $\urcorner$ інтерпретуватимемо як відповідні операції алгебри логіки; тоді кожна формула інтерпретуватиметься як вираз, що задає якусь функцію алгебри логіки. Формула Ч. в. наз. тотожно істинною (або тавтологією, або логіч. законом), якщо вона задає функцію-константу 1, тобто набуває значення 1 при всяких значеннях змінних, що входять до неї. Теореми Ч. в. є тотожно істинними формулами. Справді, безпосередньо перевіряється, що такими є всі аксіоми, а також формули, безпосередньо вивідні з тотожно істинних формул.

Для Ч. в., як і для всякої формальної системи, постають питання про несуперечливість, повноту й незалежність системи його аксіом. Формальна система, яка має символ $\urcorner$ для заперечення, наз. несуперечливою, якщо ні для якої формули $\mathfrak{A}$ формули $\mathfrak{A}$ та $\urcorner\mathfrak{A}$ не є обидві довідними в цій системі. Коли б у Ч. в. виявилися довідними якісь формули $\mathfrak{A}$ та $\urcorner\mathfrak{A}$, то в ньому була б довідною й формула $\mathfrak{A} \& \urcorner\mathfrak{A}$. Тому через довідність у ньому формул виду $\mathfrak{A} \& \urcorner\mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ в цьому численні була б довідною будь-яка формула $\mathfrak{B}$. Таке числення, звичайно, не становило б ніякої цінності. Розглядуване Ч. в. несуперечливе. Це випливає з того, що будь-яка теорема Ч. в. є тотожно істинною формулою, а будь-яка формула виду $\mathfrak{A} \& \urcorner\mathfrak{A}$ не є такою і, отже, вона не довідна в Ч. в. Формальна система наз. повною щодо якоїсь властивості, якщо в ній довідні всі формули, що мають цю властивість. Ч. в. повне щодо властивості тотожної істинності: будь-яка тотожно істинна формула Ч. в. є теоремою. Усім сказаним, очевидно, вирішується й проблема розв'язання для довідності в Ч. в., яка полягає в знаходженні *алгоритму*, за допомогою якого відносно будь-якої формули можна вирішити, чи є вона теоремою, чи ні. Ч. в. є повним і в такому (строгому) розумінні: приєднання до його аксіом будь-якої не довідної в ньому формули робить одержане числення суперечливим. Цікаво відзначити, що для класу всіх Ч. в., які відрізняються від розглядуваного Ч. в., можливо, лише списком аксіом, загальні проблеми несуперечливості, повноти й розв'язання — нерозв'язні. Систему аксіом Ч. в., жодну аксіому якої не можна вивести з решти за правилами виведення Ч. в., наз. незалежною. Наведена вище система аксіом Ч. в. незалежна. Метод доведення цього твердження полягає в побудові спец. інтерпретації формул Ч. в., при якій досліджувана аксіома набуває значень, відмінних від значень решти аксіом, а також формул, вивідних з цих аксіом. Відкинувши в наведеній вище системі аксіом 12-у аксіому, одержимо позитивне Ч. в., яке за допомогою довідних у ньому формул задає ті закони логіки, що не містять заперечення. А замінивши 12-у аксіому 13-ю аксіомою $(p \to q) \to ((p \to \urcorner q) \to \urcorner p)$, одержимо *числення висловлювань мінімальне*, яке значно відрізняється від класичного Ч. в. недовідністю в ньому багатьох класичних законів, що містять заперечення. Замінивши 12-у аксіому двома аксіомами, а саме: 13-ю та аксіомою $\urcorner p \to (p \to q)$, одержимо інтуїціоністське числення, в якому недовідним є закон виключеного третього (тобто формула $p \vee \urcorner p$). А замінивши 12-у аксіому аксіомою $(\urcorner p \to q) \to (\urcorner p \to \urcorner q) \to p$) або двома — 13-ю та аксіомою $\urcorner\urcorner p \to p$, одержимо знову класичне Ч. в.

Існують формулювання класичного Ч. в., які грунтуються лише на частині звичайних логіч. зв'язок. При цьому систему логіч. зв'язок вибирають повну (див. *Алгебра логіки*). Напр., несуперечливою, повною й незалежною є система аксіом, що складається з аксіом 1, 2 і 12-ї, а також така система аксіом: а) $(p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r)$, б) $p \to (\urcorner p \to q)$, в) $(\urcorner p \to p) \to p$. Формули, що містять зв'язки, які не входять до цих систем аксіом, уже не є формулами цих нових різновидів Ч. в. Проте такі формули можна ввести як скорочення формул цих нових Ч. в., вважаючи $p \vee q$, $p \& q$, $p \leftrightarrow q$ скороченнями відповідно формул $\urcorner p \to q$, $\urcorner (p \to \urcorner q)$, $(p \to q) \& (q \to p)$. Є формулювання класичного Ч. в., які містять не аксіоми, а т. з. аксіомні схеми, що їх можна одержати з будь-якої системи аксіом, замінивши змінні на змінні з якогось нового алфавіту. Аксіоми при цьому одержують, замінюючи змінні, що входять до аксіомної схеми, довільними формулами Ч. в., так що кожна аксіомна схема задає нескінченну множину аксіом. Єдиним правилом виведення (коли не вважати за правила виведення самі аксіомні схеми) є при цьому правило висновку. Є Ч. в., яке грунтується на одній логіч. зв'язці — *Шеффера штрихові* та єдиній аксіомі. Певний різновид класичного Ч. в. міститься й у формальній системі Генцена. В деяких класичних Ч. в., напр., у синтаксичних схемах нім. математика К. Шютте, правила виведення розв'язують водночас і проблему пошуку доведення.

Літ.. Новиков П. С. Элементы математической логики. М., 1959; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Карри Х. Б. Основания математической логики. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 518—547]; Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 296—309].

В. Ф. Костирко.

ЧИ́СЛЕННЯ ВИСЛО́ВЛЮВАНЬ МІНІМА́ЛЬНЕ, логіка мінімальна — *числення висловлювань*, яке відрізняється від інтуїціоністського (див. *Інтуїціонізм*) тим, що в ньому немає аксіоми

$$\urcorner a \supset (a \supset b). \quad (*)$$

Термін запровадив у 30-х рр. норв. математик І. Йогансон, він же навів і деякі міркування, що змусили його самого виключити (*) з числа аксіом. Множина теорем Ч. в. м.

міститься у множині теорем інтуїціоністського числення висловлювань, але не збігається з ним. Усі зв'язки Ч. в. м. незалежні. Відомими є необхідні й достатні умови того, щоб приєднання деякої формули до аксіом Ч. в. м. давало інтуїціоністське числення висловлювань.

Літ.: Янков В. А. О расширении интуиционистского пропозиционального исчисления до классического и минимального — до интуиционистского. «Известия АН СССР. Серия математическая», 1968, т. 32, № 1; Iohansson I. Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus. «Compositio Mathematica», 1936, v. 4, fasciculus 1.

К. П. Вершинін.

ЧИСЛЕННЯ ЗАДАЧ, теорія задач — теорія, що являє собою особливе тлумачення мови логіки предикатів. Створив цю теорію А. М. Колмогоров 1932 р. Логічні зв'язки &, → та ін. застосовують при звичайному тлумаченні їх, для створення нових тверджень із заданих. Ідея Ч. з. полягає в тому, що ці самі зв'язки можна розуміти як символи операцій над об'єктами, що відрізняються від логіч. тверджень. Такими новими об'єктами пропонується вважати задачі. Якщо A і B — це досить чітко поставлені задачі (як, напр., у разі геом. задач на побудову за допомогою циркуля й лінійки), то зрозумілим є й зміст такої задачі: «розв'язати обидві задачі A і B». За аналогією з логікою цю задачу природно позначити через $A \& B$. Задачу $A \vee B$ ставлять так: «назвати одну з задач A, B і дати її розв'язок». Задача $A \to B$: «звести розв'язок задачі B до розв'язку задачі A», тобто «вказати метод розв'язування B за припущенням, що розв'язок A дано». Нарешті, $\neg A$ є задача: «встановити неможливість розв'язати задачу A». Можна визначити й операції над задачами, що відповідають логіч. кванторам універсальності та існування. Довільна логіч. ф-ла (напр., $b \& ((a \to b) \to c)$) перетворюється на якусь задачу, якщо змінні замінити конкретними задачами A, B, C і послідовно здійснити всі операції. Може статися, що для цієї формули існує заг. метод розв'язування всіх задач, що виникають так. У цьому разі формулу називають істинною формулою Ч. з. Напр., $(a \& b) \to a$ є істинною, бо для будь-яких задач A, B і C можна розв'язати $(A \& B) \to A$. Останнє випливає з того, що за наявності розв'язку $A \& B$ внаслідок визначення $A \& B$ відомими є і розв'язок A, і розв'язок B, тому шуканий метод зведення A до $A \& B$ полягає в простому відкиданні інформації, що стосується до B. А. М. Колмогоров показав, що всі аксіоми інтуїціоністського числення предикатів є істинними в згаданому розумінні й що застосування правил виведення цього числення зберігає цю властивість. Тому кожна формула, що її виводять по-інтуїціоністському, є істинною. Разом з тим можна зразу побачити, що ф-лу $a \vee \neg a$, яка виражає *виключеного третього закон* (її не можна вивести по-інтуїціоністському, хоч і можна вивести в класичній логіці), немає підстав вважати істинною. Дійсно, з істинності $a \vee \neg a$ виходило б, напр., що ми спроможні розв'язати задачу $A \vee \neg A$, де A — задача доведення гіпотези Рімана. За визначенням операцій $\vee$ і $\neg$ це щонайменше означало б, що ми знаємо, справджується ця гіпотеза чи вона помилкова.

Ч. з. запропоновано як основу для інтерпретації інтуїціоністської логіки. Ця роль Ч. з. пов'язана з можливістю розглядати логіч. твердження як задачі спеціального виду. Але значення Ч. з. не обмежується філософією *інтуїціонізму*. Ідея А. М. Колмогорова набула численних застосувань і розвитку; при цьому уточнювалося розпливчасте поняття задачі та видозмінювалося поняття істинності. Реалізовність у розумінні Кліні, перше за часом поняття істинності для логіко-арифм. формул, що грунтується на ідеї обчисленності, цілком відповідає духові Ч. з. Теорія задач відіграє певну роль у побудові різних варіантів конструктивної математики (див. *Конструктивний напрям у математиці*). З неконструктивного, теоретико-множинного погляду, алгоритм. проблеми найзагальнішого виду утворюють (при відповідному визначенні операцій над ними) деяке Ч. з. Досліджували числення фінітних задач. Для побудови цього числення досить фінітних засобів. Інтерпретацію арифметики, що її запропонував Гедель (згодом її поширено на аналіз), фактично засновано на одному варіанті теорії задач, задовільнішому за теорію реалізовності Кліні. Побудова автором «числення локально-фінітних алгоритм. проблем» є спробою інтерпретувати арифметику мінімальними засобами. Можна припустити, що теоретико-задачний метод і далі відіграватиме істотну роль при розробці та обгрунтовуванні формалізованих теорій.

Ю. Т. Медведєв.

ЧИСЛЕННЯ ПРЕДИКАТІВ ВУЗЬКЕ, числення предикатів першого ступеня — логічне числення (див. *Логіко-математичне числення*), яке за допомогою довідних у ньому формул визначає логічні закони, записувані спеціальною формальною мовою 1-го ступеня (мовою Ч. п. в.). Ця мова відрізняється від мови *логіки предикатів вищих ступенів* тим, що в її ф-лах *квантори* (див. *Логічні операції*) вживають лише з предметними змінними, а не з предикатними чи функціональними. Саме Ч. п. в. і його мову, а також формалізацію теорій на базі Ч. п. в. в кібернетиці використовують для *автоматизованого пошуку доведень теорем* (див. також *Доведення теорем на ЕОМ*), в *інформаційно-логічних системах*, у *лінгвістиці математичній*, в *автоматів теорії*, в теорії формальних мов, у *розпізнаванні образів* тощо.

Є некласичні Ч. п. в. (див. *Логіки некласичні*) й різні формулювання класичного Ч. п. в. Повне формулювання класичного Ч. п. в. виклали Д. Гільберт і В. Аккерман (1928).

Розглянемо одне з формулювань класичного Ч. п. в. Мову класичного Ч. п. в. задають трійкою $L = \langle A, \tau, \Phi \rangle$, де A — алфавіт, τ — множина термів, Φ — множина ф-л 1-го ступеня. Алфавіт A складається з таких символів: 1) лічбової множини предметних змін-

них $x_1, x_2, \ldots$; 2) лічбової множини предикатних символів P_i^n, $i, n > 0$, серед яких P_i^0 — пропозиційні символи, символи висловлювань; 3) лічбової множини функціональних символів f_i^n, $i \geqslant 0$, $n > 0$ (n — число аргументів, «арність» предикатів і функцій, які зіставляють заданим предикатним і функціональним символам в інтерпретації мови 1-го ступеня); 4) лічбової множини предметних сталих (символів нульмісних ф-цій) $a_1, a_2, \ldots$; 5) логічних зв'язок &, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$; 6) кванторів $\forall$ і $\exists$; 7) технічних символів: дужок «(» «)» і коми «,». Множину τ термів визначають так: 1) будь-яка предметна змінна і предметна стала є терм; 2) якщо f_i^n — функціональний символ, а $t_1 \ldots, t_n$ — терми, то $f_i^n(t_1, \ldots, t_n)$ — терм; 3) ніяких інших термів, крім тих, які одержуються відповідно до 1)— 2), немає. Приклад терму: $f_3^2(x_4, f_5^1(x_6))$. Ф-ли Ч. п. в. визначають такими правилами утворення: 1) кожен пропозиційний символ P_i^0 є ф-лою; 2) якщо P_i^n — предикатний символ, $n > 0$, а $t_1, \ldots, t_n$ — довільні терми, то $P_i^n(t_1, \ldots, t_n)$ — ф-ла; ф-ли, визначені в 1) —2), наз. елементарними ф-лами; 3) якщо F і G — ф-ли, y — предметна змінна, то кожен з виразів $\neg F$, $(F \& G)$, $(F \vee G)$, $(F \rightarrow G)$, $(F \leftrightarrow G)$, $(\forall yF)$, $(\exists yF)$ є ф-лою; 4) ніяких інших ф-л Ч. п. в., окрім тих, які одержуються відповідно до 1) — 3), немає. В ф-лах $(\forall yF)$ і $(\exists yF)$ ф-лу F наз. областю діяння квантора $\forall y$ і відповідно $\exists y$. До правил економії дужок, які запроваджено в *численні висловлювань*, додамо ще такі правила: писатимемо Q_1yQ_2zF замість $(Q_1y\,(Q_2zF))$ та $Q_1yF * G$ замість $(Q_1yF) * G$, де $* \in \{\&, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$, $Q_1, Q_2 \in \{\forall, \exists\}$. Входження змінної y в дану ф-лу F наз. зв'язаним, коли воно є входженням у якийсь квантор $\forall y$ чи $\exists y$ або ж знаходиться в області діяння цього квантора; в противному разі входження змінної y в F наз. вільним. Напр., у ф-лі $\forall x_2 P_1^3(x_2, x_1, x_2) \& P_1^1(x_2)$ 1-е й 2-е входження змінної x_2 зв'язані, а 3-є — вільне. Ф-лу Ч. п. в. наз. з а м к н е н о ю, якщо в ній немає вільних входжень предметних змінних.

Довільна система виду

$$\sigma = \langle a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots;\ P_{j_1}^{m_{j_1}}, P_{j_2}^{m_{j_2}}, \ldots,\ f_{k_1}^{n_{k_1}}, f_{k_2}^{n_{k_2}}, \ldots \rangle$$

з символів мови наз. сигнатурою. Ф-ла Ч. п. в., яка містить предметні, предикатні й функціональні символи лише з σ, наз. ф-лою сигнатури σ. Якщо взяти тільки таку частину A' алфавіту A і всі тільки такі терми й ф-ли мови Ч. п. в., в які входять предметні, предикатні й функціональні символи лише з σ, то одержимо якусь мову $L' = \langle A', \tau', \Phi' \rangle$, яку наз. мовою 1-го ступеня в алфавіті A', або мовою 1-го ступеня сигнатури σ. Зокрема, й сама мова Ч. п. в. є мовою певної сигнатури. Мова 1-го ступеня сигнатури, в яку входять лише всі предикатні символи мови Ч. п. в. (в якій, отже, $\tau = \varnothing$), наз. мовою чистого Ч. п. в., а відповідне числення — чистим Ч. п. в.

Логічні константи, тобто символи логіч. операцій, мають в інтерпретаціях мови Ч. п. в. завжди одне й те саме значення — значення відповідних логіч. операцій, а нелогічні константи, тобто предметні, предикатні й функціональні символи, набувають значення лише в тій чи іншій інтерпретації мови Ч. п. в. Інтерпретацією мови Ч. п. в. наз. пару $I = \langle D, \varphi \rangle$, утворювану з непустої множини D — області інтерпретації й відображення φ, яке діє так: кожному предикатному символові P_i^n воно ставить у відповідність певний n-місний предикат у D (тобто n-місну ф-цію в D зі значеннями «істинне» й «хибне», або 1 і 0) кожному функціональному символові f_i^n — n-місну операцію в D (тобто ф-цію типу $D^n \rightarrow D$) і кожній предметній сталій — якийсь елемент з D. Нехай $F(y_1, \ldots, y_n)$ — ф-ла Ч. п. в., в якій $y_1, \ldots, y_n$ — список усіх її змінних, що мають вільне входження в F. Позначатимемо через $F_I(y_1, \ldots, y_n)$ результат підстановки в F замість предикатних, функціональних символів і предметних сталих саме тих конкретних предикатів, ф-цій і елементів з D, які ф-ція φ ставить у відповідність символам з F. Для $b_1, \ldots, b_n$ з D позначимо через $F(b_1, \ldots, b_n)$ відповідно $F_I(b_1, \ldots, b_n)$ результат підстановки кожного символу b_i, $i = 1, \ldots, n$, замість усіх вільних входжень змінної y_i в $F(y_1, \ldots y_n)$, відповідно в $F_I(y_1, \ldots, y_n)$. Оскільки у виразі $F_I(b_1, \ldots, b_n)$ стоять лише імена конкретних предикатів, ф-цій і елементів, то він означає вже якесь конкретне висловлювання, істинність чи хибність якого в області D визначається відповідно до звичайного змісту логіч. операцій. Ф-лу $F(y_1, \ldots, y_n)$ наз. 1) істинною (відповідно, хибною) в інтерпретації $I = \langle D, \varphi \rangle$ для заданих значень $y_i = b_i$, $b_i \in D$, $i = 1, \ldots, n$ її вільних предметних змінних; 2) істинною (хибною) в інтерпретації $I = \langle D, \varphi \rangle$; 3) істинною (хибною) в області D; 4) тотожно істинною, завжди істинною (тотожно хибною, завжди хибною); 5) здійсненною в інтерпретації $I = \langle D, \varphi \rangle$; 6) здійсненною в області D; 7) здійсненною — тоді й тільки тоді, якщо відповідно: 1) вираз $F_I(b_1, \ldots, b_n)$ істинний (відповідно, хибний) у D; 2) формула $F(y_1, \ldots, y_n)$ істинна (хибна) в I для довільних значень її вільних змінних; 3) ф-ла $F(y_1, \ldots, y_n)$ істинна (хибна) в кожній інтерпретації $\langle D, \varphi \rangle$ з областю D; 4) ф-ла $F(y_1, \ldots, y_n)$ істинна (хибна) в кожній непустій області D; 5) ф-ла $F(y_1, \ldots, y_n)$ істинна для яких-небудь значень її вільних змінних; 6) ф-ла $F(y_1, \ldots y_n)$ здійсненна в якій-небудь

інтерпретації $\langle D, \varphi\rangle$ з областю D; 7) ф-ла $F(y_1 \ldots, y_n)$ здійсненна в якій-небудь непустій області. Напр., нехай якась інтерпретація $I = \langle N, \varphi\rangle$ з $N = \{0, 1, 2, \ldots\}$ зіставляє предикатному символові P_1^2 предикат $\geqslant$. Тоді ф-ла $\exists x_1 P_1^2(x_1, x_2)$ істинна в I, оскільки для кожного x_2 з N є істинним твердження $\exists x_1 (x_1 \geqslant x_2)$. Кажуть, що ф-ла F є логіч. наслідком множини ф-л Γ (позначення $\Gamma \models F$), якщо для будь-якої інтерпретації $I = \langle D, \varphi\rangle$ і для будь-яких значень з D всіх вільних змінних, що входять у які-небудь ф-ли з $\Gamma \cup \{F\}$, має місце таке: якщо всі ф-ли з $\mathcal{J}$ істинні в I для взятих значень усіх тих вільних змінних, які входять у ф-ли з Γ, то ф-ла F істинна в I для взятих значень усіх тих вільних змінних, які входять в F. Дві ф-ли Ч. п. в. наз. рівносильними, якщо кожна з них є логіч. наслідком другої. Т. ч., формула G є логіч. наслідком ф-ли F тоді й тільки тоді, коли ф-ла $F \to G$ тотожно істинна. Ф-ли F і G рівносильні тоді й тільки тоді, коли ф-ла $F \leftrightarrow G$ тотожно істинна.

Якщо до множини предикатних символів мови Ч. п. в. додати символ «=», то розширену так мову наз. мовою 1-го ступеня з рівністю (іноді просто — мовою 1-го ступеня); при цьому замість $=(y, z)$ здебільшого пишуть $y = z$. Інтерпретація мови 1-го ступеня з рівністю одержується, якщо довизначити довільну інтерпретацію мови Ч. п. в. на символі «=», зіставивши йому предикат рівності, тобто такий *предикат*, який є істинним для будь-якої пари (y, z) тоді й тільки тоді, коли y і z є одним і тим самим елементом. Поняття істинності й здійсненності для ф-л Ч. п. в. поширюються й на ф-ли з рівністю, якщо віднести ці поняття до інтерпретації мови 1-го ступеня з рівністю. Знак «=» (як і знаки логіч. операцій) не включають у сигнатуру формули 1-го ступеня з рівністю. Алгебр. системою сигнатури σ, заданою інтерпретацією $\langle D, \varphi\rangle$, наз. систему, що складається з області D і з образів усіх компонент із сигнатури σ при відображенні φ; при цьому образи компонент записують у тому самому порядку, в якому записано самі компоненти в σ.

Нехай K — клас формул сигнатури σ, $\mathfrak{M}$ — алгебр. система сигнатури σ, задана інтерпретацією $I = \langle D, \varphi\rangle$. Якщо формула F з K істинна або здійсненна в I, то кажуть, що вона істинна або здійсненна в алгебр. системі $\mathfrak{M}$. Якщо всі формули в K замкнені й істинні в I, то кажемо, що $\mathfrak{M}$ є моделлю для множини формул K і що множина K здійсненна, сумісна, має модель (див. *Моделей теорія*). Задамо аксіоми й правила виведення Ч. п. в. довільної сигнатури σ. Терм t наз. вільним щодо змінної x_i у формулі F, якщо ніяке вільне входження x_i в F не міститься в області діяння ніякого квантора $\forall x_j$ або $\exists x_j$, де x_j — змінна, яка входить у t. Якщо терм t вільний щодо змінної x_i у формулі $F(x_i)$, то всі вільні входження змінних у терм t переходять у вільні входження цих змінних у формулу $F(t)$. В цьому разі підстановку в $F(x_i)$ терму t замість усіх вільних входжень x_i можна вважати правильною, коректною. Аксіомами Ч. п. в. сигнатури σ є: 1) всі формули, одержані з аксіом числення висловлювань заміною p, q, r на довільні ф-ли сигнатури σ; 2) всі формули виду $\forall x_i F(x_i) \to F(t)$, $F(t) \to \exists x_i F(x_i)$, де $F(x_i)$ — формула сигнатури σ, а t — терм, вільний для всіх x_i в $F(x_i)$. Аксіоми Ч. п. в., на відміну від специфічних аксіом матем. числень, наз. логіч. аксіомами. Правила виведення Ч. п. в. такі: 1) modus ponens: з α й $\alpha \to \beta$ можна одержати β; 2) правила Бернайса: якщо ф-ла α не містить вільних входжень змінної x_i, то з $\alpha \to \beta$ можна одержати $\alpha \to \forall x_i$, а з $\beta \to \alpha$ можна одержати $\exists x_i \beta \to \alpha$. Формальною теорією 1-го ступеня сигнатури σ, або логіко-математичним численням 1-го ступеня сигнатури σ, наз. трійку $T = \langle M, Л, A\rangle$, де M — мова 1-го ступеня сигнатури σ, $Л$ — множина всіх логіч. аксіом сигнатури σ і правил виведення Ч. п. в., A — розв'язна множина матем. (специфічних) аксіом цієї теорії. Пару $\langle M, Л\rangle$ або трійку $\langle M, Л, \varnothing\rangle$ наз. логіч. численням, а теорію $T = \langle M, Л, A\rangle$ з $A \neq \varnothing$ — математичним численням, основаним на логіч. численні $\langle M, Л\rangle$. Ф-лу F теорії T наз. вивідною в теорії T з гіпотез Γ (що записують так: $\Gamma \vdash F$ в теорії T) тоді й тільки тоді, коли вона є або аксіомою, або формулою з Γ, або її можна одержати з якихось вивідних у T з Γ ф-л за правилами виведення. Ф-лу F теорії T, вивідну з пустої множини гіпотез, наз. довідною в T, або теоремою теорії T. Моделлю формальної теорії T 1-го ступеня сигнатури σ наз. алгебр. систему, в якій істинними є всі теореми теорії T.

Щоб було зручно здійснювати формальні доведення в Ч. п. в., додають ряд похідних правил: узагальнення: $F(x_i) \vdash \forall x_i F(x_i)$; підстановки терму замість усіх вільних входжень змінної; підстановки ф-ли замість предикатного символу; перейменування зв'язаної змінної тощо. Одним з похідних правил є теорема дедукції, аналогічна теоремі дедукції в численні висловлювань, але дещо складніше формульована. З теореми дедукції випливає, що довідність у теорії 1-го ступеня $T = \langle M, Л, A\rangle$ якоїсь замкненої ф-ли G рівносильна довідності в Ч. п. в. певної ф-ли $F \to G$, де F — кон'юнкція скінченного числа певних ф-л з A. Отже, теореми будь-якого матем. числення 1-го ступеня перетворюються на певні теореми логіч. числення — Ч. п. в.

Ч. п. в. сигнатури σ з рівністю — це числення мовою 1-го ступеня сигнатури σ (без рівності) таке, що в самій сигнатурі σ є

спец. двомісний предикатний символ, який позначають звичайно через «=», а до аксіом Ч. п. в. сигнатури σ приєднують аксіоми $\forall x_1 (x_1 = x_1)$, $\forall x_1 \forall x_2 (x_1 = x_2 \to x_2 = x_1)$; $\forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 (x_1 = x_2 \,\&\, x_2 = x_3 \to x_1 = x_3)$ і всі аксіоми виду $\forall x_1 \forall x_2 [x_1 = x_2 \to (A (x_1) \to A (x_2))]$, $\forall x_1 \forall x_2 [x_1 = x_2 \to (g (x_1) = g (x_2))]$, де $A (x_1)$, $g (x_1)$ — довільний n-місний предикатний, відповідно функціональний символ з сигнатури σ, в якого на місці довільного i-го аргументу стоїть x_1. Наведені аксіоми для «=» визначають не відношення рівності, а лише відношення конгруентності.

Ч. п. в. є (просто) несуперечливим: жодна його формула не довідна в ньому разом із запереченням. Більше того, будь-яка довідна в ньому формула є тотожно істинною. Але, щоб ніяке матем. числення, в якому множина аксіом сумісна і яке основане на якомусь логіч. численні L, не стало суперечливим, необхідно, щоб L задовольняло сильнішу умову (яку можна називати семантичною несуперечністю L як логіч. числення): всяка формула, вивідна в L з будь-якої множини Γ ф-л мовою L, повинна бути логіч. наслідком з Γ. Цю умову задовольняє Ч. п. в. будь-якої сигнатури.

Ч. п. в. будь-якої сигнатури σ — повне як логіч. числення (є семантичним повним логіч. численням): будь-який логіч. наслідок з будь-якої множини Γ ф-л сигнатури σ вивідний з Γ в Ч. п. в. сигнатури σ. Зокрема, всяка *тотожно істинна формула* Ч. п. в. (тобто всякий логіч. наслідок з пустої множини ф-л) є довідною в ньому (теорема Геделя про повноту (1930)). Отже, в Ч. п. в. є довідними всі закони логіки, які можна виразити мовою 1-го ступеня, й тільки вони. Семантична повнота Ч. п. в. випливає з загальнішої теореми Геделя — Мальцева: всяка несуперечлива множина ф-л Ч. п. в. має модель. Звідси локальна теорема Мальцева для лічбових сигнатур: множина Γ замкнених ф-л сигнатури σ має модель тоді й тільки тоді, коли кожна скінченна підмножина множини Γ має модель. З повноти Ч. п. в. легко випливає і теорема компактності: якщо $\Gamma \models F$ для множини Γ ф-л і для ф-ли F Ч. п. в., то для певної скінченної підмножини Γ_0 множини Γ $\Gamma_0 \models F$.

Ч. п. в. не є просто повним, тобто в ньому є замкнена ф-ла F (а саме, будь-яка замкнена здійсненна, але не тотожно істинна ф-ла) така, що ні F, ні $\neg F$ не довідні в Ч. п. в. Приєднавши до аксіом Ч. п. в. всі ф-ли виду $\exists y \alpha (y) \to \forall y \alpha (y)$, які не довідні в Ч. п. в., одержимо несуперечливе числення.

Проблема встановлення тотожної істинності ф-л 1-го ступеня — нерозв'язна (теорема Черча, 1936). Звідси і з теореми Геделя про повноту випливає нерозв'язність проблеми: чи є довільна задана ф-ла Ч. п. в. теоремою в ньому, чи ні.

В рамках формальних теорій 1-го ступеня можна формалізувати (представити у вигляді теорем цих теорій) досить обширні розділи математики. Напр., є формулювання формальної теорії множин 1-го ступеня, в яких можна вивести звичайний класичний аналіз і значну частину заг. теорії множин. Зокрема, у формальній теорії множин (1-го ступеня) можна формалізувати теорему й доведення про існування нелічбово-нескінченних множин. Разом з тим, згідно з теоремою Левенгейма — Сколема (1915, 1920), коли якась множина Ч. п. в. з рівністю має модель, то вона має скінченну, або лічбову, модель (парадокс Сколема).

Окрім раніше згаданих термів іноді як терми використовують і вирази виду $\iota z F (y_1, \ldots, y_n, z)$, що їх інтерпретують як «те єдине z, для якого істинне $F (y_1, \ldots, y_n, z)$» і наз. визначеними описами. При цьому у визначенні терму t, вільного щодо x_i в F, треба говорити не про змінну x_j, яка входить у t, а лише про її вільні входження в t. Для Ч. п. в. з визначеними описами справджується т. з. теорема про усувність визначених описів.

Іноді, визначаючи Ч. п. в., задають не схеми аксіом, а конкретні аксіоми. При цьому серед правил виведення з'являється правило підстановки ф-ли замість предикатного символу й ускладнюється формулювання теореми дедукції. Є досить природне формулювання Ч. п. в., яке запропонував нім. математик Генцен (1909—45) (див. *Генцена формальні системи*).

Літ.: Новиков П. С. Элементы математической логики. М., 1959; Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. Пер. с нем. М., 1947 [бібліогр. с. 297—298]; Kleene S. C. Introduction to metamathematics. New York—Toronto, 1952; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Линдон Р. Заметки по логике. Пер. с англ. М., 1968 [бібліогр. с. 123]; Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Пер. с англ. М., 1971 [бібліогр. с. 296—309].

В. Ф. Костирко.

ЧИСЛЕННЯ ПРОПОЗИЦІЙНЕ — те саме, що й *числення висловлювань*.

ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ — числа, що визначаються за законом розподілу *випадкової величини* і дають деяке уявлення про розміщення її значень на числовій осі. Найважливіші Ч. х. в. в. — *математичне сподівання* й *дисперсія*. Важливими Ч. х. в. в. є й моменти та квантилі. Момент порядку k випадкової величини ξ з ф-цією розподілу $F (x)$ визначають за ф-лою $m_k = M\xi^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF (x)$. Зокрема, $m_1 = M\xi$, а $D\xi = m_2 - (m_1)^2$. При деяких додаткових припущеннях закон розподілу випадкової величини однозначно відновлюється, якщо відомі всі моменти (напр., це так, якщо в деякому інтервалі сходиться ряд $\sum \frac{m_{2n}}{(2n)!} t^n$). Квантилем порядку p $(0 < p < 1)$ випадкової величини ξ з функцією розподілу $F (x)$ наз. таке x_p, що $P\{\xi < x_p\} = F (x_p) = p$. Квантиль порядку $\frac{1}{2}$ наз. медіаною. Квантилі $x_{1/4}$, $x_{1/2}$, $x_{3/4}$, децилі $x_{0,1}$, $x_{0,2}$, …, $x_{0,9}$ і процентилі $x_{0,01}$, $x_{0,02}$, …, $x_{0,99}$ ділять числову пряму відповід-

но на 4, 10 і 100 інтервалів, імовірності попадання в які однакові (принаймні, коли $F(x)$ — неперервна ф-ція). Квантилі є в кожного розподілу, але вони не обов'язково однозначно визначені. Таблиці квантилів широко використовують у *математичній статистиці*. *М. Й. Ядренко.*

ЧИТА́ЮЧИЙ АВТОМА́Т, оптичний читаючий пристрій — пристрій, який здійснює автоматичне розпізнавання оптичних зображень букв, цифр чи інших знаків, надрукованих або написаних на папері у формі, зручній для читання цих знаків людиною. Ч. а. призначено для автомат. введення друкованої або письмової інформації в *обчислювальні машини* або в інші системи переробки інформації. Застосовуючи Ч. а., можна уникнути великих затрат ручної праці, необхідної під час введення даних за допомогою перфокарт або перфострічок. У стадії досліджування перебувають тепер Ч. а., які розпізнають не окремі букви, а сполучення кількох букв або цілі слова, фрази тощо. Такі Ч. а. забезпечили б надійніше введення інформації за рахунок надлишковості тексту.

Ч. а. повинен для кожного знака виробляти *код*, відповідний його назві в алфавіті і незалежний від несуттєвих особливостей конкретного зображення. Напр., якщо черговим символом на читаному документі є буква «А», то автомат повинен видати код букви «А» незалежно від товщини ліній зображення, від його розміщення в полі зору автомата й від різних вад (забруднень, невидруків тощо), якщо ці вади не зображують букви «А» схожою більше на якусь іншу букву.

Вироблювані Ч. а. коди звичайно реалізовуються у вигляді електр. сигналів. Отже, Ч. а. здійснює перетворення зображення на електр. сигнал. На перший погляд таку саму функцію виконують телевізійна камера й фототелеграфний апарат. Однак Ч. а. принципово відрізняється від цих пристроїв: Ч. а. не тільки перетворює зображення на електр. сигнал, а й істотно переробляє цей сигнал. Ч. а. відбраковує сигнали, які відповідають стороннім зображенням, відкидає несуттєві деталі зображення й добуває з зображення найістотнішу інформацію про його належність до певного класу, тобто інформацію про абстрактний образ цього зображення. Отже, Ч. а. здійснює *розпізнавання образів*.

Принцип дії Ч. а. полягає ось у чому. Механізм подавання документів (мал.) відокремлює документ від стосу (купки), де є кілька десятків або сотень документів, що їх має прочитати автомат. Найчастіше відокремлювання документа здійснюється за допомогою вакуумних присосків, так само, як у деяких поліграфічних машинах. Щоб читати тексти мікрофільму, застосовують механізм подавання, схожий на стрічкопротяжний пристрій кінопроектора. Проте такі механізми застосовують рідко, бо читання документів, надрукованих на папері, тепер застосовують ширше, ніж читання мікрофільмів. Механізм подавання просуває документ до скануючого пристрою, який шукає рядки документа й одне за другим розгортає зображення знаків у рядку. Процес розгортання, як і в телевізійних камерах, полягає в почерговому вимірюванні «чорноти», тобто коеф. поглинання світла для окремих дуже маленьких, напр., розміром $0{,}1 \times 0{,}1$ *мм*^{2}, елементарних ділянок, на які розкладено зображення знака. Вимірювання чорноти здійснюється за допомогою світлочутливих приладів: передавальних телевізійних трубок, фотопомножувачів, фотодіодів та ін. Останнім часом замість систем розгортання часто застосовують системи паралельної дискретизації,

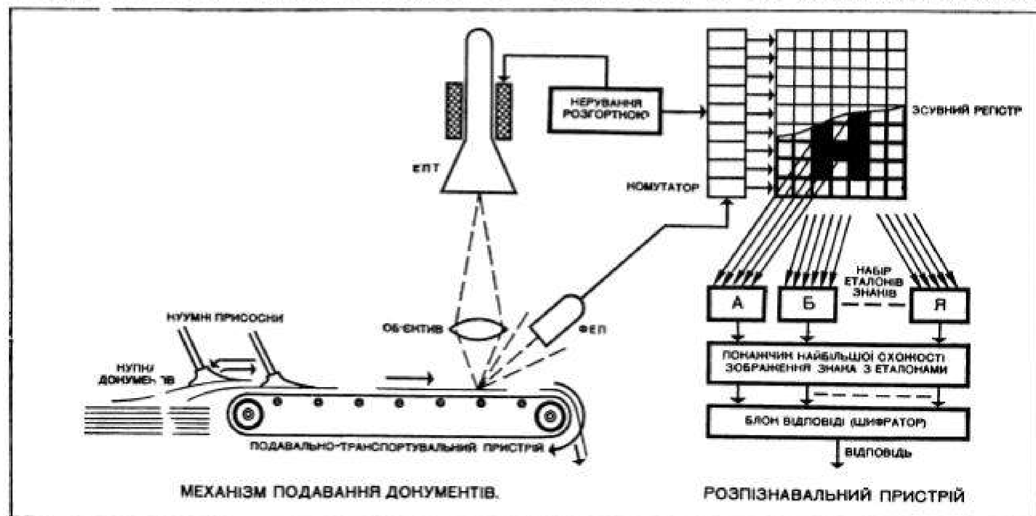


Схема розпізнавального пристрою.

у яких за допомогою багатьох світлочутливих елементів (фотодіодів) здійснюється одночасне вимірювання чорноти багатьох елементарних ділянок зображення. Така система нагадує своєю будовою сітківку живого ока. Всякий скануючий пристрій, як і штучна *сітківка* зрештою перетворює зображення на електр. сигнали, тобто виконує лише найпростішу ф-цію, властиву телевізійній камері. Вибір того чи іншого способу перетворювання не є істотним з погляду можливостей розпізнавання. Він впливає переважно на швидкість роботи Ч. а. й на обсяг апаратури, яка входить до його складу, причому збільшення швидкості потребує, як правило, збільшення обсягу апаратури.

Найсуттєвішою частиною Ч. а., яка визначає вірогідність правильного розпізнавання, допустимі варіації накреслення символів, вимоги до якості друку тощо, є розпізнавальний пристрій. У більшості сучасних Ч. а. такий пристрій порівнює аналізоване зображення (або відповідний йому сигнал) з деякими ідеалізованими, узагальненими зображеннями — *еталонами*, які є типовими представниками зображень кожного класу. Звичайно точного збігу зображення з еталоном не потрібно. Порівнювання відбувається через обчислювання величин, які характеризують схожість зображення з еталоном (див. *Схожості критерії*). Напр., у найпростішому випадку, коли чорнота кожної елементарної ділянки набуває тільки двох значень — «0» для білої ділянки й «1» — для чорної — роль такої величини може відігравати число елементарних ділянок, для яких чорнота зображення й еталона збігаються.

Еталони зберігаються в розпізнавальному пристрої або у вигляді записаних на магнітному носії електр. сигналів, які відповідають еталонним зображенням, або реалізованими у вигляді спец. електр. кіл, параметри яких характеризують компоненти еталона. Таке коло будують так, щоб, подаючи на його входи сигнал, відповідний розпізнаваному зображенню, на виході кола одержувати новий сигнал, величина якого характеризує ступінь збігу вхідного сигналу з еталоном. Напр., якщо зображення подано у вигляді електр. напруг, одержуваних одночасно з виходів багатьох фотоелементів, то еталон можна реалізувати у вигляді набору провідностей, кожна з яких проводить струм від певного фотоелемента до спільного вузла. Сумарний струм у цьому вузлі дорівнює скалярному добуткові вектора напруги (тобто вектора, за компоненти якого правлять напруги на виходах фотоелементів) на вектор провідностей. За відповідного нормування вектора провідностей струм є пропорційним до косинуса кута між цими векторами, тобто характеризує їхню близькість. Зокрема, кількість ділянок з однаковою чорнотою можна подавати як скалярний добуток вектора зображення і спеціально створеного еталона й реалізувати за допомогою подібного кола. В розпізнавальному пристрої відшукується еталон, схожість якого з даним зображенням є найбільшою. Номер цього еталона або відповідний код править за результат розпізнавання й видається з Ч. а. в обчисл. машину або на перфоруючий пристрій.

Розпізнавання знаків є окремим випадком проблеми розпізнавання образів. Це одна з найважчих проблем у сучасній кібернетиці. Навіть у найпростішому випадку розпізнавання друкованих букв електр. сигнали, одержувані під час розгортки зображення одного класу, надзвичайно різноманітні. Це зумовлено несталістю товщини й контрастності ліній, наявністю випадкових вад друку й забруднень паперу, несталістю розташування зображень у полі зору скануючого пристрою. Ця різноманітність зображень веде до необхідності або розробляти складні процедури нормалізації зображень, тобто зведення до стандартного розташування, стандартних розмірів тощо, або передбачати по кілька еталонів на кожний клас і робити порівнювання з кожним еталоном по кілька разів за різних взаємних розташувань еталона й зображення. Перший із зазначених шляхів веде до порівняно великої ймовірності помилок, бо нормалізація, виконувана до розпізнавання, в разі випадкових перешкод виявляється ненадійною. Другий шлях веде до зменшення швидкості розпізнавання і до ускладнення пристроїв. Досконаліші методи розпізнавання, вільні від обох зазначених вад, перебувають у стадії досліджувань (див. *Розпізнавання зорових образів*).

Сучасні Ч. а. істотно різняться своїми можливостями. Найпростіші з них пристосовано лише для читання стилізованих шрифтів, тобто шрифтів, у яких знакам надано спеціальної, дещо незвичної форми для спрощування процесу автомат. розпізнавання. Такі Ч. а. потребують застосування спец. друкарських машинок, щоб заповнювати документи, призначені для читання; це істотно обмежує сферу застосування їх. Дорожчими й складнішими є Ч. а., розраховані на те, щоб розпізнавати шрифт звичайної друкарської машинки. Наявність в алфавіті схожих букв, таких, як Ш — Щ, Є — С та ін., і низька якість зображень знаків, характерна для звичайної друкарської машинки, дуже утруднюють проблему одержання великої вірогідності розпізнавання в цьому разі. Ч. а. цього типу за їхньою складністю й вартістю можна порівняти з малою ЦОМ, а їхня якість характеризується ймовірністю помилкового розпізнавання в кращому разі від 10^{-5} (для високої якості друку) до 10^{-3} (в переважній більшості).

Найдосконалішими вважають багатошрифтові Ч. а., розраховані на читання текстів, надрукованих різними друкарськими чи машинописними шрифтами. Такі Ч. а. мають у своєму складі *оперативний запам'ятовувальний пристрій*, у якому зберігаються еталони одного або двох-трьох шрифтів. Розпізнаваний знак порівнюється з цими ета-

лонами. Еталони кількох інших шрифтів (до кількох десятків різних шрифтів) зберігаються на *стрічці магнітній* або *диску магнітному* і в міру потреби швидко переписуються в оперативний запам'ятовувальний пристрій. Такі Ч. а. є складними й дорогими обчисл. пристроями; їх можна порівняти з великими ЦОМ. Вони можуть сприймати й прості документи типу банківських чеків, де читані знаки розташовані в єдиному рядку, і багаторядкові документи або сторінки з книжок і журналів. Перебудову Ч. а. для читання документів другого типу, формату, шрифту здійснюють шляхом програмного керування роботою автомата. Програма його роботи зберігається на магнітній стрічці або диску і так само, як у ЦОМ, вводиться в оперативну пам'ять. Швидкість роботи Ч. а. цього типу (з урахуванням затрат часу на переміщування документа, пошук рядків і т. п.) досягає кількох сотень знаків за 1 секунду.

Створено кілька зразків Ч. а., щоб розпізнавати рукописні знаки, передусім — рукописні стилізовані цифри. Цифри треба записувати з певними обмеженнями, напр., вписуючи в рамочки стандартного розміру або навіть вдаючись до заздалегідь надрукованого на бланку трафарету (як це зроблено для поштових індексів на конвертах). Для розпізнавання рукописних знаків метод порівнювання з еталонами мало придатний. Замість безпосереднього порівнювання використовують різні методи аналізу геом. структури зображення. Незважаючи на зазначені обмеження стилю написання, розроблені методи розпізнавання рукописних знаків ще не дають змоги одержувати таку велику ймовірність правильного розпізнавання рукописних знаків, як тоді, коли їх розпізнає людина. Нові шляхи розв'язування проблеми розпізнавання, які намітилися, дають підставу розраховувати на появу Ч. а., придатних для надійного розпізнавання друкованих знаків довільних шрифтів і рукописних знаків.

Ч. а. застосовують у тих випадках, коли в обчисл. машини треба вводити велику кількість документів. Ч. а. середньої продуктивності може замінити труд кількох десятків людей, які працюють із звичайними перфоруючими пристроями. Тому порівняно велика вартість Ч. а. швидко компенсується. Навіть у тому разі, коли документи треба передруковувати на машинці спеціально для Ч. а., використовування Ч. а. виправдовує себе, бо помилки можна відшукувати й виправляти безпосередньо на вводжуваному в ЦОМ документі. А коли документ із самого початку друкують шрифтом, придатним для автомат. читання, й після підписання чи перевірки певними особами вводять у машину, економічна ефективність застосування Ч. а. дуже велика. За приклад такого документа може правити наряд на одержання певного товару зі складу. Назва, кількість і вартість товару, прізвище одержувача та ін. дані можна одразу надрукувати на друкарській машинці. Коли вже на наряді поставлено всі потрібні підписи, в т. ч. підпис одержувача, людина, яка перевірила наявність усіх підписів, може передати цей наряд для введення в ЦОМ через Ч. а. Так можна обліковувати видані товари, так зручніше розраховуватися з одержувачами.

Ч. а. широко використовують для обробки банківських чеків, різних рахунків, заявок, статистичних звітів тощо. Ч. а. іншого типу, розраховані на читання сторінок з друкарським текстом, застосовують під час *машинного перекладу* з однієї мови на іншу, *реферуванні автоматичному* наук. статей, у лінгвістичних дослідженнях тощо. Сфера застосування Ч. а. дедалі ширшає в міру поліпшування їхньої якості й знижування вартості.

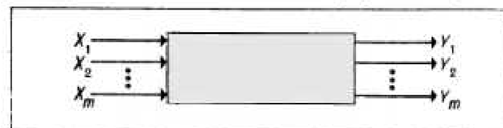
Літ.: Автоматизация ввода письменных знаков в электронные вычислительные машины, т. 1—2. Вильнюс, 1969; Уилсон Р. Оптические читающие устройства. Пер. с англ. М., 1969.

В. А. Ковалевський.

ЧИТА́ЮЧИЙ АВТОМА́Т КОРЕЛЯЦІ́ЙНИЙ — пристрій для розпізнавання машинописних або друкарських букв і цифр, який ґрунтується на кореляційному методі розпізнавання. На вході такого пристрою є зображення машинописного знака, а за вихідний сигнал править *код* букви або цифри, якій це зображення відповідає. Для кожного розпізнаваного зображення в Ч. а. к. визначають *схожості критерії* з деякими еталонними зображеннями і зазначають номер *еталона*, для якого величина цієї схожості є максимальною. Міра схожості, яку обчислюють у Ч. а. к., за своїм виглядом не відрізняється від відомого в статистиці коеф. кореляції і, за аналогією до цього коефіцієнта, її названо кореляцією (див. *Кореляційний метод розпізнавання*). Як правило, кожній букві або цифрі відповідає лише один еталон, і число еталонів дорівнює числу розпізнаваних знаків (10 еталонів при розпізнаванні цифр, 33 еталони при розпізнаванні букв і т. ін.). Для підвищення вірогідності розпізнавання чи розширення можливостей автомата іноді використовують кілька еталонних зображень для деяких або для всіх знаків. Оскільки величина кореляції еталонного й розпізнаваного зображення істотно залежить від місця перебування розпізнаваного зображення в полі зору, треба вживати заходів для того, щоб розпізнаване зображення займало одне й те саме положення, тобто треба здійснювати центрування зображення. Найбільш завадостійкий метод центрування полягає в обчислюванні коеф. кореляції розпізнаваного зображення і всіх еталонів за всіх можливих взаємних розміщень їх. При цьому фіксується номер еталона, який забезпечує максимум кореляції за такого взаємного розміщення, коли макс. кореляція є найбільшою. При цьому необхідно, щоб у *читаючому автоматі* не тільки було зроблено всі ці обчислення, а й вжито заходів для розподілу знаків у рядку. Ч. а. к. застосовують для читання машинописних або друкарських текстів, надрукованих заданим шрифтом.

Літ.: Ковалевский В. А. Корреляционный метод распознавания изображений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1962, т. 2, № 4; Барашко А. С. [та ін.]. Корреляционный читающий автомат со сдвиговым регистром ЧАРС. В кн.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Ковалевский В. А. Алгоритм разделения машинописной строки на знаки при отсутствии пробелов. В кн.: Труды III Всесоюзной конференции по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации, т. 3. М., 1967. *М. І. Шлезінгер.*

«ЧОРНИЙ ЯЩИК» — система, в якій зовнішньому спостерігачеві доступні лише вхідні та вихідні величини, а внутрішня будова



«Чорний ящик».

її та процеси, що в ній перебігають, невідомі. Чимало важливих висновків про поведінку системи можна зробити, спостерігаючи лише за реакцією вихідних величин на зміну вхідних. Такий підхід, зокрема, відкриває можливості для об'єктивного вивчення систем, будова яких або невідома, або надто складна для того, щоб можна було за властивостями складових частин цієї системи та структурою зв'язків між ними зробити висновки про їхню поведінку.

Нехай на вхід системи подаються діяння $X_1, X_2, \ldots, X_m$, а на виході її одержують вихідні $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$(мал.). Спостерігаючи досить довго за поведінкою такої системи і, в разі потреби, виконавши активні експерименти над нею, тобто змінюючи деяким певним чином вхідні діяння, можна досягти такого рівня знання властивостей системи, що буде змога завбачити зміну її вихідних координат при будь-якій заданій зміні вхідних. Проте як докладно не вивчали б ми поведінку «Ч. я.», не можна одержати однозначний висновок про його внутр. будову, бо однакову поведінку можуть мати різні системи. Спостерігач, якому доступні лише їхні вхідні та вихідні координати, не може відрізнити їх одну від одної. Тому вивчення системи методом «Ч. я.» принципово не може привести до однозначного висновку про її внутр. структуру, бо її поведінка нічим не відрізняється від поведінки ізоморфних їй систем.

Метод «Ч. я.». широко використовують для розв'язування задач моделювання керованих систем (особливо при дослідженні складних киберн. систем) тоді, коли вивчають поведінку системи, а не її будову.

ЧОРНИЛО МАГНІТНЕ — різновид магнітного *носія запису інформації*, шар якого можна легко нанести на основу (папір, картон тощо). Магн. записування здійснюють, змінюючи стан суцільного магн. носія («невидимий» запис) з реєстрацією за допомогою магн. головок чи нанесенням Ч. м. (з розчином барвника) заданих геом. зразків у вигляді видимих відбитків відповідної інформації, напр., цифрової.

ЧУТЛИВОСТІ ТЕОРІЯ — теорія, що вивчає вплив варіації параметрів на динамічні властивості систем. Див. *Динамічних систем теорія чутливості.*

ШВИДКІСТЬ СТВОРЕННЯ ПОВІДОМЛЕННЯ — величина, що характеризує *інформації кількість*, створювану джерелом повідомлення. Якщо *джерело повідомлень* з дискретним часом виробляє в моменти часу $s_0, s_1, s_2, \ldots$ повідомлення $\xi = (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots)$ і при цьому простір X значень *випадкових величин* ξ_i є дискретним, то Ш. с. п. цим джерелом є величина

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} H(\xi_0^t), \qquad (1)$$

де $H(\xi_0^t)$ — *ентропія* ξ_0^t відрізка $[0, t)$ повідомлень, якщо ця границя існує. Зокрема, якщо послідовність моментів $s_0, s_1, s_2, \ldots$ виникнення повідомлень співпадає з послідовністю цілих невід'ємних чисел 0, 1, 2... (тобто повідомлення виникають раз на одиницю часу, це для простоти будемо припускати й надалі), то Ш. с. п.

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} H_n(\xi), \qquad (2)$$

де $H_n(\xi) = H(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ — ентропія n-вимірної випадкової величини $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$. Для джерел з неперервним часом та для джерел з неперервним простором значень повідомлень Ш. с. п. дорівнює $+\infty$, бо ентропія неперервної випадкової величини ξ_0^t завжди дорівнює $+\infty$.

Для джерел з незалежними компонентами величини ξ_i взаємно незалежні й

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} H(\xi_i),$$

а якщо, крім того, ξ_i однаково розподілені, то $\overline{H}(\xi) = H(\xi_1)$. Напр., якщо джерело раз на одиницю часу виробляє незалежно одне з двох повідомлень, «0» або «1», з імовірністю $^1/_2$, то Ш. с. п.

$$\overline{H}(\xi) = H(\xi_1) = \log_2 2 = 1 \ (\textit{біт}).$$

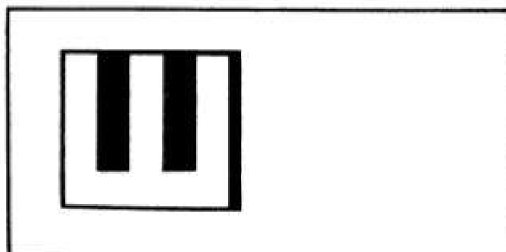
Доведення існування границі в рівностях (1) (або (2)) і явне обчислення її — складна матем. задача, розв'язати яку поки що вдалося лише для деяких окремих (хоч і важливих) випадків. Доведено, напр., що границя в рівності (2) існує для стаціонарних джерел. Явні вирази через скінченновимірні розподіли знайдено лише для джерел з незалежними однаково розподіленими компонентами марковських стаціонарних джерел та для джерел, що виробляють повідомлення, які є якимись ф-ціями від *Маркова ланцюгів*. Для довільного стаціонарного джерела Ш. с. п.

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n\to\infty} MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1), \qquad (3)$$

де $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1)$ — середня умовна ентропія. Для стаціонарного ланцюга Маркова порядку k ф-ла (3) приводить до рівності $\overline{H}(\xi) = MH(\xi_k/\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{k-1})$, праву частину якої можна явно виразити через перехідні ймовірності ланцюга Маркова.

У заг. випадку дискретного джерела, коли Ш. с. п. $\overline{H}(\xi)$ точно обчислити не вдається, користуються наближеними ф-лами для $\overline{H}(\xi)$. Зокрема, при великих значеннях n величина $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1)$ є добрим наближенням для $\overline{H}(\xi)$ стаціонарного джерела; при цьому можна показати, що $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1) \to \overline{H}(\xi)$ при $n \to \infty$ з експоненціальною швидкістю.

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.



ШВИДКОДІЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ — швидкість реакції системи на діяння, що збурюють режим її роботи. Її оцінюють за тривалістю *перехідного процесу* t_m, яку можна визначити аналітично (якщо відомий матем. опис системи) й експериментально. Для визначення t_m широко використовують наближені методи. Так, для систем з одиничним зворотним зв'язком можна оцінити t_m, якщо відома частота зрізу системи $\omega_з$, яку визначають з умови $|W(j\omega_з)| = 1$, де $W(j\omega)$ — амплітудно-частотна характеристика розімкненої частини системи. Показано, що t_m — величина обмежена і лежить у межах $\frac{\pi}{\omega_з} < t_m < \frac{4\pi}{\omega_з}$. У системах зі слабо коливальним перехідним процесом $t_m \approx \frac{\pi}{\omega_з}$ Ш. в с. а. к. можна збільшити за рахунок збільшення коеф. підсилення й використання різних *коректуючих пристроїв*. Вимоги до Ш. в с. а. к. і до стійкості цих систем суперечливі. Обмеження, що їх накладають на координати систем, і стійкість визначають межу збільшення їхньої швидкодії.

Б. Ю. Мандровський-Соколов.

ШВИДКОДІЯ ЦОМ — характеристика швидкості роботи цифрової обчислювальної машини, що її вимірюють кількістю *операцій машинних* (команд) за одиницю часу. Діапазон значень Ш. ЦОМ — від 10^2 до 10^7—10^8 операцій за 1 *сек*. Напр., Ш. малої ЦОМ «Промінь» — порядку 10^2 операцій за 1 *сек*, а надвеликої *обчислювальної системи* «ILLIAC-IV» — порядку 10^9 операцій за 1 *сек*. У зв'язку з тим, що тривалість різних операцій неоднакова, Ш. можна виразити одним числом, визначаючи тривалість умовної «середньої» операції, яка залежить від того, як часто

трапляються різні операції в різних *програмах*. Така частота залежить від складу розглядуваних програм, а склад — від виду застосування ЦОМ, який характеризує клас розв'язуваних задач. Оцінку Ш. тепер пов'язують або з класом задач, користуючись представницькою (характерною, типовою) сумішшю команд, або з типовою (зразковою) задачею. Суміш задається частотами зустрічі (типів) операцій, а типова задача — загальним матем. формулюванням *алгоритму* і задаванням числових значень осн. первісних параметрів. Приклади сумішей — т. з. суміші Гібсона, приклади типових задач — перетворення матриці, складання відомості на зарплату. За допомогою суміші Ш. можна виразити кількістю операцій за 1 *сек*, а за допомогою типової задачі — часом її розв'язування.

У зв'язку з різноманітним застосуванням ЦОМ постала необхідність використовувати споріднені з Ш. ЦОМ швидкісні характеристики. До цих характеристик належать: пропускна здатність ЦОМ, яка працює в контурі керування; час реакції в різних системах взаємодії з ЦОМ (у т. ч. в *діалога режимі*); продуктивність ЦОМ, вимірювана кількістю задач, розв'язаних за добу (або за рік) на ЦОМ *обчислювального центру*.

Теорія та практика побудови ЦОМ, крім поняття Ш. машини в цілому, використовують ще й поняття швидкісних характеристик нижчого рівня. До них відносять швидкодію елементів (напр., час перемикання, затримка сигналу, робоча частота), вузлів (напр., кількість тактів робочої частоти, за які виконується якась елементарна дія), пристроїв (напр., час виконання операції *арифметичним пристроєм*, час звертання до запам'ятовувального пристрою), деяких функціональних систем (напр., час переривання—відновлення програми системою переривання). Швидкодія верхнього рівня залежить від швидкодії нижчого рівня, напр., від швидкодії елементів залежить швидкодія вузлів, пристроїв, функціональних систем і Ш. ЦОМ у цілому. Фізико-технологічний прогрес обчисл. техніки забезпечує збільшення швидкодії елементів аж до наближення часу перемикання до часу поширення сигналу. Водночас відбувається зменшення габаритів і здешевлення апаратури, а це дає змогу ускладнити елементи до рівня вузлів і укрупнити елементарні (однотактні) дії, тобто підвищити швидкодію нижчого рівня.

У перших ЦОМ порядок слідування етапів машинної обробки був простий: одна задача послідовно проходила етапи введення, обробки й виведення, займаючи на кожному етапі відповідну частину обладнання і призводячи до простою решти обладнання. Тоді введення—виведення було невелике і за обсягом і за потрібним часом порівняно з часом обробки. Ш. ЦОМ визначалася, по суті, найвужчим місцем машини — арифм. пристроєм. Згодом введення—виведення стало більшим за обсягом (бо розширилися економ. застосування) і за потрібним часом (бо швидкодія обладнання обробки зростала з більшою швидкістю, ніж швидкодія обладнання введення — виведення і «швидкодія» користувачів та персоналу). Щоб усунути простої дорогого швидкодіючого обладнання в ЦОМ запровадили мультипрограмну обробку (див. *Мультипрограмування*) і *режим розподілу часу*. Це дало змогу збільшити продуктивність ЦОМ шляхом *суміщення операцій у машині* в часі (введення — виведення з обробкою). Було суміщено й окремі етапи виконання команд та операцій. Усе це підвищило не тільки інтенсивність роботи (завантаження) ЦОМ на всіх рівнях, а й інтенсивність *взаємодії людини з обчислювальною машиною*, тобто фактична швидкодія наблизилася до максимальної при заданому обладнанні. Далі Ш. ЦОМ підвищили, запровадивши мультипроцесорну обробку та побудувавши *обчислювальні середовища*.

У зв'язку з тим, що ускладнилася організація ЦОМ, бо збільшилася кількість одиниць обладнання пристроїв введення, виведення, обробки та запам'ятовування, яке може працювати одночасно й незалежно, постала потреба мати засоби, що забезпечують автомат. стеження за всім цим обладнанням та його завантаженням. Такими засобами стали спец. функціональні вузли й системи ЦОМ, насамперед система переривання й *керуючі програми* (див. *Операційна система*). На виконання керуючих та обслуговуючих програм іде значна частина часу роботи ЦОМ, призводячи до простою розв'язуваних задач, тобто до втрати продуктивності, або фактичної Ш. ЦОМ. Так, напр., програми планування завантаження периферійного обладнання та реакції на переривання спричинюють простій задач при мультипрограмній обробці, а *транслятор* впливає на продуктивність при роботі мовою вищого рівня. Отже, визначаючи фактичну Ш. ЦОМ, або її продуктивність, треба враховувати, крім швидкодії апаратури, швидкодію програм операційної системи і системи програмування. Згадане вище здешевлення апаратури дасть змогу підвищити Ш. ЦОМ шляхом збільшення кількості апаратури при тій самій вартості. Спец. додаткова апаратура може прийняти на себе й ряд функцій керуючих та обслуговуючих програм, у зв'язку з чим знизяться непродуктивні втрати Ш. ЦОМ.

Означення Ш. ЦОМ, яке дано на початку статті, стосується апаратної швидкісної характеристики ЦОМ, при цьому з апаратури розглядається лише центр. *процесор* (ЦП), який здійснює осн. переробку *даних*, бо від нього проходить послідовність команд виконуваної програми. Звичайно припускають, що швидкодію ЦП узгоджено зі швидкодією *оперативного запам'ятовувального пристрою* (ОЗП), тобто ЦП не простоює через неможливість звертання до ОЗП, пов'язану з недостатньою швидкодією цього пристрою. Крім того, при заданій швидкодії ЦП обсяг та швидкодія ОЗП мають бути такими, щоб цей при-

стрій міг вмістити достатню кількість оброблюваної та готової до обробки в ЦП інформації і водночас вмістити й допустити звертання (з боку пристроїв введення—виведення) до вводжуваної й виводжуваної інформації.

Іноді для характеристики центр. частини ЦОМ використовують швидкодію ЦП та обсяг ОЗП, називаючи їх обчисл. потужністю. Характеризуючи якийсь парк ЦОМ, використовують, зокрема, їхню сумарну швидкодію. Повну апаратну швидкісну характеристику сучасної ЦОМ можна представити набором виражених у відповідних одиницях швидкісних характеристик ЦП, ОЗП, периферійних пристроїв і, можливо, ліній зв'язку, оскільки не можна вказати єдину компоненту, яка визначає швидкодію (вузьке місце). Порівнювати дві ЦОМ за такими наборами досить важко. Існує заг. підхід до аналітичного визначення єдиних порівняльних оцінок (ефективної швидкодії та її ціни), що грунтується на врахуванні деяких вагових коефіцієнтів, які характеризують роботу ЦОМ в цілому та її частин. На практиці, визначаючи Ш. ЦОМ, використовують методи цифрового моделювання і випробування на зразкових типових задачах або на синтетичних представницьких сумішах команд.

Літ.: Глушков В. М. Два універсальні критерії ефективності обчислювальних машин. «Доповіді АН УРСР», 1960, 4; Drummond M. E. (Jr). A perspective on system performance evaluation. «IBM systems journal», 1969, v. 8, № 4. *О. О. Барабанов.*

ШЕННОНА ЛАБІРИНТ — див. *Іграшки кібернетичні.*

ШЕННОНА МИША — див. *Іграшки кібернетичні.*

ШЕННОНА ФУНКЦІЯ — функція $L(n)$, яка дорівнює такому найменшому числу, що будь-яку функцію *алгебри логіки* $f(x_1, \ldots, x_n)$ від n змінних можна реалізувати *схемою контактною*, яка містить не більше як $L(n)$ контактів. Уперше запровадив її амер. математик К. Шеннон (н. 1916) (звідси й назва — «Ш. ф.»). В подальшому подібну ф-цію вивчали для схем з довільних елементів і для окремих класів таких схем (напр., паралельно-послідовних схем). Тепер термін Ш. ф. вживають щодо сім'ї всіх таких ф-цій, але при цьому щоразу вказують, який клас схем розглядається. Вивчали асимптотичну поведінку Ш. ф. для класу всіх ф-цій алгебри логіки та для багатьох важливих *класів замкнених функцій алгебри логіки.*

ШЕПЛІ ВЕКТОР — функція, що описує апріорний розподіл сил окремих гравців у *грі кооперативній* на основі *характеристичної функції.* Отже, Ш. в. є одним з *оптимальності принципів* для нестратегічних ігор. Для кожної гри він існує і є єдиним. Ш. в. обчислюють за ф-лою

$$\Phi_i(v) = \sum_{k \in I} \frac{(|k|-1)!\,(n-|k|)!}{n!} \times$$

$$\times [v(k) - v(k - \{i\}],$$

де $|k|$ — кількість гравців коаліції K, $I = \{1, \ldots, n\}$, $v(k)$ — характеристична ф-ція. Цю ф-лу одержують на основі природних (натуральних) аксіом симетрії (Ш. в. не залежить від нумерації гравців), ефективності (неефективний гравець одержує свій мінім. гарантований виграш) та адитивності (Ш. в. суми двох ігор дорівнює сумі Ш. в. цих ігор). Ш. в. застосовують в оцінках ринків, для обробки даних голосування тощо. *Ю. Грунд.*

ШЕФФЕРА ШТРИХ, Шеффера функція, заперечення кон'юнкції — *булева функція* двох аргументів. Позначають її знаком / і задають такою таблицею істинності:

X	*Y*	*X/Y*
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ш. ш. є комутативним, але не асоціативним і не дистрибутивним щодо *диз'юнкції* та *кон'юнкції.* Ця ф-ція є функціонально повною і двоїстою функцією *Пірса стрілки.* *В. М. Коваль.*

ШИНА — фізичний канал для передавання інформаційних або керуючих сигналів у *цифровій обчислювальній машині* (ЦОМ). Залежно від призначення сигналів, що передаються, Ш. є кодові і керуючі. Кодові Ш. призначені для передавання *кодів* командних та інформаційних слів. У ЦОМ паралельної дії є система кодових Ш., кожна з яких призначена для передавання одного розряду коду слова. В ЦОМ послідовної дії всі розряди коду слова передаються по тій самій Ш., послідовно, один за одним. Керуючі Ш. призначені для передавання сигналів, що забезпечують виконання *мікрооперацій.* *Л. О. Коритна.*

ШИФРАТОР — пристрій для кодування сигналів. Застосовують його в телекеруванні, зв'язку, радіолокації, обчисл. техніці та інших галузях техніки, пов'язаних з передаванням, зберіганням та обробкою інформації. Залежно від структури вихідних сигналів розрізняють одноімпульсні та багатоімпульсні Ш. В одноімпульсних Ш. кодування здійснюється генеруванням імпульсів, які характеризуються видом струму, амплітудою, тривалістю, полярністю, фазою, формою імпульсів і частотою. В багатоімпульсних Ш. сигнал характеризується кількістю імпульсів у сигналі, порядком проходження їх чи сукупністю кількох ознак. Багатоімпульсні Ш. поширеніші за одноімпульсні, бо апаратура перетворення багатоімпульсних сигналів не така громіздка (в розрахунку на одиницю кількості інформації), як апаратура шифрування й дешифрування одноімпульсних сигналів, та й завадостійкість при передаванні багатоімпульсного коду краща. В обчисл. техніці застосовують переважно Ш. багатоімпульсні. За призначенням їх можна поділити на дві

осн. групи: Ш. 1-ї групи призначені для кодування символів при ручному записуванні *програм* на тех. *носії запису інформації*. У схемі такого Ш. є ряд вхідних шин (за кількістю кодованих символів) і ряд вихідних шин (за кількістю розрядів у коді). Збудження однієї з вхідних шин спричинює утворення певної комбінації вихідних сигналів. Сигнал на вхідну шину подає оператор, натискаючи на клавішу відповідного символу на клавішній панелі Ш. Ш. 2-ї групи, які працюють автоматично, призначені для кодування даних, виражених якоюсь фіз. величиною. Залежно від виду вхідного сигналу неперервної форми розрізняють два осн. типи Ш.— Ш. напруги, коли вхідний сигнал виражений електричною напругою, і Ш. положення, коли вхідний сигнал виражений мех. переміщенням елемента (здебільшого поворотом вала). Похибка перетворення Ш. напруги — в межах 0,05%. Осн. перевагою цих Ш. над Ш. положення є можливість використовувати один пристрій для багатьох вхідних сигналів за допомогою нескладної комутації, велика швидкість роботи (до сотень тисяч перетворень за 1 *сек*). Ш. положення можуть мати вищу точність — до 0,001%, бо параметри, які характеризують мех. пристрої, меншою мірою зазнають впливу навколишнього середовища, ніж електр. параметри.

Літ.: Ричардс Р. К. Элементы и схемы цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1961.

І. Т. Пархоменко.

ШЛЯХ у теорії графів — *ланцюг*, усі ребра якого орієнтовано в напрямі руху від початкової до кінцевої вершини ланцюга. Ш. зображають символом $\mu(x_0, x_l) = (u_1, u_2, \ldots, u_l)$, де дуга u_i інцидентна вершинам x_{i-1} й x_i. Ш., у якому ніяка вершина не зустрічається двічі, наз. елементарним. Якщо x_i й x_j — якісь вершини *графа*, для яких існує Ш. $\mu(x_i, x_j)$, то вершина x_j досяжна з вершини x_i, а вершина x_i — обернено досяжна з вершини x_j. Множину всіх досяжних з x_i вершин позначають символом $D(x_i)$, а обернено досяжних $D^{-1}(x_i)$. Для будь-якої множини A вершин можна визначити досяжну множину $D(A) = \bigcup_{x \in A} D(x)$. Аналогічно визначають обернено досяжну множину $D^{-1}(A)$. Ш., який містить усі дуги орієнтованого графа, наз. ейлеровим.

Г. П. Донець.

ШТРА́ФІВ МЕ́ТОД — метод розв'язування задачі *програмування математичного*, оснований на зведенні задачі з обмеженнями до мінімізації деякої допоміжної функції без обмежень. Осн. ідея методу полягає ось у чому. Будують спец. ф-цію — *штрафну функцію*, яка дорівнює 0 в допустимій області й швидко зростає поза нею. Після цього розв'язують задачу мінімізації суми штрафної ф-ції й *цільової функції* задачі одним з відомих *алгоритмів*. Напр., якщо потрібно мінімізувати ф-цію $g_0(x)$, де x — n-вимірний вектор, при обмеженнях $g_i(x) \leqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, то штрафну ф-цію можна побудувати за таким правилом:

$$\Psi(x, r) = r \sum_{i=1}^{m} \varphi[g_i(x)],$$

де $r > 0$, а

$$\varphi[g_i(x)] = \begin{cases} [g_i(x)]^2, & \text{якщо } g_i(x) \geqslant 0 \\ 0, & \text{якщо } g_i(x) < 0. \end{cases}$$

Після цього замість початкової задачі розв'язують задачу мінімізації ф-ції $F(x, r) = g_0(x) + \Psi(x, r)$. Доведено, що при достатньо загальних припущеннях розв'язок останньої задачі наближається до розв'язку початкової, якщо $r \to \infty$.

Б. М. Пшеничний.

ШТРАФНА́ ФУ́НКЦІЯ — допоміжна функція, використовувана у *штрафів методі* розв'язування задачі *програмування математичного*. Ш. ф. характеризує з достатнім ступенем точності ту множину, в якій може змінюватися аргумент. Якщо позначити цю множину через X, то відповідна Ш. ф. $\Psi(x, r)$ повинна мати такі властивості: а) $\Psi(x, r)$ — неперервна; б) $\Psi(x, r) = 0$, якщо $x \in X$; якщо $x_0 \overline{\in} X$, а послідовність x_k збігається до x_0 та $r_k \to +\infty$, то величини $\Psi(x_k, r_k) \to +\infty$. Якщо область X задано системою нерівностей $g_i(x) \leqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, то $\Psi(x, r)$ можна вибрати у вигляді $\Psi(x, r) = r \sum_{i=1}^{m} \varphi(g_i(x))$, де $\varphi[g_i(x)] = 0$ для $g_i(x) < 0$, і $\varphi[g_i(x)] = [g_i(x)]^2$ для $g_i(x) \geqslant 0$.

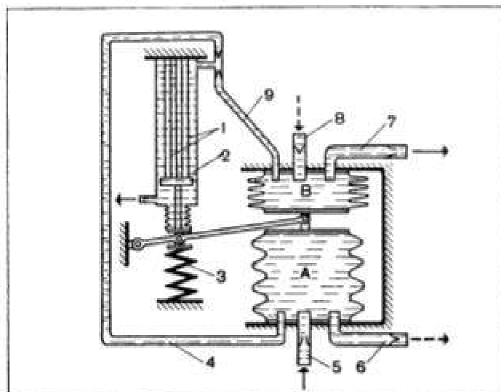
Б. М. Пшеничний.

ШТРАФНИ́Х ФУ́НКЦІЙ МЕ́ТОД — те саме, що й *штрафів метод*.

ШТУ́ЧНИЙ М'ЯЗ — полімерне тіло волокнистої або плівкової структури, що його одержують штучно поза живим організмом; має властивість оборотного скорочення й подовження при зміні хімічного складу навколишнього рідкого середовища. Прототипом Ш. м. були модельні скоротливі волокна, які виготовив рад. біохімік В. О. Енгельгардт з білкових екстрактів. Згодом синтетичним шляхом подібні скорочувані структури одержали зарубіжні вчені В. Кун та А. Качальський. Плівки й волокна для Ш. м. виготовляють з деяких полікислот та поліоснов способом молекулярного зшивання при нагріванні або хім. співполімеризації. На основі поліакрилової к-ти та полівінілового спирту одержано, напр., плівки, які значно скорочуються й подовжуються при зміні pH навколишнього розчину. Дію Ш. м. зумовлено явищем осмосу та молекулярних конформаційних переходів, зокрема, переходів спіраль — клубок. Ці переходи відбуваються за ізотермічних умов. При цьому хім. енергія рідкого середовища перетворюється безпосередньо на механічну (без проміжного пере-

творення на тепло). За мех. показниками Ш. м. наближається до живого м'яза: у нього, як і в живого м'яза, відносне скорочення може досягати 50%, а зусилля — до 5 *кгс/см²*. Швидкість скорочення й подовження залежить від товщини волокон (плівок) та швидкості дифузії йонів — ініціаторів — всередину полімерного тіла.

Ш. м. можна використовувати в системах автоматизації технологічних процесів, що потребують сталості температури й тиску. Їх застосовують і при моделюванні біол. рухливості. Прикладом моделювання біол. рухливості може бути модель біол. насосної ф-ції (мал.). У цій моделі Ш. м. поставлено в режим автопульсацій шляхом введення механо-хім. *зворотного зв'язку*. Він кінематично зв'язаний з сильфонами (камерами змінного об'єму) А й В і при скороченні та подовженні почергово перфузує себе рідинами *А* та *В*. Зворотне зусилля створює пружина 3. Під час скорочення волокон 1 у робочу камеру 2 трубопроводом 9 надходить рідина *В*, що спричинює подовження волокон, а при подовженні їх трубопроводом 4 тече рідина *А* скоротливої дії. Рідина в сильфонах А і В поповнюється через всисні трубопроводи 5 та 8. Автоколивальний режим встановлюється в такій системі внаслідок запізнення в каналі зворотного зв'язку. Мех. енергія віддається у вигляді енергії пульсаційного руху рідин у нагнітальних трубопроводах 6 та 7. За допомогою такого моделювання відтворюють процеси переміщування рідких середовищ у біол. об'єктах, напр. рухи протоплазми в клітині або моторики й перистальтики внутр. органів тварин. *Р. В. Беляков.*



Модель для дослідження біологічної насосної функції на штучному м'язі.

ШТУЧНИЙ РОЗУМ — штучно створена система довільної природи, призначена розв'язувати складні задачі широкого класу. Задачі для Ш. р. можна ставити в строгій формі й на змістовному рівні; сформулювати їх можна в термінах і якоїсь формальної, і природної мови. Термін Ш. р. використовують, крім того, для позначення класу автономних тех. систем, які реалізують операції сприйняття, зберігання й переробки інформації і формують на цій основі доцільну поведінку в широкому класі середовищ. У повному обсязі системи такого типу не реалізовано. Тому термін Ш. р. часто використовують і для позначення галузі наукових досліджень і проблем, пов'язаних з побудовою систем зазначеного типу.

Розумність поведінки штучних систем, як правило, оцінюють за *аналогією* з поведінкою людини при розв'язуванні зіставних задач. Це дає змогу запровадити конструктивніше означення розуму, виділивши осн. *програми* переробки *інформації*, властиві людському мозкові. Під такими програмами розуміють можливі послідовності змін системи в часі, визначувані її структурою. Розрізняють такі осн. програми, що характеризують мозок як інформаційну систему. Сприйняття зовнішньої інформації. Відтворення цієї програми у Ш. р. забезпечує настроювання аналізаторів на сприйняття певної інформації, *розпізнавання образів*, тимчасове зберігання й попередню обробку одержаної інформації. Емоційна оцінка інформації. Наявність аналога такої програми у Ш. р. дає системі змогу виробляти власні критерії оцінок, необхідні для організації доцільної поведінки в складних середовищах. Організація дій, спрямованих на зміну положення системи в зовн. середовищі або на зміну самого середовища. Відтворення цієї програми необхідне для активної взаємодії Ш. р. із зовн. середовищем. Програма мовлення забезпечує можливість кодувати складні й нестрого означені поняття та явища, формувати нові поняття тощо. Програма мовлення необхідна для організації взаємодії Ш. р. й людини або різних систем Ш. р. Програма свідомості, в якій виділяють кілька рівнів: а) увага — виділення найважливішої в даний момент інформації; б) визначення просторових і часових взаємовідношень об'єктів, можливість завбачати їхню поведінку; в) уявлення про власне «Я» і «не-Я»; г) воля — здатність концентрувати й спрямовувати увагу; д) уява і здатність розрізняти реальне й нереальне. Відтворення цієї програми у Ш. р. забезпечує визначення просторових, часових і причинно-наслідкових відношень системи й об'єктів зовн. світу. «Рівень свідомості» характеризується мірою складності відношень, які може відобразити система. Творчість — створення нової інформації.

Проблематика Ш. р. включає задачу побудови теорії «розумних» *автоматів* і розробку засобів для реалізації їх. Теор. розробки здійснюються в двох напрямах. Перший пов'язаний з проблемою автоматизації окремих інтелектуальних дій людини (ігри, доведення теорем тощо). Метою досліджень є розробка прийомів і побудова спеціалізованих пристроїв і конкретних програм для ЕОМ, що забезпечують розв'язання складних матем. і логіч. задач. Цей напрям відомий під

назвою «штучний інтелект». Осн. увагу тут приділяють одержанню результату, а на спосіб одержання його спец. обмеження не накладаються. Широко використовують евристичні прийоми — правдоподібні міркування, висновки за аналогією та інтуїтивні припущення. Найцікавіші результати одержано в галузі доведення теорем логіки й геометрії, а також стосовно ігор (див. *Доведення теорем на ЕОМ*).

Другий напрям теоретичних розробок пов'язаний з проблемою побудови Ш. р. моделюванням його біол. прототипу — людини. Метою досліджень є розробка прийомів та побудова конкретних автоматів, що можуть поводитись у широкому класі середовищ так, як це робить людина. Спец. обмеження накладаються на способи одержання остаточного результату — поведінки. Існують два підходи до вивчення мозку: феноменологічний (психологія) і структурний (фізіологія центр. нервової системи, нейропсихологія); сформувались відповідно й два напрями в моделюванні — феноменологічне і структурне моделювання.

У рамках феноменологічного моделювання розглядається поведінка людини як складної інформаційної системи, що функціонує в якомусь середовищі, причому є можливість спостерігати взаємодію системи з середовищем. Треба побудувати систему-модель, поведінка якої в обраних ситуаціях відповідала б поведінці людини. Така модель має розв'язувати задачі, використовуючи ті самі методи, способи та прийоми переробки інформації, якими користується людина. На цьому шляху виникає проблема вивчення *алгоритмів* переробки інформації людиною, проблема вивчення людських *евристик*. Цю проблему розв'язує *програмування евристичне*, суть якого полягає ось у чому. Експериментальним дослідженням поведінки людини при розв'язуванні задач обраного класу виявляються найхарактерніші прийоми та методи розв'язування. На цій основі висувається гіпотеза про алгоритми, що описують обраний вид діяльності людини. Щоб перевірити гіпотезу, будують її модель (звичайно у вигляді програми для ЦОМ) і зіставляють поведінку моделі та людини, розв'язуючи задачі обраного класу. Результати зіставляння використовують для корекції гіпотези й моделі. В галузі використовування методу евристичного програмування для створення систем типу Ш. р. одержано цікаві результати. Створено ряд моделей — «Логік-теоретик», «GPS», «Композитор», модель гри в шашки та ін. Характерно, що в рамках евристичного програмування розробляють моделі діяльності людини в строго визначених ситуаціях (напр., діяльність по розв'язанню логіч. задач фіксованого класу). Тому різні моделі виявляються слабко зв'язаними одна з одною, і виникає важлива задача теор. осмислення й систематизації одержаних розрізнених результатів. Ця задача є найактуальнішою в евристичному програмуванні. Крім досліджень за методом евристичного програмування, в рамках феноменологічного підходу проводять роботи, присвячені моделюванню окремих психічних функцій. Звичайно ці роботи тісно пов'язані з психолог. проблематикою (моделювання процесів навчання, формування понять тощо), але їхні результати можна використовувати і в галузі Ш. р.

Структурне моделювання пов'язане зі спробами описати роботу мозку як системи, що породжує поведінку, тобто об'єктом моделювання стають притаманні мозкові механізми переробки інформації. При цьому людину розглядають також як інформаційну систему, що функціонує в якомусь середовищі. Припускають, що існує інформація (неповна) про властивості структурних елементів системи й про деякі принципи їхньої взаємодії (нейрофізіологія), а також інформація про деякі алгоритми взаємодії системи з середовищем (психологія та евристичне програмування). Треба побудувати систему-модель, структура й поведінка якої з заданим ступенем точності відповідали б структурі й поведінці системи-оригіналу. Сутність напряму полягає в тому, що на основі наявних знань висувають гіпотези про структуру інформаційних механізмів системи-оригіналу й будують моделі цих гіпотез. Порівняння моделі й оригіналу використовують для того, щоб оцінити правомірність гіпотез про структуру.

Перші роботи в галузі структурного моделювання пов'язані зі спробами синтезувати штучну *нейронну сітку*, яка б виявляла властивості нервової системи. Тепер велику увагу приділяють моделюванню нейронних структур рецепторних органів нижчих тварин. Широко вивчають властивості моделей нервових сіток з випадковою організацією. Досліджуючи функціонування нервових структур, великої ваги надають питанням навчання (див. *Персептрон*). Виходячи з розуміння мозку як моделюючого пристрою, що створює власні інформаційні внутр. моделі об'єктів зовн. світу, явищ тощо, в Ін-ті кібернетики АН УРСР висунуто гіпотезу про програми переробки інформації мозком і про механізми, які забезпечують виконання цих програм. Згідно з цією гіпотезою, діяльність кори великих півкуль головного мозку виражається в зміні активності внутр. інформаційних моделей та зв'язків, які разом реалізують різні види пам'яті (див. *Моделювання пам'яті*). Інформаційну модель з боку її субстрату можна зіставити з нейронним ансамблем. Розгляд роботи мозку на рівні взаємодії інформаційних моделей як функціональних одиниць мозку дає змогу розробляти Ш. р. у вигляді систем із сітковою структурою, вузли якої відповідають внутр. інформаційним моделям кори, а зв'язки — відношенням між цими моделями. При такому підході для попередньої організації сітки використовують відомості не тільки з нейрофізіології, а й з психології, логіки та ін. Взаємопов'язані еле-

менти такого роду становлять семантичну сітку. Одним з осн. принципів організації сітки є ієрархічність її структури. Стан кожного елемента сітки змінюється в часі неперервно. В кожний момент часу активною є вся сітка, тобто кожний її вузол перебуває в стані якоїсь активності. В процесі перерозподілу активності між вузлами й реалізуються програми переробки інформації. Впорядкованість у цей процес вносить спец. система посилення-гальмування, функцією якої є вибір у кожний момент часу найактивніших вузлів сітки й посилення їхнього впливу на решту вузлів. Робота такої системи частково реалізує в сітці одну з програм свідомості — увагу. Залежно від повноти представлення й реалізації в сітці програм, які описують розум людини, можна створити й спеціалізовані системи Ш. р., призначені розв'язувати окремі класи задач, і системи широкого призначення, що можуть організувати «розумну» поведінку в широкому класі середовищ. Цю гіпотезу використано при розробці багатьох автоматів (реалізованих у вигляді програм для ЦОМ), що відтворюють у різному обсязі окремі програми переробки інформації та деякі сукупності їх.

Крім двох осн. напрямів, у теорії Ш. р. можна виділити й деякі інші, напр., еволюційне моделювання. При такому моделюванні людину розглядають як продукт розвитку й пропонують замінити процес моделювання людини моделюванням процесу її еволюції.

Теор. роботи в галузі Ш. р. мають велике пізнавальне значення. Практ. використовування одержаних результатів здійснюють шляхом побудови спеціалізованих пристроїв, призначених для часткової автоматизації розумової праці (програми-консультанти, *інформаційно-довідкові системи*, автомат. диспетчери та ін.). Тепер з тех. засобів реалізації Ш. р. найширше застосовують ЕЦОМ, які є осн. базою для реалізації діючих моделей. Дальший прогрес у теорії Ш. р. тісно пов'язаний з розвитком *обчислювальної техніки* й розробкою *алгоритмічних мов*, які забезпечують високу ефективність *взаємодії людини з обчислювальною машиною*.

Важливий напрям робіт у галузі Ш. р. пов'язаний зі створенням моделей поведінки людини у вигляді спеціалізованих тех. пристроїв (*роботів*). Розроблювані тепер феноменологічні й структурні моделі поведінки можна розглядати як обчисл. *аналоги* подібних тех. пристроїв, які дають змогу перевіряти придатність прийнятих теор. положень і ефективність моделей. Наступним етапом є розробка конкретних тех. пристроїв. Тип цих пристроїв визначається типом відповідних відправних моделей. Моделі, для розробки яких застосовують феноменологічний підхід, зручно реалізовувати у вигляді спеціалізованих ЦОМ або аналого-цифрових комплексів. Структурні моделі містять велику кількість однотипних елементів; це дає змогу будувати відповідні тех. пристрої у вигляді сіткових структур, що складаються з великої кількості елементів, різноманітність типів яких обмежена. В цьому зв'язку великого значення набуває задача створення елементів, що мають необхідні характеристики. Очевидно, для побудови пристрою, придатного для організації досить складної поведінки, потрібна значна кількість елементів. Це призводить до постановки ряду спец. проблем. Одна з них пов'язана з вартістю й компактністю елементів, друга — зі складністю попередньої організації та настроювання системи.

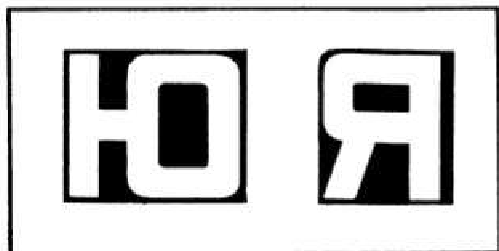
Літ.: Глушков В. М. Кібернетика і розумова праця. К., 1965; Амосов Н. М. Моделирование мышления и психики. К., 1965; Некоторые проблемы биокибернетики, применение электроники в биологии и медицине, в. 3. К., 1967; Амосов Н. М. Моделирование процессов мышления. «Кибернетика», 1968, № 2; Амосов Н. М. Искусственный разум. К., 1969; Проблемы бионики. Биологические прототипы и синтетические системы. Пер. с англ. М., 1965; Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Пер. с англ. М., 1965 [бібліогр. с. 468—473]; Принципы самоорганизации. Пер. с англ. М., 1966; Вычислительные машины и мышление. Пер. с англ. М., 1967 [бібліогр. с. 491—546]; Фогель Л., Оуэнс А., Уолш М. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование. Пер. с англ. М., 1969 [бібліогр. с. 220—228].

М. М. Амосов, О. М. Касаткін.

ШУМ КВАНТУВА́ННЯ — див. *Квантування.*

ШУМ ПОШУКО́ВИЙ — видавання *інформаційно-пошуковою системою* документів, нерелевантних даному запитові. Коефіцієнт Ш. п. S пов'язаний з *коефіцієнтом точності пошуку* P співвідношенням $S = 1 - P$. Див. *Ефективність інформаційного пошуку* технічна, *Релевантність документа.*

Н. О. Стоколова.



«ЮНІВА́К» (Univac) — відділення американської корпорації «Сперрі ренд», яке спеціалізується на виробництві обчислювальних машин. Засновано його 1951. Випускає переважно великі машини й обчисл. системи спец. призначення. Відомі розроблені фірмою велика ЕОМ «Larc» (1960), яка була свого часу однією з найпотужніших, та сімейства «1100» і «9000». В ЕОМ «Univac-1107» (1962) вперше застосовано буферну пам'ять на тонких магн. плівках (ємністю 128 слів і циклом 0,66 *мксек*). Поширені ЕОМ «Univac-1108» в однопроцесорному й мультипроцесорному (до п'яти) варіантах. З 1971 фірма випускає мультипроцесорну ЕОМ «Univac-1100», що має «адаптивну» архітектуру, за допомогою якої можна збільшувати продуктивність арифм. пристрою, не змінюючи решти вузлів машини. Нова ЕОМ має пам'ять на дроті з гальваномагн. покриттям ємністю 98—262 тис. слів і циклом 0,8 *мксек*.

Літ.: Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970; Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis — New York, 1968.

Ю. П. Селіванов.

ЯДРО́ в теорії ігор — 1) синонім *виграшу функції* в *грі антагоністичній* (особливо — в *грі на одиничному квадраті*); 2) *c*-ядро — множина всіх недомінуючих поділів у *грі кооперативній;* 3) *k*-ядро і *n*-ядро — множини поділів у кооперативній грі, що задовольняють різні принципи стійкості.

СПИСОК ІЛЮСТРАЦІЙ НА ОКРЕМИХ АРКУШАХ

(Кольоровий офсет)

Крім того, в тексті статей вміщено: в 1-му томі — 233 ілюстрації, в 2-му томі — 230.

НАУКОВІ КОНСУЛЬТАНТИ І СПЕЦРЕДАКТОРИ, ЯКІ БРАЛИ УЧАСТЬ У ПІДГОТОВЦІ ЕНЦИКЛОПЕДІЇ КІБЕРНЕТИКИ

Члени-кореспонденти АН УРСР: **І. М. КОВАЛЕНКО, І. І. ЛЯШКО, В. І. СКУРИХІН**; доктор філософських наук **П. С. ДИШЛЕВИЙ**, доктор біологічних наук **К. О. ІВАНОВ-МУРОМСЬКИЙ**, доктори технічних наук: **В. В. ВАСИЛЬЄВ, Ю. І. САМОЙЛЕНКО, В. П. СІГОРСЬКИЙ**; доктори фізико-математичних наук: **О. В. ГЛАДКИЙ, В. Н. РЕДЬКО, В. В. ШКУРБА**; доктор філологічних наук **Е. Ф. СКОРОХОДЬКО**; доктор хімічних наук **Г. Е. ВЛЕДУЦ**; кандидати технічних наук: **Ю. Г. АНТОМОНОВ, Т. К. ВІНЦЮК, Ю. Л. ІВАСЬКІВ, В. М. КОВАЛЬ, С. Ф. КОЗУБОВСЬКИЙ, Ю. В КРЕМЕНТУЛО, А. Г. КУХАРЧУК, О. Г. СЕМЕНКОВ, Т. Ф. СЛОБОДЯНЮК**; кандидати фізико-математичних наук: **Л. П. БАБЕНКО, А. І. БЕРЕЗОВСЬКИЙ, В. Ф. КОСТИРКО, А. І. НІКІТІН, М. П. СЛОБОДЕНЮК, М. І. ШЛЕЗІНГЕР, М. В. ЯРОВИЦЬКИЙ**; кандидат педагогічних наук **Р. С. ГІЛЯРЕВСЬКИЙ**.

СПІВРОБІТНИКИ ГОЛОВНОЇ РЕДАКЦІЇ УКРАЇНСЬКОЇ РАДЯНСЬКОЇ ЕНЦИКЛОПЕДІЇ, ЯКІ БРАЛИ УЧАСТЬ У НАУКОВО-РЕДАКЦІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ ТА ХУДОЖНЬО-ТЕХНІЧНОМУ ОФОРМЛЕННІ ЕНЦИКЛОПЕДІЇ КІБЕРНЕТИКИ

Редакція Енциклопедії кібернетики: завідуючий редакцією — кандидат технічних наук П. В. ПОХОДЗІЛО, старший науковий редактор — Д. К. ЛІСЕНБАРТ, наукові редактори — Л. П. БЕРЕЗИНЕЦЬ, В. Ф. КОЗУБОВСЬКИЙ, О. Т. ХАВРО, молодший редактор — С. Г. ХАРЧЕНКО.

Редакція словника і контрольного читання: завідуючий редакцією — кандидат педагогічних наук Р. А. ЗАЄЗДНИЙ, старший науковий редактор — Д. Ю. ЧЕПУР, науковий редактор — Д. Г. КОСТЯНТИНІВСЬКА.

Літературно-контрольна редакція: завідуючий редакцією — Ю. М. ДОЛЕНКО, наукові редактори — І. А. ЧЕРНЕНКО, А. П. КОКА.

Група бібліографії: редактори-бібліографи — Г. П. ВДОВЕНКО, О. Є. КРИЖАНІВСЬКА.

Редакція ілюстрацій: завідуючий редакцією — Р. О. СЕЛІВАЧОВ, художній редактор — В. Я. БЕРЕЗАНЬ.

У художньому оформленні книг брали участь: І. П. ХОТІНОК — оправа, титульні сторінки і заголовні літери, О. С. ГУРЛЄВ — середтекстові ілюстрації, Г. М. КОСЯК і О. М. ФЕОКТИСТОВ — ілюстрації на вклейках, М. М. ДИМЧЕНКО — попередні ескізи до ілюстрацій на вклейках.

Коректорський відділ: завідуюча відділом — В. Д. КІЛОЧИЦЬКА, старші коректори — Г. К. ГАЛЬЧУК, В. М. МЕЛЬНИЧЕНКО, В. Я. РЄЗНИК, М. К. РУДНИЦЬКА, К. Г. ШЕВЧЕНКО, О. К. ЯЦЕНКО.

Технічне редагування: завідуючий редакцією — Г. С. ДЕРЕВ'ЯНКО, технічний редактор — В. М. КУРІННИЙ.

Відділ комплектування: завідуюча відділом — Н. І. КУЛІНИЧ.

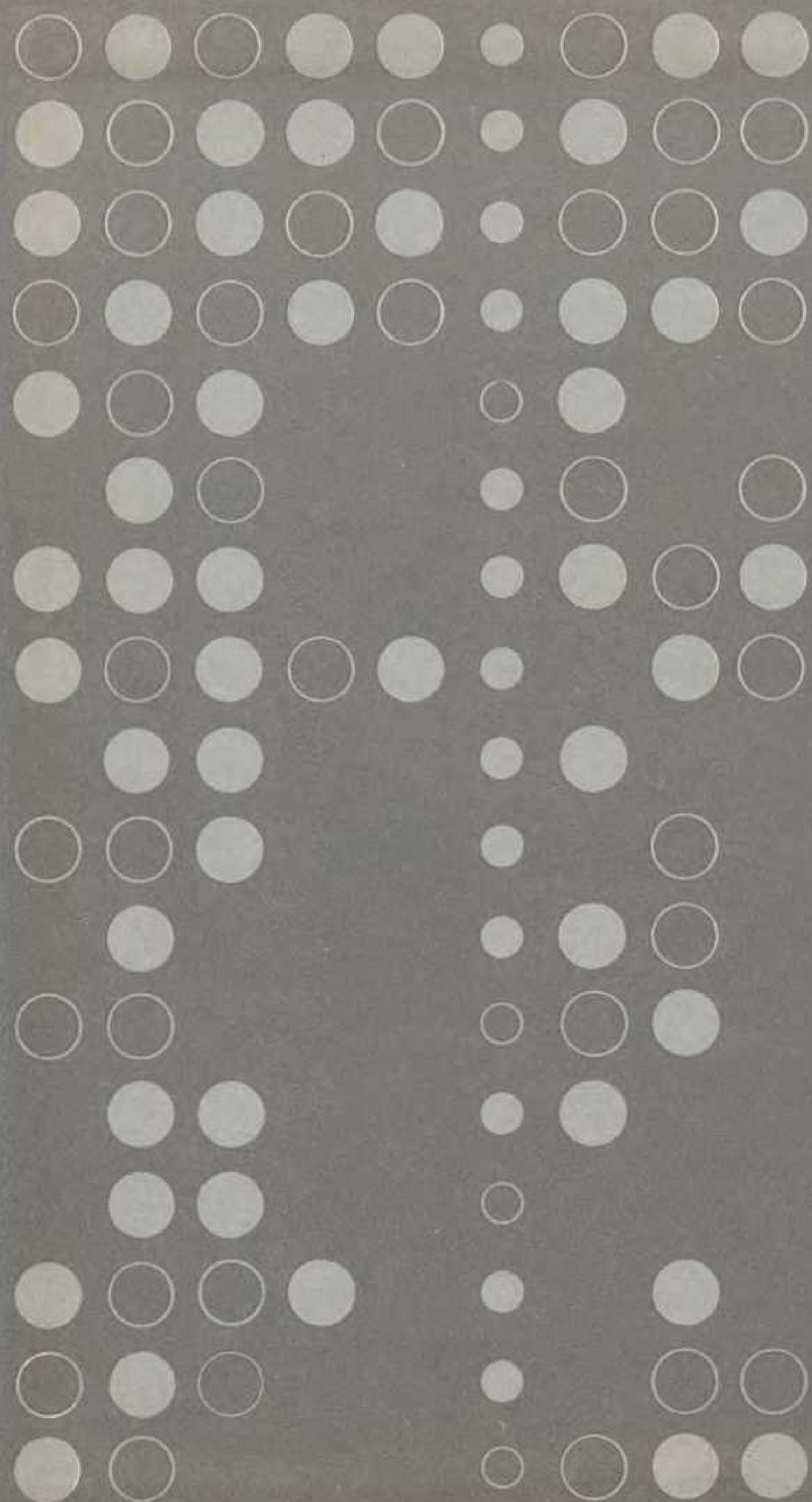
ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ, ТОМ 2 (на украинском языке)

Адреса Головної редакції Української Радянської Енциклопедії: 252650, Київ - 30, ГСП, вул. Леніна, 51.

У томі вміщено 230 середтекстових ілюстрацій і 8 кольорових ілюстрацій на вклейках. Кольорові ілюстрації надруковано на Головному підприємстві республіканського виробничого об'єднання «Поліграфкнига» Держкомвидаву УРСР. Папір для тексту виготовлено на фабриці ім. Ю. Янoніса. Том здано до набору 19 січня 1973 року, підписано до друку 16 серпня 1973 року.

БФ 04468. Тираж 7000. Формат $70\times100^{1}/_{16}$. Фіз.-друк. аркушів 36+0,75 арк. вклейок; умовних друк. арк. 47,41; облік.-видавн. аркушів 82,21. Ціна одного тому 4 крб. 92 коп. Зам. № 723.

Надруковано з матриць Головного підприємства республіканського виробничого об'єднання «Поліграфкнига» Держкомвидаву УРСР (Київ, вул. Довженка, 3) на Київській книжковій фабриці республіканського виробничого об'єднання «Поліграфкнига» Держкомвидаву УРСР, Київ, вул. Воровського, 24.





ЕНЦИКЛОПЕДІЯ КІБЕРНЕТИКИ

М · Я

2